



Pós-Graduação em **Astronomia**
MESTRADO PROFISSIONAL
UEFS



CLAUDIANA DE SOUZA SANTOS CARVALHO

**APLICAÇÃO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA
CONSTRUÇÃO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS CONTEXTUALIZADAS NA
ASTRONOMIA**

FEIRA DE SANTANA

2018

CLAUDIANA DE SOUZA SANTOS CARVALHO

**APLICAÇÃO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA
CONSTRUÇÃO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS CONTEXTUALIZADAS NA
ASTRONOMIA**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Astronomia, Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Astronomia.

Orientador: Prof. Dr. Dagoberto da Silva Freitas

FEIRA DE SANTANA

2018

C322 Carvalho, Claudiana de Souza Santos

Aplicação de atividades de modelagem matemática na construção de sequências didáticas contextualizadas na astronomia / Claudiana de Souza Santos Carvalho. – Feira de Santana, BA, 2018.

70 f.: il.

Dissertação (mestrado em Astronomia) – Universidade Estadual de Feira de Santana, Programa de Pós-graduação em Astronomia, 2018.

Orientação: Prof. Dr. Dagoberto da Silva Freitas.

1. Astronomia. 2. Modelagem matemática. 3. Sequência didática. 4. Matemática – Ensino. 5. Astronomia – Ensino. I. Freitas, Dagoberto da Silva, orient. II. Universidade Estadual de Feira de Santana. III. Título.

CDU: 51:37.02



ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CANDIDATO (A): CLAUDIANA DE S. SANTOS CARVALHO

DATA DA DEFESA: 14 de DEZEMBRO de 2018 LOCAL: Sala 03 do LABOFIS - UEFS

HORÁRIO DE INÍCIO: 10:05 H

MEMBROS DA BANCA		FUNÇÃO	TÍTULO	INSTITUIÇÃO DE ORIGEM
NOME COMPLETO	CPF			
DAGOBERTO DA SILVA FREITAS	341.965.955-53	Presidente	DR	DFIS - UEFS
IRANDERLY FERNANDES DE FERNANDES	528.475.860-91	Membro Interno	DR	DFIS - UEFS
LILIAN ARAGÃO DA SILVA	025.807.265-27	Membro Externo	DR	UFRB

TÍTULO DEFINITIVO DA DISSERTAÇÃO*:

APLICAÇÃO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA CONSTRUÇÃO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS CONTEXTUALIZADAS NA ASTRONOMIA.

*Anexo: produto(s) educacional(is) gerado(s) neste trabalho.

Em sessão pública, após exposição de 40 min, o(a) candidato(a) foi argüido(a) oralmente pelos membros da banca, durante o período de 40min. A banca chegou ao seguinte resultado**:

- APROVADO(A)
- INSUFICIENTE
- REPROVADO(A)

** Recomendações¹: SEGUIR AS SUGESTÕES DADAS PELA BANCA

Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata, que é abaixo assinada pelos membros da banca, na ordem acima relacionada, pelo candidato e pelo coordenador do Programa de Pós-Graduação em Astronomia da Universidade Estadual de Feira de Santana.

Feira de Santana, 14 de dezembro de 2018

Presidente: Dagoberto da Silva Freitas
Membro 1: Iranderly Fernandes de Fernandes
Membro 2: Lilian Aragão da Silva
Membro 3: _____
Candidato (a): Claudiana de Souza Santos Carvalho
Coordenador do PGAstro: Vera Lyra de Brito

¹ O aluno deverá encaminhar à Coordenação do PGAstro, no prazo máximo de 60 dias a contar da data da defesa, os exemplares definitivos da Dissertação, após realizadas as correções sugeridas pela banca.



**ANEXO DA ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO:
PRODUTO(S) EDUCACIONAL(IS) GERADO(S) NO TRABALHO FINAL DE CURSO**

CANDIDATO (A): CLAUDIANA DE S. SANTOS CARVALHO

DATA DA DEFESA: 14 de DEZEMBRO de 2018 LOCAL: Sala 03 do LABOFIS - UEFS

HORÁRIO DE INÍCIO: 10:05 H

Caderno de Sequências Didáticas:

- Os movimentos e as fases da lua;
- Sistema Solar: nosso endereço cósmico;
- Estações do ano.

Feira de Santana, 14 de dezembro de 2018.

Presidente: [assinatura]

Membro 1: [assinatura]

Membro 2: [assinatura]

Membro 3: _____

Candidato (a): Claudiana de Souza Santos Carvalho

Coordenador do PGAstro: [assinatura]

Dedico este trabalho à minha família.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por estar presente na minha vida em todos os momentos, por ter me dado força para perseverar e por me permitir realizar este sonho. A Ele, toda honra e toda glória, hoje e sempre.

Aos meus pais, José Nilton (*in memoriam*) e Telma Maria (*in memoriam*), que com muito carinho, cuidado e dedicação, ensinaram-me a amar incondicionalmente, sendo sempre referências para minha vida. Despertaram em mim, desde cedo, o gosto pelo conhecimento, pelo estudo e pelo trabalho, sempre pautados no respeito mútuo, na humildade e na caridade. Onde quer que estejam, na imensidão do Universo, sei que estão felizes com esta conquista. Faço minhas, as palavras de Osvaldo D. Tórtora: “As pessoas que amamos não terminam, continuam conosco e nosso coração percebe isso. Viram estrelas, e delas, de alguma forma, nos vêm força e claridade”.

Ao meu marido, Marcelo, e aos meus filhos, Alexandre e João Marcelo, pelo amor, apoio incondicional e compreensão pelas horas ausentes.

Ao Programa de Pós-graduação Mestrado Profissional em Astronomia na pessoa da minha coordenadora, a Profa. Dra. Vera Aparecida Martin Fernandes, pela singeleza, firmeza e sabedoria com que conduz o processo de formação de novos mestres, do qual tenho o orgulho de fazer parte.

Aos professores do Mestrado Profissional em Astronomia (MPAstro), pela dedicação, por toda disponibilidade, ensinamentos, exemplos de vida e de conduta profissional compartilhados.

Ao professor Dagoberto da Silva Freitas, pelas horas de orientação.

Aos meus colegas do mestrado, pela amizade, apoio, incentivo e colaboração em todas as horas, pelos momentos deliciosos de descontração que tornaram um período de longa dedicação em algo divertido.

Aos queridos alunos do Colégio Estadual Rotary, que aceitaram participar da pesquisa. O comprometimento, responsabilidade e colaboração de cada um foram

fundamentais para esta investigação.

A todos familiares, amigos e colegas que, direta ou indiretamente, com uma palavra, um incentivo, uma escuta, contribuíram nesta caminhada. Parafraseando Carl Sagan: “Diante da vastidão do tempo e da imensidão do universo, é um imenso prazer, para mim, dividir um planeta e uma época com vocês”.

*A mente que se abre a uma nova ideia,
jamais voltará ao seu tamanho original.*

Albert Einstein

*Vejo-me como um educador e minha
disciplina, Matemática, como um instrumento
complementar para satisfazer meu
comprometimento com uma ordem social
mais justa e uma qualidade de vida mais
dignificante para todos.*

Ubiratan D'Ambrósio

RESUMO

Nesta dissertação, é descrita uma experiência de ensino que utilizou atividades de Modelagem Matemática na construção de sequências didáticas contextualizadas na Astronomia e implementadas em turmas do 9º ano do Ensino Fundamental II de uma escola da rede pública estadual da Bahia. O objetivo principal foi levar para a sala de aula uma proposta de aprendizagem significativa e promover, de forma interdisciplinar, o ensino da Astronomia e da Matemática, como orientam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997). Buscou-se, também, investigar, por meio da aplicação desta metodologia, de que forma a utilização contextualizada de conhecimentos de alguns conceitos de Astronomia, orientados pelos PCN, em um ambiente de aprendizagem, utilizando a Modelagem Matemática, pode proporcionar aos alunos motivação pelo estudo das ciências e consolidar saberes da Astronomia e da Matemática. Nesse sentido, buscou-se que os estudantes tivessem a percepção dos fenômenos astronômicos e que os relacionassem ao cotidiano. Para alcançar o objetivo, foram propostas atividades sequenciadas para explicar: a) surgimento do dia e da noite; b) visualização da duração da parte diurna e noturna do dia em função da latitude; c) demonstração sobre como ocorrem as estações do ano; d) ocorrência dos eclipses lunares e das fases da Lua; e) o Sistema Solar. As atividades seguiram um padrão sequenciado em que a parte inicial era sempre o contato com um tópico de Astronomia, estudado, experimentado ou observado e, em seguida, o entendimento matemático do fenômeno estudado. Por fim, três sequências didáticas foram obtidas como produto educacional resultante desse processo de ensino-aprendizagem interdisciplinar da Astronomia e da Matemática.

Palavras-chave: Astronomia; Modelagem Matemática; Interdisciplinaridade.

ABSTRACT

This dissertation describes a teaching experience that used Mathematical Modeling activities in the construction of didactic sequences contextualized in Astronomy and implemented in classes of the 9th grade of Elementary School II of a public school in the state of Bahia. The main objective was to take to the classroom a meaningful learning proposal and promote, in an interdisciplinary way, the teaching of Astronomy and Mathematics, as it guides the National Curricular Parameters (PCN) (BRASIL, 1997). It was also sought to investigate, through the application of this methodology, how the contextualized use of knowledge of some concepts of Astronomy, oriented by PCN, in a learning environment using Mathematical Modeling, can provide students with motivation to study science and consolidate knowledge of Astronomy and Mathematics. In this sense, it was sought that the students had the perception of astronomical phenomena and related them to the daily life. In order to reach the objective, sequenced activities were proposed to explain: a) the emergence of day and night; b) visualization of the duration of the day and night part of the day as a function of latitude; c) demonstration on how the seasons of the year occur; d) occurrence of lunar eclipses and Moon phases; and e) the Solar System. The activities followed a sequenced pattern where the initial part was always the contact with a topic of Astronomy, studied, experienced or observed and then the mathematical understanding of the phenomenon studied. Finally, three didactic sequences were obtained as an educational product resulting from this interdisciplinary teaching-learning process of Astronomy and Mathematics.

Keywords: Astronomy; Mathematical Modeling; Interdisciplinary.

ÍNDICE DE ILUSTRAÇÕES

FIGURAS

Figura 1: Panorama geral do Colégio Rotary, Feira de Santana (BA)	40
Figura 2: Alunos do Colégio Estadual Rotary, que tiveram destaque na OBMEP e Concurso de Redação, em cerimônia de premiação promovida por um dos clubes de Rotary da cidade de Feira de Santana (BA)	43
Figura 3: Confeção da maquete do Sistema Solar.....	48
Figura 4: Confeção de representação do Sistema Solar.....	52
Figura 5: Observação da Lua feita por alunos do 9º ano	53
Figura 6: Experimento para explicar as fases da Lua, com garrafão de água mineral	54
Figura 7: Aluna testando o experimento que demonstra as fases da Lua.....	54
Figura 8: Planilha de observação do período de iluminação solar	55
Figura 9: Desenhos feitos por alunos para explicar as estações do ano	55

GRÁFICO

Gráfico 1 – Desempenho qualitativo dos alunos do 9º ano nos três ciclos de 2017, em que a cor azul representa o 1º ciclo; a cor lilás, o 2º ciclo; e a cor branca, o 3º ciclo.	57
--	----

QUADROS

Quadro 1 – Resumo das conceituações de Modelagem Matemática	32
Quadro 2 – Tarefas dos alunos e professores nos casos de Modelagem Matemática	37
Quadro 3 – Esquema contendo processos de atividades de Modelagem Matemática na elaboração de sequências didáticas no contexto da Astronomia.....	38
Quadro 4 – Questionário de pesquisa socioeconômica de alunos do 9º ano, Colégio Estadual Rotary de Feira de Santana (BA)	41
Quadro 5 – Índice do IDEB do Colégio Rotary de Feira de Santana (BA)	42
Quadro 6 – Questionário inicial aplicado aos alunos participantes da pesquisa	56

LISTA DE SIGLAS

DCN – Diretrizes Curriculares Nacionais

GCMM – Grupo Colaborativo em Modelagem Matemática

MEC – Ministério da Educação e Cultura

MM – Modelagem Matemática

OBMEP – Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática

SEC – Secretaria de Educação e Cultura

SD – Sequência Didática

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	16
1 CONTATO COM A MODELAGEM MATEMÁTICA: RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA PESSOAL	18
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	21
2.1 Ensino de Matemática Aplicado à Astronomia: Aspectos Gerais	21
2.2 A Modelagem Matemática e a Execução das Tarefas	29
2.2.1 Abordagem geral	29
2.2.2 Modelagem Matemática no Brasil.....	30
2.2.3 Modelagem Matemática na sala de aula.....	33
3 MATERIAIS E MÉTODOS	39
3.1 Caracterização da Escola e dos Alunos Participantes da Pesquisa	39
3.2 Caracterização Geral da Pesquisa.....	43
3.3 As Sequências Didáticas	48
4 RESULTADOS	50
4.1 Aplicação das Sequências Didáticas.....	50
4.1.1 Aplicação da SD 1: sistema solar	50
4.1.2 Aplicação da SD 2: fases da Lua	52
4.1.3 Aplicação da SD 3: estações do ano	54
5 DISCUSSÃO	56
5.1 Análise dos Dados Coletados no Pré-Teste Aplicado na Turma do 9º ano B do Colégio Estadual Rotary	56

5.2 Análise dos Resultados das Atividades Propostas.....	57
6 CONCLUSÃO	60
REFERÊNCIAS	61
APÊNDICE A – Atividade de Modelagem Matemática	65
APÊNDICE B – Atividade De Modelagem Matemática.....	67
APÊNDICE C – Atividade de Observação da Lua	69
APÊNDICE D -- Atividade De Modelagem Matemática	70

INTRODUÇÃO

Astronomia permite relacionar fenômenos naturais e conteúdos matemáticos, notadamente no campo da Aritmética, Álgebra e Geometria, sendo que uma das mais belas características dessa ciência é sua capacidade de explicar quantitativamente fenômenos observados.

Marcelo Gleiser

A interdisciplinaridade tem sido utilizada com frequência, sobretudo nas escolas, transferindo métodos de algumas disciplinas para outras, permitindo identificar novos objetos de estudos (D'AMBROSIO, 2017). Partindo dessa premissa, o presente trabalho buscou responder à seguinte pergunta motivadora da pesquisa: “A aplicação de atividades de Modelagem Matemática contextualizadas na Astronomia pode favorecer a assimilação de conteúdos matemáticos e de conceitos da Astronomia, de forma que o estudante do 9º ano do Ensino Fundamental desenvolva autonomia no entendimento do mundo e perceba as inter-relações existentes entre os diferentes campos de estudo das ciências?”.

No intuito de responder à referida pergunta, buscamos alcançar os seguintes objetivos: produzir sequências didáticas a partir da aplicação de atividades de Modelagem Matemática (MM) implementadas com temas na Astronomia; utilizar conceitos de Astronomia e Matemática para despertar nos alunos o interesse pelo estudo das ciências, fazendo com que eles percebam as relações existentes entre os conteúdos estudados por ambas, por meio da implementação de atividades de MM; proporcionar aos estudantes situações de aprendizagem que os estimulem a pensar, a questionar, a estabelecer as conexões entre a observação do mundo real que os cercam e conceitos ensinados em sala de aula; e realizar experimentos, observações e simulações, como forma de conhecer e compreender melhor fenômenos que ocorrem na natureza (mais especificamente no campo de estudos astronômicos).

Desse modo, esse trabalho objetiva investigar: 1. De que forma o ambiente de MM contextualizado na Astronomia contribuiu para uma aprendizagem

significativa; 2. Se o estudo da Astronomia, por meio da interdisciplinaridade com a Matemática, fomentou nos alunos o interesse pelo estudo das ciências; 3. Se o contato com a história da Astronomia, a observação dos astros e os estudos relacionados a eles, junto com a Matemática, aguçou a curiosidade dos alunos, estimulando o interesse e efetiva aprendizagem.

Pautado em uma pesquisa bibliográfica e na implementação de atividades, o nosso estudo buscou estudar as potencialidades e limitações da aplicação de sequências didáticas, utilizando o ambiente de MM e temas da Astronomia. Com isso, visamos favorecer o ensino e a aprendizagem dessas ciências, bem como permitir que o aluno assumisse uma postura protagonista, tornando o conteúdo estudado mais interessante e provocando neles a observação atenta do mundo, com o desenvolvimento de percepções até então desconhecidas.

Segundo Gleiser (2000) “Não existe nada mais fascinante no aprendizado da ciência do que vê-la em ação. Mais importante ainda é levar os alunos para fora da sala de aula, fazê-los observar o mundo através dos olhos de um cientista aprendiz” (p. 4). Desta forma, buscamos, também, uma maior interação entre os alunos e o objeto de aprendizagem, assim como entre os alunos, o professor e o estudo das ciências. Acreditamos que ensinar envolve o estabelecimento de uma série de relações – por parte do aluno e das representações pessoais acerca do objeto de aprendizagem (ZABALA, 1998). Dessa forma, cada pessoa apresentará um resultado diferente, legitimando a utilização de uma diversidade de estratégias na estruturação das suas práticas educacionais (ZABALA, 1998).

No que concerne à estrutura, essa dissertação está segmentada em mais seis tópicos (além da Introdução). No tópico dois fazemos um breve relato da minha experiência pessoal com a MM como prática pedagógica; no tópico três tratamos da fundamentação teórica do trabalho, no qual citamos pesquisadores que referenciaram o desenvolvimento do nosso estudo; no tópico quatro abordamos os procedimentos metodológicos para desenvolvimento desta pesquisa; no tópico cinco apresentamos os resultados obtidos na pesquisa; no tópico seis discutimos os referidos resultados; por fim, no tópico sete, procuramos responder à nossa questão de pesquisa, analisando os resultados obtidos durante as atividades, à luz das teorias que deram suporte a nossa investigação.

1 CONTATO COM A MODELAGEM MATEMÁTICA: RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA PESSOAL¹

Em minha prática docente, sempre busquei trazer elementos dinâmicos e formas diferentes de ensinar a Matemática, a fim de oportunizar ao aluno uma maneira mais interessante e prazerosa de aprender. Perceber e ouvir relatos de que aprender Matemática é chato, sem funcionalidade e, principalmente, que a Matemática é para poucos (os “inteligentes”), sempre me incomodou bastante. E, nessa incessante busca, descobri a Modelagem Matemática.

Meu primeiro contato com a MM como metodologia de ensino potencializadora de aprendizagens aconteceu no ano de 2013, quando participei de um curso de extensão promovido pelo Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), na Bahia. O curso tinha como público-alvo professores da Educação Básica, e buscava difundir a MM como uma metodologia capaz de criar um ambiente de aprendizagem significativa. Dessa forma, o curso pretendia inserir, nas escolas, por meio dos professores participantes, que se tornariam multiplicadores, essa nova proposta de ensino.

Durante esse curso, elaborei e apliquei, em uma das turmas do 3º ano do Ensino Médio, uma atividade de MM: foi a minha primeira experiência na implementação de atividades desse tipo. A atividade foi acompanhada por uma das coordenadoras do curso de extensão, que posteriormente utilizou os dados coletados durante a observação das aulas na sua dissertação de mestrado. A atividade tinha como tema a reciclagem. Na etapa de pesquisa desenvolvida pelos alunos, eles fizeram um estudo sobre a quantidade diária, semanal e mensal, medidas em quilogramas, de todo o lixo produzido na escola, e quanto desse lixo poderia ser reciclado. Pesquisaram, também, o valor comercial pago por um quilo de cada tipo de material (papel, plástico e alumínio, por exemplo) descartado no lixo da escola, para calcular – caso esta parte reciclável fosse vendida – a quantia, em reais, que seria arrecadada como recurso para a própria

¹ Esta seção será escrita na primeira pessoa do singular, representando a experiência pessoal da pesquisadora.

escola. Pesaram diariamente o lixo total e parcial de cada material, e fizeram planilhas e gráficos. Foi uma atividade muito interessante para toda a comunidade escolar. O resultado com a atividade impactou de forma tão positiva entre os alunos e professores, que, posteriormente, foi ampliada como projeto interdisciplinar envolvendo todos os componentes curriculares.

Depois de concluído o curso, fui convidada para participar do Grupo Colaborativo em Modelagem Matemática (GCMM). Passei, então, a integrar o GCMM, participando das reuniões semanais e aplicando as atividades de MM com os meus alunos da educação básica. No GCMM, as tarefas de MM eram elaboradas coletivamente, implementadas por alguns professores. Depois, as experiências eram socializadas para análise dos aspectos positivos e dificuldades encontradas. E, por fim, após efetuados os ajustes, a tarefa era disponibilizada no blog COMMa (Colaboração Online em Modelagem Matemática). O GCMM esteve certificado como projeto de extensão pela Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS, 2007) até maio de 2015. Atualmente, o grupo continua reunindo-se nas escolas dos professores participantes, sem vínculo institucional com a UEFS. A minha identificação com a metodologia foi tamanha, e as primeiras experiências foram tão marcantes, que, desde então, passei a utilizar a MM como ambiente de aprendizagem frequente em minha prática pedagógica, buscando atingir o objetivo de estimular o aluno a ser agente ativo na construção do seu conhecimento.

Segundo Barbosa (2003), muitos são os argumentos que justificam a escolha do professor em utilizar a MM como ambiente de aprendizagem. Dentre eles, cinco merecem destaque, a saber: motivação, facilitação de aprendizagem, preparação para utilizar a Matemática em diferentes áreas, desenvolvimentos de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sociocultural da Matemática (ibidem, 2003). Dentre esses argumentos citados pelo autor (2003), o que mais me inspira na utilização da MM, em sala de aula, é a motivação dos alunos. É muito prazeroso, para mim, como educadora, perceber que o meu aluno gosta da aula, que ele tem vontade de aprender cada vez mais, e, principalmente, que ele entende o conteúdo e consegue vislumbrar as suas aplicações na sua vida cotidiana. A MM em sala de aula é uma forma de ensinar que potencializa as aprendizagens, possibilitando ao aluno sair do lugar de mero espectador passivo

e assumir a condição de participante ativo no processo de aquisição do conhecimento. Conforme afirma Barbosa (2004):

[...] o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo (p. 75).

Com o amadurecimento adquirido na aplicação de atividades de MM, entendo que é pertinente utilizar os fenômenos astronômicos que fazem parte do cotidiano de todos e que podem ser observados sem auxílio de equipamentos técnicos específicos para promover aprendizagens nas duas ciências. Dessa forma, oportunizando aos estudantes a aquisição de conhecimento científico, de repertório na Astronomia e consolidação de competências matemáticas.

Dentre os muitos fenômenos astronômicos que podem ser estudados nessa perspectiva de interdisciplinaridade, e considerando aqueles que têm relação mais próxima com os conhecimentos da etapa de escolarização e com os subsunçores já adquiridos pelos estudantes que fazem parte da minha pesquisa, destaco: as fases da lua; as variações das marés; o movimento diurno do Sol, que está relacionado à sua declinação e à latitude do lugar onde é observado, sendo um reflexo do movimento de rotação da Terra²; as estações do ano que acontecem pela translação da Terra em torno do Sol e pela inclinação do plano orbital do nosso planeta em relação ao equador.

² O movimento de rotação da Terra é de oeste para leste, enquanto o movimento aparente do Sol ocorre de leste pra oeste com inclinação de 23°27' em relação ao equador celeste.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O estudo dos astros – ou seja, a Astronomia - foi a atividade que abriu as portas do mundo da ciência para os seres humanos [...] não é difícil perceber como essa sofisticada capacidade de estabelecer hipóteses de causa e efeito levou ao início das especulações científicas, estimuladas pela observação sistemática do céu.

Salvador Nogueira

2.1 Ensino de Matemática Aplicado à Astronomia: Aspectos Gerais

A Astronomia e a Matemática são ciências que ao longo da história da humanidade colaboraram para o desenvolvimento da sociedade e dos avanços científicos. Sempre caminharam juntas, cada uma com as suas particularidades. Até hoje, a Astronomia está fortemente relacionada à Matemática, haja vista que a partir da observação dos corpos celestes surgiram diversos conceitos matemáticos, principalmente na área de Geometria e na de Álgebra. Por sua vez, a Matemática e a Física, dentre outras, colaboraram para que grandes avanços fossem feitos no estudo dos astros. Como afirma Mourão (2016):

Com efeito, a astronomia foi, até o advento do primeiro satélite artificial, uma ciência de observação. A ela coube a descoberta, mas não a dedução de leis, que permitiram ao homem, mesmo no estágio mais primitivo da História, desenvolver um método científico na sua expressão mais autêntica – a indução. Hoje, a astronomia contemporânea se caracteriza por um desenvolvimento espetacular da astronomia espacial, que surge com os primeiros satélites artificiais, numa sequência de sucessos da tecnologia (p. 119).

Sabemos que o homem não olha mais para o céu como em outros tempos, de forma romântica, mas nem por isso a Astronomia deixou de fazer parte da sua vida. Ela, assim como a Matemática, está presente em nosso cotidiano em praticamente tudo que nos cerca. O estudo da Astronomia possibilitou, ao longo da história, grandes revoluções nos saberes, nas concepções e no progresso da

humanidade. Até os dias atuais, a Astronomia ainda tem uma condição potencializadora de aprendizagens, não só de seus conceitos e conteúdos, mas sendo ponte de acesso e motivação para o desenvolvimento de estudo de outras ciências, tais como: Matemática, Física, Química, Biologia, História, Filosofia, Geografia, Artes. De acordo com o Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE, 2003):

O desenvolvimento da escrita e, posteriormente, o da Matemática, foram essenciais para o crescimento cultural e científico das primeiras civilizações, inclusive no campo da Astronomia. Certamente, a Astronomia é uma das ciências mais antigas da Humanidade. Nas civilizações antigas, o homem ainda continuava a associar divindades aos fenômenos naturais (astronômicos ou não). Os homens pré-histórico e antigo buscavam encontrar explicações mitológicas para vários fenômenos celestes observados, entre os quais: os dias, as noites, os eclipses da Lua e do Sol, as fases da Lua, o deslocamento dos planetas por entre as estrelas, os cometas e as estrelas cadentes. Além do mais, nossos antepassados buscavam associar os fenômenos celestes aos terrestres e vice-versa (p. 10).

No entanto, alguns estudos – como Bretones e Compiani (2001), e Langui e Nardi (2010, 2014) – apresentam resultados que mostram o ensino da Astronomia no Ensino Fundamental no Brasil ainda como insuficiente. Segundo Langhi e Nardi (2014, p. 3), “o ensino da Astronomia na Educação Básica ainda parece escasso no Brasil, constituindo-se basicamente de episódios isolados e esforços pontuais”. Essa realidade também perpassa pela relação entre a Astronomia e a Matemática, que tem sido pouco explorada nas escolas da Educação Básica do Brasil e, conseqüentemente, os educandos desconhecem conceitos básicos e eventos comuns estudados e explicados por estas ciências (LONGHINI, 2014).

O cenário descrito é uma consequência do fato de o ensino da Astronomia, de forma direta ou transversal, ter sido negligenciado por anos a fio nos currículos escolares. Com objetivo de mudar essa realidade, o Ministério da Educação e Cultura (MEC) tem incentivado o ensino da Astronomia no país, por meio de uma reforma educacional iniciada nos últimos anos do século passado com Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997). Essa reforma passou, então, a orientar toda a rede de ensino da Educação Básica, incluindo a inserção de

conteúdos de Astronomia na área de Ciências Naturais, particularmente no eixo temático “Terra e Universo” (um dos quatro da área). Segundo Langhi e Nardi (2010):

[...] o eixo Terra e Universo, revisado nos PCN, propõe estudos que permitam ao aluno reconhecer a Terra como componente do Sistema Solar e compreender as interações do nosso planeta com o sistema, devendo o professor abordar temas sobre a matéria, energia e vida na Terra. Esta publicação sugere os seguintes fatos, conceitos, procedimentos e atitudes a serem desenvolvidos no eixo temático Terra e Universo: observação direta, busca e organização de informações sobre a duração do dia em diferentes épocas do ano e sobre os horários de nascimento e ocaso do Sol, da Lua e das estrelas ao longo do tempo, reconhecendo a natureza cíclica desses eventos e associando-os a ciclos dos seres vivos e ao calendário; busca e organização de informações sobre cometas, planetas e satélites do Sistema Solar e outros corpos celestes, para elaborar uma concepção de Universo; estabelecimento de relação entre os diferentes períodos iluminados do dia e as estações do ano, mediante observação direta local e interpretação de informações sobre esse fato em diferentes regiões terrestres, para compreensão do modelo heliocêntrico; valorização dos conhecimentos de povos antigos para explicar os fenômenos celestes; valorização do conhecimento historicamente acumulado, considerando o papel de novas tecnologias e o embate de ideias nos principais eventos da história da Astronomia até os dias de hoje; caracterização da constituição da Terra e das condições existentes para a presença de vida (p. 208).

Vale ressaltar, no entanto, que os PCN não têm uma obrigatoriedade legal, pois eles apresentam propostas detalhadas de conteúdos, conhecimentos, procedimentos, valores e atitudes que podem ou não ser adotados; diferente do que acontece com as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN), que são exigências pautadas na Constituição Federal, conforme os artigos 22 e 210 (BRASIL, 1988). Nesse contexto, vários estudos vêm sendo desenvolvidos no Brasil com intuito de melhorar a qualidade do ensino de ciências no nível do Ensino Fundamental (CASTRO, 2009), assim como várias pesquisas foram e estão sendo realizadas com enfoque na inserção mais efetiva de conteúdos de Astronomia no currículo da Educação Básica (ibidem, 2009).

Para Tignanelli (1998), os principais conteúdos de Astronomia que deveriam estar presentes no Ensino Fundamental são os relacionados aos fenômenos cotidianos observáveis e os que dão conta do tipo de universo que habitamos e das

leis que os regem: céu e planeta, luz e estrela, nascer e ocaso, dia e noite, órbita, planeta e satélite, dia e noite lunar, fases lunares, manchas solares. Nesses conteúdos, estariam implícitos alguns conceitos, como o movimento relativo, a medida do tempo e as dimensões. Tais fenômenos, em sua maioria, são passíveis de ser observados sem necessidade de um instrumento especial, como um telescópio, por exemplo.

Sintetizando os conteúdos de Astronomia no Ensino Fundamental, Costa e Gómez (1989) lembram que eles poderiam limitar-se a uma simples percepção dos objetos visíveis mais notáveis, como: estrelas e suas mudanças de posição, incluindo o uso de mapas celestes e planisférios para o estudo mais sistemático de constelações e reconhecimento de planetas; sistema Sol-Terra-Lua e seus movimentos, ocasionando fenômenos como o dia, a noite, as estações do ano, fases e eclipses; e, por último, noções básicas sobre a constituição do Universo em grande escala, apenas como fator de motivação para as crianças (LANGHI; NARDI, 2010).

Pesquisadores apontam a falta de formação inicial dos professores como um agravante para o ensino de Astronomia no Brasil acontecer de forma tão incipiente (BRETONES; COMPIANI, 2001; LANGHI; NARDI, 2010, 2014). Até o ano de 2021, todas as escolas da Educação Básica do país terão que se adequar às novas propostas educacionais apresentadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento normativo que norteará a educação brasileira pelos próximos anos, e que se encontra embasada na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996). A BNCC (BRASIL, 2017) indica as aprendizagens essenciais que os alunos devem desenvolver no decorrer dos níveis e modalidades da Educação Básica, propondo os conhecimentos e competências que todo estudante, nesse nível de escolaridade, deve garantir. Segundo esse documento, as três unidades temáticas que devem ser estudadas ao longo de todo o Ensino Fundamental são: *Matéria e Energia; Vida e Evolução; e Terra e Universo.*

Na temática *Terra e Universo*, a proposta é que os alunos estudem sobre as características da Terra, do Sol, da Lua, bem como de outros corpos celestes. Eles devem compreender as dimensões, composição, localização, movimentos e interação desses astros que se encontram no espaço sideral. Com o intuito de atingir esse objetivo, além das atividades desenvolvidas em sala de aula, os alunos

devem observar também o céu, percebendo os fenômenos naturais, tais como: as fases da Lua, o período de iluminação em cada estação do ano e, dessa forma, confrontar suas primeiras concepções, de senso comum, com dados e informações científicas. É relevante que os alunos percebam a construção histórica de conceitos astronômicos relacionados aos conhecimentos construídos em diferentes culturas sobre os astros, a Terra e a Lua.

Sobre essa discussão, a BNCC (BRASIL, 2017) diz que:

[...] a intenção é aguçar ainda mais a curiosidade das crianças pelos fenômenos naturais e desenvolver o pensamento espacial a partir das experiências cotidianas de observação do céu e dos fenômenos a elas relacionados. A sistematização dessas observações e o uso adequado dos sistemas de referência permitem a identificação de fenômenos e regularidades que deram à humanidade, em diferentes culturas, maior autonomia na regulação da agricultura, na conquista de novos espaços, na construção de calendários etc. (p. 280).

A BNCC (BRASIL, 2017) ressalta ainda a importância dos professores oportunizarem aos alunos adquirirem a compreensão da composição, organização e funcionamento do nosso Sistema Solar, em um contexto histórico no qual o geocentrismo e o heliocentrismo destacam-se como modelos, influenciados por aspectos sociais e religiosos. Para tanto, devem utilizar simulações e construção de modelos explicativos, objetivando que os adolescentes compreendam a evolução desses conceitos. Dessa forma,

[...] privilegia-se, com base em modelos, a explicação de vários fenômenos envolvendo os astros Terra, Lua e Sol, de modo a fundamentar a compreensão da controvérsia histórica entre as visões geocêntrica e heliocêntrica (BRASIL, 2017, p. 280).

Segundo Longhini (2014), “a escola é um espaço educativo por excelência e, nela, a Astronomia não pode ser deixada de lado, pois se trata de um estudo que deixa como legado às futuras gerações o conhecimento elaborado e o encantamento sentido por tantos povos, ao contemplarem o céu, no decorrer dos tempos” (p. 13). Essa ideia também é defendida por Langhi e Nardi (2014), em uma síntese de vários artigos publicados em revistas científicas brasileiras, quando

afirmam:

[...] apresento as seguintes justificativas para importância do ensino de temas de Astronomia na educação básica e na formação inicial e continuada de professores: ela contribui para uma visão de conhecimento científico enquanto processo de construção histórica e filosófica; representa um exemplo claro de que a ciência e a tecnologia não estão distantes da sociedade; desperta a curiosidade e a motivação nos alunos e nas pessoas em geral; potencializa um trabalho docente voltado para a elaboração e aplicação autônoma de atividades práticas contextualizadas, muitas destas sob a necessidade obrigatória de uma abordagem de execução tridimensional que contribua para a compreensão de determinados fenômenos celestes [...] pois a compreensão das dimensões do universo em que vivemos proporciona o desenvolvimento de aspectos exclusivos da mente humana, tais como fascínio, admiração, curiosidade, contemplação e motivação; é altamente interdisciplinar; sua educação e popularização (p. 13).

A educação ganha importância quando o estudante apropria-se não apenas dos conteúdos específicos de cada disciplina, mas, principalmente, da consciência do seu papel de aprendiz construtor do conhecimento numa constante prática dialógica. D'Ambrósio (2009) aconselha que "cada aula deve ser uma oportunidade única de se ouvir o que não está nos livros, o que não está gravado em áudio ou em vídeo e que não é repetido" (p. 100). Do mesmo modo, entendemos que desde as séries iniciais devemos propiciar um ambiente que estimule a criatividade dos estudantes, possibilitando a criação de pensamentos originais, que os auxiliem no enfrentamento e busca de solução para problemas do cotidiano; bem como de compreensão do mundo que os cerca. Nesta perspectiva, a MM em sala de aula oferece condições sob as quais os educandos são convidados a atuarem ativamente na construção do conhecimento, por meio da observação, problematização e das inter-relações estabelecidas com situações reais; para além disso, a MM estabelece diálogo com saberes de outras disciplinas.

Diante de um cenário de negligência do ensino da Astronomia na Educação Básica, no Ensino Fundamental e nas escolas do Brasil em geral, percebemos que o estudo da Astronomia pode ser dinamizado no contexto escolar por meio da Modelagem Matemática (MM), favorecendo a aprendizagem para que ela aconteça de forma contextualizada e significativa, contribuindo também para um trabalho interdisciplinar que possibilite ao aluno a capacidade de fazer leituras da realidade

em que vive (LONGHINI, 2014). Segundo Biembengut e Hein (2009) “a Modelagem Matemática não é uma ideia nova. Sua essência sempre esteve presente na criação das teorias científicas e, em especial, na criação das teorias Matemáticas” (p. 15).

A MM é inerente a toda atividade humana, mesmo que não haja a intencionalidade. Segundo D'Ambrósio (2005), as pessoas estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando e generalizando a todo instante. Inferem, pois, e avaliam os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura. Assim, a Matemática possibilita a Modelagem de eventos observados na vida real, contribuindo para a descoberta, a quantificação e a sistematização de padrões, como as quatro estações, os meses do ano e as horas do dia (BASSANEZI, 2009). De forma análoga, pois, os alunos entenderão que os assuntos envolvendo Astronomia estão por toda parte: no nascer ao por do Sol, nas estações do ano, nas festas (natal e páscoa, entre outras), no calendário, no clima, no movimento real e aparente dos corpos celestes no céu noturno (MOURÃO, 2016).

Segundo Barbosa (2009), a Modelagem corresponde, aqui, a um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade, nas ciências ou em ambientes de trabalho. O autor (2009) apresenta diferentes possibilidades de desenvolvimento de atividades intencionais (tarefas), as quais denominam de casos³.

Segundo Burak (1992), no processo da MM, os problemas apresentam características distintas dos problemas apresentados na maioria dos livros-textos, uma vez que se trata de consequências da coleta dos dados, de natureza qualitativa ou quantitativa, provenientes da pesquisa exploratória. Entendemos, nesse contexto, pesquisa exploratória como a busca do conhecimento das diferentes dimensões ou aspectos envolvidos na realidade depois da escolha do tema gerador. Dessa forma, o aluno torna-se pesquisador, uma vez que vai em busca de mais informações a fim de agregar elementos para ajudá-lo na resolução do problema, assim, essa pesquisa extrapola os conhecimentos dos conteúdos matemáticos. Neste momento, também a interdisciplinaridade se faz presente, permitindo o contato e estudo de

³ No caso 1, o professor apresenta um problema com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos, juntamente com o professor, resolvê-lo. No caso 2, o professor apresenta o problema e compartilha com os alunos a coleta dos dados e a resolução do problema. Já no caso 3, os alunos formulam o problema, coletam os dados e os resolvem, cabendo ao professor orientá-los durante todo o processo.

outros assuntos e aspectos de outras ciências. Nessa perspectiva, a MM rompe com a forma tradicional de se trabalhar a Matemática em sala de aula, dando sentido e significado em cada conteúdo usado na busca da solução do problema.

As tarefas de MM e as SD apresentam estreita relação. A Sequência Didática possibilita a organização das tarefas e o encadeamento dos passos e etapas ligadas entre si para tornar mais eficiente o processo de aprendizagem. Segundo Zabala, (1998) SD são “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos” (p. 18). As SD contribuem para consolidação de conhecimentos, embora ela não deva ser confundida com plano de aula ou projeto: há uma intencionalidade maior (ibidem, 1998).

Uma SD deve ser pensada e organizada de forma a permitir que a aprendizagem aconteça de forma processual e progressiva, partindo de atividades que acionem conceitos mais simples até chegar às atividades com abordagem de conceitos mais complexos (ibidem, 1998). Ao organizar a SD, o professor poderá incluir atividades diversas como leitura, pesquisa individual ou coletiva, aula dialogada, produções textuais e aulas práticas, visando trabalhar um conteúdo específico ou um tema (BRASIL, 2012).

Embasado nas premissas até aqui explanadas, este referencial teórico foi utilizado na condução da pesquisa para responder à pergunta inicial, que foi a sua geradora. De acordo com Langhi (2004), ao longo do tempo várias áreas do conhecimento foram alimentadas com informações e inspirações decorrentes da Astronomia: a Física, a Sociologia, a Química, a Biologia, a História, a Geografia, a Navegação, a Filosofia, a Música, a Poesia, a Literatura e muitas outras. Dessa forma, acreditamos ser possível afirmar que a Astronomia tem, potencialmente, um caráter que possibilita desenvolver, no ensino, um trabalho interdisciplinar.

2.2 A Modelagem Matemática e a Execução das Tarefas

A modelagem é tão antiga como a própria Matemática, surgindo de aplicações na rotina diária dos povos antigos.

Maria Biembengut e Nelson Hein

2.2.1 Abordagem geral

O processo de produzir conhecimentos dos seres humanos é permeado pela chamada Matemática utilitária. Nesse processo evolutivo, elaboraram-se os primeiros modelos matemáticos para melhor compreender o meio ambiente que os seres humanos viviam e solucionar os problemas do cotidiano que as sociedades enfrentavam. Podemos citar, por exemplo, os babilônios que desenvolveram muitos conhecimentos de Astronomia e tornaram-se matemáticos, obtendo os modelos matemáticos dos movimentos dos corpos celestes.

Embora a ideia de MM acompanhe a própria História da Matemática, a expressão, em seu conceito moderno, surgiu durante o renascimento, principalmente após Galileu criar o novo método científico, combinando experimentação e teorização matemática. Já a ideia de modelo matemático, segundo Lima Filho (2008), “vem sendo amplamente usada por engenheiros, físicos, estatísticos e economistas desde a década de 1940, pelo menos” (p. 15). Assim, com o crescente interesse dos matemáticos profissionais na Matemática Aplicada, os modelos ganharam mais precisão e confiabilidade, passando a ser essenciais nas estruturas das ciências ditas não exatas. Bassanezi (2009) acrescenta ainda que “a importância do modelo matemático consiste em se ter uma linguagem concisa que expressa nossas ideias de maneira clara e sem ambiguidade” (p. 20).

Nessa perspectiva, Boyer (1993) descreve as importantes contribuições feitas por muitos pesquisadores, dentre eles Isaac Newton. Eles trabalharam com conceitos que podemos definir como MM, uma vez que encontraram equações que descreviam situações presentes em seu cotidiano, utilizavam a Matemática formal e todas as suas relações como instrumento para a leitura do mundo. Na época, Newton relacionou conceitos, como o de derivadas, para a explicação de fenômenos da natureza a partir de conceitos matemáticos. Ele denominava x de “fluente”, a sua derivada de “fluxo” de x e um pequeno incremento que um fluente, x , sofre num

pequeno intervalo de tempo, δ , e era denominado por um “momento” do fluente (ibidem, 1993).

A Matemática formal foi sendo usada como um instrumento para a leitura do mundo, os fundamentos foram sendo criados para o que conhecemos hoje como formalização em Matemática. Do ponto de vista da Matemática aplicada, o modelo matemático é eficiente se descreve uma porção da realidade investigada, fazendo uma representação dela. Dentre os muitos exemplos que podemos citar de problemas que a humanidade enfrentou e foram investigados por modelos matemáticos usados com rigor, trazemos as afirmações de Biembengut (1990), da antiga noção de saber quando o Sol estava visível ao povo egípcio, com a duração de 365 e 1/4 dias para um ano solar; e das regras para nova medição de terra, que surgiram da necessidade, após a inundação em determinado período do Rio Nilo.

2.2.2 Modelagem Matemática no Brasil

No Brasil, os primeiros trabalhos envolvendo MM e Educação surgiram na década de 1970, sendo pioneiros os professores: Aristides Camargo Barreto, da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro; Ubiratan D'Ambrósio, um dos representantes brasileiros em Educação Matemática; e Rodney Carlos Bassanezi, da Universidade de Campinas. A forma imparcial como o processo de Modelagem promove a Matemática e as diversas formas de se construir ciência chamou a atenção desses e de diversos educadores. A partir daí, a MM ganha proporções maiores como estratégia de ensino e aprendizagem. Em 2001, a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) cria o Grupo de Trabalho (GT) de MM.

Em Blumenau (SC), a professora Maria Salete Biembengut funda, em 2006, o Centro de Referência de MM no Ensino (CREMM). Em 2007, o GT10 reuniu diversos artigos sobre Modelação Matemática e os publicou em um livro intitulado *Modelagem Matemática na Educação Matemática: Pesquisas e Práticas Educacionais*. A obra apresenta a MM de diversas maneiras e em diversas situações, fazendo emergir, de certa forma, quatro grandes áreas de concentração ou, em outras palavras, as tendências da MM no ensino.

Existem diferentes concepções que norteiam o trabalho e a pesquisa de MM no contexto da Educação Matemática: alguns autores denominam de metodologia,

outros de ambiente de aprendizagem. Existe, também, aqueles que a denominam como tentativa pedagógica, atribuindo a potencialidade de educar matematicamente. Biembengut e Hein (2009), por exemplo, nomeiam como Modelação, termo utilizado em Portugal para designar a Modelagem praticada no ensino e aprendizagem de Matemática. No Brasil, porém, prevaleceu o termo Modelagem, por ser considerado como um abuso de linguagem (BARBOSA, 2001).

Modelagem pode ser definida em termos dos propósitos e interesses subjacentes à sua implementação, conduzindo a implicações conceituais e curriculares. Kaiser-Messmer (1991) aponta duas visões gerais que predominam nas discussões internacionais sobre Modelagem: a pragmática e a científica. A corrente pragmática argumenta que o currículo deve ser organizado em torno das aplicações, removendo os conteúdos matemáticos que não são aplicáveis em áreas não-Matemáticas. Os tópicos matemáticos ensinados na escola devem ser aqueles que são úteis para sociedade (ibidem, 1991). A ênfase, aqui, é colocada no processo de resolução de problemas aplicados, focalizando o processo de construção de modelos matemáticos. A corrente científica, por sua vez, busca estabelecer relações com outras áreas a partir da própria Matemática. Ela considera a ciência Matemática e sua estrutura como um guia indispensável para ensinar Matemática, a qual não pode ser abandonada (ibidem, 1991). Modelagem, para os “científicos”, é vista como uma forma de introduzir novos conceitos. Em suma, a corrente pragmática volta-se para aspectos externos da Matemática, enquanto a científica, para os internos. O foco permanece, portanto, na Matemática e sua capacidade de resolver problemas de outras áreas (BARBOSA, 2001).

Como podemos evidenciar, a Modelagem Matemática apresenta uma multiplicidade de conceituações. Concordando que “a Modelagem Matemática é muito rica para ficar restrita a uma única forma de concebê-la” (BURAK, 1987, p. 59), descrevemos, no quadro abaixo (Quadro 1), algumas concepções de Modelagem assumidas por pesquisadores selecionados da comunidade brasileira de educadores matemáticos, considerando suas experiências vivenciadas.

Quadro 1 - Resumo das conceituações de Modelagem Matemática

AUTORES PESQUISADORES	CONCEITUAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA
Almeida; Tortola; Merli (2012, p. 217)	“A Modelagem Matemática visa propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos. O modelo matemático, neste caso, é o que dá forma à solução do problema e a Modelagem Matemática é a atividade de busca por esta solução”.
Bassanezi (2009, p. 16)	“A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.
Biembengut; Hein (2009, p. 12)	“A Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa ótica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de Matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas”.
Barbosa (2001)	“Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”.
Burak; Soistak (2005, p. 3)	“A Modelagem Matemática, busca relacionar os conhecimentos práticos do aluno, do seu cotidiano com conhecimentos matemáticos”.
Chaves (2005, p. 25)	“Considero Modelagem Matemática como um processo que traduz ou que organiza situações problema provenientes do cotidiano ou de outras áreas do conhecimento, também dita situação real, segundo a linguagem simbólica da Matemática, fazendo aparecer um conjunto de modelos matemáticos ou de relações Matemáticas que procura representar ou organizar a situação/problema proposta, com vistas a compreendê-la ou solucioná-la”.
Rosa; Reis; Orey (2012, p. 179)	“A Modelagem Matemática pode ser considerada como um ambiente de aprendizagem no qual se propõe a utilização de uma metodologia pedagógica que envolve a obtenção de um modelo que tem por objetivo descrever matematicamente um fenômeno da nossa realidade para tentar compreendê-lo, entendê-lo e estudá-lo, criando hipóteses e produzindo reflexões crítica sobre tais fenômenos”.

Fonte: Almeida; Tortola; Merli (2012, p. 217), Bassanezi (2009, p.16), Biembengut; Hein (2009, p. 12), Barbosa (2001), Burak; Soistak (2005, p. 3), Chaves (2005, p. 25), Rosa; Reis; Orey (2012, p. 179).

Barbosa (2001) menciona a perspectiva sociocrítica, na qual as atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a Matemática desenvolve na sociedade contemporânea. Dessa forma, Matemática e Modelagem não constituem fins, mas meios cuja finalidade é questionar a realidade vivida, e acreditamos que mais que questionar, o processo de Modelagem permite entender a realidade.

2.2.3 Modelagem Matemática na sala de aula

Não faz sentido ensinar sem estabelecer relações verdadeiras com o cotidiano do aluno. Nessa perspectiva, apresentamos a MM como uma das possibilidades de trabalhar os conteúdos de Matemática de forma contextualizada, buscando oferecer significado ao que os educandos aprendem. Acreditamos que essa forma de ensinar é capaz de trazer, para a sala de aula, resoluções de problemas realmente vivenciados ou observados pelos alunos. Concomitantemente, ela permite a eles a oportunidade de pesquisar e ampliar os horizontes do saber, além de aprenderem assuntos relacionados ao problema levantado que vão além da Matemática.

Diversos autores propõem intervenções em salas de aula por meio da inclusão da MM nas propostas de ensino. Para Bassanezi (2009), trabalhar com Modelagem no ensino não é uma mera questão de ampliação do conhecimento matemático, mas, sobretudo, de se estruturar a maneira de pensar e agir do aluno. Espera-se que, durante o processo de Modelagem, educandos e professor adquiram e desenvolvam o senso crítico, ou seja, uma forma de cidadania baseada na análise e reflexão antes de quaisquer conclusões. O processo de pesquisa no ensino e aprendizagem deve ser formulado para dar experiência aos modeladores (no caso, professor e alunos). O autor (2009) afirma, ainda, que o aspecto do aprendido é importante, uma vez que valoriza diversas maneiras de resolver problemas, que é uma das mais altas formas do desenvolvimento intelectual para todos os indivíduos. Nessa perspectiva, a Modelagem no ensino constitui uma estratégia de aprendizagem em que "o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo etapas nas quais o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado" (BASSANEZI, 2009, p. 38).

Segundo Barbosa (2009), com relação à linguagem Matemática, o controle das ações na atividade de MM na sala de aula não é tão rígido quanto àquele exigido em relação ao modelador profissional. Em relação à concepção de “Matemática”, o autor afirma que a utilização da expressão “referência na realidade” sugere uma diferença em relação à expressão “mundo real”, ou seja, quando utiliza referência, na realidade está concebendo a Matemática como parte da realidade. Contudo, por compreender que essa nomenclatura pode gerar uma dificuldade filosófica de compreensão, as expressões “situações do dia a dia” e “do mundo do trabalho e das ciências” vêm sendo mais adotadas ultimamente.

Em relação às diferentes maneiras de conceber a MM no cenário nacional, Barbosa (2009) afirma que, mais importante que entender o que é MM, é o professor compreender o que acontece quando esta é implementada na sala de aula. O autor ressalta que, mais importante do que entender MM como uma metodologia – ou qualquer outra concepção – é entender os propósitos educacionais que ela apresenta (ibidem, 2009).

Quanto ao modelo matemático, Barbosa (2009) concebe-o como qualquer representação matemática em uma dada situação em estudo. No entanto, o autor ressalta que, na sala de aula, o importante nas atividades de MM não é chegar a um modelo matemático, mas sim ao processo de investigação por meio da Matemática. Isso significa que, ao conceber MM como ambiente de aprendizagem em termos de convite para a investigação, há o aceite do convite pelos estudantes, e a subsequente investigação utilizando Matemática, mesmo não chegando a uma sistematização de modelo formal. Isso ocorre porque o ambiente de aprendizagem está instaurado em termos do convite proposto pelo professor, e a forma como os alunos respondem pode ser diversa (ibidem, 2009).

Por vezes, há um desconhecimento a respeito da diferenciação entre modelo matemático e MM. Em termos gerais, o modelo é o resultado ou produto da atividade de sua construção, e a Modelagem é o processo de criação do modelo. Para Araújo (2002) “modelo é uma representação simplificada de uma situação concreta feita com o objetivo de compreender a situação e prever suas configurações futuras ou de situações semelhantes” (p. 12-13).

Para uma melhor compreensão, trazemos aqui algumas ideias a respeito do que é um modelo matemático e do que é MM, para exemplificar como esses termos foram compreendidos em antecedência à sua transposição à sala de aula. Se buscarmos entre as primeiras incidências registradas de modelos matemáticos, recairemos a milênios. No domínio específico da Matemática, por exemplo, entre a primeira metade do Século VI a. C. e o início do Século V a. C, o matemático e filósofo grego Pitágoras – e os seus discípulos pitagóricos – comprovaram a relação entre os comprimentos dos catetos (a e b) e a hipotenusa (c) de um triângulo retângulo ($a^2 + b^2 = c^2$), o Teorema de Pitágoras, que até hoje serve de modelo para alguns cálculos geométricos. Podemos trazer aqui, também, o estudo matemático-físico realizado pelo italiano Galileu Galilei, no Século XVII, referente à queda dos corpos que, fundamentado em experimentos e pensamentos, construiu o modelo $s = ct^2$, que relaciona a distância (s), e a queda, em termos do tempo (t) percorrido.

Um modelo matemático, segundo Bassanezi (2009), é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam, de forma simplificada, uma parte da realidade. Ao buscarmos definições de “modelo” do dicionário Aurélio, encontramos que a palavra significa “a representação em pequena escala de algo que se pretende reproduzir em grande”; “pessoa ou coisa que serve de exemplo ou norma” (FERREIRA, 2004). Partindo dessa ótica, a Modelagem pode ser entendida como o processo de criação do exemplar, que servirá para estudar determinada situação. Já para a ideia de MM, o ato de modelar – ou “ato de criação do modelo” – pode ser entendido como “uma atividade de formular estratégias e argumentos a respeito de uma situação e formalizá-los sob a forma de um sistema matemático que permita uma interpretação ou compreensão a respeito da situação” (BUENO, 2011, p.8).

O nosso interesse, nesse trabalho, é especialmente pela MM na sala de aula, com aplicação de atividades contextualizadas na Astronomia. Segundo os PCN (1997), atividade de Matemática na escola não é “olhar para coisas prontas e definitivas” (p.19), mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade. Essa afirmação respalda e fortalece nossa proposta de utilizar conteúdos de Astronomia como tema de atividades de MM na construção de sequências didáticas.

Ainda de acordo com os PCN (BRASIL, 1997), o ensino de Matemática deve garantir o desenvolvimento de capacidades, como observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos e o estímulo às formas de raciocínio como intuição, dedução, analogia, estimativa. Em consonância com Biembengut e Hein (2009), os objetivos da MM como estratégia de ensino são: enfatizar a importância da Matemática para a formação do aluno; despertar o interesse pela Matemática ante a aplicabilidade; melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos; desenvolver a habilidade para resolver problemas; e estimular a criatividade.

No processo de MM aplicada ao ensino, o conceito é apresentado por meio de uma situação problema extraída da realidade, a formalização desse conceito constitui-se como etapa final. De acordo com Bueno (2010) “romper com a visão linear do currículo se constitui em umas das características mais importantes da MM, pois, com ela, não são os conteúdos que determinam o problema, mas o contrário” (p. 20).

Dessa forma, entendemos que a MM é uma forma democrática para se promover a aprendizagem de um novo conteúdo, contribuindo para a construção do pensar matemático livre que deve ser desenvolvido pelo aluno. Nesse cenário, o professor é responsável por orientar o processo de ensino-aprendizado e pela formalização do novo conhecimento. Nas palavras de Barbosa (2001):

Esta natureza “aberta” que sustentamos para as atividades de Modelagem nos impossibilita de garantir a presença de um modelo matemático propriamente dito na abordagem dos alunos. Somente a análise dos caminhos seguidos na resolução pode nos falar sobre sua ocorrência; [...] eles podem desenvolver encaminhamentos que não passem pela construção de um modelo matemático (p. 5).

Barbosa (2001) considera três casos para a implementação de atividades envolvendo MM em sala de aula, sistematizados no quadro seguinte (Quadro 2), de acordo com o tipo de tarefa e envolvimento dos alunos em suas etapas.

Quadro 2 - Tarefas dos alunos e professores nos casos de Modelagem Matemática

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Elaboração da situação problema	Professor	Professor	Professor/ aluno
Simplificação	Professor	Professor/ aluno	Professor/ aluno
Dados qualitativos e quantitativos	Professor	Professor/ aluno	Professor/ aluno
Resolução	Professor/ aluno	Professor/ aluno	Professor/ aluno

Fonte: Barbosa (2001, p. 40)

O ambiente de aprendizagem de MM começa com o professor buscando envolver os alunos na temática a ser abordada, provocando e despertando o interesse de todos, para, assim, dar sequência às demais etapas do processo de MM. Esse primeiro momento é denominado, na literatura, segundo Barbosa (2001), como convite, e representa um momento significativo, pois é decisivo para a realização da tarefa ou não. Convém lembrar que o ambiente de aprendizagem de MM só acontece satisfatoriamente quando os alunos assumem o papel de protagonistas e o professor ocupa o papel de colaborador. Outro fator muito forte para que o envolvimento aconteça é o interesse pelo tema da tarefa, como afirma Barbosa (2001) “O ambiente de aprendizagem que o professor organiza pode apenas colocar o convite. O envolvimento dos alunos ocorre na medida em que seus interesses se encontram com esse” (p. 6).

Considerando as etapas do processo de Modelagem, na visão de Burak (1992), e por entender que elas estão de acordo com a perspectiva de Modelagem de Barbosa (2001), o quadro a seguir exemplifica essa visão com o tema Astronomia: na primeira coluna, constam as etapas do processo de Modelagem Matemática propostas por Burak (1992), e, na segunda coluna, as etapas propostas para uma atividade de Modelagem (Quadro 3).

Quadro 3 - Esquema contendo processos de atividades de Modelagem Matemática na elaboração de sequências didáticas no contexto da Astronomia

PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA	IMPLEMENTAÇÃO DE ATIVIDADE
<p>I. Escolha do Tema Início do processo de Modelagem. O tema pode ser escolhido pelo professor ou escolhido pelos alunos.</p>	<p>Atração gravitacional entre a Terra e a Lua</p>
<p>II. Pesquisa exploratória Interação com o tema por meio da coleta de informações sobre o assunto, buscando um aprofundamento.</p>	<p>Partindo desse tema, os alunos poderão pesquisar sobre a distância que separa a Terra e a Lua, massa da Terra e da Lua, como essa atração ocorre, Lei da gravitação Universal, dentre outros, desenvolvendo, assim, conhecimento sobre o tema. Não se pode intervir, de forma adequada, numa realidade que não se conhece.</p>
<p>III. Levantamento do problema Formulação do problema de interesse, na linguagem natural, de forma correta e clara.</p>	<p>Quais as variáveis que serão consideradas (massa, distâncias...)? Definição do problema Estabelecimento das hipóteses Elaboração da(s) questão(ões) para verificação da hipótese Podem surgir perguntas como: A força de atração que a Terra exerce sobre os corpos é a mesma em qualquer lugar? O tamanho influencia na atração? Corpos que estão no espaço também sofrem essa atração? E por que eles flutuam e não caem?</p>
<p>IV. Resolução do problema Construção do modelo que representa o problema da Astronomia numa linguagem matemática. Nesse caso, o modelo são as relações estabelecidas entre as variáveis escolhidas.</p>	<p>Uso dos conceitos e dos modelos matemáticos existentes. Pesquisa de campo, experimentos e/ou pesquisa bibliográfica.</p>
<p>V. Análise crítica Validação do modelo. Retomada da situação inicial para checar se o modelo a representa adequadamente. Reformulação do modelo, se necessário. Interpretação dos resultados e verificação da resolução do problema em termos do modelo.</p>	<p>Deduções, conclusões, refutações, inferências e comunicação de resultados.</p>

Fonte: Adaptado de Burak (1992)

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Interdisciplinaridade consiste em utilizar os conhecimentos de várias disciplinas para resolver um problema ou compreender um determinado fenômeno sob diferentes pontos de vista. O objetivo é contribuir para a superação do tratamento estanque e compartimentado que caracteriza hoje o conhecimento escolar

Vera Carneiro

3.1 Caracterização da Escola e dos Alunos Participantes da Pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida no Colégio Estadual Rotary (Figura 1), colégio de médio porte, segundo classificação da Secretaria de Educação e Cultura (SEC), e está localizado na Rua João Sampaio Machado, 235, Bairro Capuchinhos, no município de Feira de Santana, o segundo maior do Estado da Bahia. As atividades do Rotary, como o colégio é conhecido pela comunidade, funcionam em um prédio de propriedade do Rotary Club Internacional, tem boa construção e bom estado de conservação, e todas as salas são climatizadas. O Rotary Club estabelece, com o governo do Estado da Bahia, uma parceria para desenvolver uma prestação de serviço à comunidade feirense na área de educação, disponibilizando gratuitamente o prédio, enquanto o Estado fornece os recursos humanos. O colégio foi inaugurado em junho de 1967, pelo então governador do Rotary, Distrito 455, o Dr. Edgar Godinho, inicialmente como escola primária. Atualmente, oferece as séries finais do Ensino Fundamental II e todas as séries do Ensino Médio em dois turnos diurnos de funcionamento.

O colégio possui sete salas de aula, biblioteca, laboratório de informática com 10 computadores, dependências administrativas, sala para professores, banheiros, cozinha e um pátio interno para recreação. Possui, regularmente matriculados, 530 alunos e apresenta um quadro de 42 funcionários, dos quais 23 são professores regentes. Não possui área descoberta, quadras ou laboratórios (de Química, Física ou Biologia, por exemplo); possui um pequeno estacionamento para bicicleta que atende os poucos alunos que utilizam esse meio de transporte. É uma escola que

possui prestígio na sociedade feirense, atendendo os alunos de diversos bairros de Feira de Santana, bem como de alguns distritos próximos. Os alunos do Rotary são, em sua maioria, de classe média, muitos egressos de escolas particulares.

O bairro dos Capuchinhos, onde está localizada a unidade escolar, é um bairro residencial de classe média. Nos últimos anos, ele tem apresentado uma crescente expansão comercial, com oferta de uma variedade de estabelecimentos, que atendem bem a demanda da comunidade, tais como academias, farmácias, supermercados, lojas diversas (de roupas, tintas, materiais de construção, perfumaria e óticas, por exemplo), outras escolas (públicas e privadas), pizzarias, bares, clínicas médicas, restaurantes, igrejas, postos de combustível, faculdades, dentre outros.



Figura 1: Panorama geral do Colégio Rotary, Feira de Santana (BA)

Fonte: Acorda Cidade (2011)

O trabalho pedagógico desenvolvido pela unidade escolar é pautado em desenvolver ações que orientem os alunos a exercitar a participação, o posicionamento crítico, a autonomia, a criatividade e a vivência dos valores éticos e morais, visando o desenvolvimento integral do aluno. Dessa forma, está sempre buscando aproximar a escola da vida; contextualizar o processo ensino aprendizagem; favorecer o desenvolvimento integral dos indivíduos; e facilitar a proposição dos projetos educacionais e projetos curriculares.

A escola participa de algumas avaliações externas, as quais nos trazem

resultados que ajudam a perceber o panorama de ensino-aprendizagem da escola dentro de um contexto geral e comparativo de escolas da rede. Dentre elas, está a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar, também conhecida como Prova Brasil. Trata-se de uma avaliação que foi criada em 2005 pelo MEC, e aplicada a cada dois anos. Junto com ela, também é realizado um questionário para coleta de dados sobre a situação socioeconômica e cultural dos alunos e da escola. Com esse questionário, que tem em média 57 questões para cada segmento investigado, o MEC consegue traçar o perfil das escolas, dos professores de Matemática e de Língua Portuguesa, e do estudante, utilizando filtros que nos oferecem dados estatísticos por região, por estado e por escola. Por meio dos resultados alcançados por meio desse instrumento de pesquisa socioeconômica, realizada em 2017, destacamos algumas informações relevantes que corroboram para a identificação do perfil do aluno do 9º ano do Colégio Estadual Rotary de Feira de Santana. Esses dados fortalecem as informações anteriormente apresentadas. Vale destacar que o questionário foi realizado com 130 alunos das três turmas do 9º ano (Quadro 4).

Quadro 4 - Questionário de pesquisa socioeconômica de alunos do 9º ano, Colégio Estadual Rotary de Feira de Santana (BA)

QUESTÃO PESQUISADA	PERCENTUAL AFERIDO
Número de mulheres	55%
Considera a cor da pele como parda	46%
Possuem um ou mais dos aparelhos eletrônicos em casa (televisão, DVD, geladeira, freezer, máquina de lavar)	88%
A família possui carro próprio	66%
Possui computador	54%
A família possui empregado doméstico (que trabalhe na residência pelo menos 5 dias na semana)	5%
A mãe ou responsável concluiu o Ensino Superior	11%
Recebem incentivo para estudar do(s) responsável(eis)	98%
Frequenta cinema, museu, teatro, espetáculos artísticos e/ou culturais	33%
Navega na internet mais de 3 horas por dia	82%
Trabalha fora de casa	8%
Já foi reprovado em alguma série ao longo do percurso estudantil	28%
Gosta de estudar Matemática	62%
Pretende só continuar estudando quando terminar o 9º ano	54%

Fonte: MEC (2006)

Dentro desse contexto, escolhemos duas, dentre as três turmas do 9º ano do Ensino Fundamental II, para desenvolver a pesquisa. O nosso público alvo, em sua maioria, é formado por alunos que possuem entre 14 e 16 anos, portanto, sem grande diferença etária. Trata-se de turmas formadas por 40 e 45 alunos, os quais demonstram grandes dificuldades relacionadas a habilidades e competências matemáticas. Tal fato é comprovado pelos resultados da Prova Brasil para a escola (Quadro 5) e pelos testes de sondagem que aplicamos. As turmas apresentam características distintas. Uma delas, a turma com alunos mais velhos (15 e 16 anos de idade) com alguns repetentes ou birrepetentes, tem grandes dificuldades de aprendizagem aliadas à indisciplina e desinteresse. A outra apresenta melhor comportamento e interesse, mas não tem bom desempenho nas avaliações.

Quadro 5 - Índice do IDEB do Colégio Rotary de Feira de Santana (BA)

ANO	IDEB	PROJEÇÃO IDEB	MUNICÍPIO IDEB
2005	2.6	-	2.7
2007	3.7	2.7	2.8
2009	3.1	2.8	2.8
2011	4.6	3.1	3.0
2013	4.3	3.5	3.3
2015	3.5	3.8	3.1
2017	-	4.1	4.2
2019	-	4.4	4.5
2021	-	4.7	4.8

Fonte: Ideb/Inep (2017).



Figura 2: Alunos do Colégio Estadual Rotary, que tiveram destaque na OBMEP e Concurso de Redação, em cerimônia de premiação promovida por um dos clubes de Rotary da cidade de Feira de Santana (BA)

Fonte: a autora (2016)

3.2 Caracterização Geral da Pesquisa

A escolha em trabalhar com a MM, utilizando tópicos de Astronomia, deve-se ao fato dela oportunizar um ambiente de aprendizagem diferenciado, interdisciplinar e motivador, onde os alunos são estimulados a investigar, organizar e sistematizar dados reais – no desenvolvimento desta pesquisa, utilizamos dados referentes à Astronomia. A coleta dos dados para a pesquisa foi feita por meio de questionários e observação durante o desenvolvimento das tarefas de MM. Os registros das observações foram feitos a cada aula por meio de apontamentos, fotos e vídeos, de forma a não deixar de considerar cada situação vivida, compreendida e/ou questionada pelos alunos, observando atentamente pontos relevantes do comportamento deles, tais como: sensações, percepções, comentários e avaliações espontâneas.

No contexto escolar, de acordo com Lima (2004), a motivação é a “mola propulsora da aprendizagem” (p. 148). Sendo assim, MM e Astronomia, juntas,

representam um conjunto de motivação. O foco da Modelagem, nesta pesquisa, está direcionado para os interesses da sala de aula. Assim, destacamos competências em que a BNCC apresenta consenso com a MM como atividade educacional e indicam pontos que geram reflexões e aprendizagens no meio em que se vive, sendo elas: conhecimento, argumentação, pensamento científico, crítico e criativo. De maneira equivalente, a proposta do ensino de Matemática dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática estabelece como um de seus objetivos principais a adequação do trabalho escolar a diversos campos da atividade humana.

Esta é uma pesquisa exploratória, em que, segundo Burak (1992), a busca por conhecer mais sobre o tema da atividade de MM faz com que o aluno desenvolva pesquisa e aprenda de forma interdisciplinar. De acordo com Araújo (2002), a Modelagem busca explicações para fenômenos sociais e naturais de outras áreas do conhecimento. A Astronomia, por sua vez, oferece uma gama enorme de fenômenos a serem estudados e compreendidos.

Associada à MM, desenvolvemos uma metodologia do tipo pesquisa-ação, que, segundo Thiollent (2011) “é um tipo de pesquisa social concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo” (p. 20). Nossa pesquisa encontra-se pautada no trabalho colaborativo e participativo de todos os envolvidos no processo, no qual o pesquisador pode mobilizar os participantes para a construção de novos saberes.

Segundo Barbier (2007)

A cada fase da pesquisa, a avaliação e a reflexão-antes da ação e depois da ação-estão juntas. A discussão sobre esse assunto é uma das características do pesquisador coletivo. A avaliação ocorre ao testar os efeitos da ação no âmago do grupo-alvo. Este último reage, aceita, rejeita ou nuança as interpretações propostas pelo pesquisador coletivo. Toda nova ação leva em consideração essa avaliação do grupo-alvo (p. 144).

Começamos a pesquisa fazendo um levantamento dos conhecimentos prévios que os alunos tinham a respeito dos conceitos básicos de Astronomia e de que forma esses conteúdos tinham sido trabalhados anteriormente em Matemática e nas demais disciplinas que compõem a matriz curricular. Inicialmente, a investigação

foi feita por meio de uma conversa. Após isso, aplicamos um questionário (pré-teste). Tomar conhecimento do saber do aluno sobre aspectos da Astronomia foi relevante para dar o direcionamento à abordagem e adequação às atividades.

Nessa conversa informal e investigativa, muitos alunos relataram que só identificavam, no céu, a Lua, o Sol e as estrelas como um amontoado de pontinhos luminosos que lhes pareciam todos iguais ou bem semelhantes. Poucos alunos, de fato, demonstraram conhecer constelações, nomes de estrelas e/ou fenômenos como fases da Lua, eclipses, solstícios e equinócios. Todos sabiam os nomes dos planetas do Sistema Solar. Apenas um aluno, que era morador da zona rural de um município vizinho à nossa cidade, descreveu maiores detalhes sobre o céu noturno.

Após o levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos, começamos a fase de construção das tarefas de MM propostas na turma do 9º ano do Ensino Fundamental II do Colégio Estadual Rotary de Feira de Santana. Inicialmente, pretendíamos aplicar as tarefas dos três tipos de casos, segundo Barbosa (2009): caso 1, caso 2 e caso 3. Contudo, percebemos que não seria adequado dentro da proposta da pesquisa, e, então, concentramo-nos em aplicar tarefas do Tipo 1, que são mais simples e permitem um maior controle e direcionamento específico. A proposta de elaborar atividades de Modelagem Matemática aplicáveis às turmas do 9º ano do Ensino Fundamental II exige cuidado com relação aos conteúdos matemáticos que podem ser abordados e os conceitos de Astronomia a eles relacionados. Nesse caso, buscamos estudar: o Sistema Solar; os movimentos de rotação e translação da Terra e seus desdobramentos; e a Lua e as inter-relações com a Terra.

Foi necessário definir as etapas, começando por um levantamento dos conhecimentos prévios que serviram de subsunçores para, depois, desenvolver as atividades da SD com todos os elementos necessários a uma aprendizagem significativa e contextualizada. A construção de SD, a partir da realização de atividades de MM, numa perspectiva de ambiente de aprendizagem, segue algumas etapas, que aqui denominamos de momentos. O primeiro momento da atividade de MM requer uma introdução, que intitulamos de convite, e que corresponde a uma parte inicial que serve para despertar o interesse e/ou curiosidade do aluno pelo tema escolhido.

Nas nossas atividades, essa parte inicial trouxe sempre curiosidades e aspectos históricos da Astronomia por meio de texto, vídeo ou experimento, sempre relacionado ao tema. Depois do convite, a atividade cumpria os demais momentos com o desenvolvimento a todo momento acompanhado, de perto, pela professora.

Dentro da proposta metodológica, algumas etapas foram importantes, tais como: pesquisar sobre temas relacionados à Astronomia; fazer observações do céu; aplicar, depois de perceber que o aluno já tem consolidado alguns conceitos de Astronomia, as atividades de Modelagem Matemática; e apresentar a Astronomia como ciência, destacando fatos relevantes de seu contexto histórico. A escolha dos materiais dependia do tema escolhido para cada atividade, na maioria das vezes utilizávamos o datashow, calculadoras materiais escolares de uso comum dos alunos e, para a construção dos experimentos, materiais de baixo custo ou recicláveis.

Tratando de forma mais específica, o desenvolvimento da pesquisa se deu, inicialmente, a partir de uma investigação com os alunos do 9º ano, por meio de diálogos informais em classe e aplicando um pré-teste para saber o nível de conhecimento que eles tinham sobre Astronomia e conteúdos afins. No questionário do pré-teste, uma das perguntas era se eles sabiam explicar o porquê de ocorrerem as estações do ano. Para nossa surpresa, muitos não sabiam explicar como tal fenômeno ocorria, tinham uma ideia superficial do movimento da Terra em torno do Sol, mas não atribuíam relação entre as duas coisas: estações do ano e movimento de translação, muito menos sobre a inclinação do eixo da Terra.

Como essa turma tinha aulas no turno matutino e não poderíamos observar o céu conjuntamente, solicitamos que os alunos que fizessem a observação diária da Lua, para facilitar e organizar a observação, e para isso foi entregue a cada aluno uma folha de papel ofício com 28 círculos desenhados, pintassem, a cada dia, a imagem que viam. Depois de transcorridos os 28 dias, a atividade foi recolhida, analisada e discutida em sala de aula e muitos erros conceituais corrigidos. Com essa atividade, o objetivo era fazer com que eles olhassem para o céu e vissem mais do que a Lua, enxergassem outros astros, percebessem o movimento e nuances da Lua, além de confirmarem a ocorrência de suas fases. A partir disso, foi socializado, em sala de aula, informações que eles tinham sobre o nosso satélite natural e proposta a primeira tarefa de Modelagem do caso 1, no qual o aluno

deveria realizar a solução de um pequeno problema matemático.

Dias depois, foi feita outra atividade sobre as fases da Lua: a execução de um experimento utilizando vasilhame vazio de água mineral. A turma foi dividida em grupos de sete componentes, nos quais cada equipe deveria pintar, com tinta preta, o vasilhame para bloquear totalmente a entrada de luz, fazer furos e posicionar uma pequena lanterna simulando o Sol. Pela “boca” do vasilhame, foi introduzida uma pequena bola de poliestireno expandido para fazer o papel da Lua, e, assim, eles perceberam, olhando pelos orifícios, as fases da Lua.

Iniciamos, assim, de forma sistemática, uma segunda etapa, a de oferecer informações aos alunos. A cada semana, um tempo das aulas de Matemática era disponibilizado para apresentar conteúdos e curiosidades de Astronomia, algumas vezes de forma expositiva, outras por meio de imagens, filmes de curta duração ou, ainda, por meio da execução de experimentos. Nas aulas expositivas, onde falamos sobre a História da Astronomia, como tudo começou – como o homem, desde os primórdios, observando a natureza e os astros, percebeu padrões que viraram modelos, eles começaram, naturalmente, a perceber as relações entre os diferentes campos do conhecimento e como a Matemática perpassa por todos eles. Isso nos faz lembrar a conhecida frase de Galileu Galilei: “A Matemática é o alfabeto com o qual Deus escreveu o Universo”.

Juntamente com os alunos da turma do 9º B, aplicamos uma oficina sobre o Sistema Solar para a turma do 9º A, que também foi apresentada, por convite da professora Ana Verena, aos alunos do Colégio Estadual Juiz Jorge Farias Góes. A oficina foi ministrada na turma do 9º A, que não participou da pesquisa e não eram nossos alunos. Várias informações sobre o Sistema Solar, Modelos de Ptolomeu e de Copérnico, e, no final, oportunizaram a construção de uma maquete (Figura 3), ainda sem a fidelidade de escalas de distâncias, nem de diâmetros equatoriais, apenas objetivando difundir a estrutura do nosso sistema e seus elementos.



Figura 3: Confeção da maquete do Sistema Solar

Fonte: a autora (2018)

3.3 As Sequências Didáticas

As Sequências Didáticas (SD), como conjunto de atividades, oferece-nos uma série de oportunidades comunicativas, mas que por si mesmas não determinam o que constitui a chave de todo ensino: as relações que se estabelecem entre os professores, os alunos e os conteúdos de aprendizagem (ZABALA, 1998). As atividades são o meio para mobilizar a trama das comunicações que se pode estabelecer em classe, e as relações que ali se estabelecem definem os diferentes papéis dos professores e dos alunos (ibidem, 1998).

Uma SD pode ter diversas estruturas, que podem ser modificadas de acordo com as necessidades (ibidem, 1998). Diante da nossa intencionalidade, escolhemos desenvolver Sequências Didáticas que apresentam a seguinte estrutura, a partir do tema escolhido:

- I – Apresentação;
- II – Introdução/ justificativa;
- III – Público-alvo, perfil da turma;
- IV – Número de aulas;
- V – Conteúdo científico abordado;

- VI – Interesse e Motivação;
- VII – Quadro Sintético de aulas;
- VIII – Recursos de Ensino;
- VIII – Descrição aula a aula.

Construímos três Sequências Didáticas com temas na Astronomia, e em cada uma delas foi implementada uma atividade de MM. Os temas escolhidos estão elencados dentro da proposta recomendada pelos PCN (1997) para as séries finais do Ensino Fundamental II, que orienta a utilização de temas abordando o eixo Terra/Lua/Sol. As SD elaboradas tiveram como tema central: Sistema Solar; Fases da Lua e Estações do Ano. A aplicação das SD ocorreu ao longo de um ano, com intervalos entre elas. Para a aplicação de cada SD, usamos em média oito aulas, entre convite e socialização dos resultados. A turma era sempre dividida em grupos de trabalho, com cinco membros cada grupo e todo trabalho foi acompanhado sistematicamente pela pesquisadora.

Para Bassanezi (2009), o aspecto do aprendizado é importante, pois valoriza diversas maneiras de resolver problemas, que é uma das mais altas formas do desenvolvimento intelectual para todos os indivíduos. Nessa perspectiva, a Modelagem no ensino é uma estratégia de aprendizagem em que "o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo etapas nas quais o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado" (op. cit., p. 38).

Segundo Burak (1992), a busca por conhecer mais sobre o tema da atividade de MM faz com que o aluno desenvolva pesquisa e aprenda de forma interdisciplinar. Assim, ao levantarmos um problema sobre a ocorrência das estações do ano, os alunos aprendem também sobre eixo de rotação, movimentos dos astros, composição do Sistema Solar, características e particularidades dos planetas do Sistema Solar (raio equatorial, distâncias ao Sol, temperatura, satélites naturais e atmosfera, por exemplo), excentricidade da elipse, além dos aspectos históricos e sociológicos envolvidos no tema.

4 RESULTADOS

O grande desafio para a educação é por em prática hoje o que vai servir para o amanhã. Por em prática significa levar pressupostos teóricos, isto é, um saber/fazer acumulado ao longo de tempos passados, ao presente. Os efeitos da prática de hoje vão se manifestar no futuro

Ubiratan D'Ambrosio

4.1 Aplicação das Sequências Didáticas

4.1.1 Aplicação da SD 1: sistema solar

O tema *Sistema Solar* foi escolhido para a primeira SD a ser aplicada, por possibilitar uma abordagem mais ampla relacionada à Astronomia e por ser um dos temas transversais propostos pelos PCN (BRASIL, 1997) para o Ensino Fundamental. As atividades começaram com o levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos sobre o Sistema Solar, investigando as noções que eles tinham com relação aos tipos de objetos que o constituem, seus tamanhos, formas e a organização espacial. Esse momento possibilitou, de forma dialógica, estabelecer trocas de conhecimentos, corrigir erros conceituais trazidos pelos alunos oriundos de ideias do senso comum, de informações apresentadas na internet e, também, informações erradas trazidas em livros didáticos. Tignanelli (1998), Boczko (1998) e Trevisan (1997) *apud* Langhi e Nardi (2007), ao mencionarem a “falta de cuidados com a terminologia utilizada nos textos, pois palavras como giro, rotação, revolução ou translação são muitas vezes empregadas sem distinção, podendo causar possíveis problemas de ensino e aprendizagem em Astronomia” (p. 91).

Dentre os diversos erros conceituais em Astronomia encontrados nos livros didáticos, Langhi e Nardi (2007) destacam, em seu artigo, os mais comuns relativos a conteúdos sobre estações do ano; Lua e suas fases; movimentos e inclinação da Terra; representação de constelações; estrelas; dimensões dos astros no Sistema Solar; número de satélites e anéis em alguns planetas; pontos cardeais; características planetárias; aspectos de ordem histórica e filosófica relacionados com

Astronomia. Muitos livros didáticos explicam as estações do ano como sendo consequência do afastamento e da aproximação da Terra em relação ao Sol no decorrer do ano (PAULA; OLIVEIRA, 2002). Ilustrações de alguns livros mostram a órbita da Terra exageradamente elíptica, com o Sol deslocado dos focos da elipse, e o texto acompanhante explica que a Terra, ao girar em torno do Sol, ora fica mais perto, ora mais afastada dele, o que faria ocorrer meses mais quentes e meses mais frios (BIZZO et al., 1996)".

Em seguida, foi exibido o filme *Dimensions Cosmic Eye*, para possibilitar a eles uma visão espacial do sistema planetário constituído do Sol e o conjunto de corpos celestes que giram a sua volta pela atração gravitacional.

A primeira atividade proposta pela SD foi a leitura compartilhada e interativa do material teórico, que trazia informações sobre o Sistema Solar, bem como a abordagem do modelo geocêntrico e heliocêntrico. Esse material trazia também uma tabela de valores de características pertencentes a cada um dos planetas, tais como: diâmetro equatorial, distância ao Sol, tempo de rotação e de translação, massa e volume. Esses valores seriam usados nas atividades seguintes. A próxima atividade consistia na realização da atividade de MM propriamente dita. Vale ressaltar que a atividade foi do caso 1. Ao desenvolvê-la, os alunos tiveram que construir um modelo heliocêntrico tridimensional do Sistema Solar, utilizando a tabela com os dados referentes aos planetas principais e o Sol.

As tabelas também traziam outros dados, tais como: densidade média, número de satélites, períodos de rotação e translação, temperatura da superfície, dentre outros. Essas informações, além de agregarem conhecimento, motivaram a curiosidade e o estudo das ciências. Para construção dos modelos tridimensionais do Sistema Solar, disponibilizamos diversos materiais (bolas de poliestireno expandido, massa de modelar, tinta, barbante, papelão, pincel, cola, palitos de churrasquinho, TNT, dentre outros). Com muita criatividade, apesar das dificuldades para estabelecer fielmente as proporções entre as dimensões reais das grandezas trabalhadas e as dimensões da construção, os grupos produziram diferentes tipos de representações do Sistema Solar (Figura 4). Alguns grupos fizeram numa caixa (Figura 5), outros no TNT, e ainda tiveram grupos que preferiram utilizar barbante, este inclusive teve maior fidelidade de proporções das distâncias. Na atividade de MM dessa SD, poderiam ser acionados conteúdos matemáticos, tais como: regra de

três, função do 1º grau, unidades de medida de comprimento, de volume, proporcionalidade e circunferência.



Figura 4: Confeção de representação do Sistema Solar

Fonte: a autora (2018)

4.1.2 Aplicação da SD 2: fases da Lua

A primeira atividade dessa SD foi a observação diária da Lua. Como não havia a possibilidade de estarmos todos juntos observando diariamente as fases da Lua, a atividade ficou para ser desenvolvida individualmente em casa. Os alunos receberam um padrão que consistia em uma folha de papel ofício (A4) que tinha 28 círculos desenhados. A cada dia, o aluno deveria observar a Lua e pintar, no papel, uma área semelhante à parte iluminada do astro, anotando a data da observação. Após esse período de observação, retornamos para as atividades em sala de aula e, em classe, socializamos as observações. Esse é um tipo de atividade de MM do caso 2, segundo Barbosa (2009). Vale ressaltar que, durante o período de observação da Lua, eles, ao observarem o céu com maior atenção, perceberam astros que nunca haviam percebido. Começaram a identificar facilmente, nas primeiras horas do entardecer, o planeta Vênus, chamado popularmente de Estrela d'Alva. A cada dia, houve uma enxurrada de curiosidades sobre constelações, estrelas e a própria Lua.

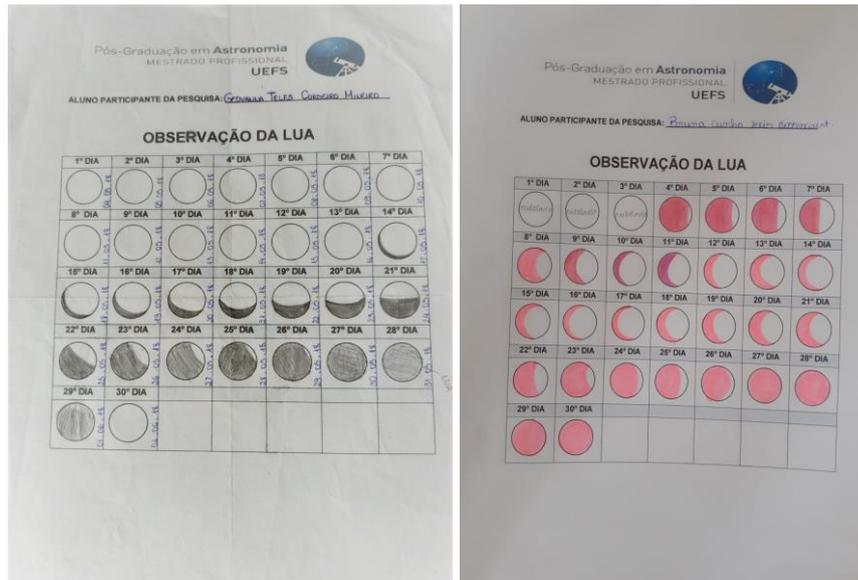


Figura 5: Observação da Lua feita por alunos do 9º ano

Fonte: a autora (2017)

Nesta atividade (Figura 6), observamos que alguns alunos não conseguiram observar nosso satélite natural em todos os dias propostos na atividade, muitas vezes por impedimentos de ordem meteorológica devido ao céu nublado ou chuvoso; mas, ainda assim, foi possível que acompanhassem as nuances nas mudanças de fase da Lua e percebessem a variação nos horários e no local da esfera celeste em que podiam vê-la a cada dia.

A segunda atividade da SD foi a construção de um experimento que simulasse as fases da Lua, com as devidas explicações científicas para a ocorrência das fases. Um grupo fez um experimento utilizando caixa de papelão e os outros usaram vasilhame de água mineral. O grupo que utilizou a caixa de papelão fez quatro furos, um em cada lado da caixa, a pintou de cor preta e inseriu no seu centro uma bola de poliestireno e, em um dos lados, um foco de luz. Os alunos que realizaram o experimento com o garrafão vazio de água mineral fizeram oito furos e pintaram o vasilhame de cor preta (Figura 6). Pela boca do vasilhame, eles introduziram uma haste com uma bolinha de poliestireno presa a ela e, próximo a um dos furos, introduziram uma lanterna pequena e vedaram com fita isolante para evitar a passagem de luz. Ao acender a lanterna, a bola de poliestireno, dentro do vasilhame, ficava parcialmente iluminada, totalmente iluminada ou totalmente sem iluminação, a depender do ângulo de observação (Figura 7). A terceira atividade da

SD consistiu em desenvolver a atividade de MM que poderia ser respondida acionando conteúdos de geometria (ângulos), de álgebra (funções, regra de três) ou de trigonometria (funções trigonométricas).



Figura 6: Experimento para explicar as fases da Lua, com garrafão de água mineral

Fonte: a autora (2017)



Figura 7: Aluna testando o experimento que demonstra as fases da Lua

Fonte: a autora (2017)

4.1.3 Aplicação da SD 3: estações do ano

A primeira atividade desta SD demorou, aproximadamente, seis meses para ser realizada. Todos os grupos receberam a tarefa de observar e anotar diariamente, numa planilha, os horários em que o Sol nascia e o horário em que ele se punha. Para não ficar cansativo, foi feita uma planilha em que cada dia um membro do grupo tinha a responsabilidade de observar (Figura 8). Com essa atividade, o nosso objetivo foi fazer com que o aluno percebesse que o período de iluminação solar é variável de acordo com o período do ano, ou seja, a duração dos dias e das noites fica diferente a cada estação do ano.

Abordamos também os equinócios e solstícios, enfocando um pouco da história e da importância que algumas datas têm para certos povos. Com essa temática, a matemática foi acionada no estudo da elipse, por meio das órbitas dos planetas, inclusive do nosso Planeta Terra, que tem excentricidade tendendo a zero. Como atividade inicial investigativa dos conhecimentos prévios que os alunos tinham sobre o assunto que seria estudado, foram feitos desenhos. Ao observarmos essas ilustrações, percebemos erros conceituais que os alunos apresentam, causados, inclusive, por imagens oriundas de livros didáticos.

No desenho ilustrado abaixo (Figura 9), por exemplo, o aluno desenha de forma correta o percurso do planeta Terra em torno do Sol quase como círculo, já que a elipse deste caso tem excentricidade tendendo a zero, contudo, não considerou o eixo de inclinação da Terra e a proporção dos astros, o Sol aparece um pouco maior que a Terra, bem como a proporção da distância.

DATA DE OBSERVAÇÃO	NASCEU DO SOL	PÔR DO SOL	OBSERVADOR
12 DE OUTUBRO	0:13 AM	17:32 PM	LEANDRA
13 DE OUTUBRO	0:12 AM	17:32 PM	ROBSON
14 DE OUTUBRO	0:11 AM	17:32 PM	LIVIA
15 DE OUTUBRO	0:11 AM	17:33 PM	RAGUEL
16 DE OUTUBRO	0:10 AM	17:33 PM	DEBORA
17 DE OUTUBRO	0:10 AM	17:33 PM	LETICIA
18 DE OUTUBRO	0:09 AM	17:33 PM	REISSON
19 DE OUTUBRO	0:09 AM	17:33 PM	CARLA
20 DE OUTUBRO	0:08 AM	17:33 PM	LISSANDRA
21 DE OUTUBRO	0:08 AM	17:33 PM	LEANDRA
22 DE OUTUBRO	0:07 AM	17:34 PM	ROBSON
23 DE OUTUBRO	0:07 AM	17:34 PM	LIVIA
24 DE OUTUBRO	0:06 AM	17:34 PM	RAGUEL
25 DE OUTUBRO	0:06 AM	17:34 PM	DEBORA
26 DE OUTUBRO	0:05 AM	17:34 PM	LETICIA
27 DE OUTUBRO	0:05 AM	17:35 PM	REISSON
28 DE OUTUBRO	0:04 AM	17:35 PM	CARLA
29 DE OUTUBRO	0:04 AM	17:35 PM	LISSANDRA
30 DE OUTUBRO	0:04 AM	17:35 PM	LEANDRA
31 DE OUTUBRO	0:04 AM	17:36 PM	ROBSON
01 DE NOVEMBRO	0:03 AM	17:36 PM	LIVIA
02 DE NOVEMBRO	0:03 AM	17:36 PM	RAGUEL
03 DE NOVEMBRO	0:03 AM	17:36 PM	DEBORA
04 DE NOVEMBRO	0:02 AM	17:37 PM	LETICIA
05 DE NOVEMBRO	0:02 AM	17:37 PM	REISSON
06 DE NOVEMBRO	0:02 AM	17:37 PM	CARLA
07 DE NOVEMBRO	0:01 AM	17:38 PM	LISSANDRA
08 DE NOVEMBRO	0:01 AM	17:38 PM	LEANDRA
09 DE NOVEMBRO	0:01 AM	17:38 PM	ROBSON

Figura 8: Planilha de observação do período de iluminação solar

Fonte: a autora (2018)

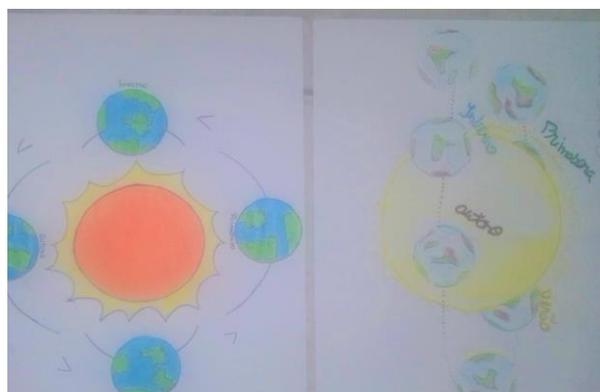


Figura 9: Desenhos feitos por alunos para explicar as estações do ano

Fonte: a autora (2018)

5 DISCUSSÃO

5.1 Análise dos Dados Coletados no Pré-Teste Aplicado na Turma do 9º ano B do Colégio Estadual Rotary

O interesse presente no senso comum de modo geral nos mostra que os indivíduos não só querem conhecer melhor os fenômenos astronômicos, mas também têm explicações pessoais para o que ocorre.

Anne Scarinci e Jesuína Pacca

Ressaltamos, mais uma vez, que o presente estudo visou analisar as contribuições de uma proposta interdisciplinar para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática com tarefas de MM contextualizadas na Astronomia, investigando de forma interpretativa os dados coletados nos momentos vivenciados pelos alunos durante a realização das tarefas.

Aplicamos um questionário inicial, que denominamos de pré-teste, com objetivo de investigar a respeito dos conhecimentos prévios que os alunos dessas turmas do Ensino Fundamental II pesquisadas têm sobre conceitos básicos de Astronomia. Esse pré-teste foi aplicado na turma do 9º ano B, do Colégio Estadual Rotary, em Feira de Santana, no ano de 2017 (Quadro 6). Essa turma era formada por 40 alunos, dos quais apenas 32 responderam ao questionário. O questionário apresentou 11 questões abordando observações do céu e de fenômenos naturais, bem como de conhecimentos ensinados nos currículos escolares, geralmente dentro da ementa de geografia.

Quadro 6 - Questionário inicial aplicado aos alunos participantes da pesquisa

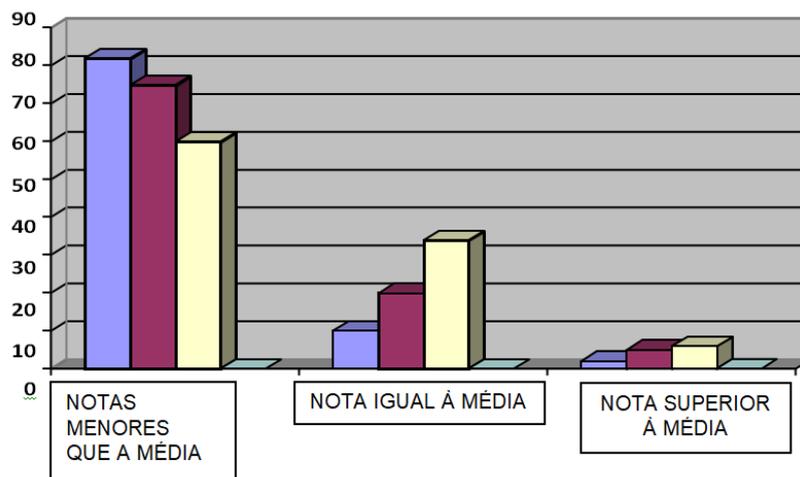
CONCEITO	RELAÇÃO ENTRE QUESTÃO E QUANTIDADE DE RESPOSTAS OBTIDAS										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Insatisfatório	0	0	6	12	23	8	8	1	5	12	18
Regular	0	0	0	6	3	6	2	7	3	7	9
Bom	0	0	0	2	1	2	5	3	2	7	4
Muito Bom	0	0	10	5	1	3	0	4	10	6	0
Excelente	32	30	16	7	2	1	0	15	9	0	0
Não Respondeu	8	10	8	8	10	20	25	10	11	8	9

Fonte: a autora (2017)

Não aplicamos um pós-teste por entendermos que durante o processo já tínhamos obtido os elementos necessários para responder à pergunta inicial da nossa investigação, considerando a vertente qualitativa da pesquisa e os dados dos avanços obtidos nas avaliações formais estabelecidas pela unidade escolar e pelo Ministério da Educação e Cultura, durante a realização da Prova Brasil.

A partir da leitura do gráfico a seguir (Gráfico 1), percebemos que houve avanços quantitativos com relação ao processo de aprendizagem, corroborando de forma mensurável com a certeza dos avanços qualitativos da turma como um todo. Percebemos mudanças no comportamento da maioria dos alunos, que passaram a questionar mais, a participar mais efetivamente das atividades e a não ter medo de errar, tentando responder pelo desafio de superação.

Gráfico 1 - Desempenho qualitativo dos alunos do 9º ano nos três ciclos de 2017, em que a cor azul representa o 1º ciclo; a cor lilás, o 2º ciclo; e a cor branca, o 3º ciclo.



Fonte: a autora (2018)

5.2 Análise dos Resultados das Atividades Propostas

As atividades propostas foram planejadas de forma a desafiar os estudantes a estarem abertos a novos conhecimentos, fazendo interagir os conhecimentos e experiências anteriores com os novos que lhes foram apresentados. Pretendemos, aqui, provocar nos alunos uma atitude reflexiva, incentivada pelo diálogo e colaboração que os auxiliassem a produzir conhecimento.

Em todos os encontros, houve intervenções pedagógicas com os alunos com

a finalidade de instigar os alunos na procura da resposta e na construção dos conhecimentos almejados, contribuindo para que eles adquirissem um olhar crítico sobre as tarefas que estavam desenvolvendo. Acreditamos que essa postura trouxe benefícios para que os alunos pudessem se tornar sujeitos ativos no processo de aprendizagem. Assim, como esperado, as intervenções verbais aconteceram de forma espontânea e os alunos sentiram-se à vontade, devido à afinidade que possuíam com a professora/pesquisadora.

Esses diálogos foram cuidadosamente registrados em diário de campo da professora/pesquisadora, que também constituiu outro recurso para a produção de dados, utilizado tanto nos momentos de aulas como também fora deles. Dessa forma, procuramos captar as ações, as conversas observadas, evidenciar os sentimentos ocorridos durante o desenvolvimento e as reflexões sobre os acontecidos e sobre a prática desenvolvida. Pôde-se observar que a aplicação da MM, num contexto de sala de aula, trabalhando temas da Astronomia, foi importante para motivar e despertar o interesse dos estudantes, além de contribuir para que conhecessem mais sobre a história e as contribuições das ciências.

Entendemos, dessa forma, que as atividades desenvolvidas proporcionaram o desenvolvimento das vertentes formativas e informativas. Formativa, uma vez que forneceram aos alunos competências para acessar, socializar e ampliar o conhecimento não apenas no que trata a Matemática e a Astronomia, mas perpassando pelos campos da Física, da Química e da História. Assim, procuramos desenvolver os instrumentos de comunicação por meio das discussões ocorridas, de análise, uma vez que os alunos efetuaram os problemas propostos, preencheram os roteiros de atividades, realizaram cálculos e fizeram inferências, bem como de materiais, na medida em que fizeram uso de instrumentos que permitiram a aprendizagem, tais como o computador e o planisfério. Quanto à vertente informativa, ela se faz presente nas tentativas de estimular a crítica dos participantes sobre as atividades desenvolvidas, proporcionando a verificação de que os conhecimentos matemáticos estão presentes no cotidiano.

O grande desafio com a turma que participou da pesquisa, 9º B do Colégio Estadual Rotary, que no contexto da escola era tida como uma turma desinteressada e indisciplinada, consistia em motivar esses alunos, fazendo com que eles saíssem do status de incapazes em relação ao outro, para potencialmente

capazes. Eles já tinham fortemente internalizada a ideia de “não sei”, “não consigo” e “não sou capaz”, rejeitando até mesmo a possibilidade de tentar. Depois de iniciado o projeto, já era perceptível a mudança em parte da turma. Hoje, muitos deles são participativos, demonstram curiosidade, não têm vergonha de manifestar o que não sabem. Dentre os comentários dos alunos, destacamos a comparação que estabeleceram entre as aulas “tradicionais” e as aulas de “Astronomia”, em que ressaltaram que as aulas contextualizadas eram “dez barra dez”, utilizando aqui um vocabulário próprio deles para expressar o quanto as aulas eram boas e interessantes.

6 CONCLUSÃO

Diante dos resultados obtidos por meio dos registros de aulas, concluímos que a aplicação de Modelagem Matemática na construção de sequências didáticas contextualizadas na Astronomia é uma boa forma de desenvolver aprendizagens significativas, sendo uma prática que deve ser incorporada ao fazer pedagógico do educador, pois além de possibilitar a apresentação de conteúdos a partir de situações reais e de interesse dos alunos, desperta a curiosidade, a criticidade, a autonomia e a motivação pelo estudo das ciências.

Nossos objetivos foram alcançados, uma vez que os alunos mostraram-se capazes de se posicionar sobre os conteúdos abordados, tanto de Matemática, como de Astronomia. Além do perceptível avanço qualitativo, também ficou evidente a melhoria no desempenho escolar mensurado pelas avaliações formais. Uma das turmas, que a princípio não demonstrava interesse nas atividades, finalizou a terceira SD com um belo trabalho e vários depoimentos do quanto nossa proposta de trabalhar com MM, SD e Astronomia mudou o entendimento e a vontade de estar nas aulas. Nas três SD desenvolvidas ao longo da pesquisa, a participação, o interesse e o envolvimento dos alunos foram positivamente surpreendentes: eles queriam saber mais sobre Astronomia, estudavam mais Matemática.

A metodologia empregada no desenvolvimento da SD mostra como é importante trabalhar um conteúdo utilizando várias ferramentas, de forma contextualizada e, principalmente, desenvolvendo estudo de situações reais e pertencentes ao cotidiano do aluno. É relevante ressaltar a importância de conhecer os alunos, suas necessidades e sua bagagem conceitual, adequando os conteúdos às suas realidades. A elaboração da SD estimula o hábito de planejar, tão importante para o processo ensino-aprendizagem. Separar um tempo para pensar cada etapa da SD, escolher as ferramentas didáticas que seriam usadas e escolher os temas a serem trabalhados, proporcionou-nos momentos de prazer e satisfação profissional que, somados à boa participação dos alunos, fez-nos refletir sobre a nossa prática pedagógica, além de adotar a SD como prática educativa, juntamente com a MM, que já utilizamos, somada à temática da Astronomia.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M.; TORTOLA, E.; MERLI, R. Modelagem Matemática – com o que estamos lidando: modelos diferentes ou linguagens diferentes? **Revista Acta Scientiae**. Canoas, RS: ULBRA, v.14, n.2, p. 200-214, maio-ago. 2012.

ARAÚJO, J. **Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: as discussões dos alunos**. 2002. 173 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

BARBIER, R. **A pesquisa-ação**. Brasília: Liber Livro Editora, 2007.

BARBOSA, J. Modelagem na educação matemática: contribuições para debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, **Anais...**, Rio de Janeiro, 2001.

BARBOSA, J. Modelagem matemática na sala de aula. Erechim, **Perspectiva**, v. 27, n. 98, p. 65-74, jun. 2003.

BARBOSA, J. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73- 80, 2004

BARBOSA, J. Integrando Modelagem Matemática nas práticas pedagógicas. **Educação Matemática em Revista**, SBEM (São Paulo), v. 26, p. 17-25, 2009.

BASSANEZI, R. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. São Paulo: Contexto. 2009.

BIEMBENGUT, M. **Modelagem matemática como método de ensino aprendizagem de matemática em cursos de 1º e 2º graus**. 1990. Dissertação (Mestrado). Rio Claro: UNESP, 1990.

BIEMBENGUT, M.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BIZZO, N. et al. Graves erros de conceito em livros didáticos de ciência. **Ciência Hoje**, v. 121, n. 21m p. 26-35, jun.1996.

BOYER, C. **Cálculo**. São Paulo: Atual Editora, 1993.

BRASIL. **Constituição**: República Federativa do Brasil. Brasília: Senado Federal, 1988.

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Diário Oficial da União, 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática/** Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto nacional pela alfabetização na idade certa: alfabetização em foco:** projetos didáticos e sequências didáticas em diálogo com os diferentes componentes curriculares: ano 03, unidade 06. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2012. 47 p.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental.** Brasília: MEC/ Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRETONES, P.; COMPIANI, M. Disciplinas introdutórias de astronomia nos cursos superiores do Brasil. **Boletim da Sociedade Astronômica Brasileira**, v. 20, n. 3, p. 61-82, 2001.

BUENO, W. Comunicação científica e divulgação científica: aproximações e rupturas conceituais. **Inf. Inf.**, Londrina, v. 15, n. 1, p. 1-12, 2010.

BUENO, V. **Concepções de Modelagem Matemática e Subsídios para a Educação Matemática:** Quatro maneiras de compreendê-la no cenário nacional. 2011. 131 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, 2011.

BURAK, D. **Modelagem Matemática:** uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. 1987. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Rio Claro: Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho, UNESP, 1987.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino e aprendizagem.** 460 f. Tese (Doutorado em Educação). Campinas: Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, 1992. 460 p.

BURAK, D; SOISTAK, A. O conhecimento matemático elaborado via metodologia alternativa da modelagem matemática. In: III CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, **Anais...**, Canoas, Rio Grande do Sul: ULBRA, 2005.

CARNEIRO, V. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. **Zetetike**, Campinas, v. 13, n. 23, p. 85-118, 2005.

CASTRO, T. **Aspectos do pensamento algébrico revelados por professores-estudantes de um curso de formação continuada em Educação Matemática.** 2009. 116 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2009.

CHAVES, M. **Modelagem Matemática e contrato didático:** impressões de

uma experiência. In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, **Anais...**, Feira de Santana, Bahia, 2005.

COSTA, A.; GOMÉZ, V. La Astronomía en la enseñanza obligatoria. **Enseñanza de las Ciencias**, v. 7, n. 2, p. 201-205, 1989.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 2. ed., Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

D'AMBROSIO, U. Etnomatemática e história da matemática. In: FANTINATO, Maria (Org.). **Etnomatemática**: novos desafios teóricos e pedagógicos. Niterói: Editora da UFF, 2009.

D'AMBROSIO, U. Volta ao mundo em 80 matemáticas. **Revista Scientific American**. 2. ed. São Paulo: Duetto Editora. 2010.

D'AMBROSIO, U. **Ciência multicultural**. Disponível em: <<http://www.psicologia.org.br/internacional/cienciamulticultural.htm>> Acesso em 10 dez. 2017.

FERREIRA, A. **Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. 3. ed., São Paulo: Positivo, 2004.

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS (INPE). **Sistema de Processamento de Informações Georeferenciadas (SPRING) versão 4.0**. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2003.

KAISER-MESSMER, G. Application-orientated mathematics teaching: a survey of the theoretical debate. In: NISS, Morgens; BLUM, Werner; HUNTLEY, Ian. (Ed.). **Teaching of mathematical modelling and applications**. Chichester: Ellis Horwood, 1991.

LANGHI, R. **Um estudo exploratório para inserção da astronomia na formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental**. 2004. 243 f. Dissertação (Mestrado). Bauru: Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências, 2004.

LANGHI, R; NARDI, R Justificativas para o ensino de Astronomia: o que dizem os pesquisadores brasileiros? **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 14, n. 3, 2014.

LANGHI, R; NARDI, R. Ensino de Astronomia: Erros Conceituais mais comuns presentes em livros didáticos de Ciências. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v.24, n.1, p. 87-111, abril. 2007.

LANGHI, R; NARDI, R. Formação de professores e seus saberes disciplinares em Astronomia essencial nos anos iniciais do ensino fundamental. **Ensaio**, v. 12, n. 2, p. 205-224, maio-ago. 2010.

LIMA FILHO, E. Modelos matemáticos nas ciências não exatas. In: NOGUEIRA,

Eduardo D.; MARTINS, Luiz E. B.; BRENZIKOFER, René (Orgs.). **Modelos matemáticos nas ciências não exatas**: um volume em homenagem a Euclides Custódio de Lima Filho. São Paulo: Blucher, 2008.

LIMA, M. **Monografia**: a engenharia da produção acadêmica. São Paulo: Saraiva, 2004.

LONGHINI, M. **Ensino de Astronomia na Escola**: concepções, ideias e práticas. 1. ed. Campinas: Átomo, 2014.

MOURÃO, R. **O Livro de Ouro Do Universo**. Rio de Janeiro: Harper Collins Brasil, 2016.

NOGUEIRA, S. **Astronomia**: ensino fundamental e médio. Coleção Explorando o ensino, v. 11, São Paulo: MEC, 2009.

PAULA, A.; OLIVEIRA, H. **Análises e propostas para o ensino de Astronomia**. Disponível em: <<http://cdcc-gwy.cdcc.sc.usp.br/cda/erros-no-brasil/index.html>> Acesso em: 10 nov. 2017.

ROSA, M.; REIS, F.; OREY, D. A modelagem matemática crítica nos cursos de formação de professores de matemática. **Acta Scientiae**, v. 14, n. 2, p. 159-184, 2012.

SCARINCI, A.; PACCA, J. A. Concepções dos professores sobre a aula de demonstração. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA, 10., 2006, Londrina, PR. **Atas do X EPEF**, Londrina: EPEF, 2006.

THIOLLENT, M. **Metodologia da Pesquisa-ação**. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

TIGNANELLI, H. Sobre o ensino da astronomia no ensino fundamental. In: WEISSMANN, Hilda (Org.). **Didática das ciências naturais**: contribuições e reflexões. Porto Alegre: Artmed, 1998.

UEFS - Universidade Estadual de Feira de Santana. Conselho Superior de Ensino, Pesquisa e Extensão. **Resoluções CONSEPE**: janeiro-junho 2007. Disponível em: <http://www.uefs.br/modules/documentos/index.php?curent_dir=1367>. Acesso em: 10 nov. 2017.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Tradução de. Ernani F. da Rosa. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

APÊNDICE A – Atividade de Modelagem Matemática



Pós-Graduação em **Astronomia**
MESTRADO PROFISSIONAL
UEFS

**ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA****TEMA: SISTEMA SOLAR: Nosso endereço cósmico**

O Sistema Solar compreende o conjunto constituído pelo Sol e todos os corpos celestes que estão sob seu domínio gravitacional. A estrela central, maior componente do sistema, respondendo por mais de 99,85% da massa total ($1,988 \times 10^{30}$ kg aproximadamente), gera sua energia por meio da fusão de hidrogênio em hélio. O Sol é considerado uma estrela de tamanho médio, com cerca de 1.390.000 km de diâmetro no equador, que tem aproximadamente cinco bilhões de anos e que orbita em um dos braços da Via Láctea.

O sistema solar é oficialmente formado por oito planetas: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno. Até 2006, Plutão era considerado o nono planeta do Sistema Solar. Dentre eles planetas rochosos ou telúricos e Planetas gigantes ou gasosos.

Características dos planetas principais

	Mercúrio	Vênus	Terra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno
								
Distância média ao Sol (milhões km)	57,9	108	149	228	778	1427	2870	4497
Período de translação	88 d	224,7 d	365 d	687 d	11,8 a	29,4 a	84,0 a	164,8 a
Período de rotação	58,6 d	» 243 d	23,9 h	24,5 h	9,5 h	10 h	»» 16 h	18 h
Diâmetro equatorial (km)	4878	12 000	12 756	6787	142 800	120 600	51 800	49 100
Massa (unidade=1)	0,055	0,81	1,0	0,1	317,8	95,1	14,5	17,2
Temperatura superfície °C	-170 a 430	464	15	- 40	- 120	- 180	- 210	-220
Densidade média água = 1 g/cm ³	5,4	5,2	5,5	3,9	1,3	0,6	1,1	1,7
Nº de satélites naturais	0	0	1	2	63	47	27	13
Estrutura interna								
	● Crusta	● Manto	● Núcleo	● Núcleo externo	● Núcleo interno	● Manto hidrogênio e hélio	● Manto água, amoníaco e metano	
	a- anos; d- dias; h- horas; » - movimento retrógrado; »» - movimento retrógrado aparente							

Prof. Catarina Soares

Fonte: Graciete Oliveira (2012)

Com base nas informações socializadas em sala de aula, bem como as apresentadas no texto e na tabela, desenvolva os seguintes itens:

1. É possível apresentar os valores correspondentes às distâncias dos planetas ao Sol em outra(s) unidade(s) de medida? Quais? Determine em notação científica essas distâncias na unidade mais adequada.
2. Considerando que o Sol ocupa 99,86% de toda massa do Sistema Solar, determine o valor da massa de todo Sistema.
3. Apresente, de forma gráfica e comparativa, os planetas e seus respectivos diâmetros equatoriais.
4. Acionando a criatividade e utilizando materiais de baixo custo, construa uma representação tridimensional do Sistema Solar, mantendo as proporções entre distâncias e volumes.

APÊNDICE B – Atividade De Modelagem Matemática



Pós-Graduação em **Astronomia**
MESTRADO PROFISSIONAL
UEFS



TEMA: Os movimentos e as fases da Lua

A palavra "Lua" é originária de "Luna", criada pelos antigos romanos. Os gregos chamavam esse mesmo corpo celeste de "Selene", o que deu origem a termos como "selenografia". A Lua é, segundo Mourão (2016, p. 214), o corpo celeste mais próximo de nós. Não emite luz nem calor. Toda radiação que parece emitir é apenas luz refletida do Sol. É o quinto maior satélite natural do Sistema Solar, sendo o maior de um planeta no Sistema Solar em relação ao tamanho do seu corpo primário, tendo 27% do diâmetro e 60% da densidade da Terra, o que representa $\frac{1}{81}$ da sua massa. Apresenta movimentos de rotação, de revolução e de translação.

Tabela 1 - Dados numéricos da Lua

Distância da Terra: 384.480 km
Gravidade: 1,62 m/s ²
Raio: 1.737 km
Idade: 4,53 × 10 ⁹ anos

“O ciclo das fases da Lua (crescente, cheia, minguante e depois a Lua nova invisível) induziu os homens a adotarem intervalos de tempo mais longos, de sete dias: as semanas” (MOURÃO, 2016, p.40).

A explicação para a existência das diferentes fases da Lua já era conhecida desde a Antiguidade. Aristóteles (384 - 322 A.C.), em sua obra Analítica Posterior, já destacava que a Lua não possui luz própria e que a sua face brilhante é a face

voltada para o Sol. Atualmente, depois de inúmeras sondas espaciais terem sido enviadas para estudá-la, o relevo lunar já é bastante conhecido por nós. É basicamente formado por três tipos de formações: os mares, os continentes e as crateras. “Os termos “mares” e “continente” são impróprios, pois não existe o menor traço de água na superfície da Lua. Eles foram adotados numa época em que se acreditava na existência de mares e continentes semelhantes aos terrestres na superfície lunar” afirma Mourão (2016, p. 217).

QUESTÕES PARA SEREM DESENVOLVIDAS:

1. Por que observamos, no céu, a Lua com diferentes aspectos? Existe periodicidade nessa observação? Qual?
2. Explique esse fenômeno utilizando conhecimentos da Matemática.
3. Quais as implicações para o Planeta Terra ter a Lua como satélite natural?
4. Podemos afirmar que a Lua executa movimentos de rotação e de revolução? Demonstre.
5. Numa abordagem matemática, estabeleça a relação entre calendário e fases da Lua.
6. Quais são os dados numéricos referentes ao nosso satélite natural, apresentados nas aulas e/ou pesquisados pelo grupo?

APENDICE C – Atividade de Observação da Lua



Pós-Graduação em **Astronomia**
MESTRADO PROFISSIONAL
UEFS



ALUNO PARTICIPANTE DA PESQUISA: _____

OBSERVAÇÃO DA LUA

1º DIA	2º DIA	3º DIA	4º DIA	5º DIA	6º DIA	7º DIA
8º DIA	9º DIA	10º DIA	11º DIA	12º DIA	13º DIA	14º DIA
15º DIA	16º DIA	17º DIA	18º DIA	19º DIA	20º DIA	21º DIA
22º DIA	23º DIA	24º DIA	25º DIA	26º DIA	27º DIA	28º DIA
29º DIA	30º DIA					

APÊNDICE D -- Atividade De Modelagem Matemática

ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

TEMA: ESTAÇÕES DO ANO

De acordo com as figura apresentadas em sala de aula, com a pesquisa desenvolvida e as discussões realizadas em classe, desenvolva as questões:

QUESTÕES:

1. Como você separa as estações do ano para sua região? Você pode dizer que na sua região existem quatro estações?
2. O formato da Terra influencia na ocorrência das quatro estações do ano? Explique. Qual a característica da forma geométrica que mais se assemelha à forma da Terra?
3. Quais as propriedades do eixo da Terra que são responsáveis pelas estações do ano?
4. Explique, por meio de palavras e/ou desenhos, como você entende a ocorrência das estações do ano.
5. Ainda observando a figura 2 no mês de dezembro, qual dos habitantes tem o Sol sobre sua cabeça ao meio-dia?
6. Em quais estações do ano os dois hemisférios da Terra recebem a mesma quantidade de luz ou calor? Por que essas estações não são as mesmas já que os dois hemisférios recebem a mesma quantidade de calor?
7. Qual a medida, em graus, da inclinação do eixo da Terra? Numa situação hipotética, explique o que aconteceria se esse ângulo de inclinação fosse igual a: 90° , 180° e 0° .
8. Segundo a classificação dos ângulos, esse ângulo de inclinação é de qual tipo?
9. Existe correlação entre estações do ano e calendário?

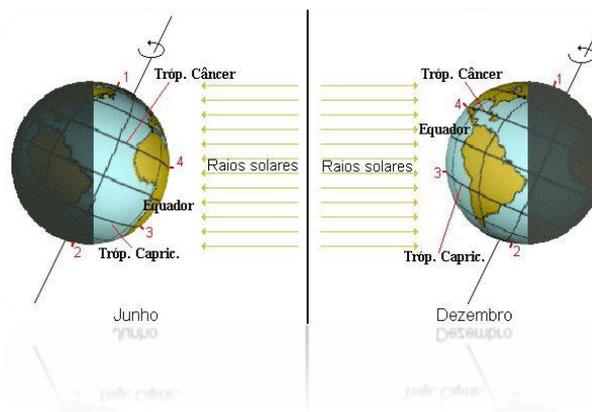


Figura 2: Incidência dos raios solares

Fonte: th.bing (2018)