



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ASTRONOMIA
MESTRADO PROFISSIONAL

O USO DO GNÔMON COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO E
APRENDIZAGEM DO TEOREMA DE PITÁGORAS NO ENSINO
FUNDAMENTAL.

Valdirene Lima Cerqueira Barbosa

FEIRA DE SANTANA /BA

2020

VALDIRENE LIMA CERQUEIRA BARBOSA

**O USO DO GNÔMON COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO E
APRENDIZAGEM DO TEOREMA DE PITÁGORAS NO ENSINO
FUNDAMENTAL.**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Astronomia – Mestrado Profissional, Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Astronomia.

Orientador (a): Prof. Dr. José Vieira do Nascimento Júnior

Coorientador (a): Prof. Dr. Paulo Cesar da Rocha Poppe

FEIRA DE SANTANA

2020



ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CANDIDATO (A): VALDIRENE LIMA CERQUEIRA BARBOSA

DATA DA DEFESA: 07 de agosto de 2020 **LOCAL:** Via Google Meet

HORÁRIO DE INÍCIO: 08h30

MEMBROS DA BANCA		FUNÇÃO	TÍTULO	INSTITUIÇÃO DE ORIGEM
NOME COMPLETO	CPF			
JOSÉ VIEIRA DO NASCIMENTO JÚNIOR	195.357.835-72	Presidente	DR	DEXA - UEFS
CARLOS ALBERTO DE LIMA RIBEIRO	848.990.004-30	Membro Interno	DR	DFIS - UEFS
LUIZ MÁRCIO SANTOS FARIAS	679.074.745-15	Membro Externo	DR	UFBA

TÍTULO DEFINITIVO DA DISSERTAÇÃO*:
 O USO DO GNÔMON COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO E APRENDIZAGEM DO TEOREMA DE PITÁGORAS NO ENSINO FUNDAMENTAL.
 *Anexo: produto(s) educacional(is) gerado(s) neste trabalho.

Em sessão pública, a defesa de dissertação de mestrado da discente se deu ao longo de 49 min. [de 08h35 a 09h24]; ela foi arguida oralmente pelos membros da banca durante 01h36min e, em reunião reservada, após 20 min. [às 11h22], a banca deliberou pelo seguinte resultado**:

- APROVADO(A)
- INSUFICIENTE
- REPROVADO(A)

** Recomendações¹: fazer as correções sugeridas pelos membros da banca examinadora. Especificamente, a sequência didática deve constar em outro documento que não o da dissertação.

Na forma regulamentar, o anúncio do resultado foi feito às 11h24 e as atividades da defesa foram encerradas às 11h32 de 07/08/2020.

Segue lavrada a presente ata, que é abaixo assinada pelos membros da banca, na ordem acima relacionada, pelo candidato e pelo coordenador do Programa de Pós-Graduação em Astronomia da Universidade Estadual de Feira de Santana.

Feira de Santana, 07 de agosto de 2020

Presidente: PCM

Membro 1: PCM

Membro 2: PCM

Membro 3: _____

Candidato (a): Valdirene Lima Cerqueira Barbosa

Coordenador do PGAstro: PCM

¹ A discente deverá encaminhar à Coordenação do PGAstro, no prazo máximo de 60 dias a contar da data da defesa, os exemplares definitivos da Dissertação, após realizadas as correções sugeridas pela banca.



**ANEXO DA ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE Mestrado:
PRODUTO(S) EDUCACIONAL(IS) GERADO(S) NO TRABALHO FINAL DE CURSO**

CANDIDATO (A): VALDIRENE LIMA CERQUEIRA BARBOSA

DATA DA DEFESA: 07 de agosto de 2020 **LOCAL:** Via Google Meet

HORÁRIO DE INÍCIO: 08h30

PRODUTOS PEDAGÓGICOS – SEQUÊNCIA DIDÁTICA e o JOGO ASTROMATEMATIZAR.

Feira de Santana, 07 de agosto de 2020

Presidente: PEMB

Membro 1: PEMB

Membro 2: PEMB

Membro 3: _____

Candidato (a): Valdirene Lima Cerqueira Barbosa

Coordenador do PGAstro: PEMB

Ficha catalográfica - Biblioteca Central Julieta Carteado - UEFS

Barbosa, Valdirene Lima Cerqueira

B213u O uso do Gnômon como recurso didático no ensino e aprendizagem do Teorema de Pitágoras no ensino fundamental / Valdirene Lima Cerqueira Barbosa. - 2020.
120f.: il.

Orientador: José Vieira do Nascimento Júnior Coorientador: Paulo César da Rocha Poppe

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Estadual de Feira de Santana. Programa de Pós-Graduação em Astronomia, 2020.

1. Matemática - Didática. 2. Matemática - Ensino. 3. Astronomia – Ensino. I. Nascimento Júnior, José Vieira do, orient. II. Poppe, Paulo César da Rocha, coorient. III. Universidade Estadual de Feira de Santana. IV. Título.

CDU: 51(07)

Rejane Maria Rosa Ribeiro – Bibliotecária CRB-5/695

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos professores do Mestrado Profissional em Ensino de Astronomia. Aos colegas da 6ª turma, pelo espírito de equipe e pelo aprendizado proporcionado durante o curso, por meio da troca de conhecimentos e apoio.

A meu marido e companheiro Eduardo, pela compreensão, força e paciência.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo dom da vida, pela saúde, pela família, amigos e por permitir o privilégio de cursar este Mestrado;

Aos meus pais, Davi Cerqueira e Valdelice Cerqueira, por minha educação e formação como cidadã;

A meu marido, Eduardo Barbosa, pela paciência e parceria;

A meus abençoados filhos, Yan Barbosa e Bruno Barbosa, pela ajuda na hora do desespero;

À minha amiga Ana Lúcia Passos, por ser referência de perseverança;

À Direção do CEJFP, pela colaboração e incentivo durante o processo;

Ao Professor Dr. Carlos Alberto de Lima Ribeiro por todo apoio dado;

À Professora Dra. Vera Aparecida Fernandes Martin, pelo o exemplo de educadora e de comprometimento;

À Professora Dra. Ana Verena Freitas Paim, pelo incentivo e entusiasmo;

Ao Professor Dr. Eduardo Brescansin de Amôres, por todo aprendizado adquirido;

À professora Ma. Rita Cinéia, por toda contribuição durante este trabalho;

Um agradecimento especial aos meus orientadores: Professor Dr. José Viera do Nascimento Júnior e Professor Dr. Paulo Cesar da Rocha Poppe, pelos ensinamentos e pelas importantes correções durante esta jornada;

O meu muito obrigado!

Você nunca sabe que resultados virão da sua ação. Mas se você não fizer nada, não existirão resultados.

Mahatma Gandhi

SUMÁRIO

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS.....	x
LISTA DE FIGURAS.....	xi
LISTA DE TABELAS.....	xiii
LISTA DE QUADROS.....	xiv
LISTA DE GRÁFICOS.....	xv
RESUMO.....	xvi
ABSTRACT.....	xvii
INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO 1 - REFERENCIAL TEÓRICO	7
1.1 Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau.. . . .	7
1.2 Engenharia Didática.....	15
1.3 A influência de outros trabalhos nesta investigação.....	18
CAPÍTULO 2 - RELAÇÃO ENTRE A MATEMÁTICA E A ASTRONOMIA.	20
2.1 Matemática e Astronomia na Grécia Antiga.....	20
2.2 Pitágoras de Samos.....	24
2.3 Histórico sobre o Relógio de Sol.....	29
2.4 Utilização do gnômon.....	31
CAPÍTULO 3 - AS LACUNAS NO ENSINO DE GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL	34
3.1 O ensino de Geometria no Brasil.....	34
3.2 Como o ensino de Geometria é abordado nos documentos Nacionais	39
3.3 Como a Geometria e o Teorema de Pitágoras são abordados no livro didático.....	41
CAPÍTULO 4 - METODOLOGIA ENGENHARIA DIDÁTICA	45
4.1 Sequência Didática.....	45
4.2 Público alvo.....	50
4.3 Descrição da construção e aplicação da Sequência Didática... .	51
4.4 Análise dos resultados.....	71
4.5 Jogo Astromatematizar.....	80

CAPÍTULO 5- CONSIDERAÇÕES FINAIS	87
REFERÊNCIAS	89
GLOSSÁRIO	94
APÊNDICE A	95
APÊNDICE B	97
APÊNDICE C	100

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

IDEB	Índice de Desenvolvimento da Escola Básica
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
TSD	Teoria das Situações Didáticas
TAD	Teoria Antropológico do Didático
UNESCO	Organização das Nações Unidas para Educação, Ciência e Cultura.
SD	Sequência Didática
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PNE	Plano Nacional de Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
PPP	Projeto Político Pedagógico

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Triângulo didático.....	8
Figura 2 - Localização de Samos.....	25
Figura 3 - Prova do Teorema de Pitágoras através de quadriculações.....	27
Figura 4 - Esquema representativo do relógio de Sol Egípcio.....	30
Figura 5 - Relógio de Sol hemisférico.....	31
Figura 6 - Disciplinas e conteúdos trabalhados durante aplicação do projeto.....	34
Figura 7 - Distribuição de conteúdos no livro de Matemática do ensino Fundamental.....	42
Figura 8 - Demonstração do Teorema de Pitágoras.....	43
Figura 9 – História de Pitágoras.....	43
Figura 10 - Atividade do livro.....	44
Figura 11 - Atividade do livro.....	44
Figura 12 - Fases da Engenharia Didática.....	51
Figura 13 - Alunos respondendo o questionário prévio.....	52
Figura 14 - Alunos assistindo vídeo	54
Figura 15 - Demonstração geométrica do Teorema.....	56
Figura 16 - Imagem do vídeo sobre o Sistema Solar.....	58
Figura 17 - Alunos montando o gnômon.....	60
Figura 18 - Alunos montando o gnômon.....	60
Figura 19 - Alunos calculando a hipotenusa.....	64
Figura 20 - Alunos calculando a hipotenusa.....	64
Figura 21 - Resposta da dupla A.....	66
Figura 22 - Resposta da dupla B.....	66
Figura 23 - Resposta da dupla C	67
Figura 24 - Resposta da dupla D.....	68
Figura 25 - Maquetes produzidas pelos alunos.....	69
Figura 26 - Maquetes produzidas pelos alunos.....	74
Figura 27 - Exposição de maquetes no pátio do Colégio E. José Ferreira Pinto.....	70
Figura 28 - Exposição de maquetes no pátio do Colégio E. José Ferreira Pinto.....	70
Figura 29 - Resposta do aluno A no questionário da análise posteriori.....	72
Figura 30.- Resposta do aluno B no questionário da análise preliminar.....	72
Figura 31.- Resposta do aluno B no questionário da análise posteriori.....	73

Figura 32 - Resposta do aluno C na análise posteriori.....	74
Figura 33 - Respostas do questionário na análise posteriori do aluno D.....	74
Figura 34 - Respostas do questionário na análise posteriori do aluno E.....	74
Figura 35 - Resposta do aluno F na análise posteriori.....	75
Figura 36 - Paradidático utilizado nas rodas de leitura.....	82
Figura 37 - Dupla formada para responder uma questão da trilha.....	83
Figura 38 - Trilha confeccionada para o jogo Astromatematizar.....	84
Figura 39 - Fichas confeccionadas para o jogo Astromatematizar.....	84

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Resultados do IDEB - Anos Finais do Ensino Fundamental – 2017....3	3
TABELA 2 - Resultado do IDEB na Bahia Anos finais do Ensino Fundamental.....3	3
TABELA 3 - Público Alvo da aplicação da Sequência Didática.....50	50
TABELA 4 - Materiais utilizados no experimento com o gnômon.....62	62
TABELA 5 - Quantitativo de acertos e incorreções no questionário prévio.....77	77
TABELA 6 - Quantitativo de acertos e incorreções no questionário posteriori.....78	78

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1	Classificação dos Relógios de Sol.....	30
QUADRO 2	Atividades realizadas na Sequência Didática.....	46
QUADRO 3	Dialéticas das Situações Didáticas.....	49
QUADRO 4	Registros das situações adidáticas e didáticas na atividade A.....	55
QUADRO 5	Registros das situações adidáticas e didáticas na atividade B.....	57
QUADRO 6	Registros das situações adidáticas e didáticas na atividade C.....	59
QUADRO 7	Registros das situações adidáticas e didáticas na atividade D.....	61
QUADRO 8	Registro da Atividade E – Aula 1.....	63
QUADRO 9	Registros da Atividade E – Aula 2.....	65
QUADRO 10	Registros da Atividade F.....	68

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 Comparação dos resultados obtidos nos questionários de análise preliminar e análise posteriori na turma do 8º ano.....	75
GRÁFICO 2 Comparação análise prévia e análise posteriori na turma 9º B.....	76
GRÁFICO 3 Comparação análise prévia e análise posteriori na turma 9º E.....	76
GRÁFICO 4 Comparativo acertos nos questionários prévio e posteriori.....	79
GRÁFICO 5 Comparação do índice de desempenho dos alunos no pré teste e pós teste.....	86

RESUMO

Este trabalho apresenta resultados obtidos de uma pesquisa realizada com 72 alunos do 8ºano e 9ºano do Ensino Básico, com faixa etária variando dos 12 anos aos 18 anos durante aulas de Matemática, no Colégio Estadual José Ferreira Pinto situado em Feira de Santana, realizada entre março e agosto de 2019. Diante das dificuldades apresentadas por alunos desta faixa etária, em construir um raciocínio abstrato, para compreender problemas da Matemática, principalmente problemas que envolvem Geometria, foi proposta uma hipótese de pesquisa, segundo a qual a Astronomia irá contribuir como recurso didático na aquisição de conhecimentos geométricos. E a Astronomia, por ser a mais antiga das ciências, oferece excelentes exemplos de aplicações simples e interessantes de fatos geométricos elementares, que muito bem contextualizam e encantam o aluno, estimulando ainda mais sua curiosidade científica e ajudando-o a bem entender o papel da Matemática como instrumento da ciência aplicada. A metodologia de pesquisa usada foi a Engenharia Didática de Michéle Artigue e os resultados obtidos serão analisados vislumbrando a melhoria no ensino e na aprendizagem da disciplina Matemática. A pesquisa mostra de forma sucinta a relação da matemática com a Astronomia na Grécia Antiga, a história de Pitágoras de Samos e todos os resultados obtidos na aplicação dos produtos pedagógicos. A pesquisa vem embasa no referencial teórico da Didática da Matemática, a Teoria das Situações Didática de Guy Brosseau. Os produtos educacionais gerados neste trabalho foram: uma Sequência Didática que usou o gnômon como recurso no ensino e aprendizagem do Teorema de Pitágoras, e um jogo nomeado Astromatematizar, que se trata de uma trilha com perguntas envolvendo conteúdos relacionados à Astronomia e Aritmética.

Palavras chaves: Didática da Matemática. Ensino de Matemática. Ensino de Astronomia.

ABSTRACT

This work presents results obtained from a research carried out with 72 students from the 8th and 9th grades of Basic Education, with ages ranging from 12 to 18 years old during Mathematics classes, at Colégio Estadual José Ferreira Pinto located in Feira de Santana, held between March and August 2019. In view of the difficulties presented by students of this age group, in building an abstract reasoning, to understand Mathematics problems, mainly problems involving Geometry, a research hypothesis was proposed, according to which Astronomy will contribute as a didactic resource in the acquisition of geometric knowledge. And Astronomy, being the oldest of the sciences, offers excellent examples of simple and interesting applications of elementary geometric facts, which can contextualize and enchant the student, stimulating even more his scientific curiosity and helping him to understand the role of Mathematics as an instrument of applied science. The research methodology used was Didactic Engineering by Michéle Artigue and the results obtained will be analyzed with the goal of improving teaching and learning in Mathematics. The research shows in a succinct way the relationship between mathematics and Astronomy in Ancient Greece, the history of Pythagoras of Samos and all the results obtained in the application of pedagogical products. The research is based on the theoretical framework of Didactics of Mathematics, Guy Brousseau's Theory of Didactic Situations. The educational products generated in this work were: a Didactic Sequence that used gnomon as a resource in teaching and learning the Pythagorean Theorem, and a game named Astromatematizar, which is a track with questions involving contents related to Astronomy and Arithmetic.

Key words: Astronomy teaching. Didactics of Mathematics. Mathematics teaching.

INTRODUÇÃO

Como professora da Educação Básica durante 20 anos, atuando em escolas da rede pública (Estadual e Municipal) e também da rede privada de ensino na cidade de Feira de Santana, lecionando as disciplinas Matemática e Geometria, mesmo não concordando com a separação, pois a Geometria é uma parte da Matemática, mas é o que acontece nas escolas de ensino básico no estado da Bahia, sentia-me angustiada pela diferença de aprendizagem entre os alunos da rede pública e rede privada. Mesmo atuando com os mesmos recursos e materiais didáticos, era inquietante observar os resultados alcançados por alunos da Escola Pública, quando comparado com os resultados dos alunos da mesma série na Escola Privada depois de unidade de trabalho, pois dificilmente conseguiam resultados semelhantes.

Outro problema era o fato de que progressivamente os alunos aumentavam seu desinteresse e a dificuldade em compreender os conteúdos matemáticos abordados a cada série. Embora não ter sido trabalhado dados estatísticos para se constatar tal afirmativa, era relatado pela maioria dos professores da área, que este problema se manifestava especialmente na importância dada à matéria e no rendimento dos alunos que decrescia a cada série. É fácil notar isto, analisando a aceitação da disciplina de Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental comparada aos anos finais do Ensino Fundamental e ao Ensino Médio.

Os professores de Matemática frequentemente se esbarram com questionamentos de alunos que desejam saber “onde vou utilizar” o que está aprendendo, ou porque está estudando este ou aquele conteúdo. Na maioria das vezes o professor não tem uma resposta eficaz e às vezes até encerra o assunto com uma justificativa nada convincente. O aluno está com toda razão ao questionar e nós professores precisamos estimular sua mente inquisitiva. De acordo com Ávila (2010) “Só assim poderá o professor transformar o desinteresse do aluno pela Matemática numa ativa participação no aprendizado”. Além disso, vários indicadores educacionais, nacionais e internacionais, que avaliam o nível da educação básica do Brasil apresentam resultados preocupantes na qualidade do ensino das nossas escolas. Mais angustiante ainda é o desempenho dos estudantes nas disciplinas de Ciências Naturais e Exatas, em especial à Física e Matemática que a cada ano se alonginquam da meta desejável.

A aprovação da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 (Lei de Diretrizes e Bases), que teve como relator o então senador Darcy Ribeiro, estabeleceu o SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) como método avaliativo nacional unificado, que permitiria comparações e propiciaria melhores definições das prioridades e das formulações de políticas educacionais (Brasil, 1996). Para isso, foram inseridas no Saeb em 1997, as denominadas matrizes de referência e, a partir destas, construídos os descritores, que planejam analisar as capacidades cognitivas dos estudantes e servem de base para a elaboração e a pontuação de cada questão, possibilitando o estabelecimento de competências e conteúdos considerados mais relevantes. Em 2007, foi criado o IDEB (Índice de Desenvolvimento da Escola Básica) que indica o progresso, metas e nível da qualidade da educação básica no Brasil a partir de dados obtidos no Censo Escolar o INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira), a missão é subsidiar a formulação de políticas educacionais dos diferentes níveis de governo com intuito de contribuir para o desenvolvimento econômico e social do país. Com esse objetivo o Inep tem por papel atuar nas avaliações, exames e indicadores da educação básica Infelizmente ficamos abaixo da meta nos resultados do IDEB dos anos finais do Ensino Fundamental, de acordo com a Tabela 1, com um resultado sutilmente superior ao índice do último ano, mas com recuo em relação à meta desejada.

Tabela 1-Resultados do IDEB - Anos Finais do Ensino Fundamental- 2017

	IDEB Observado							Metas							
	2005	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2019	2021
Total	3.5	3.8	4.0	4.1	4.2	4.5	4.7	3.5	3.7	3.9	4.4	4.7	5.0	5.2	5.5
Dependência Administrativa															
Estadual	3.3	3.6	3.8	3.9	4.0	4.2	4.5	3.3	3.5	3.8	4.2	4.5	4.8	5.1	5.3
Municipal	3.1	3.4	3.6	3.8	3.8	4.1	4.3	3.1	3.3	3.5	3.9	4.3	4.6	4.9	5.1
Privada	5.8	5.8	5.9	6.0	5.9	6.1	6.4	5.8	6.0	6.2	6.5	6.8	7.0	7.1	7.3
Pública	3.2	3.5	3.7	3.9	4.0	4.2	4.4	3.3	3.4	3.7	4.1	4.5	4.7	5.0	5.2

Fonte: <http://ideb.inep.gov.br/resultado/2019>.

Diante dessa realidade, se torna imprescindível que se realizem ações localizadas nas escolas, com recursos disponíveis ou buscando formas alternativas em busca da melhoria no processo ensino e aprendizagem e estímulo ao interesse do estudante pelo campo das ciências. E observando os resultados da Bahia ainda é mais preocupante, pois o estado repetiu o mesmo resultado obtido na avaliação anterior e ficou bem distante da meta prevista observada na Tabela 2.

Tabela 2 - Resultado do IDEB na Bahia Anos finais do Ensino Fundamental

Estado	Ideb Observado							Metas Projetadas							
	2005	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2019	
Bahia	2.8	3.0	3.1	3.3	3.4	3.7	3.7	2.8	3.0	3.2	3.6	4.0	4.3	4.5	4.8

Fonte: <http://ideb.inep.gov.br/resultado/2019>.

Diante desta realidade esta pesquisa tem o intuito de usar conhecimentos e conceitos básicos de Astronomia tais como: movimento aparente do Sol, relógio de Sol, Sistema Solar, como recurso didático no ensino de Geometria na Educação

Básica com alunos do Ensino Fundamental. Pode-se pensar a Astronomia e a Geometria de modo interligado, auxiliando os professores e alunos em uma formação mais ampla, que vai além dos conteúdos escolares, Ávila (2010) afirma que:

A Astronomia, que é a mais antiga das ciências, oferece excelentes exemplos de aplicações simples e interessantes de fatos geométricos elementares, que muito bem respondem ao "pra que serve" do aluno, estimulando ainda mais sua curiosidade científica e ajudando-o a bem entender o papel da Matemática como instrumento da ciência aplicada.

Ainda em se tratando do ensino de Astronomia experimental, os trabalhos de Langhi, (2017), Cardinot e Namen (2017), apontam claramente que criar situações de experimentação em Astronomia no ambiente escolar é possibilitar ao estudante acesso a novas formas de aprendizagem através de práticas científicas prazerosas.

A proposta desta pesquisa levanta a seguinte hipótese:

Situações didáticas envolvendo conceitos astronômicos, tais como: o recurso didático gnômon e o estudo do movimento aparente do Sol, potencializam o ensino de conceitos elementares de Geometria, evidenciando uma favorável articulação entre a Matemática e a Astronomia para o ensino desses conceitos. Para isto, a pesquisa foi fundamentada metodologicamente nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). E na Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018, p.271) onde é descrito que: “a Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento”.

Com este trabalho de pesquisa procurou-se atender a um dos objetivos do Mestrado Profissional em Astronomia que é a difusão do estudo de Astronomia contribuindo para a melhoria da Educação, pois segundo Langui (2017), o “uso das atividades experimentais no ensino de Ciências como uma das estratégias mais eficientes para despertar o interesse e a dedicação do aluno”. E para alcançar este objetivo, um dos produtos educacionais foi uma Sequência Didática que usou como recurso didático o gnômon para o ensino e aprendizagem do Teorema de Pitágoras, e também um jogo no formato de trilha com o nome Astromatematizar. Esta pesquisa pretende alcançar os objetivos específicos:

- ▶ Aplicar conceitos teóricos e práticos de Astronomia, materializados através do Gnômon, para discutir elementos da Geometria;
- ▶ Construir uma sequência didática que articule o uso do gnômon a conceitos

geométricos abordados no Ensino Fundamental;

- ▶ Desenvolver a aptidão para visualizar e descrever propriedades e relações geométricas.

Ao estudar o movimento aparente do Sol, o estudante poderá ser provocado em sua curiosidade e perceber que o Relógio de Sol é um método que possibilita a aproximação do educando com conteúdos estudados em Física e Matemática.

Esta pesquisa trouxe como fundamentação teórica o uso da Teoria das Situações Didática de Guy Brousseau da Didática da Matemática, pois a mesma é o estudo das relações de ensino e aprendizagem de Matemática. Desde o início do século XX, professores de Matemática se reúnem para pensar o ensino desta disciplina nas escolas. A partir da década de 50 a UNESCO (Organização das Nações Unidas para Educação, Ciência e Cultura.) organiza congressos sobre Educação Matemática. E a partir da década de 70 surge inicialmente na França, a Didática da Matemática enquanto campo para a sistematização dos estudos a cerca do ensino. Os teóricos envolvidos defendiam que cada área de ensino deveria pensar em sua própria didática, reconhecendo que não poderia unificar o campo de estudo, sendo capaz de atender as especificidades de ensino de cada área do conhecimento.

Para organizar esta pesquisa foi utilizada a Engenharia Didática de Michéle Artigue que é metodologia de ensino e investigação, a partir da criação de uma sequência de aulas planejadas a partir da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, com a finalidade de obter informações para desvelar o fenômeno investigado. O funcionamento das situações didáticas ocorre sob o controle de regras e de condições que constituem a noção de contrato didático. Este trabalho vem dividido em capítulos que abordam os seguintes conteúdos.

No Capítulo 1 iniciará apresentando a teoria usada como fundamentação teórica da pesquisa a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, a metodologia de pesquisa Engenharia Didática de Michéle Artigue, e uma revisão bibliográfica dos trabalhos acerca do tema da pesquisa que serviram como aporte na análise preliminar.

O Capítulo 2 aborda a íntima relação da Matemática e a Astronomia na Grécia Antiga, pois o objeto de estudo é o Teorema de Pitágoras, mesmo tendo pesquisas que mostram o uso do Teorema por outras civilizações, foi Pitágoras de Samos, o primeiro a demonstrar, portanto levar os créditos do mesmo. E sendo na Grécia

Antiga onde foi registrado grande parte dos registros astronômicos, é imprescindível constar alguns desses fatos. Também será relatado a história do Relógio de Sol, tipos de Relógio de Sol tendo como destaque o gnômon vertical, que foi usado como recurso didático para o ensino e aprendizagem do Teorema de Pitágoras na Sequência didática construída durante a pesquisa.

No Capítulo 3 serão apresentadas as lacunas no ensino de Geometria no Ensino Fundamental, como a Geometria é abordada nos documentos nacionais, como a mesma está sendo trabalhada no livro didático adotado pela instituição de ensino onde a pesquisa foi aplicada por meio dos produtos educacionais.

O Capítulo 4 dará ênfase à metodologia da Engenharia Didática de Michéle Artigue como é dividida esta metodologia e como foi trabalhado cada etapa da mesma na construção e aplicação do produto educacional que é uma Sequência Didática, onde será destacada cada atividade realizada nesta Sequência Didática sob a lente da Teoria das Situações Didáticas, e os resultados obtidos na aplicação da mesma. Além de ser apresentado o segundo produto educacional desenvolvido como suporte do projeto, o jogo Astromatemazatizar. E para finalizar o trabalho o Capítulo 5 trará as considerações finais.

CAPÍTULO 1 - REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo será apresentada a Teoria das situações Didáticas de Guy Brousseau, a metodologia da Engenharia Didática de Michele Artigue e uma revisão bibliográfica de artigos, dissertações e demais produções científicas voltadas para o uso da Astronomia como meio de incentivo ao ensino e aprendizagem de conhecimentos de Matemática, e da metodologia e referencial teórico usados no trabalho.

1.1 Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau

A Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, educador francês e pesquisador da Universidade de Bordeaux, e justificar a sua escolha como embasamento das situações propostas na pesquisa de campo. Brousseau (1996) e Artigue (1996), dentre outros pesquisadores da linha da Didática da Matemática, defendem a utilização de situações de aprendizagem onde os alunos são colocados em ação diante de jogos e situações-problema, de modo a mobilizar estratégias de base e conhecimentos anteriores para que sejam capazes de realizar as operações de seleção, organização e interpretação de informações, representando-as de diferentes formas e tomando decisões, de modo que o processo de construção do conhecimento matemático efetivamente ocorra e, como consequência, haja a formação de sentido para o aluno.

Um dos referenciais para viabilizar a intenção de colocar o ensino como relatado por Brousseau (2008, p. 11), a produção original do autor começou na década de 1970, na França. A Teoria das Situações Didáticas propõe um novo modo de procurar compreender como ocorrem as interações sociais entre os professores, alunos e o conhecimento matemático e suas implicações no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Almouloud (2007, p.32), apresenta quatro hipóteses sobre a teoria da situação didática considerando que o objeto central de estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática na qual são identificadas as interações estabelecidas entre professor, aluno e saber. São elas:

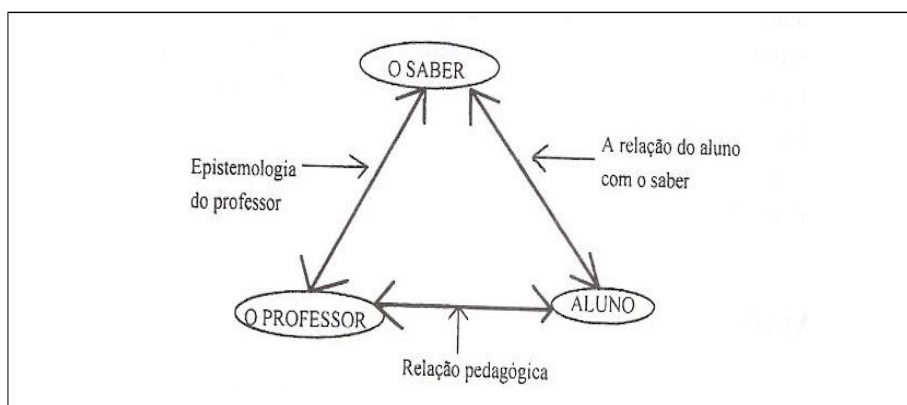
- 1-O aluno aprende adaptando-se a um Milieu que é fator de dificuldades, de contradições [...]
- 2-O Milieu não munido de intenções didáticas é insuficiente para permitir a aquisição de um conhecimento matemático pelo aprendiz [...]
- 3-Esse Milieu e essas situações devem engajar fortemente os saberes

matemáticos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. 4- No fundo, o ato de conhecer dá-se conta um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal estabelecidos, superando o que, no próprio espírito, é obstáculo à espiritualização.

O enfoque da teoria proposta por Guy Brousseau está nas situações didáticas, permeadas pelas relações entre o professor, o aluno e o conhecimento matemático. Nesse sentido, faz-se necessário refletir a respeito de um esquema denominado triângulo didático Figura 1, cuja autoria é desconhecida, mas amplamente mencionado em teorias da Educação Matemática.

O esquema do triângulo didático é composto por três pontos interligados que representam o professor, o aluno e o saber. A concepção desse triângulo tem o sentido de expressar que qualquer um dos elementos está diretamente relacionado aos demais, sem interferências. Essas relações são descritas a diante.

Figura 1 - Triângulo didático



Fonte: Almouloud (2007, p. 35).

Segundo Brousseau (1997, p. 23, p. 35), a relação do professor com o conhecimento matemático está na tarefa do professor em reorganizar, e contextualizar e mediar o saber matemático para que se torne inteligível aos estudantes. Esse trabalho é necessário, visto que o conhecimento produzido pela comunidade científica tem outras finalidades, não só aquelas relacionadas ao ensino; portanto, é um saber descontextualizado, despersonalizado e devidamente organizado, sem que sejam observáveis erros, como, por exemplo, tentativas de demonstrações que não lograram êxito.

Por fim, a relação do professor com o aluno é uma relação pedagógica. Ainda segundo Brousseau (1997, p. 23), o professor deve organizar em sala de aula uma

pequena sociedade científica, de modo que os alunos possam refletir a respeito da solução do problema proposto a partir da instigação de conceitos prévios e da descoberta de um novo conhecimento. Para tal, são necessárias perguntas consistentes e bem elaboradas segundo o estatuto do conhecimento que se deseja atingir.

Brousseau (2008, p. 34) afirma que “o aluno aprende adaptando-se a um meio que é fator de contradições, dificuldades, desequilíbrios”. Supõe-se por esta teoria que o professor propõe uma sequência de atividades, previamente e cuidadosamente elaboradas, de modo que as tarefas do aluno assemelhem-se ao trabalho de um cientista, no que diz respeito à construção do conhecimento em adaptação ao *milieu* antagonico, que lhe impõe desequilíbrio e contradições.

Dessa maneira, o *milieu* constitui o local onde acontecem as interações entre os protagonistas da teoria e o conhecimento em jogo. Ele é o sistema antagonista capaz de levar o aluno ao desequilíbrio, à medida que deve engajar solidamente os estudantes em relação aos saberes em jogo em um processo de ensino. Para isto, o *milieu* não prescinde, em sua organização, de intencionalidade didática do professor, que organiza sua estrutura, de modo que possam ser ambientadas as situações passíveis de proporcionar a construção do conhecimento.

Perrin-Glorian (1998, apud Almouloud, 2007, p. 45) aponta três elementos importantes no *milieu*: o componente material, composto pelos objetivos e instrumentos; o componente cognitivo, formado pelos conhecimentos necessários à resolução do problema, e o componente social, constituído por outros membros que possam intervir na resolução do problema proposto.

Segundo Brousseau (1997), o conhecimento é o elo entre boas perguntas e boas respostas. Nesse sentido, a construção do conhecimento por parte do estudante é resultado de suas próprias interações com o *milieu*, mesmo que o *milieu* não esteja organizado segundo os conhecimentos ora adquiridos por ele. De acordo com BROUSSEAU (2008, p. 19), uma situação é um “modelo de interação de um sujeito com um meio específico que determina certo conhecimento, como o recurso de que o sujeito dispõe para alcançar ou conservar, nesse meio, um estado favorável”.

Na definição de Brousseau, uma situação didática é:

O conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo *milieu* (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição. (apud ALMOULOU, 2007, p.33).

Uma situação didática se caracteriza pelo jogo de interações do aluno com os problemas colocados pelo professor. A forma de propor esses problemas ao aluno é chamada de *devolução*, e deve ter por objetivo provocar uma interação suficientemente rica e que permita ao aluno desenvolvimento autônomo. (ALMOULOU, 2007, p. 34-35).

A noção de devolução tem importante papel na teoria das situações didáticas, pois ela garante que os alunos trabalhem de forma eficaz em torno do conhecimento matemático. Uma importante correlação deve ser feita entre as chamadas situações didática e adidática.

A situação adidática, por sua vez, é vista na teoria como parte importante da situação didática, contrariando o que se pode prever, tal situação foi objeto de estudo, preparação, planejamento e construção, por parte do professor, de modo a estruturar as condições favoráveis para que os estudantes venham a se apropriar do novo saber em jogo. No entanto, a intenção de ensinar do professor, neste caso, não é exposta aos alunos.

A situação didática e a situação adidática convivem no decorrer da apresentação de um bom problema e da articulação dos estudantes em busca de sua solução. De acordo com Almouloud (2007, p. 35): “O aluno não distingue de imediato, na situação, o que é de origem *adidática* ou de origem *didática*”.

Outra definição importante, apontada por Brousseau (1997), é aquela correspondente à situação fundamental, vista como uma situação adidática (ou mais de uma situação adidática) que preserva o sentido do conhecimento matemático que se objetiva atingir, como apontado por Almouloud (2007, p. 34):

[A situação fundamental] determina o conhecimento ensinado a um dado momento e o significado particular que esse conhecimento vai tomar do fato tendo em vista as escolhas das variáveis didáticas e as restrições e reformulações sofridas em seu processo de organização e reorganização.

Na teoria das situações didáticas, o professor tem funções claramente determinadas: apresentar um bom problema ou um jogo aos alunos, ou seja, um problema cuja solução não é superficial e nem óbvia, algo que seja capaz de articular elementos da estrutura cognitiva dos estudantes e que construa o conhecimento depois de sua resolução. Assim, o professor também assume o controle do percurso

da situação proposta, avaliando suas escolhas e o observando a relevância destas escolhas no processo de construção do conhecimento por parte dos alunos, tendo o papel de motivar os alunos na tentativa de resolverem o problema. Enquanto isso, o aluno torna-se protagonista de sua aprendizagem, pois é desafiado a entrar em situação de pesquisa para adaptar-se ao meio que se torna seu maior adversário.

A apresentação de um novo conteúdo pelo professor, de acordo com a teoria que está sendo descrita é dividida em situações de ação, formulação, validação e institucionalização, sendo as três primeiras marcadas por dialéticas de natureza adidática, uma vez que há a intencionalidade do professor não é explicitada ao aluno. Já a institucionalização tem papel explícita e eminentemente didático, já que tal intenção do professor fica clara para os estudantes.

Na situação de ação, o professor apresenta determinado problema ao aluno, enquanto este mobiliza seus conhecimentos prévios e constrói estratégias para resolver a questão proposta; nesse momento, a maneira de pensar do aluno é independente em relação à vontade do professor. Porém, em determinado instante, o aluno percebe que os conhecimentos existentes em sua estrutura cognitiva não são suficientes para resolver o problema proposto, o que gera um desequilíbrio, no sentido piagetiano, e evidencia, em boa parte dos casos, rupturas inicialmente pontuais do contrato didático. Então, o aluno busca novas conjecturas de modo a transpor suas próprias limitações, o que caracteriza a imitação do trabalho do próprio matemático em processo de investigação.

Após essa primeira fase, inicia-se a situação de formulação, na qual o aluno elabora proposições e conjecturas e as comunica a seus colegas, o que permitirá o debate e o início da formalização das ideias. Segundo Brousseau (2008, p. 26), “para chegar à vitória, não basta que um aluno saiba como ganhar. Deve também saber comunicar aos colegas sua proposta de estratégia, pois essa é a única maneira que tem de atuar na situação”.

Então, na terceira fase, a fase de validação, os alunos organizam suas proposições em torno de demonstrações mais robustas, com o intuito de convencer os colegas em torno da questão proposta. Isto obriga o aluno não só a criar sua teoria e comunicá-la aos colegas, mas também convencê-los de que ela é válida dentro de um sistema com regras pré-determinadas.

Finalmente, inicia-se a dialética da institucionalização, na qual o professor

valida ou aponta inconsistências no que foi elaborado pelos alunos anteriormente, define e caracteriza o conceito trabalhado na resolução do problema proposto e, finalmente, generaliza o objeto de estudo, em sessões coletivas. Nessa fase, portanto, a intenção didática do professor é desvelada e o conceito é, em caso de efetividade do processo, formalmente aprendido pelo aluno, o que retorna à posição inicial de equilíbrio cognitivo. Portanto, nessa dialética ocorre a fixação do estatuto do conhecimento matemático válido. Concordando com esse pensamento, Almouloud (2007, p.40) faz algumas ressalvas sobre a institucionalização tais que:

Se feita muito cedo, a institucionalização interrompe a construção do significado, impedindo uma aprendizagem adequada e produzindo dificuldades para o professor e os alunos; quando feita após o momento adequado, ela reforça interpretações inexatas, atrasa a aprendizagem, dificulta as aplicações; é negociada numa dialética.

Embora sendo a última fase e de características diferentes das demais, a fase da institucionalização não é menos importante que as anteriores. Por fim, pode-se constatar que a teoria das situações didáticas transpassa tanto os conhecimentos matemáticos, quanto a forma como eles deverão ser trabalhados e apresentados em sala de aula. Saliendo que embora o aluno seja o protagonista de sua aprendizagem, o papel do professor é imprescindível para que a teoria apresentada seja efetivamente concretizada.

Um importante aspecto da teoria de Guy Brousseau é o seu potencial de evidenciar a estruturação cognitiva do conhecimento, pois as situações apresentadas anteriormente são capazes de permitir a abordagem de aplicações da Matemática em situações rotineiras, admitir mudanças de contexto, aguçar o espírito investigativo dos alunos, promover a argumentação lógico-matemática, a partir da interação de um estudante com os demais e, finalmente, estabelecer uma estreita conexão do aluno com o conhecimento.

A utilização dos pressupostos da teoria das situações didáticas revela uma opção pelo trabalho didático investigativo da construção do conhecimento. Essa opção se dá em função de elementos muito específicos e estruturados a partir da lógica do contrato didático, que é o conjunto de regras explícitas ou, na maioria das vezes, implícitas e convenções que permeiam a relação, professor-aluno-saber subjacente ao esquema do triângulo didático. Isto é, trata-se do comportamento dos alunos frente ao conhecimento que é previsto pelo professor e também das atitudes

do professor frente ao conhecimento que são esperadas pelo aluno.

Percebe-se, portanto, que o contrato didático está intimamente ligado à prática pedagógica do professor e à sua relação com a classe. Dessa forma, ele tem aspectos que o diferenciam, de acordo com o ambiente, o professor, a turma e o conhecimento objetivado. Como pode ser observado a seguir, de acordo com Silva (2010, p. 51-52):

Devemos notar que o contrato didático depende da estratégia de ensino adotada, adaptando-se a diversos contextos, tais como: as escolhas pedagógicas, o tipo de trabalho solicitado aos alunos, os objetivos do curso, as condições da avaliação, etc. Se a relação didática desenvolve-se num ambiente em que o professor dá aulas expositivas, em que predominam as definições, os exemplos e as listas de exercícios para os alunos resolverem, aí o conjunto de regras, explícitas ou implícitas, que regem o gerenciamento da atividade será muito diferente daquele que direciona uma prática pedagógica em que os alunos trabalham realizando atividades propostas e, no final, o professor, em uma sessão coletiva, procura institucionalizar o conceito trabalhado e propõe exercícios de fixação e/ou verificação do aprendizado.

Embora o contrato didático acabe por determinar a função do professor, tarefas do aluno, regras para o encaminhamento da aula, objetivos do curso e estratégias pedagógicas essenciais para o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem da Matemática, ele também pode ser a razão de bloqueios e falhas no sistema didático, principalmente quando o professor não se torna vigilante de sua própria prática. Muitas vezes é necessário que ocorra uma ruptura com o contrato didático para que a construção do conhecimento seja alcançada. A ruptura do contrato didático em determinadas situações faz-se necessário para que o aluno avance em relação ao conhecimento que se deseja promover. Uma vez redefinidos os papéis e condições de construção dos conhecimentos, há uma renegociação do contrato didático.

Não se trata de uma questão de provocar ou de evitar rupturas do contrato, mas, caso o professor deixe de fazê-lo porque pretende dirimir conflitos, ou não se pode deixar de notar que a ruptura ocorre quando algumas das partes, professor ou aluno, desrespeita as cláusulas do contrato didático. A partir daí, podem surgir elementos positivos ou negativos para a aprendizagem.

E porque quer supostamente facilitar a aprendizagem do aluno, poderão ocorrer efeitos deletérios ligados justamente ao contrato em vigor. De acordo com Silva (2010, p. 63), as maiores dificuldades dos alunos na aprendizagem da Matemática decorrem dos efeitos do contrato didático mal colocado ou mal entendido.

Geralmente ocorre quando o professor, ao se deparar com problemas de compreensão de seus alunos, toma suas explicações, metodologias e técnicas como objeto de estudo, distanciando-se do verdadeiro conhecimento matemático. O roteiro facilitador criado pelo docente é uma forma de evitar conflito: transmite ao aluno uma falsa impressão de conhecimento.

Almouloud (2007, p. 95) cita como exemplos desse fenômeno a utilização de diagramas de flechas no estudo da teoria dos conjuntos, tabelas de variação na definição do conceito de função, entre outros.

Este problema também ocorre no ensino de construções geométricas, sabe-se que a realização de uma construção geométrica envolve uma ordem de raciocínios, muitas vezes abstratos para os estudantes, previamente e posteriormente à realização concreta das atividades com o auxílio instrumental.

Os problemas de construção são motivadores, às vezes intrigantes e frequentemente conduzem à descoberta de novas propriedades. São educativos no sentido que em cada um é necessária uma análise da situação onde se faz o. Dessa forma, o ensino de geometria e de construções geométricas transcende a simples execução e posterior repetição de um roteiro. No entanto, é frequente a utilização de receitas acabadas para a resolução de exercícios, envolvendo construções geométricas. Em relação às teorias até aqui tratado, pode-se afirmar que sequências didáticas baseadas no trabalho investigativo do estudante, segundo Brousseau (2007), têm como finalidade evitar a aprendizagem mecânica de construções geométricas e, conseqüentemente, os efeitos prejudiciais ao contrato didático.

1.2 Engenharia Didática

Inicialmente associada como metodologia para a análise de situações didáticas, a Engenharia Didática foi concebida como um trabalho didático de modo semelhante ao proposto por Artigue (1996, p. 193):

“[...] ofício do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apoia sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos depurados na ciência e, portanto, a enfrentar [...] problemas que a ciência não quer ou não pode levar em conta”.

A Metodologia representa um método, um caminho ou um meio adequado para se alcançar determinada meta ou objetivo. A função da metodologia é mostrar como trilhar no „caminho das pedras' para a investigação de uma pesquisa ou para a prática de sala de aula, com a pretensão de ajudar o pesquisador/professor a refletir e instigar um novo olhar sobre o mundo, um olhar que seja organizador, dedutivo, curioso, indagador e criativo.

Segundo Artigue (1996), a Engenharia Didática é um processo experimental que objetiva conceber, realizar, observar e analisar as situações didáticas. A autora pondera que a Engenharia Didática possui dupla função, a qual pode ser compreendida como uma produção para o ensino tanto como uma metodologia de pesquisa qualitativa.

O sucesso de uma pesquisa também dependerá do procedimento seguido, do seu envolvimento com a pesquisa e de sua habilidade em escolher o caminho adequado para verificar os objetivos da pesquisa. Pesquisar significa, de forma bem simples, procurar respostas para indagações propostas. Pode-se considerar a pesquisa como uma atividade básica das ciências na sua indagação e análise da realidade, uma prática permanente, que faz aproximações sucessivas da realidade que nunca se esgota, numa combinação particular entre teoria e dados.

A Engenharia Didática se enquadra na perspectiva da pesquisa qualitativa, que inicialmente teve como finalidade estudar problemas relativos à aprendizagem de conhecimentos específicos da Matemática: diagnóstico de concepções, dificuldades e obstáculos, compreender os níveis de desenvolvimento das estratégias dos alunos, a aprendizagem, introdução e construção de conhecimentos específicos, a formação de professores, explicitando a relação entre temas da matemática e outras áreas de

conhecimento, dentre outras.

A Engenharia Didática emergiu nas discussões do IREM, tendo sido idealizada por Brousseau, como suporte metodológico para as pesquisas em Didática de Matemática. A metodologia da Engenharia Didática foi desenvolvida e amplamente descrita em Artigue (1996), que posteriormente se difundiu em nível mundial. No Brasil, autores brasileiros como Almoloud (2007), Machado (2002) e Pais (2002) realizam várias pesquisas sobre o assunto.

Na mesma perspectiva, Artigue (1996) determina as características da Engenharia Didática como metodologia de pesquisa. A Engenharia Didática é um esquema experimental baseado nas realizações didáticas em sala de aula. Essa validação da pesquisa é feita, sobretudo internamente, pois ela se baseia na confrontação entre a análise a priori (baseada no quadro teórico) e a análise a posteriori. O processo experimental da engenharia didática compõe-se de quatro fases:

Fase 1: Análise preliminar;

Fase 2: Concepção e análise a priori das situações didáticas;

Fase 3: Experimentação;

Fase 4: Análise a posteriori e validação.

Artigue (1996) fundamentam tais fases:

Primeira fase – Análises preliminares

A primeira fase é aquela na qual se realizam as análises preliminares, que pode comportar as seguintes vertentes:

- Do ensino usual e seus efeitos;
- Das concepções dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos que marcam a devolução dos mesmos.
- Das condições e fatores de que depende a construção didática efetiva;
- A consideração dos objetivos específicos da pesquisa.

Segundo Artigue (1998), cada uma dessas fases é retomada e aprofundada no decorrer do trabalho de pesquisa, em função das necessidades emergentes. Estas análises preliminares devem permitir ao pesquisador a identificação das variáveis didáticas potenciais que serão explicitadas e manipuladas nas fases que se seguem: a análise a priori e a construção da sequência de ensino.

Nesta pesquisa, as análises prévias foram feitas através de considerações sobre o quadro teórico didático e sobre os conhecimentos didáticos adquiridos no estudo do uso de conhecimentos astronômicos no ensino da Geometria, em particular o Teorema de Pitágoras, a partir de:

- Fundamentação teórica centrada nas teorias da Didática da Matemática, principalmente na Teoria das Situações Didáticas de Brosseau;
- Fundamentação teórica em pesquisas voltadas para o tema.
- Estudo Histórico da relação da Matemática e Astronomia na Grécia Antiga;
- Estudo histórico da vida de Pitágoras e o recurso didático do gnômon;
- Análise do livro didático do 9º ano usado na instituição de ensino onde foi aplicado o projeto de pesquisa, da Base Nacional Comum Curricular sobre Geometria e o Teorema de Pitágoras.
- Análise das concepções dos alunos e das dificuldades acerca da Geometria por meio de questionário.

Segunda fase – Concepção e da análise a priori

Considerando os dados adquiridos e as conclusões das análises preliminares, nesta segunda fase cabe ao pesquisador à organização, análise e planejamento da engenharia, servindo de subsídio para a esquematização de uma rota a ser seguida. Nesta análise, devemos:

- Analisar quais são os desafios para os alunos, descrevendo as possibilidades de ação, de escolha, de decisão, de controle e validação que o aluno disporá durante a experimentação.
- Prever possíveis comportamentos e buscar alternativas para lidar com esses comportamentos, resultantes de uma situação de aprendizagem.

Nesta fase foi realizado um questionário prévio e foram analisadas quais as dificuldades dos alunos, o que eles sabiam e quais seriam os passos a serem dados no desenvolvimento da sequência didática.

Terceira fase – Experimentação

A fase da experimentação é o momento de colocar em funcionamento todo o dispositivo construído, corrigindo-o se necessário, quando as análises locais do

desenvolvimento experimental identificam essa necessidade, o que implica em um retorno à análise a priori, em um processo de complementação.

Neste momento será construído e aplicado uma Sequência Didática tendo como aporte teórico a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (2008).

Quarta fase – Análise a Posteriori, Validação e Institucionalização.

Dentre o conjunto de dados recolhidos durante a experimentação, estão as observações realizadas e as produções dos alunos em sala de aula ou fora dela. Esses dados são, às vezes, completados por dados obtidos pela utilização de metodologias externas: Questionários, trabalhos em pequenos grupos, entrevistas individuais ou em pequenos grupos, realizados em diverso momento do ensino. Assim, a análise a posteriori depende das ferramentas técnicas ou teóricas. Os resultados serão analisados pela pesquisadora, e as informações daí resultantes serão confrontadas com a análise a priori realizada, sendo aplicado pré-teste e pós-teste.

O objetivo é relacionar as observações com os objetivos definidos a priori e estimular a reprodutibilidade e a regularidade dos fenômenos didáticos identificados. Esta fase se apoia nos dados obtidos pela observação e rendimentos dos alunos, é nesta fase que o professor/pesquisador analisa os dados obtidos e confronta as análises a priori com as análises a posteriori para verificar se as hipóteses iniciais se validam para concluir a pesquisa, como satisfatória ou não na promoção de aprendizagens significativas.

1.3 A influência de outros trabalhos nesta investigação

No intuito de orientar as escolhas assumidas nessa pesquisa e a relevância do tema proposto, foi realizado um levantamento de trabalhos cujo tema estivesse relacionado ao ensino e à aprendizagem de Geometria, à utilização de teorias da Didática da Matemática como aporte teórico, ao uso da Astronomia como meio facilitador da aprendizagem e ao ensino do Teorema de Pitágoras nos últimos anos do Ensino Fundamental II.

O uso do relógio de Sol (gnômon) foi inspirado pela proposta de Schwerz (2013) que preparou uma oficina usando o gnômon desenvolvido em seu Trabalho de Sistematização do Curso de Física. A proposta consiste em uma atividade

interdisciplinar abordando conceitos de Astronomia e Geometria com os alunos do 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental, tendo como base a construção do “gnômon” de Eratóstenes que possibilita desencadear procedimentos didáticos pedagógicos que envolvem os alunos numa proposta em que poderão compreender alguns conceitos científicos a partir da atividade prática. Este trabalho teve uma grande importância na construção deste trabalho, pois por meio dela foi possível iniciar um estudo sobre o uso do gnômon como recurso didático.

Quanto à importância do uso da Astronomia no processo ensino aprendizagem para Silveira (2019) fica evidente a relevância do Ensino de Astronomia associada às várias áreas do conhecimento humano, assim como, elencar os vários teóricos que abordam sobre a importância da experimentação na prática de ensino, tratando sobre elementos de Astronomia aplicados à prática de observações do Movimento Relativo do Sol, pois os mesmos servirão como recurso pedagógico para ações voltadas para a prática de ensino experimental nas escolas, com o intuito de introduzir nestas práticas, os conteúdos ensinados em disciplinas como, Física, Matemática, Geografia, História, e Ciência.

No sentido de executar atividades práticas com a utilização de experimentação e observação em Astronomia, trabalhos como de Amaro (2015), propõe a construção de um relógio solar para o museu de ciências naturais objetivando não só indicar as horas, mas, sobretudo demarcar a época e o mês corrente. Ações desse tipo visam propor meios para que ocorra uma dialogia entre a teoria e a prática experimental voltada para inserção de observações astronômicas em ambientes também externos à escola.

Em seu trabalho Nascimento Júnior e Nascimento (2019) evidenciam a importância da disciplina de Arte na construção de habilidades necessárias na aquisição de conhecimentos geométricos, por meio da interação dos alunos em situações didáticas na construção de um tangram.

Na pesquisa de Nascimento Júnior e Nascimento (2019) a metodologia de pesquisa usada foi a Engenharia Didática de Michéle Artigue, tendo como conclusão que foi exitoso o trabalho realizado com situações didáticas usando a ludicidade por meio do tangram.

A dissertação de Silva (2017) tem como objeto de estudo as Operações Aritméticas Fundamentais e para materializar o estudo, a autora construiu uma mala, denominada *malamática*, com a intenção de disponibilizar e transportar os elementos

produzidos na pesquisa para os professores da Educação Básica. Silva (2017) pretende transportar na *malamática*, fundamentos da didática da matemática, que possam ser articulados com outros campos de investigação e assim produzir e/ou oferecer contributos para o ensino e a aprendizagem da matemática.

Segundo os preceitos da Engenharia Didática, por meio de uma sequência didática desenvolvida, Bastian (2000) propôs uma abordagem do Teorema de Pitágoras diferente das abordagens tradicionais, permitindo, assim, a construção dos significados por parte dos estudantes. Nas questões elaboradas, os alunos puderam perceber a utilidade e a importância do ente matemático, além de desenvolver a capacidade de aplicar o Teorema de Pitágoras como ferramenta na resolução de problemas.

E na análise das respostas obtidas nas atividades propostas aos alunos, foi levado em consideração também o erro, com base no trabalho de Cury (2007), se o professor de matemática, ao realizar a correção dessas atividades, fizer uma reflexão do que foi encontrado no registro dessas questões, é possível verificar algumas dificuldades de aprendizagem desse aluno, e a partir delas, elaborar atividades com objetivos de superá-las.

Este capítulo nos apresenta fontes de onde iremos buscar elementos e usá-los na construção e aplicação desta pesquisa

CAPÍTULO 2 - RELAÇÃO ENTRE A MATEMÁTICA E A ASTRONOMIA

Neste capítulo será descrito a relação antiga que existe entre a Matemática e a Astronomia, mas precisamente na Grécia Antiga narrando algumas das contribuições de astrônomos desta civilização, as contribuições de Pitágoras de Samos e da Escola Pitagórica. Finalizando com a história do relógio de Sol, os tipos de relógio de Sol e a importância do seu uso no processo de ensino e aprendizagem.

2.1 Matemática e Astronomia na Grécia Antiga

As observações e as especulações sobre a natureza do Universo são de épocas bem remotas. A Astronomia nasceu há milhares de anos, em uma época que

nos deixou poucos testemunhos. Para Strieder e Ubinski (2013, p. 45) “A Astronomia é uma das Ciências mais antigas e presentes na sociedade. Já nos primeiros registros da civilização é possível constatar a existência de conhecimentos astronômicos norteando as atividades das pessoas. [...]”.

Assim sendo, este campo científico, está relacionado a outras ciências de maneira muito íntima, como a Física, a Química e a Matemática. Na antiguidade não havia essa divisão do conhecimento em ciências, mas um único campo de atuação. Havia uma integração entre as áreas voltadas à tecnologia e as que se preocupavam com o comportamento da humanidade, como afirma Rosa (2012, p.100).

Sob a denominação genérica de Filosofia Natural, os gregos antigos criavam uma Ciência com o objetivo de estudar e compreender a Natureza. Essa busca por uma compreensão do Mundo físico abrangia um vasto campo, que englobava a Matemática, as Ciências Naturais e as Ciências Físicas (inclusive a Astronomia e a Meteorologia); ou seja, ao tempo dos filósofos pré-socráticos, os campos científicos e filosóficos se confundiam e se inter-relacionavam, ao ponto que os filósofos tanto se dedicavam a especulações filosóficas e metafísicas sobre a origem e a constituição do Universo quanto aos números (Aritmética), áreas (Geometria) e elementos (Física e Química).

As pessoas que inconscientemente fundaram esta ciência eram humildes pastores, agricultores e caçadores nômades, pois estes sentiam a necessidade de compreender os fenômenos celestes, intimamente ligados à vida cotidiana (orientação no mar e na terra, as estações do ano, os dias e as noites, etc.).

Não são muitas as anotações até hoje encontradas pelos povos antigos, mas sabe-se que existem registros de observações e estudos ligados às suas atividades diárias de aproximadamente 5000 anos atrás. Segundo Ronan (1998, p.23):

Os registros astronômicos mais antigos datam de aproximadamente 3000 a.C.e se devem aos chineses, babilônios, assírios e egípcios. Naquela época, os astros eram estudados com objetivos práticos, como medir a passagem do tempo (fazer calendários) para prever a melhor época para o plantio e a colheita, ou com objetivos mais relacionados à astrologia, como fazer previsões para o futuro, já que, não tendo qualquer conhecimento das leis da natureza (física), acreditavam que os deuses do céu tinham o poder da colheita, da chuva e mesmo da vida.

Mesmo com registros de anotações somente desta época, sabe-se que a atividade intelectual a cerca do assunto remonta de períodos bem mais distantes, pois

se sabe que por volta do ano 6000 a.C. se deu o surgimento da agricultura e a consequente transição entre a civilização nômade e sedentária. Fatos que se deram com o conhecimento de fenômenos naturais associados à Astronomia.

O estudo da Astronomia começou através de observações do movimento dos corpos celestes. Em seguida os astrônomos foram capazes de descobrir as distâncias entre alguns astros, determinar a forma e o tipo de movimento dos planetas e mais recentemente já se sabe sobre a característica e composição de alguns dos corpos celestes que integram o sistema solar, além de informações que se possui de outras galáxias e estrelas fora de nosso sistema de referência.

Foi com os gregos que a Astronomia se desenvolveu como um ramo da Matemática, dessa forma ela passa a se desenvolver em bases racionais, momento em que houve uma grande mudança na forma de visualizar e interpretar os fenômenos naturais. O uso do conhecimento herdado dos babilônios juntamente com o esforço e curiosidade dos gregos proporcionou à Astronomia um momento de grande desenvolvimento e descoberta onde se pode destacar segundo Oliveira Filho (2000):

- (i) A previsão de um eclipse por Tales de Mileto na década de 580 a.C.;
- (ii) A conclusão por Aristóteles de que a Terra era aproximadamente esférica (usando o argumento de que a forma de sua sombra era circular durante um eclipse lunar);
- (iii) A medição do diâmetro a Terra por Eratóstenes em 230 a.C.;
- (iv) Os cálculos sobre as distâncias entre Terra-Sol-Lua, realizados por Aristarco de Samos, usando a posição destes astros durante um eclipse da Lua;
- (v) A proposição do modelo geocêntrico de Ptolomeu (o último astrônomo grego importante) baseado em conceitos matemáticos, quando escreveu o grande tratado da Astronomia;
- (vi) Pitágoras foi a primeira pessoa a sugerir que a Terra era uma esfera, mas não está claro o que o levou a essa conclusão. É possivelmente ligado à sua crença de que os círculos eram considerados formas mais perfeitas.

É percebido que foi na cultura helênica que se registrou a grande parte dos

acervos históricos da Astronomia. De fato é inquestionável a contribuição que a civilização grega deixou para ciência, não apenas as ciências naturais (a Matemática, a Astronomia, a Física, etc.), mas também no campo humano e filosófico. A cultura grega é, ainda hoje, referência de modelo racional de observação dos fatos e da consequente sistematização do conhecimento. É evidente que o conhecimento não surgiu com os gregos. Muitas influências de outros povos, como os romanos na política, os babilônicos na Matemática e os egípcios na Geometria e Medicina, favoreceram sua cultura e serviram de bases para estudos mais elaborados. No entanto, praticamente não se tem registros de estudos com fundamentos matemáticos que expliquem fatos da Astronomia. Assim como é difícil encontrar estudos de outras áreas das ciências. Mas a Matemática usada pelos filósofos gregos já era praticada por outros povos como subscreve (BOYER, 2006, p.30).

Os babilônios antigos conheciam outras importantes relações geométricas. Como os egípcios sabiam que: a altura de um triângulo isósceles bissecta a base. Daí dado o comprimento de uma corda num círculo de raio conhecido, sabiam achar a apótema. Diferentemente dos egípcios, conheciam o fato que o ângulo inscrito num semicírculo é reto, proposição conhecida como teorema de Tales, apesar de Tales ter vivido bem mais de um milênio depois dos babilônios terem começado a usá-la. Esta denominação errônea de um teorema bem conhecido da geometria é sintomático da dificuldade em avaliar a influência da matemática pré-helênica sobre culturas posteriores.

Por esse motivo as culturas pré-helênicas tem sido estigmatizadas. Escritos relacionados à Matemática aplicada à vida diária e as utilidades locais trazem conhecimentos que mais tarde são apresentados de forma generalizada (proposições, teoremas, etc.) por outros povos. Portanto, não se pode dizer que não existia o conhecimento matemático com referências a Astronomia se já que existiam registros anteriores que davam conta desse conhecimento no cotidiano dos povos antigos. Outra dificuldade em localizar dados sobre a atividade intelectual dos povos pré-helênicos foi o incêndio da biblioteca de Alexandria no ano de 48 a.C., que destruiu grande parte do acervo da mais importante biblioteca do mundo antigo, e em consequência apagou parte do registro da cultura humana até aquele momento.

É na Grécia Antiga que se dá a grande mudança na sistematização do conhecimento científico, por isso a Grécia passou a ser conhecida como berço da civilização moderna. “A importância cultural dos gregos clássicos aparece de forma marcante no desenvolvimento que deram à Matemática e à Astronomia”, destaca Faria (2006), pontuando que os conhecimentos herdados dos mesopotâmios e

egípcios foram apenas noções rudimentares de Matemática e Astronomia com bases utilitárias. Os estudos sobre Astronomia estão intimamente ligados ao desenvolvimento da Geometria e principalmente da trigonometria, que justificava determinadas ocorrências tais como estimar grandes alturas e distâncias e previam fenômenos como eclipses usando semelhança de triângulos e relações métricas no triângulo retângulo. Assim assinalou Boyer (2006, p. 116):

Com os gregos pela primeira vez encontramos um estudo sistemático de relações entre ângulos (ou arcos) num círculo e os comprimentos das cordas que os submetem. As propriedades das cordas como medidas de ângulos centrais ou inscritas em círculos eram conhecidas dos gregos do tempo de Hipócrates, e é provável que Eudoxo tenha usado razões e medidas de ângulos para determinar o tamanho da Terra e as distâncias relativas do Sol e da Lua. Nas obras de Euclides não há trigonometria no sentido estrito da palavra, mas há teoremas equivalentes a leis ou fórmulas trigonométricas específicas. (...). Cada vez mais os astrônomos da idade Alexandrina - notadamente Eratóstenes de Cirene (por volta de 276 - 194 a.C.) e Aristarco de Samos (por volta de 310 - 230 a.C.) tratavam problemas que indicavam a necessidade de relações mais sistematizadas entre ângulos e cordas.

2.2 Pitágoras de Samos

Pitágoras de Samos (572 - 497 a.C.) nasceu na ilha de Samos de acordo com a Figura 2, na costa da Ásia Menor, por volta do ano 572 a.C. Samos nessa época, era uma rica cidade-estado mercantil, mas, talvez justamente por isso, sua vida intelectual era muito limitada, apesar de muitos homens talentosos viverem ali. Esse fato, aliado ao rígido regime político sob o qual Samos vivia, deve ter sido o motivo que levou Pitágoras, que sempre revelara aptidão, místicas e filosóficas a deixar a cidade. Assim, aos 18 anos de idade ele mudou para a ilha de Lesbos, onde por dois anos estudou filosofia. Depois disso seguiu para Mileto, possivelmente para lograr os ensinamentos de Tales, que era mais velho do que ele cerca de cinquenta anos. Talvez aconselhado por Tales, rumou então para o Egito, para tentar aprender o saber local, concentrado nas mãos das ordens sacerdotais. Segundo Asger Aaboé (2002) "Pitágoras de Samos, que atingiu seu ápice produtivo em torno de 530 e de seus seguidores os pitagóricos".

Figura 2- Localização de Samos.



Fonte: <http://portugues.vacationstogo.com>

Suas realizações foram em Ciências, particularmente na Matemática, e na religião, e seus preceitos religiosos eram fortemente condimentados por ingredientes dos matemáticos ou místicos numéricos. Seus gostos em matemática tendem para Aritmética e a Álgebra, é óbvia uma forte influência babilônica. Em verdade, diz-se que Pitágoras visitou o Egito e a Babilônia, e embora lenda conte que ele aprendeu sua matemática no Egito e suas crenças místicas na Babilônia, é claro que foi na Babilônia que obteve suas inspirações matemáticas. Depois de vencer duras provas acabou sendo aceito como aluno em Tebas, na Grécia, onde permaneceu por cerca de vinte anos.

Depois disso Pitágoras voltou a Samos, onde pretendia se dedicar ao ensino. Mas, confirmando talvez o desinteresse dos Samos pelo saber, Pitágoras só conseguiu um aluno e, assim mesmo, tendo de pagar-lhe para que ele assistisse às suas aulas. Esse fato, somado à situação da política de Samos, levou-o a emigrar mais uma vez, indo estabelecer-se agora na colônia grega de Crotona, no sul da Itália. Nessa cidade fundou uma escola que, apesar de seu misticismo, iria ter uma influência muito grande nos rumos da filosofia e da ciência, especialmente da matemática. Para Singh (2008, p.30):

Pitágoras não apreciava o isolamento e acabou subornando um menino para ser seu primeiro aluno. A identidade do garoto é incerta, mas alguns historiadores sugerem que ele também se chamaria Pitágoras [...] Pitágoras,

o mestre, pagava ao seu aluno três ébolos para cada aula a que ele comparecia. Logo percebeu que, à medida que as semanas se passavam, a relutância inicial do menino em aprender se transformava em entusiasmo pelo conhecimento. Para testar seu pupilo, Pitágoras fingiu que não podia mais pagar o estudante e que teria de interromper as aulas. Então o menino se ofereceu para pagar por sua educação. O pupilo tornou-se discípulo. Infelizmente este foi o único adepto que Pitágoras conquistou em Samos. Ele chegou a estabelecer temporariamente uma escola conhecida como o Semicírculo de Pitágoras, mas suas ideias de reforma social eram inaceitáveis e o filósofo foi obrigado a fugir com sua mãe e seu único discípulo.

2.2.1 A Escola Pitagórica

Em suas passagens por diversos países em busca de conhecimento, Pitágoras fundou em Crotona a Escola Pitagórica. Esta escola era politicamente conservadora e mantinha um princípio de conduta muito rígido, ou seja, era uma irmandade estreitamente unida por ritos secretos e cerimônias, nenhum dos seus discípulos jamais violou a regra até mesmo depois da morte de Pitágoras e do fim da escola. Todas as proibições estabelecidas por Pitágoras em sua religião na escola eram seguidas com muito rigor. Era uma espécie de escola com caráter duplo, pois se dedicava a questões espirituais e, além disso, aos estudos de Matemática, Astronomia e Música, segundo Singh (2008, p.35).

Pitágoras também foi o responsável pela formalização da escala musical que usamos hoje. O instrumento mais importante da antiga música helênica era o tetracordio, ou lira de quatro cordas. Antes de Pitágoras, os músicos tinham percebido que certas notas, quando soavam juntas, criavam um efeito agradável e afinavam suas liras de modo que ao tocarem duas cordas pudessem produzir tal harmonia. Contudo, os antigos músicos não compreendiam por que certas notas, em especial, eram harmônicas e não tinham nenhum meio preciso, de afinar seus instrumentos. Eles afinavam suas liras pelo ouvido, até conseguirem um estado de harmonia – um processo que Platão chamava de torturar as cravelhas.

Pitágoras e os pitagóricos foram pessoas que deixaram grandes contribuições matemáticas e filosóficas, porém esta história importante da Matemática é envolvida em muitas lendas, pelo fato de muitas de suas descobertas ficarem em segredo, além da perda da maioria dos documentos. Há uma lenda que diz que, neste ataque aos pitagóricos, toda a casa foi incendiada, queimando os registros de Pitágoras e sua escola. Os pitagóricos tinham por costume atribuir todas as descobertas ao fundador, por isso hoje é tão difícil saber se foi realmente Pitágoras que fez estas descobertas ou se foram outros membros que na época eram chamados de seus seguidores.

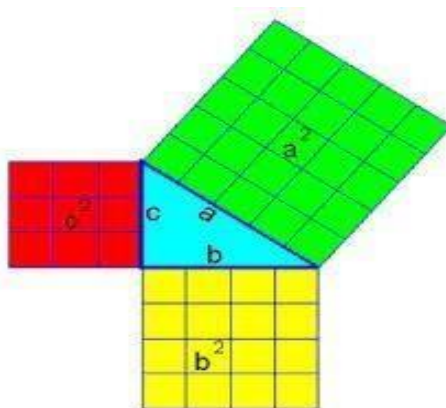
Existem relatos históricos que a Escola Pitagórica tenha existido por mil anos

uma das grandes contribuições da escola pitagórica à matemática foi organizar algumas partes da geometria das paralelas, por meio do método demonstrativo, ou seja, por meio de teoremas. Mas apesar de sua importância, nenhum escrito sobre a escola pitagórica sobreviveu, as informações que conhecemos vieram de fontes indiretas muito posteriores.

2.2.2 O enunciado do Teorema de Pitágoras e suas demonstrações

Seja em qualquer triângulo retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos de acordo com. Se a é a medida da hipotenusa e se b e c são as medidas dos catetos, o enunciado do Teorema de Pitágoras nos afirma que $a^2 = b^2 + c^2$.

Figura 3- Prova do Teorema de Pitágoras através de quadriculações



Fonte: <http://www.lume.ufrgs.br>

A Figura 3 do triângulo retângulo acima mostra que a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos é igual à área da hipotenusa.

Nas ciências naturais, uma demonstração é algo que pode ser observado e repetido uma grande quantidade de vezes, e tomado como verdade, claro que muitas vezes de forma não absoluta. As descobertas científicas na maioria das vezes foram feitas desta forma.

Uma hipótese é proposta e verificada muitas vezes, para o maior número de casos, até que seja considerada verdadeira. Mas na Matemática, uma conjectura só é considerada verdadeira quando for demonstrada com argumentos lógicos, sem deixar

qualquer margem de dúvida. Ou seja, realizar testes com casos particulares, por maior que seja a quantidade destes testes, não serve como demonstração ou prova de qualquer afirmação matemática. Para Singh (2008, p.41):

Em matemática o conceito de prova é muito mais rigoroso e poderoso do que o que usamos em nosso dia-a-dia e até mesmo mais preciso do que o conceito de prova como entendido pelos físicos e químicos. A diferença entre prova científica e prova matemática é ao mesmo tempo sutil e profunda. Ela é crucial para que possamos entender o trabalho de cada matemático, desde Pitágoras. A ideia de demonstração matemática clássica começa com uma série de axiomas, declarações que julgamos serem verdadeiras ou que sejam verdades evidentes. Então, através da argumentação lógica, passo a passo, é possível chegar a uma conclusão. “Se os axiomas estiverem corretos e a lógica for impecável, então a conclusão será inegável”.

Pitágoras percebeu que os números estavam ocultos em tudo, das harmonias da música até as órbitas dos planetas, o que o levou a proclamar que “tudo é número”. Ao explorar o significado da matemática, Pitágoras estava desenvolvendo uma linguagem que permitiria que ele e outros depois dele descrevessem a natureza do universo. Daí em diante cada avanço da matemática daria aos cientistas o vocabulário de que necessitavam para explicar melhor os fenômenos que nos cercam. De fato, o desenvolvimento da matemática iria inspirar revoluções na ciência. De todas as ligações entre os números e a natureza estudadas pela irmandade, a mais importante é a relação que leva o nome de seu fundador. O Teorema de Pitágoras nos fornece uma equação que é verdadeira para todos os triângulos retângulos e que, portanto, também define o ângulo reto. Por sua vez, o ângulo reto define a perpendicular e a perpendicular define as dimensões – comprimento, largura e altura – do espaço onde vivemos. Em última análise, a matemática, através do triângulo retângulo, define a própria estrutura do nosso mundo tridimensional.

O Teorema de Pitágoras é um dos conteúdos geométricos que será trabalhado no Produto Educacional, que é uma Sequência Didática e será abordado posteriormente. O estudo da Astronomia no ensino básico pode ser proposto como um estímulo da curiosidade e introdutor de elementos para a aprendizagem na construção do conhecimento científico. A Astronomia é uma das áreas do conhecimento que permitem não só a contextualização de conceitos de Ciências, mas também como uma abordagem interdisciplinar. Conforme apontado por Langhi (2010) compreende-se que a Astronomia é suficientemente adequada para gerar motivação aos alunos, contribuindo com o desenvolvimento intelectual, devido à alta interdisciplinaridade que existe na Astronomia.

2.3 Histórico sobre o Relógio de Sol

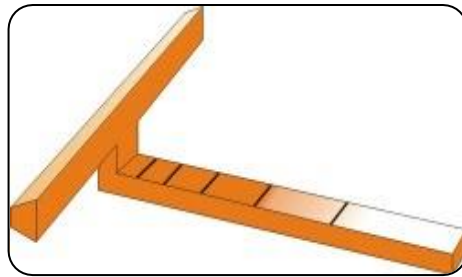
Ao longo da história, a contagem do tempo foi regida pelo Sol e pelas estrelas e mesmo depois da invenção dos relógios mecânicos estes eram regulados pelo Sol. Como afirma Afonso (1996):

Desde a pré-história o homem observou que havia variações de temperatura e que os animais, as flores e os frutos vinham de acordo com as diferentes estações do ano. Assim, ele começou a registrar os fenômenos celestes, principalmente os movimentos aparentes do Sol.

Por motivo de sobrevivência, os povos primitivos realizavam observações do tempo, para tarefas do cotidiano. Com o desenvolvimento das civilizações, surgiram os calendários, os quais foram aprimorados com o passar do tempo. A identificação das estações do ano, por exemplo, constituía uma das informações fundamentais às civilizações praticantes da agricultura e que dependiam dos fatores climáticos. Aos poucos, o dia passou a ser dividido em horas, o que auxiliou a determinação de vários costumes, como rituais de práticas religiosas e outras atividades do cotidiano.




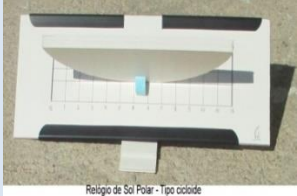

Um das maneiras usadas pelos povos antigos para medir o dia, dividindo-os em etapas, foi por meio dos Relógios de Sol que existem de vários tipos conforme Quadro 1. A sua origem não é estipulada, porém, existem registros que remetem à Mesopotâmia, há cerca de 4.000 anos. Há também informações de que, na China, eram conhecidos e utilizados. Lá, as observações astronômicas se iniciaram na era do imperador Yao, 23 séculos a.C. (MIGUEL, 2009, p. 144-146). Fragmentos do mais antigo Relógio de Sol existente estão expostos no Museu em Berlim e, data da época do faraó Tutmés III do Egito (1504-1450 a.C.). O relógio foi construído em pedra e tem a forma de uma régua T, no qual era colocado horizontalmente de modo que o travessão ficasse voltado para o leste projetando uma sombra ao longo da haste, na qual havia cinco marcas para indicar as horas até o meio dia solar verdadeiro de acordo com a Figura 4. À medida que o Sol se elevava no céu, a sombra se reduzia, até desaparecer, ao horizontalmente de modo que o travessão ficasse voltado para o leste projetando uma sombra ao longo da haste, na qual havia cinco marcas para indicar as horas até o meio dia solar verdadeiro. À medida que o Sol se elevava no céu, a sombra se reduzia, até desaparecer, ao meio dia, marcando a sexta hora. Depois do meio dia o travessão era virado para o oeste e assim marcavam-se mais 6 horas até o por do Sol (WHITROW, 1993).

Figura 4 Esquema representativo do relógio de Sol Egípcio



Fonte: <http://relogiosdesol.blogspot.com/>

Quadro 1 - Classificação dos Relógios de Sol

Relógio de Sol	Imagem	Características
Horizontal		<ul style="list-style-type: none"> -Gnômon alinhado com o meridiano local; -Ponto de origem das linhas de hora voltada para o Norte Verdadeiro, quando instalado no hemisfério sul; -Este relógio recebe a incidência direta do sol, durante todo período entre o nascer e o pôr do sol, durante o ano todo.
Vertical		<ul style="list-style-type: none"> -Mostrador perpendicular ao plano horizontal; -Face perpendicular à direção norte/sul; os de face perpendicular à direção leste/oeste são universais; -Face voltada para o leste indicará apenas as horas da manhã e a voltada para oeste as da tarde.
Equatorial		<ul style="list-style-type: none"> -Tipo inclinado e pode ser instalado em qualquer lugar, desde que, o ajuste do ângulo formado pelo plano do “mostrador” e o horizontal seja igual à colatitude do lugar (latitude – 90°); - É Equatorial porque a superfície onde estão inscritas as linhas de hora fica num plano paralelo ao do equador.
Polar		<ul style="list-style-type: none"> -Projetado para ser assentado sobre superfícies inclinadas em ângulo igual ao da latitude do lugar e alinhado com o eixo leste/oeste; -As linhas de hora são paralelas entre si e simétricas em relação à linha do meio-dia; - O gnômon, paralelo ao eixo terrestre.
Analêmico		<ul style="list-style-type: none"> - O objeto cuja sombra é projetada para marcar a hora, é vertical e as horas são marcadas por pontos sobre uma elipse; - O objeto precisa ser movido dependendo da época do ano de forma que a sombra intercepte na elipse no ponto correto, o objeto pode ser uma pessoa.

Fonte: Silveira (2019) adaptado pela autora.

É atribuída à Berossus (300 a.C), sacerdote e astrônomo Caldeu, a invenção do relógio de Sol hemisférico (Figura 10), que reproduzia a cúpula celeste. Valendo-se dos conhecimentos de Astronomia e Geometria, os gregos desenvolveram tipos mais sofisticados desse relógio. Esculpido num bloco de pedra com um gnomon fixado perpendicularmente ao centro, o relógio continha linhas de solstícios e equinócios para compensar as diferenças sazonais na duração do dia.

Figura 5 - Relógio de Sol hemisférico



Fonte: Sundials: history, art, people, science, disponível em: <http://books.google.com.br/>

2.4 Utilização do gnômon

Atualmente, os relógios de Sol são estudados e difundidos no meio acadêmico, em atividades que, muitas vezes, acontecem de forma interdisciplinar, em consonância com diversas disciplinas.

As pesquisas de Afonso (1996) afirmam que muitas tribos indígenas brasileiras realizam a orientação da direção de suas aldeias e também marcam o tempo pela observação do tamanho e direção de sombras produzidas por gnômon, nas várias épocas do ano, mesmo nos dias de hoje, com os recursos das novas tecnologias, como o GPS. Se tivermos a noção do local da Linha Meridiana e da Latitude Local, podemos construir um dos mais simples relógios de Sol, o de Mostrador Equatorial. O objetivo é apontar um gnômon para o Polo Celeste, no sentido do eixo no qual a Terra gira 360° a cada 24 horas. Segundo Afonso (1996) “quase todos esses registros foram obtidos através de um dos mais antigos e simples instrumentos de Astronomia: o gnômon vertical”.

Nessa perspectiva, o estudo dos relógios de Sol proporciona a aplicação de vários conteúdos da grade curricular de Matemática, tais como cálculo da bissetriz de

um ângulo, circunferência, distâncias de objetos inacessíveis, elipse, medida de ângulos, perpendicularidade, projeção, regra de três, trigonometria, Teorema de Pitágoras, além de guardar semelhança entre outros temas que poderão ser tratados de forma interdisciplinar, como, por exemplo, as coordenadas geográficas.

Salvador (2009) afirma que, para determinar a linha meridiana local, a linha Norte–Sul, observa-se a “posição do Sol” pela manhã e pela tarde, marcando-se no solo as posições referentes às sombras projetadas pelo gnômon. Durante o dia, o percurso “aparente do Sol” na esfera celeste é um arco de circunferência em torno do eixo terrestre, fazendo com que a direção da sombra do gnômon varie de posição e de tamanho. Com esse método, é possível determinar os pontos cardeais.

Dentre os astros observados, possivelmente tenha sido o Sol que recebeu maior atenção. Neste sentido, esta estrela foi por diversas vezes e por diferentes civilizações, observado e seu movimento foi registrado, principalmente por um instrumento dos mais antigos e simples da Astronomia – o *gnômon vertical*. Esta ferramenta consiste em uma vareta cravada verticalmente em um solo plano e sob a luz solar (AFONSO, 1996). Com este instrumento primitivo, os povos antigos passaram a interpretar e precisar o movimento solar *aparente*, através do registro e comparação da variação da sombra ao longo de horas ou mesmo ao longo de diferentes dias. Deste modo, foi possível levantar uma constelação de conhecimentos práticos, como: a orientação horária, a duração do ano com 365 dias ou próximo disso, ou mesmo o período de início e término de cada estação do ano, de acordo com Soares (2011, p.2) “observar a variação do comprimento da sombra durante o dia foi uma das primeiras práticas para medir a passagem do tempo, e para buscar orientação de acordo com os pontos cardeais”.

De acordo com o artigo de (NASCIMENTO JUNIOR; NASCIMENTO, 2019) “além dos livros didáticos, os *softwares* educativos, os materiais manipuláveis e jogos como o *tangram* constituem ferramentas didáticas relevantes na apresentação e na aquisição de conteúdos geométricos.” Sendo assim, o recurso gnômon que é um recurso didático manipulável possibilita contribuir na aprendizagem de forma significativa, pois seu estudo proporciona grandes possibilidades para o aprendizado de princípios astronômicos e conteúdos matemáticos.

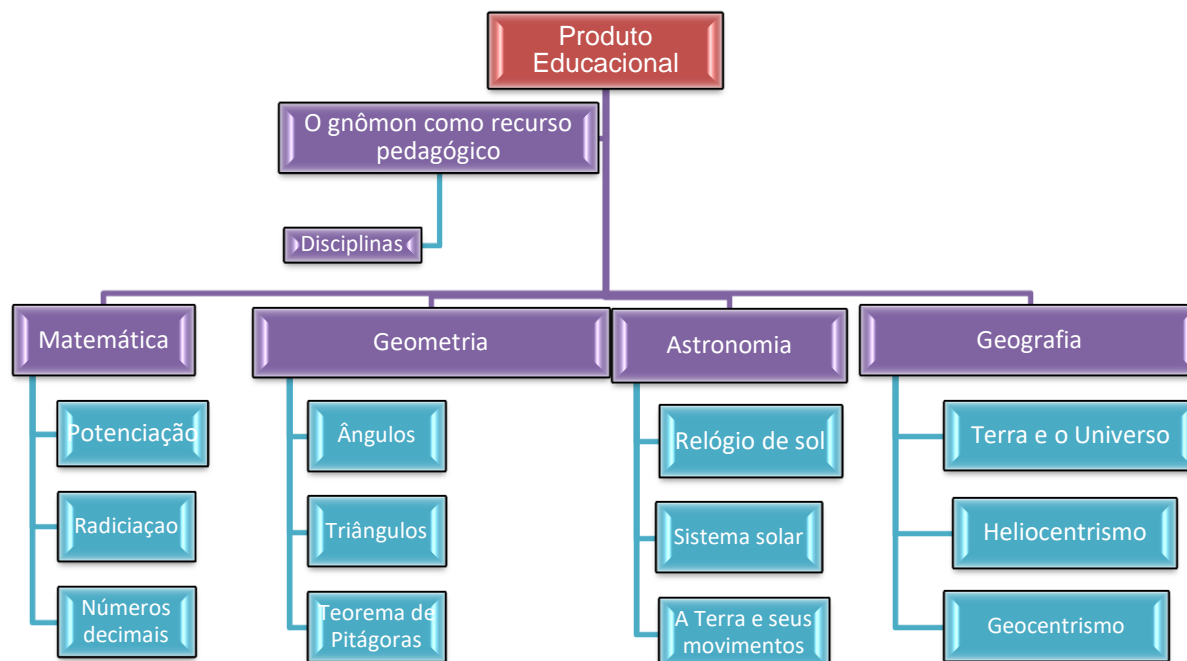
Além disso, o trabalho com o gnômon permite observar que o movimento diurno aparente do Sol não acontece em uma mesma trajetória, além de localizar os pontos cardeais para cada local. O uso deste recurso pode ligar-se inexoravelmente à

educação de conceitos astronômicos, pois o registro do movimento dos astros de forma organizada e, principalmente, rotineira torna-se uma atividade essencial para o ensino de Astronomia e, logo, de ciências (BRASIL, 1998).

Desta forma, uma situação didática usando esse experimento, pode auxiliar o ensino de fenômenos astronômico, pois as atividades práticas em sala de aula, como a de descrever o movimento do Sol por meio das sombras de um gnômon, preenchem uma pequena parcela das infinitas necessidades do ensino que o professor usará como recurso didático para despertar interesse de crianças e jovens para a Geometria e suas complexas relações com o cotidiano.

Como exemplo de atividade com o gnômon, podemos citar a de Silveira (2019) que elabora atividades relacionadas à obtenção dos pontos de sombra usando o gnômon para determinação da linha norte-sul, e utiliza estas sombras para trabalhar o conteúdo das relações trigonométricas do triângulo retângulo. Este recurso além de ser importante instrumento didático, pois contribui para no ensino e aprendizagem de Geometria, também pode ser utilizado em outras áreas de ensino, conforme Figura 6, ou seja, o trabalho também tem um aspecto interdisciplinar.

Figura 6 - Disciplinas e conteúdos trabalhados durante aplicação do projeto



Fonte: autora da pesquisa

CAPÍTULO 3 - AS LACUNAS NO ENSINO DE GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Neste capítulo serão apresentadas as lacunas existentes no ensino de Geometria no Ensino Fundamental, como a Geometria é abordada nos documentos nacionais e a mesma é trabalhada no livro didático adotado pela instituição de ensino onde os produtos educacionais foram aplicados.

3.1 O ensino de Geometria no Brasil

Pensar no aprendizado matemático nas salas de aulas do Brasil é pensar nas diversas limitações que professores enfrentam na tentativa em estimular alunos a romperem dificuldades e a desenvolverem habilidades. Buscar práticas alternativas para a solução dessas situações desafiadoras amadurece, nos profissionais da educação, a necessidade do desenvolvimento de estudos que contribuam significativamente como instrumento eficaz no processo de ensino-aprendizagem,

instigando o interesse dos alunos através de novas formas de condução do conteúdo matemático. Uma prática conveniente é utilizar os saberes sociais dos estudantes nas situações de aprendizado em sala de aula, aproveitando seus conhecimentos prévios para construir novos aprendizados. Segundo Coll (1994, p.103):

Os processos escolares de ensino/aprendizagem são, em essência, processos interativos com três vértices: o aluno que está levando a cabo uma aprendizagem; o objeto ou objetos de conhecimento que constituem o conteúdo da aprendizagem; e o professor que age, isto é, que ensina, com a finalidade de favorecer a aprendizagem dos alunos.

Convergir conceitos teóricos com o convívio dos estudantes talvez seja um importante caminho na busca de melhores resultados. Quando o aluno visualiza em sua vida social o que estuda, nasce naturalmente a curiosidade em compreender esses fatos que podem e devem ser esclarecidos de forma contextualizada em sala de aula, relacionando-os com as demandas existentes na sociedade atual, como cita BNCC (2018, p.271) "A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento".

Formular situações didáticas usando o cotidiano do aluno é o recurso que a escola tem para retirar o aluno da condição de espectador passivo. Se bem trabalhado permite que, ao longo da transposição didática, o conteúdo do ensino provoque aprendizagens significativas que mobilizem o aluno e estabeleçam entre ele e o objeto do conhecimento uma relação de reciprocidade. Agregado às suas funções de disseminar conhecimento, o ambiente escolar atual deve se apresentar como uma representação do ambiente social, reduzindo a distância entre as necessidades culturais e o aprendizado teórico dos conteúdos, propiciando maior interesse do aluno por esta relação entre teoria e prática.

Estamos em um período de transição, pois os professores atuais são frutos de uma educação escolar sem contextualização, não tecnológica e cuja didática de ensino era bem tradicional, que precisam transformar a maneira de como aprenderam Matemática em uma renovada condução do ensino e aprendizagem desta disciplina. O ensino da Matemática vem sendo universalizado nas últimas décadas, no entanto, é importante lembrar que são poucos os alunos que se tornarão graduandos em cursos de exatas ou áreas afins. Assim, é imprescindível ofertar estes conhecimentos de forma a agregar valor à realidade do aluno, utilizando de forma consistente as

ferramentas disponíveis, bem como material concreto e recursos determinada pela relação entre professor e aluno. O papel do professor nesta relação de acordo com a Teoria das Situações Didáticas é de prever, preparar e mediar situações que favoreçam uma aprendizagem significativa.

Atualmente, vários trabalhos permeiam o ensino da Geometria, talvez devido ao descaso que esta unidade temática da Matemática vem sofrendo durante muitos anos na educação brasileira. Este fato é validado por livros didáticos que dedicavam os estudos da Geometria apenas ao fim das séries e pelos muitos profissionais que insistiam em não trabalhá-la por não possuir uma formação adequada ou por conveniência em repetir a mesma sequência de ensino durante anos, sem a preocupação em inovar suas práticas, como aponta Lorenzato (1995, p.3):

Considerando que o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la.

Estas observações são percebidas no cotidiano dos professores, ao lecionarem esta disciplina. Vários alunos iniciam a formação de ensino médio sem ter efetuado o cálculo de uma simples área retangular e desconhecendo as principais figuras geométricas. Poucos afirmam ter estudado conteúdos como: relações métricas no triângulo e na circunferência, semelhança de triângulos, trigonometria, teorema de Tales e teorema Pitágoras.

A aprendizagem se dá por meio da interiorização de ações e mudanças de comportamentos e com a participação ativa dos educandos neste processo de ensino e aprendizagem. No entanto nem sempre a postura pedagógica dos professores é condizente com esta exigência, especialmente porque a constatação de que os educandos têm muitas dificuldades, especialmente em relação à visualização da terceira dimensão das formas geométricas espaciais se transforma em certeza e nem sempre é trabalhada como deveria ser.

Outro fator que influenciou na depreciação do ensino da Geometria nas últimas décadas está relacionado à promulgação da Lei 5692/71, publicada em 11 de agosto de 1971 de acordo com ela “os currículos do ensino de 1º e 2º graus terão um núcleo comum, obrigatório em âmbito nacional, e uma parte diversificada para atender, conforme as necessidades e possibilidades concretas, às peculiaridades

locais, aos planos dos estabelecimentos e às diferenças individuais dos alunos”. (BRASIL,1971).

O que viabilizou que cada instituição elaborasse seu currículo de acordo com a realidade local, este contexto estimulou os professores a abandonar o ensino da Geometria, influenciados ainda por livros didáticos que tratavam os conceitos geométricos de forma abstrata e apenas nos capítulos finais. Esse abandono, percebido principalmente durante os anos de 1960 a 1990, também se refletiu nos cursos de graduação de professores e nos cursos de magistério, pois esses cursos não tinham preocupação e nem um currículo voltado ao ensino de Geometria como afirma Pavanello, (1993, p.7):

A liberdade que essa lei concedia às escolas quanto à decisão sobre programas das diferentes disciplinas, possibilitou que a maioria dos professores de matemática, sentindo-se inseguros para trabalhar com a geometria, deixasse de incluí-la em sua programação. Por outro lado, mesmo dentre aqueles que continuaram a ensiná-la, muitos reservaram o final do ano letivo para sua abordagem em sala de aula, talvez numa tentativa, ainda que inconsciente, de utilizar a falta de tempo como desculpa pela não realização do trabalho programado com o tópico em questão.

O tratamento dado à Geometria nas últimas décadas criou uma lacuna que ainda não foi reparada. Os livros didáticos atuais mesclam o ensino da Geometria do início ao fim das séries, mas ainda existe a postura, por parte de alguns profissionais, de sempre deixar de lado seus conteúdos. Quando pensamos em Geometria reportamo-nos a algumas imagens e conceitos. Sabe-se que a Geometria, segundo Ferreira (1999, p.983) “é ciência que investiga as formas e as dimensões dos seres matemáticos” ou ainda “um ramo da matemática que estuda as formas, plana e espacial, com as suas propriedades”.

Ainda pode-se acrescentar que de acordo com Boyer (1996, p.5) “o desenvolvimento da geometria pode ter sido estimulado por necessidades práticas de construção e demarcação de terras, ou por sentimentos estéticos em relação a configurações e ordem”. A partir dessa definição, é fundamental reconhecer o que está presente no mundo físico e visualizar aquilo que é apresentado tridimensionalmente, para avançar na construção de conceitos dentro da geometria e no entendimento dessas informações visuais.

Lorenzato (1995, p.5) elenca outros motivos pelos quais os professores justificam a ausência ou deficiência do ensino da Geometria, indicando que o maior de todos os motivos seja, possivelmente, o fato de se exigir do aluno uma maneira

específica de raciocinar nas situações geométricas. Isso significa que, o fato de o estudante ter habilidades em outros campos da Matemática, não o torna eficiente na resolução dos problemas de Geometria.

Sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer a Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida.

No que se refere à visualização, o uso de materiais manipulativos, um desenho ou outro modelo, servem de representação para gerar uma imagem mental, permitindo evocar o objeto na sua ausência, inicia-se um processo de raciocínio visual, facilitando a representação de um esboço gráfico ou modelo manuseável. Assim, é primordial permitir que os alunos façam atividades experimentais e através de diferentes situações formem, os conceitos que serão utilizados em outros momentos no decorrer de sua aprendizagem.

Desta forma, nota-se que a dificuldade em ensinar a Geometria pode estar relacionada com problemas recorrentes, ou seja, Lorenzato (1995, p. 3) aponta duas causas que ajudam a explicar essa omissão.

São inúmeras causas, porém, duas delas estão atuando forte e diretamente em sala de aula: a primeira é que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para a realização de suas práticas pedagógicas. [...] A segunda causa da omissão geométrica deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho que estão submetidos.

Provavelmente, esses problemas apresentados pelo autor são reflexos das lacunas encontradas nas nossas salas de aula quando se trata do ensino da Geometria, e também são percebidas na forma como os livros didáticos abordam esse tema. Logo, é de grande relevância trabalhos que apontem meios de minimizar os prejuízos que estão sendo somados ao longo do tempo em relação ao ensino da Matemática, principalmente conteúdos de Geometria.

3.2 Como o ensino de Geometria é abordado nos documentos Nacionais

A Geometria está presente em nossa vida em nosso cotidiano, e em cada forma do meio ambiente natural, pode-se encontrar forma geométrica. A todo o momento estamos utilizando conhecimentos geométricos em nossas atividades. Sendo assim o estudo da geometria é indispensável para o completo desenvolvimento do ser humano, pois auxilia na compreensão do mundo, desenvolve o raciocínio lógico e proporciona um melhor entendimento de outras áreas do conhecimento. Esse pensamento já está previsto na LDB (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional) e nos PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais), e agora também está sendo evidenciado pela BNCC (Base Nacional Comum Curricular).

A educação é um direito fundamental assegurado a todos. Desenvolve o pensar e agir, e influencia no desenvolvimento social, econômico e cultural do estudante. No ambiente escolar o estudante desenvolve suas habilidades e, constrói conhecimentos e novos saberes. Conforme estabelecem as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica, segundo Brasil (2013, p.17):

A Educação Básica é direito universal e alicerce indispensável para a capacidade de exercer em plenitude o direito à cidadania. É o tempo, o espaço e o contexto em que o sujeito aprende a constituir e reconstituir a sua identidade, em meio a transformações corporais, afetivo emocionais, sócio emocionais, cognitivas e socioculturais, respeitando e valorizando as diferenças.

Essa construção e reconstrução da identidade do estudante, suas transformações e o lidar com as diferenças devem ser proporcionadas pela educação. No ensino da Geometria, que segundo Lorenzato (1995, p.8) “promove a observação e a exploração das formas presentes no espaço físico imediato de ação e interação das crianças”. A Geometria é uma parte da Matemática que estuda figuras, espaços e formas geométricas, tendo como elementos fundamentais o ponto, a reta e o plano. Estudiosos como Euclides, Arquimedes e Tales desenvolveram axiomas, postulados e teorias nos diversos tipos de Geometria, e outros contribuíram para inserção do estudo dos conceitos geométricos nos currículos escolares. Conceitos esses, que são muito utilizados em nosso dia a dia, e através deles podemos ter melhor visualização, construção e representação de espaço. Não se pode permitir que esses conceitos, sejam ignorados.

É importante, também, salientar como a Geometria é abordada nos documentos educacionais. Para tanto, será apresentado um recorte da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) referente a esse campo, que é denominado unidade temática nesse documento, como pode ser visto a seguir por Brasil (2018, p.269):

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes.

Nesse sentido, é importante entender como o estudante interpreta representações geométricas, não só na sala de aula, mas em nosso cotidiano. Essa é uma concepção defendida por diversos estudiosos como Lorenzato (1995, p.5), que contribui para a discussão desse tema afirmando que:

[...] sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem habilidade, dificilmente conseguirão resolver as situações da vida que forem geometrizadas; também não poderão utilizar da Geometria como a fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano.

Assim pode-se entender o porquê de a Geometria ser tão importante para os estudantes. Com esse entendimento os professores e coordenadores pensam na forma de trabalhar com maior precisão o estudo da Geometria desde os anos iniciais, pois, nos próximos anos o estudante terá uma visão ampliada desse campo. A BNCC, de acordo com Brasil (2018, p.270) corrobora com esse pensamento quando estabelece que, nos anos finais do Ensino Fundamental:

[...] o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas. Nessa etapa, devem ser enfatizadas também as tarefas que analisam e produzem transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança.

Esse fragmento reforça ainda mais a importância desta unidade temática, pois os conceitos nela estudados contribuem para as diversas conexões entre a Geometria e os demais campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Estatística e Probabilidade) apresentadas na BNCC, inclusive como competência específica dessa disciplina para o Ensino Fundamental. A distinção de reta, segmento de reta e semirreta, a construção de retas paralelas e perpendiculares, o reconhecimento e a classificação

dos ângulos, a classificação de triângulos, construção de mediatriz e bissetriz de ângulos, o Teorema de Pitágoras foram objetos de conhecimento estudados na pesquisa, estão previstos na BNCC e são fundamentais para o desenvolvimento de diversas habilidades também estabelecidas nesse documento, como:

- (EF06MA18) o reconhecimento, a nomeação, a classificação e a comparação de polígonos, considerando lados, vértices e ângulos.
- (EF06MA19 e EF06MA20) a identificação das características dos triângulos e dos quadriláteros e a classificação desses em relação às medidas dos lados e dos ângulos.
- (EF06MA25) o reconhecimento da abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas.
- (EF06MA26) a resolução de problemas referentes a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.
- (EF06MA27) determinação das medidas da abertura de ângulos, por meio de instrumentos como transferidor e/ou tecnologias digitais.
- (EF08MA15) construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.
- (EF08MA17) aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.
- (EF08MA18) reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações;

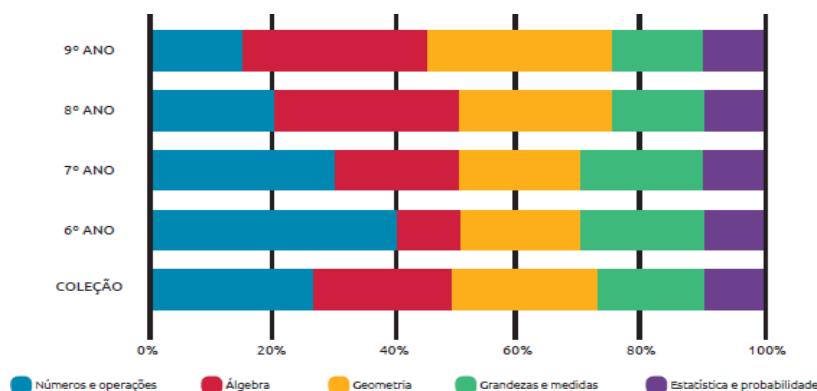
3.3 Como a Geometria e o Teorema de Pitágoras são abordados no livro didático.

No Guia de livros didáticos PNLD 2017 para os anos finais do Ensino Fundamental de 6º ao 9º ano, encontramos resenhas das avaliações das coleções de livros didáticos de Matemática que foram aprovadas para o triênio 2017, 2018 e 2019.

O PNLD busca ajudar os professores no momento da escolha do livro didático, mostrando um quadro apresentando o padrão de distribuição dos conteúdos de acordo com os anos finais do Ensino Fundamental (BRASIL, 2016) como podemos

ver na Figura 7.

Figura 7 – Distribuição de conteúdos no livro de Matemática do ensino Fundamental



Fonte: Pnld matemática (2017).

Além de apresentar uma organização dos conteúdos e destacar sua distribuição, o PNLD também apresenta uma análise das coleções selecionadas, descrevendo o que cada uma apresenta e enfatizando até que ponto aquela obra irá auxiliar o professor, proporcionando ao docente um conhecimento por parte de cada coleção (BRASIL, 2016).

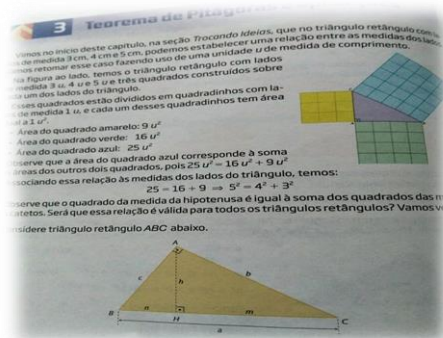
O Guia do PNLD 2017 destaca que nas obras aprovadas mais de 50% delas faz um bom equilíbrio dos conteúdos, as demais obras dão mais espaço a um campo e não destacam outros. Geralmente os números e operações recebem uma maior atenção o que leva o campo das grandezas e medidas e estatística e probabilidade, ficarem um tanto esquecidas (BRASIL, 2016). Mas, por fim, todos os conteúdos acabam sendo abordados de forma tida como satisfatória pelo PNLD (BRASIL, 2016). Buscamos perceber de que maneira esses livros têm oportunizado aos alunos um contato com as ideias “por detrás” da prova, especificamente no caso do Teorema de Pitágoras. Nos currículos, a sugestão é que o conteúdo do Teorema de Pitágoras seja trabalhado no 9º ano e, assim, observa-se que, na maioria das vezes é o que acontece.

3.3.1 Análise do livro de Ênio Silveira

O livro de Ênio Silveira (2015) apresenta o Teorema de Pitágoras no 9º ano e a demonstração apresentada é feita a partir da semelhança de triângulos. O significado geométrico do teorema vem indicado no início do capítulo e, ao final do tópico, foram

apresentadas duas demonstrações prontas do teorema, são elas: Demonstração de Garfield e Demonstração Clássica conforme Figura 8. Os alunos não foram convidados a participar desse processo, o que pode dificultar a compreensão do significado geométrico do teorema.

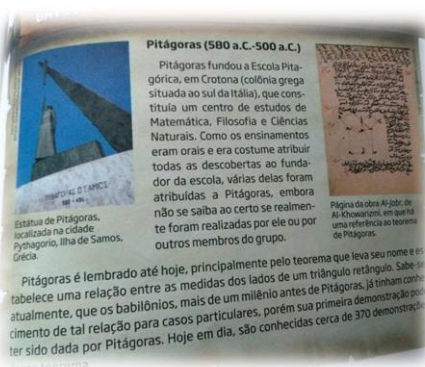
Figura 8 - Demonstração do Teorema de Pitágoras



Fonte: Ênio Silveira (2015 d, pag.180).

A história de Pitágoras é apresentada de forma bem resumida.

Figura 9 – História de Pitágoras

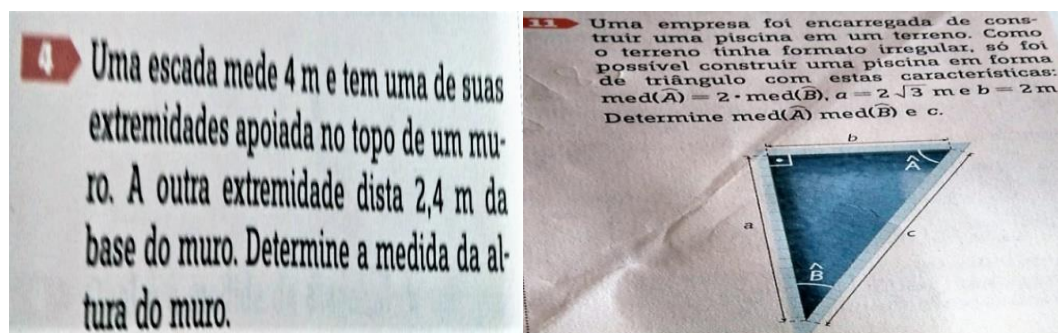


Fonte: Ênio Silveira (2015 d, pag.181)

Analisando as atividades do livro foi possível verificar se o mesmo possibilita o favorecimento à fase adidática, conforme a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (2008). Nesse caso percebemos que a proposta do livro não favorece esta fase, pois, esse material apresenta os exemplos bem como a forma de resolvê-los. O conceito do objeto de estudo e os exercícios propostos são parecidos com as situações-problema que abordam o conceito de Teorema de Pitágoras. Assim, percebe-se que os alunos não tem uma participação ativa, pois irão seguir os exemplos dados para resolver as tarefas propostas conforme observamos nas Figuras 10 e 11..

O rigor ainda exigido em provas matemáticas, principalmente considerando as algébricas mais rigorosas que as geométricas, podem justificar a opção feita pela maioria dos livros didáticos para a demonstração do Teorema de Pitágoras pelo conceito de semelhança de triângulos. Observamos, nesse livro analisado, uma tentativa de trabalhar a demonstração geométrica do teorema, o que permite uma maior compreensão dos alunos, mas foi visto também que essa tentativa se frustra, pois foi dada de forma pronta e acabada, sem que os alunos fossem convidados, em nenhum momento, para refletir, formalizar e entender sobre o que realmente estava acontecendo.

Figuras 10 e 11- Atividades do livro



Fonte: Ênio Silveira (2015 d, p.183)

O livro didático deve ser visto como um suporte no trabalho do professor, pois um dos motivos da omissão do ensino da Geometria, elencada por Lorenzato (1995, p. 4), é a importância exagerada que é dada aos conteúdos dos livros didáticos. Segundo o autor:

Os livros didáticos, em sua maioria, ainda apresentam a Geometria como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, sem qualquer aplicação. Deixando muitas vezes este estudo para a última parte do livro, aumentando a probabilidade de não vir a ser estudado por falta de tempo letivo.

Caso julgue pertinente, o professor tem que complementar essas lacunas para que a compreensão da Matemática aconteça, o que é determinada em parte pelos materiais curriculares, interpretação e pela disponibilidade e interesse do docente em elaborar situações que favoreçam aprendizagem, não ficando restrito apenas a um único recurso didático.

CAPÍTULO 4 - METODOLOGIA ENGENHARIA DIDÁTICA

Neste capítulo será descrito as partes da metodologia usada na pesquisa que é a Engenharia Didática de Michéle Artigue que já foi definida no referencial teórico, como a mesma foi utilizada na construção e aplicação da Sequência Didática, que é um dos produtos educacionais, sendo analisada cada atividade realizada na SD, sob a lente de Teoria das situações Didáticas de Guy Brosseau e também será abordada a aplicação do segundo produto pedagógico que é o jogo Astromatematizar.

4.1 Sequência Didática

As Sequências organizam as disciplinas sobre um conjunto de atividades que visam fazer com que o aluno adquira habilidades de saber fazer, de aprendizagens previamente definidos; Sequência didática é definida por Zabala (1998, p.18) como: “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos, tanto pelos professores como pelos alunos”.

Tendo como base os conhecimentos prévios dos discentes, devem seguir um princípio de ordenação e finalidades, como objetivos precisos, planejada sem um tempo suficiente para que os estudantes possam realizá-las em uma ou mais aulas ou semana ou semestre, etc. Devem ser elaboradas de tal forma para que os alunos se apropriem de novas habilidades ou no caso daqueles que já se apropriaram dessas, as sequências servirão para fortalecimento das habilidades. Um dos produtos pedagógicos propostos e construídos durante a pesquisa foi a Sequência Didática, embasada em elementos da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, que se baseia no princípio de que "cada conhecimento ou saber pode ser determinado por uma situação, entendida como uma ação entre duas ou mais pessoas". Ao iniciar a sequência didática, é necessário fazer uma análise prévia dos conhecimentos dos alunos e, a partir desses, planejar uma variedade de aulas com desafios e/ou problemas diferenciados, jogos, análise e reflexão. Aos poucos, faz-se necessário aumentar a complexidade dos desafios e orientações permitindo um aprofundamento do tema proposto. E com base nesta teoria a Sequência Didática construída seguiu o roteiro conforme Quadro 2.

Quadro 2 - Atividades realizadas na Sequência Didática

Atividades	Data	Hora/ Aula	Objetivos	Recursos
Atividade A	24/04/19	1h/a	- Conhecer a história de Piágoras, da escola pitagórica e principais contribuições.	Data show; notebook e video cujo link é: https://www.youtube.com/watch?v=FfsiE6Aw
Atividade B	08/05/19	1h/a	- Organizar e preparar uma demonstração do Teorema de Pitágoras.	Os grupos deveriam definir como seria esta demonstração e quais materiais iriam utilizar: cartolina, E.v.a, papel cartão. Os grupos se encarregaram de trazer, cartolina, tesoura, E.v.a, cola, para construírem as demonstrações.
	13/05/19	1h/a	- Construir em grupos a demonstração do Teorema de Pitágoras; - Apresentar os trabalhos;	
Atividade C	15/05/19	1h/a	- Apropriar de conhecimentos sobre o Sol e o Sistema Solar.	Data show, notebook e vídeo cujo link é: https://www.youtube.com/watch?v=zLFvrurSef8
Atividade D	22/05/19	1h/a	- Construir o relógio de Sol vertical (gnômon) para ser usado no experimento em casa.	Círculo de isopor com 25 cm de diâmetro, cola e vareta com 8,3 cm de comprimento.

Atividade	Data	Hora/aula	Objetivos	Recursos
Atividade E	12/06/19		<ul style="list-style-type: none"> - Apresentar resultados do experimento. - Expor as dificuldades encontradas. - Determinar a distância do ápice da vareta até a extremidade final da sombra em determinado horário. 	<ul style="list-style-type: none"> - Os gnômons com as sombras marcadas no isopor. - Caderno, régua, lápis.
Atividade F	17/06/19	1h/a	<ul style="list-style-type: none"> - Calcular a força peso em determinados planetas. - Operar com números decimais. 	<ul style="list-style-type: none"> - Os alunos deveriam medir sua massa no dia anterior e trazê-la para a aula. Caderno e lápis
Atividade G	17/06/19	.1h/a	<ul style="list-style-type: none"> - Organizar a construção de uma maquete que representasse o nosso Sistema Solar. 	<ul style="list-style-type: none"> - Em grupo iriam discutir o material que iriam utilizar e como seria a maquete.
Exposição Das maquetes		Todo o dia.	<ul style="list-style-type: none"> - Expor os trabalhos realizados durante o projeto. - Determinar a força peso de alguns voluntários durante a exposição. 	<ul style="list-style-type: none"> As maquetes, os trabalhos de demonstração do teorema de Pitágoras.

Fonte: autora da pesquisa (2020).

No campo da Didática da Matemática, há uma gama de teorias que possibilitam a construção de Sequências Didáticas, como a Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau (1986,1996); a Dialética-Ferramenta- Objeto de Regine Douady (1984); o Registro de Representação Semiótica de Raymond Duval (2003); a Teoria Antropológica do Didático (TAD), de Yves Chevallard (1999, 2009a); a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996)

Nesta pesquisa foi usado o modelo oriundo da TSD, pois é foi o modelo para analisar o processo de ensino e aprendizagem, assim como construir a Sequência Didática, segundo descreve (BROUSSEAU, 2008, p. 21).

A situação era, portanto, o contexto que cercava o aluno, projetado e manipulado pelo professor, que a considerava uma ferramenta. Posteriormente, identificamos como situações matemáticas todas àquelas que levam o aluno a uma atividade matemática sem a intervenção do professor. Reservamos o termo situações didáticas para os modelos que descrevem as atividades do professor e do aluno.

Tal modelo teórico decompõe-se em quatro tipos de situações distintas, constituindo um processo de investigação em sala de aula, nas quais o saber tem funções diferentes e o aprendiz não estabelece a mesma relação com esse. Nestas situações interligadas podem-se observar tempos dominantes de ação, de formulação, de validação e de institucionalização como nos é apresentado no Quadro 3.

Quadro 3 - Dialéticas das Situações Didáticas

Dialética de Ação	Esta é a primeira etapa da sequência, planejada como um desafio para os alunos assumirem e se envolverem no processo de estudo, as respostas dos alunos serão predominantemente experimentais, sem grandes influências teóricas. A organização da sequência deve possibilitar ao aluno (individualmente ou em grupo) enfrentar o problema sem intervenção direta do professor
Dialética de Formulação	A partir das ações desenvolvidas na etapa anterior da sequência o aluno poderá produzir uma solução mais elaborada, a partir de elementos de alguma teoria, mas sem a intenção explícita de validação ou justificação da resposta. Todo o processo se desenvolve com intensa comunicação das ideias, como requer o processo de investigação.
Dialética de Validação	Na comunicação de ideias iniciada na etapa anterior o professor conduz os discursos para um processo que busque validar as soluções para um grupo ou toda a turma; uma prova que comprove uma determinada explicação particular; ou até mesmo uma demonstração, como um tipo particular de prova em matemática.
Dialética de Institucionalização	Nessa etapa o professor interfere diretamente visando estabelecer um caráter de universalidade e objetividade do conhecimento, sintetizando-o e ligando-o a outros conhecimentos. Assim, o conhecimento novo produzido pelo aluno torna-se socialmente aceito, conferindo-lhe um tipo de validade cultural, onde há um diálogo entre professores e alunos sobre conhecimentos matemáticos historicamente construídos.

Fonte: Nunes e Nunes (2019).

4.2 Público alvo

A proposta de Produto Educacional consiste em uma Sequência Didática (SD) abordando conceitos de Astronomia e Matemática com 72 alunos do 8º ano e 9ºano do Ensino Fundamental, que possuíam características diferentes como abordado na tabela 3, o aporte teórico foi Teoria das Situações Didáticas de Brosseau, onde uma das situações terá como experimento a construção e o uso do “gnômon” de Eratóstenes, que possibilita desencadear procedimentos didáticos pedagógicos que envolvem os alunos numa proposta em que poderão compreender alguns conceitos científicos a partir da atividade prática. Para iniciar o projeto e a aplicação da SD, houve uma conversa com a equipe gestora do Colégio Estadual José Ferreira Pinto e professores da área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. O CEJFP que é uma escola de grande porte, localizada numa região periférica, e por isso atende a uma clientela bastante diversificada, ou seja, alunos de alguns distritos próximos, de bairros vizinhos e também do próprio bairro, o colégio está localizado no Conjunto Feira VI, no bairro do Campo Limpo que é um dos maiores bairros da cidade (cerca de 50.000 habitantes). A partir daí foi iniciado os procedimentos metodológicos para aplicação da SD.

Tabela 3 - Público Alvo da aplicação da Sequência Didática

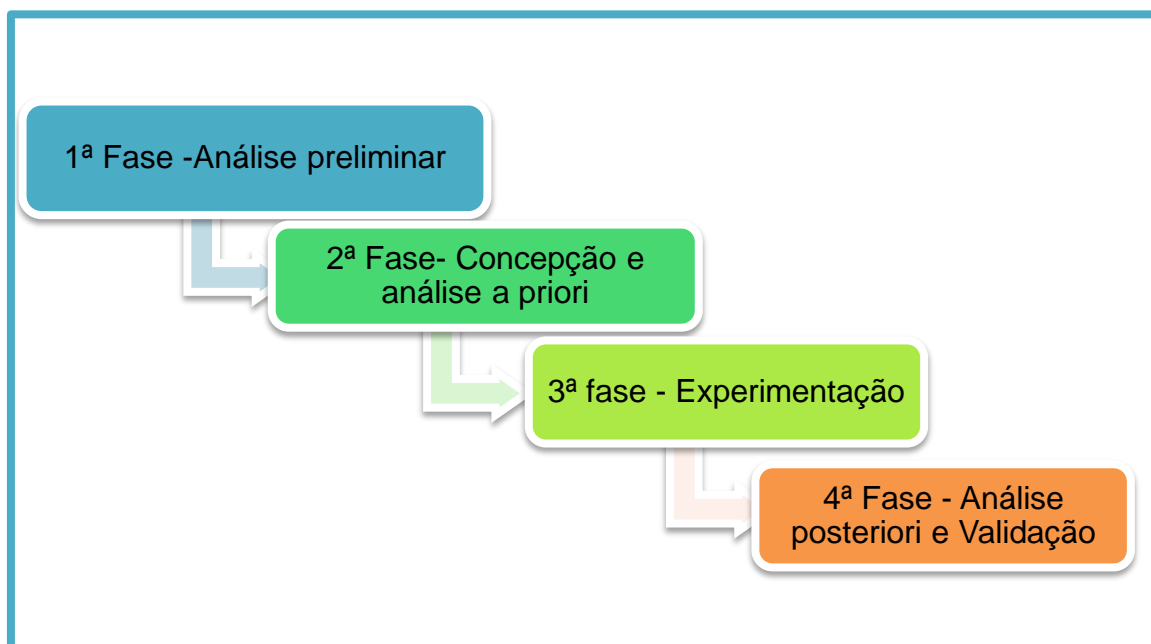
Ano	Número de alunos	Características da turma
8º D	32	- A turma composta por alunos na idade correspondente ao ano de estudo; - Alunos motivados e responsáveis.
9ºB	23	- Turma formada em sua maioria, por alunos que já estavam repetindo o mesmo ano de estudo; - Alunos desmotivados.
9º E	25	- Formada por alunos que idade não era compatível ao ano, pois haviam repetido em algum ano anterior. - Turma mesclada entre alunos motivados e outros desinteressados.

Fonte: autora da pesquisa (2020).

4.3 Descrição da construção e aplicação da Sequência Didática.

Neste tópico será descrito como procedeu à construção e aplicação da Sequência Didática usando a metodologia da Engenharia Didática seguindo os passos descritos na Figura 12.

Figura 12 - Fases da Engenharia Didática.



Fonte: autora da pesquisa (2020).

4.3.1 - Análises prévias – Preliminares

Nesta pesquisa, as análises prévias foram feitas através de considerações sobre o quadro teórico didático e sobre os conhecimentos didáticos adquiridos no estudo do uso de conhecimentos astronômicos no ensino da Geometria, em particular o Teorema de Pitágoras que foram descritos no referencial teórico.

❖ Problemática de pesquisa: Constata-se entre os alunos da escola básica uma grande dificuldade de formalizar conceitos geométricos, tais como: ângulos e sua classificação, traçar bissetriz de ângulos, interpretar e resolver problemas que envolvam o Teorema de Pitágoras sendo estes conteúdos de grande importância no Ensino Fundamental e também no Ensino Médio.

- ❖ Questão de investigação: Como o dispositivo astronômico gnômon, pode favorecer a formação de pensamentos abstratos voltado para o ensino de conteúdos elementares da Geometria e a aplicação do Teorema de Pitágoras?
- ❖ Hipótese de trabalho: Situações didáticas envolvendo conceitos astronômicos, tais como: o recurso didático gnômon, movimento aparente do Sol e gravidade dos planetas, favorecem ensino de conceitos elementares de Geometria.
- ❖ Objetivo de ensino: ensinar Matemática de forma eficaz, despertar o interesse do aluno sobre o ensino de conceitos elementares da Geometria, e a concretização da aplicação do Teorema de Pitágoras. Para a elaboração do *milieu* e da experimentação adotamos o seguinte método nesta fase da Engenharia Didática:
 - I. Aplicação de um questionário com 13 perguntas: 10 questões abertas e 3 questões objetivas, envolvendo conceitos sobre triângulos ,sua classificação quanto à medida dos lados e quanto à medida dos ângulos, aplicação do Teorema de Pitágoras, assim como questões envolvendo conhecimentos básicos sobre Astronomia.

Figura 13 - Alunos respondendo o questionário prévio.



Fonte: autora da pesquisa(2020).

4.3.2 - Análise a priori

- I. A partir das respostas obtidas foram analisadas e detectadas as concepções que, os alunos possuíam a cerca dos conteúdos de Matemática tais como: classificação de triângulos quanto à medida dos lados e dos ângulos, aplicação do Teorema de Pitágoras e sobre Astronomia, determinando as variáveis didáticas. As Variáveis Didáticas

estão relacionadas com o estudo das dificuldades que os alunos encontram na resolução de problemas e das respostas corretas ou erradas que estes fornecem. Dessa maneira devemos considerar essas variáveis como importante elemento influenciador:

Variáveis de classificação de ângulos;

Variáveis de interpretação de problemas;

Variáveis de classificação de triângulos em relação aos lados e ângulos;

Variáveis de operações básicas matemáticas.

- II. Foi construída uma Sequência Didática, em que os alunos articulassem Astronomia e Matemática para a institucionalização dos conceitos geométricos (Brousseau, 2008).
- III. As situações didáticas foram elaboradas com os seguintes objetivos de ensino aprendizagem, compatíveis com a série/idade e previstos na BNCC:

No Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade – precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática, conceitos e propriedades, fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental (BRASIL, 2017, p. 221).

- a. Noções de ângulos e sua classificação;
- b. Identificar triângulo retângulo e denominar seus lados;
- c. Utilização do Teorema de Pitágoras na resolução de problemas;
- d. Superar dificuldades e obstáculos observados no questionário aplicado nas análises prévias.
 - i. O Sol é uma estrela;
 - ii. Ângulo reto é maior ou menor que 90° ;
 - iii. Calcular potência;
 - iv. Operar com números decimais;
 - v. Aplicar o Teorema de Pitágoras.

4.3.3 - Experimentação

Atividade A- Exibição de vídeo sobre a vida de Pitágoras e a escola pitagórica.

➤ Objetivos:

- Conhecer a vida de Pitágoras, a escola pitagórica e todas as suas contribuições dando ênfase ao Teorema de Pitágoras.

➤ Desenvolvimento:

- A atividade foi iniciada perguntando aos alunos o que eles sabiam sobre o Teorema de Pitágoras.
- Foi exibido um vídeo e houve uma breve discussão sobre os pontos importantes do vídeo (Figura 14).
- Logo após houve aula expositiva sobre triângulos, sua classificação quanto à medida dos lados e dos ângulos, situação analisada no Quadro 4.

Figura 14 – Alunos assistindo vídeo.



Fonte: autora da pesquisa (2020).

Quadro 4 - Registros das situações adidáticas e didáticas na atividade A.

Dialética	Registros
Ação	Os alunos se encaminharam para a sala de vídeo, e quando o professor perguntou sobre o que sabiam da vida de Pitágoras, em primeiro momento ficaram em silêncio, mas logo comentaram que não lembravam ou que não sabiam.
Formulação	Alguns alunos começaram a expor que poderia ser um matemático, astrônomo, tentando responder por tentativa e erro.
Validação	<p>Após assistirem o vídeo puderam adquirir conhecimentos</p> <p>Sobre a vida de Pitágoras, a escola pitagórica, as principais contribuições da escola pitagórica.</p> <p>E foram pontuando essas contribuições tais como: números perfeitos e o próprio Teorema de Pitágoras.</p>
Institucionalização	O professor depois que ocorreram as discussões, deu uma aula expositiva sobre triângulos e classificação de triângulos quanto à medida dos lados e dos ângulos.

Fonte: autora da pesquisa (2020)

Atividade B – Aula 1 – Demonstração geométrica do Teorema de Pitágoras

➤ Objetivos:

- Propor aos alunos um trabalho em grupo demonstrando o Teorema de Pitágoras de forma criativa.

➤ Desenvolvimento:

- Iniciou a aula fazendo memória da aula anterior, o que os alunos lembravam sobre a vida de Pitágoras.
- A turma foi dividida em grupos com 4 componentes, eles se organizaram e resolveram a melhor forma de demonstrar o Teorema de Pitágoras.
- Foi estabelecido prazo para a apresentação das equipes.
- Logo após houve aula expositiva sobre triângulos, sua classificação quanto à medida dos lados e dos ângulos.

Atividade B – Aula 2 - Apresentação dos trabalhos sobre a Demonstração do Teorema de Pitágoras

➤ Objetivos:

- Socializar os trabalhos;
- Avaliar a organização e criatividade demonstrada por cada equipe conforme foi observado na Figura 15.

➤ Desenvolvimento:

- Houve um sorteio e cada equipe apresentou seu trabalho e tudo foi analisado conforme descrito no Quadro 5.

Figura 15- Demonstração Geométrica do Teorema de Pitágoras



Fonte: autora da pesquisa (2020).

Quadro 5 - Registros das situações adidáticas e didáticas na atividade B

Dialética	Registros
Ação	Os alunos se organizaram em grupos com quatro componentes e começaram a discutir como fariam a demonstração do Teorema de Pitágoras.
Formulação	Os alunos começaram a propor entre eles, qual o melhor material a ser usado, onde poderiam pesquisar sugestões de demonstrações do Teorema de Pitágoras, tudo sendo decidido e resolvido entre os componentes do grupo.
Validação	<p>Esta validação ocorreu quando os alunos trouxeram no dia que ficou previamente marcado, os resultados de suas pesquisas e trabalho realizado. Sendo feita a socialização de cada trabalho confeccionado por cada equipe.</p> <p>Todas as equipes optaram pela demonstração dos quadradinhos e confeccionaram com materiais variados.</p>
Institucionalização	O professor depois das apresentações fez as devidas observações em cada apresentação e definiu o Teorema de Pitágoras sendo $h^2 = a^2 + b^2$.

Fonte: autora da pesquisa (2020).

Atividade C– Exibição de vídeo sobre o Sol e Sistema Solar.

➤ **Objetivos:**

- Conhecer o Sol, sua formação e composição;
- Conhecer a formação dos planetas do nosso Sistema Solar;
- Diferenciar planetas rochosos de planetas gasosos;
- Determinar a gravidade de cada planeta.

➤ **Desenvolvimento:**

- A turma foi deslocada para o laboratório de Ciências onde assistiram a um vídeo sobre o Sol e o sistema Solar conforme Figura 16.
- Ao término do vídeo houve uma socialização dos pontos mais importante do vídeo.

➤ **Observações da turma:**

- Acharam o vídeo interessante, conseguiram perceber a diferença entre os planetas gasosos e os planetas rochosos e a atividade foi analisada no Quadro 6.
- Fizeram comparações entre a gravidade de nosso planeta e de outros que compõe nosso Sistema Solar.

Figura 16 – Imagem do vídeo sobre o Sistema Solar



Fonte: autora da pesquisa (2020)

Quadro 6 - Registros das situações adidáticas e didáticas na atividade C.

Dialética	Registros
Ação	O professor iniciou a aula perguntando se o Sol era uma estrela, planeta ou satélite. E os alunos se propuseram a responder que era uma estrela. Depois foi perguntado sobre a formação do nosso Sistema Solar. Começaram a pensar e tentam responder.
Formulação	Nesta etapa é quando surgem as suposições de como o nosso Sistema Solar foi formado. Alguns falam em explosão, Big Bang. Então foi colocado um vídeo sobre o Sol, sua formação e sobre os planetas do Sistema Solar.
Validação	Esta validação ocorre depois de assistirem o vídeo e concluírem que alguns alunos estavam certos em relação ao Sol ser uma estrela, sobre algumas teorias que tentam responder como o surgiram os planetas e diferenciar planetas rochosos de planetas gasosos.
Institucionalização	O professor sintetiza todas as opiniões e conclui com uma aula expositiva sobre relógio de sol.

Fonte: autora da pesquisa (2020).

Atividade D - Organização do experimento com o gnômon.

➤ **Objetivos:**

- Organizar a realização do experimento;
- Distribuir materiais necessários conforme Tabela 4, para a concretização do experimento.

➤ **Desenvolvimento:**

- Iniciou com uma aula expositiva sobre o que era o relógio de Sol (gnômon),
- Sua utilidade e características;
- Foi entregue os materiais (círculo de isopor, vareta de madeira com 8,3cm de comprimento), e explicado que cada um deveria marcar a sombra delimitada no isopor, durante um dia das 8:00 h da manhã até às 16:00h de acordo com as Figuras 17 e 18;
- E foi marcada a data de socialização, onde todos deveriam trazer o experimento realizado.

➤ **Observação da turma:**

- Inicialmente sentiram dificuldades para fixar o marcador de sombra (gnômon) e como eles iriam marcar as sombras no isopor, mas com calma todos conseguiram entender como seria os passos do experimento e como deveriam proceder. Atividade descrita no Quadro 7.
- As dúvidas foram tiradas, lembrando que não deveriam mudar o dispositivo de lugar, e que o Sol deveria iluminar o gnômon durante todo o período de realização do experimento.

Figuras 17 e 18 - Alunos montando o gnômon



Fonte: autora da pesquisa.

Quadro 7 - Registros das situações adidáticas e didáticas na atividade D

Dialética	Registros
Ação	Cada aluno se dirigiu até o professor, e foi entregue os materiais necessários para a construção do relógio de sol vertical (gnômon).
Formulação	Começaram a sugerir variadas formas de construção do relógio de sol, e foi ocorrendo discussões até chegarem a melhor posição da vareta.
Validação	Neste momento depois de entrarem em consenso encontraram o centro do isopor e, cortaram a vareta com 8,3 cm aproximadamente e a colaram, tendo assim o gnômon construído e pronto para realizarem o experimento em suas casas.
Institucionalização	O professor explicou como se deveria realizar o experimento, que o Sol deveria iluminar o gnômon durante todo o dia, e que as sombras projetadas no isopor deveriam ser marcadas de hora em hora, e não poderiam mudar o material de lugar.

Fonte: autora da pesquisa (2020).

Tabela 4 - Materiais utilizados no experimento

Quantidade	Material
1	Isopor circular com 25 cm de diâmetro
1	Vareta de madeira com 8,3 cm de comprimento
1	Cola de silicone
1	Régua

Fonte: autora da pesquisa (2020).

Atividade E- Aula 1-Socialização do experimento com o recurso gnômon.

➤ Objetivos

- Socializar as experiências vivenciadas durante a execução do experimento;
- Conceituar Geocentrismo, Heliocentrismo;
- Entender o movimento aparente do Sol.

➤ Desenvolvimento:

- O professor (mediador) iniciou a aula olhando os trabalhos realizados pelos alunos.
- Depois foi provocada uma conversa, onde os alunos expuseram como foi a experiência ao realizar o experimento, as dificuldades surgidas e todas as estratégias usadas para sanar e superar os problemas que apareceram durante o processo.
- Houve uma aula expositiva sobre o movimento aparente do Sol, Heliocentrismo e Geocentrismo, sendo tudo analisado no Quadro 8.

Quadro 8- Registro da Atividade E – Aula 1

Dialética	Registro
Ação	Os alunos apresentaram os experimentos, dificuldades e descobertas, entre elas: que as sombras não eram todas do mesmo tamanho, que iriam variando.
Formulação	O professor questionou o que pode ter provocado à variação no comprimento da sombra e os alunos foram dizendo que poderia ser o fato do Sol está se deslocando ou o movimento de rotação da Terra.
Validação	A validação ocorreu quando chegaram à conclusão que o Sol não está em movimento e sim a Terra, e o que este movimento é chamado Translação (Revolução), e o movimento do Sol é aparente.
Institucionalização	O professor diante de todas as colocações fez as devidas correções, o movimento da Terra ao redor de Sol é chamado de Revolução e aproveita o momento para uma aula expositiva, sobre Heliocentrismo e Geocentrismo.

Fonte: autora da pesquisa (2020).

Atividade E - Aula 2– Usando gnômon como recurso para a aplicação do Teorema de Pitágoras.

➤ Objetivos:

- Conceituar ângulos;
- Medir ângulos;
- Classificar ângulos em agudo, reto ou obtuso;
- Aplicar o Teorema de Pitágoras.

➤ Desenvolvimento:

Com o gnômon em mãos, um transferidor e uma régua, os alunos foram

orientados a medir o ângulo formado entre alguns segmentos determinados pelas sombras que estavam marcadas no gnômon, exemplo 8:00h e 12:00h, e os mesmos deveriam determinar a medida usando transferidor e classificá-lo em agudo, reto ou obtuso, conforme Figuras 19 e 20.

Logo após foi dividido em duplas e as mesmas seriam responsáveis para transferir para uma folha a medida do gnômon (8 cm) e da sombra em determinado horário (três horários) para cada dupla.

Figuras 19 e 20 - Alunos calculando a hipotenusa.



Fonte: autora da pesquisa

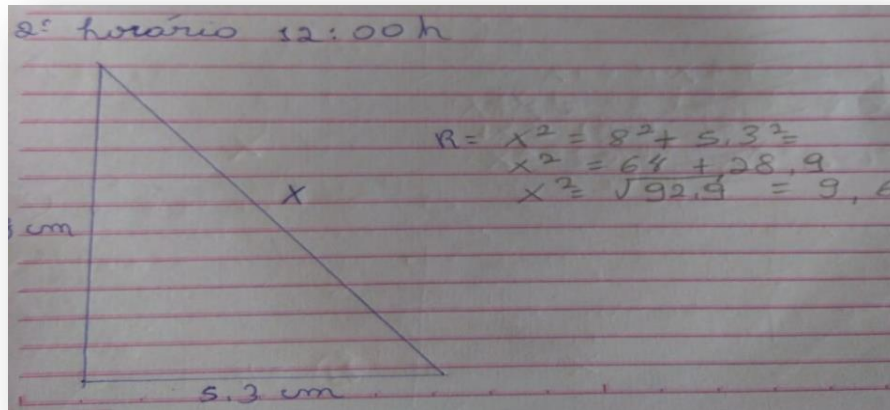
Quadro 9 - Registros da Atividade E – Aula 2

Dialética	Registros
Ação	<p>Foi solicitado que formassem duplas e com o gnômon em mãos escolhessem dois horários do experimento que fora realizado, transferissem para o caderno usando uma régua o comprimento da vareta e o segmento que representasse a sombra formada pelo mesmo no determinado horário e calculassem qual deveria ser o comprimento do ápice da vareta até o extremo da sombra.</p> <p>Logo os alunos se organizaram e começaram a trabalhar.</p>
Formulação	<p>E as duplas começaram a discutir como poderiam calcular, alguns falaram em somar os dois segmentos, outros sugeriram multiplicar. Até que começaram à explicitar conhecimentos que já haviam adquiridos no decorrer da sequência didática.</p>
Validação	<p>A validação ocorre que percebem que a figura formada é um triângulo retângulo e usam o Teorema de Pitágoras para o cálculo do problema proposto.</p>
Institucionalização	<p>O professor recolhe todas as respostas e usa o gnômon para revisar ângulos agudos, obtusos e como usar o gnômon para determinar os pontos cardeais. Foi solicitado aos alunos que obtivessem a sua massa, usando uma balança doméstica ou a balança de uma farmácia próxima a sua residência. E trouxesse anotado no caderno juntamente com uma pesquisa sobre a gravidade dos planetas que compõe o nosso Sistema Solar.</p>

Fonte: autora da pesquisa (2020).

4.3.3.1 Analisando respostas desta atividade

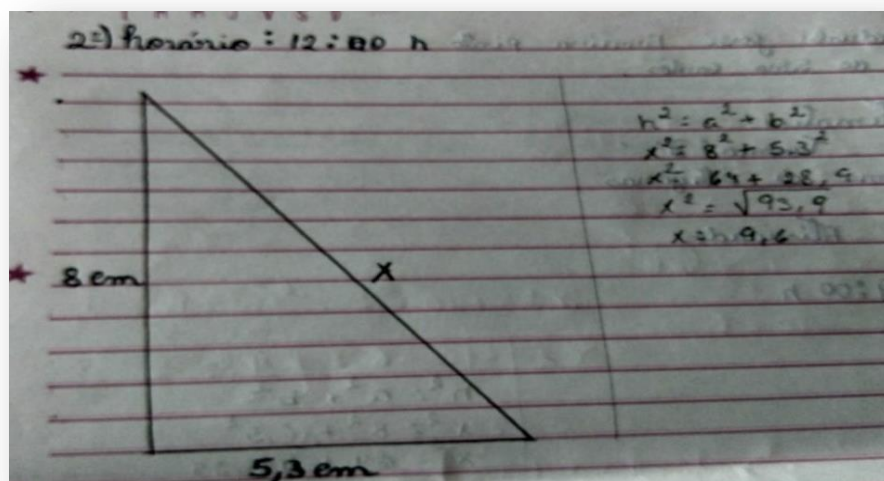
Figura 21 - Resposta da dupla A



Fonte: dados de investigação da pesquisa.

Observa-se a visualização de um triângulo retângulo na Figura 21 e o cálculo de x é exatamente o valor da hipotenusa, e usando o Teorema de Pitágoras para a obtenção do valor do mesmo.

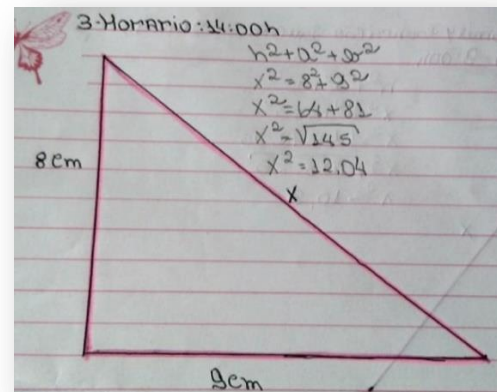
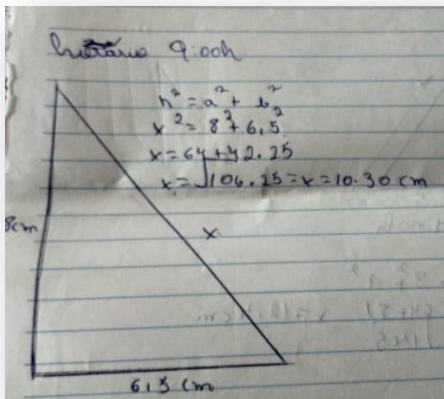
Figura 22 - Resposta da dupla B



Fonte: dados de investigação da pesquisa.

Nesta resposta observada na Figura 22 já é observado o Teorema de Pitágoras sendo aplicado de forma mais organizado, pois o mesmo é definido antes de aplicá-lo na obtenção do resultado almejado.

Figuras 23 e 24: Respostas das duplas C e D.



Fonte: autora da pesquisa

As respostas obtidas pelas duplas C e D conforme Figuras 23 e 24 se apresentam de forma bem organizada, aplicando o Teorema de Pitágoras de maneira adequada, porém com triângulos com problemas no traçado.

Mas no geral é possível perceber a aquisição do conhecimento que foi introduzido por meio do recurso didático gnômon, que favoreceu a aprendizagem do conteúdo Teorema de Pitágoras que é de tão grande importância no processo de ensino e aprendizagem de Geometria contribuindo assim para aquisição de outros conteúdos matemáticos nas séries posteriores.

Atividade F: Calcular força peso.

➤ Objetivo:

- Conhecer a gravidade dos planetas;
- Calcular a força peso em determinado planeta;
- Operar com números decimais.

➤ Desenvolvimento:

- Foi cobrado dos alunos, à pesquisa que foi solicitada na aula anterior, que seria o valor de sua massa e da gravidade de cada planeta que compõe o nosso Sistema Solar. Logo após a verificação do cumprimento da atividade, os

alunos deveriam calcular o seu peso em determinados planetas que foram sugeridos pelo professor. Esta atividade está descrita no Quadro 10.

Quadro 10 - Registros da Atividade F

Dialética	Registros
Ação	Os alunos trouxeram registrado em seu caderno o valor da massa individualmente e a pesquisa solicitada sobre a gravidade dos planetas que compõem o nosso sistema solar. O professor solicita que cada um calcule seu peso em cada planeta.
Formulação	Inicialmente não sabiam como realizar a atividade e foram sugerindo variadas formas de obtenção do resultado, mas no decorrer da discussão foram lembrando, do que foi abordado no vídeo exibido em um dos momentos da SD.
Validação	E calcularam o peso multiplicando a massa pela força gravitacional de cada planeta. Ou seja, explicitaram um conhecimento que já estava implícito em cada um.
Institucionalização	O professor explicou com mais detalhes o que significa a força peso e observou os resultados obtidos por cada aluno. Organizou a turma em grupo e pediu para que confeccionasse uma maquete representando nosso sistema solar para a realização de uma exposição no colégio dos trabalhos realizados durante a aplicação da SD.

Fonte: autora da pesquisa (2020).

Atividade G - Exposição das maquetes e trabalhos.

➤ Objetivos:

- Expor para toda comunidade escolar os trabalhos realizados pelos alunos no decorrer da sequência didática como os trabalhos das (figuras 25 e 26).
- Socializar as experiências adquiridas;
- Calcular o peso de professores e alunos voluntários em determinados planetas.

➤ Desenvolvimento

- Os trabalhos foram arrumados no pátio do Colégio Estadual José Ferreira Pinto, durante todo o dia (matutino e vespertino) e durante o intervalo os alunos fiavam a disposição para tirar dúvidas e compartilhar os conhecimentos adquiridos durante toda a aplicação do projeto de acordo com as Figuras 27 e 28.

Figuras 25 e 26 - Algumas maquetes produzidas pelos alunos



Fonte: autora da pesquisa (2020).

Figuras 27 e 28 - Exposição de maquetes no pátio do Colégio Estadual José Ferreira Pinto



Fonte: autora da pesquisa (2020).

4.3.3.2 Considerações sobre a etapa de Experimentação

Em relação às situações didáticas, os alunos aceitaram o contrato didático no que tange à devolução do problema e atuaram nas situações adidáticas de ação e formulação com grande empenho. Em algumas situações adidáticas de validação ou foi necessária à intervenção da pesquisadora ou elas foram efetivadas no decorrer das situações de institucionalização. Sendo assim, a utilização das situações didáticas na realização da sequência didática foi um fator positivo tanto para o desempenho dos alunos quanto para a obtenção dos dados para análise. Com a investigação foi percebido que apesar de a pesquisadora ter elaborado uma sequência didática bem diversificada, com várias sessões e atividades lúdicas e estabelecendo um contrato didático, visto que nessa sequência as atividades buscaram contemplar as fases descritas por Brousseau na Teoria das Situações Didáticas, aconteceram durante à aplicação da sequência didática, alguns conflitos com as regras predeterminadas. Os conflitos geraram rupturas, como, por exemplo, quando inicialmente o aluno deveria resolver as atividades sem auxílio da professora os mesmos insistiam em querer a interferência da docente que no caso era a pesquisadora. No experimento com o gnômon, que foi individual, na data agendada para trazerem o relógio de Sol com as devidas marcações, surgiram várias desculpas tais como: choveu e não foi possível marcar as sombras; o cachorro comeu o gnômon ou que estava doente e não pode realizar o experimento. Outro fato ocorreu quando dois grupos não apresentaram a atividade da demonstração do

Teorema de Pitágoras na data determinada, tendo que ser apresentada em outro dia, provocando um quebra de contrato e atrasando todo um cronograma antes acordado.

A resolução das atividades em grupo foi também um fator positivo, pois favoreceu as interações entre os alunos, além de promover a participação da classe, melhorar a confiança e diminuir a ansiedade e o medo diante da resolução de problemas. Mesmo em uma proposta de atividade sem a finalidade de avaliação de resultados (sendo pontuado), é percebida a presença de um entendimento subjacente a respeito do erro, que é a crença na existência de uma maneira certa e única de realizar determinada tarefa e que não é possível realizá-la por outro caminho.

Ademais, destacamos nosso entendimento a respeito da importância da atuação do professor para o desenvolvimento de identidades matemáticas que favoreçam a aprendizagem. Ao professor, se o que pretende é um ensino profícuo e efetivo, é fundamental conhecer a natureza das identidades matemáticas, inclusive sua própria, e de que maneira elas são desenvolvidas nas salas de aula.

4.3.4 - Análises a posteriori e Validação

- A análise posteriori se apoia no *conjunto de resultados que se pode tirar da exploração dos dados recolhidos e que contribui para a melhoria dos conhecimentos didáticos que se têm sobre as condições da transmissão do saber em jogo.*
- Para constatar se durante a experimentação, ocorreu o processo de aprendizagem foi aplicado um questionário com questões semelhantes ao que foi aplicado na análise a priori.

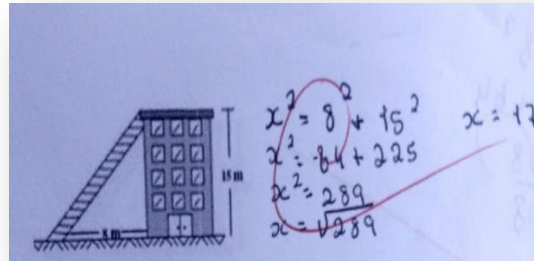
4.4 Análise dos resultados

Vamos analisar algumas das respostas obtidas nos questionários respondidos na análise preliminar e na análise posteriori.

Começando por:

- **QUESTÃO 4-** A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura, com uma escada colocada a 8 m de sua base ligada ao topo do edifício. Qual é o comprimento escada?

Figura 29 – Resposta do aluno A no questionário da análise posteriori

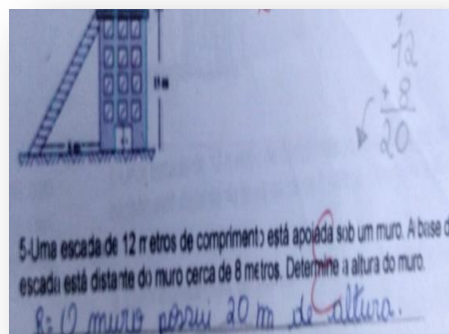


Fonte: dados de investigação da pesquisa.

A maioria dos alunos acertou esta questão representada pela Figura 29, souberam interpretar e aplicar o teorema de Pitágoras, ressaltando que a figura teve uma grande importância no momento de visualizar um triângulo retângulo.

- **QUESTÃO 5**-Uma escada de 12 metros de comprimento está apoiada sobre um muro. A base da escada está distante do muro cerca de 8 metros. Determine a altura do muro.

Figura 30 - Resposta do aluno B no questionário da análise preliminar.

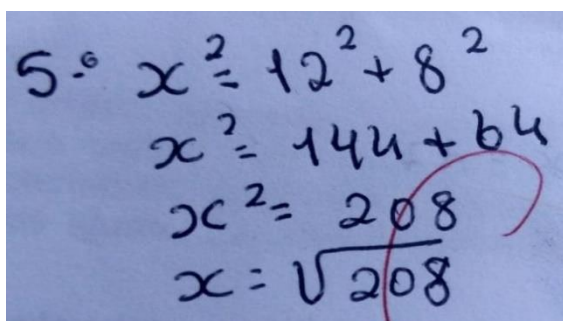


Fonte: dados de investigação da pesquisa

No questionário realizado na análise prévia, muitos alunos nem tentaram resolver esta questão, porém na análise posteriori houve um grande avanço, sendo que, muitos alunos não alcançaram êxito na resolução mesmo já sabendo aplicar o Teorema de Pitágoras em questões semelhantes. O que nos leva a crer que o fato da questão não possuir imagem, dificultou a visualização por parte do aluno, analisando este erro percebe-se a importância de se trabalhar com mais ênfase a abstração. Assim como, também ocorreram erros relacionados à falta de domínio com as operações matemáticas básicas. Observar os erros ajuda o professor a entender as principais dificuldades do aluno, como nos salienta Cury (2007, p.63).

Na análise das respostas dos alunos, o importante não é o acerto ou o erro em si – que são pontuados em uma prova de avaliação da aprendizagem – mas as formas de se apropriar de um determinado conhecimento, que emergem na produção escrita e que podem evidenciar dificuldades de aprendizagem.

Figura 31- Resposta do aluno B na análise posteriori



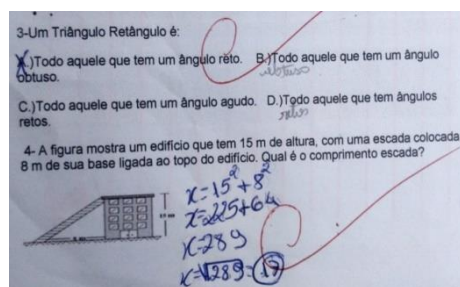
$$\begin{aligned}
 5.º \quad x^2 &= 12^2 + 8^2 \\
 x^2 &= 144 + 64 \\
 x^2 &= 208 \\
 x &= \sqrt{208}
 \end{aligned}$$

Fonte: dados de investigação da pesquisa.

Analisando os resultados dessa atividade, conforme Figuras 30 e 31 é possível constatar uma grande evolução no processo de resolução e que ocorreu com a maioria dos alunos de acordo com o Gráfico 1 e 2, a maioria souberam aplicar corretamente o Teorema de Pitágoras, associando com trabalho desenvolvido anteriormente, quando usaram o gnômon para determinar o valor da hipotenusa. Porém o número de acertos não foi o que esperava, levando a considerar o fato de não ter o desenho da figura e assim a correlação da questão ao Teorema de Pitágoras para alguns alunos ainda foi uma tarefa difícil.

A hipótese de que o uso do gnômon é um recurso didático que contribui para o ensino e aprendizagem do Teorema de Pitágoras foi validada, porque os alunos foram receptivos e até entusiasmados com o novo conteúdo, aplicando o teorema de Pitágoras em várias situações-problema. A questão desenvolvida na Figura 32 estava relacionada com a realidade dos alunos, eles viram significado no que estavam estudando e associou a teoria com a prática, fundamental para a resolução desse problema.

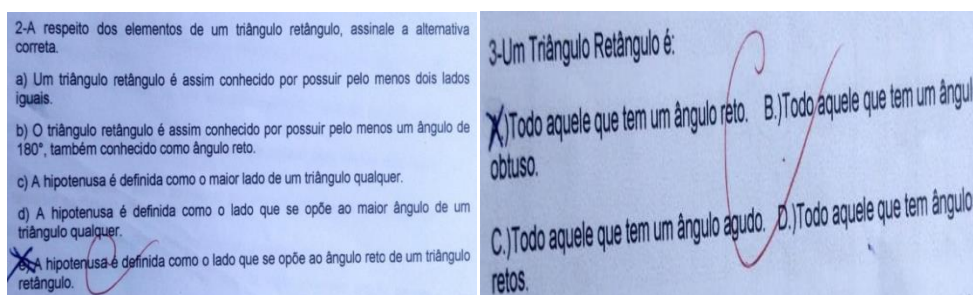
Figura 32 - Resposta do aluno C na análise posteriori



Fonte: dados da investigação da pesquisa.

As respostas apresentadas nas Figuras 33 e 34 demonstram uma aquisição de conhecimentos dos alunos que a resolveram em relação a propriedade do triângulo retângulo, o qual tinham demonstrado dificuldades na análise prévia

Figuras 33 e 34 - Respostas do questionário na análise posteriori dos alunos D e E.

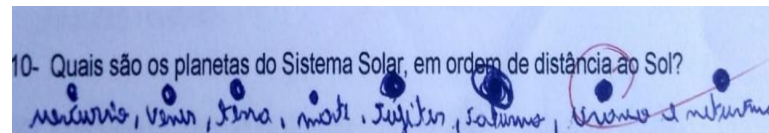


Fonte: dados da investigação da pesquisa.

A Figura 35 demonstra o conhecimento do aluno F sobre Astronomia, o que foi comprovado durante a pesquisa, à importância do uso de conceitos astronômicos

como meio incentivador no processo ensino aprendizagem, que enriqueceu todo o trabalho, tornando-o mais prazeroso tanto o processo de ensino, quanto o de aprendizagem.

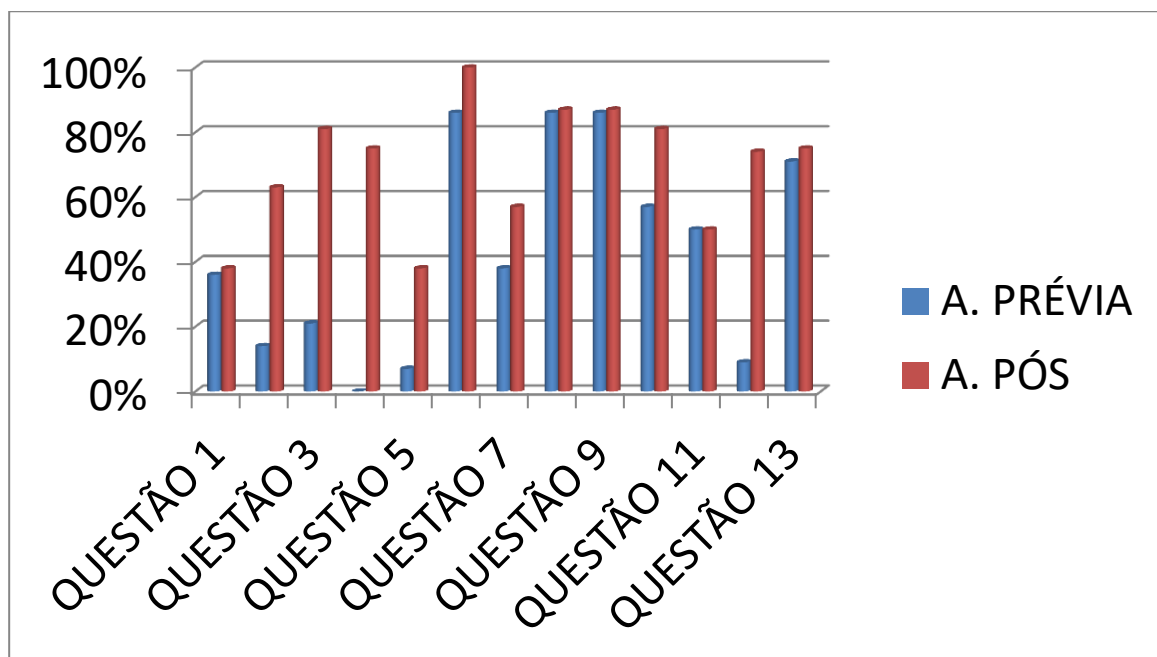
Figura 35 - Resposta do aluno F na análise posteriori



Fonte: dados da investigação da pesquisa.

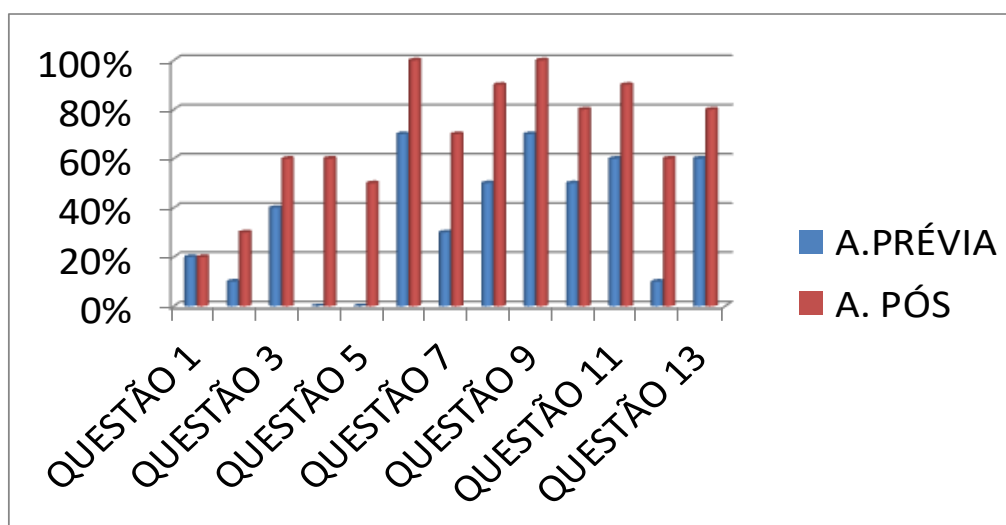
Os resultados obtidos na resolução do questionário utilizado nas análises prévias e posteriori, realizado em cada turma que compunha o público alvo da pesquisa, geraram dados que foram analisados e quantificados nos proporcionando demonstrar estes resultados por meio dos Gráficos: 1, 2 e 3, que estão representados abaixo:

Gráfico 1 - Comparação dos resultados obtidos nos questionários de análise preliminar e análise posteriori na turma do 8º ano.



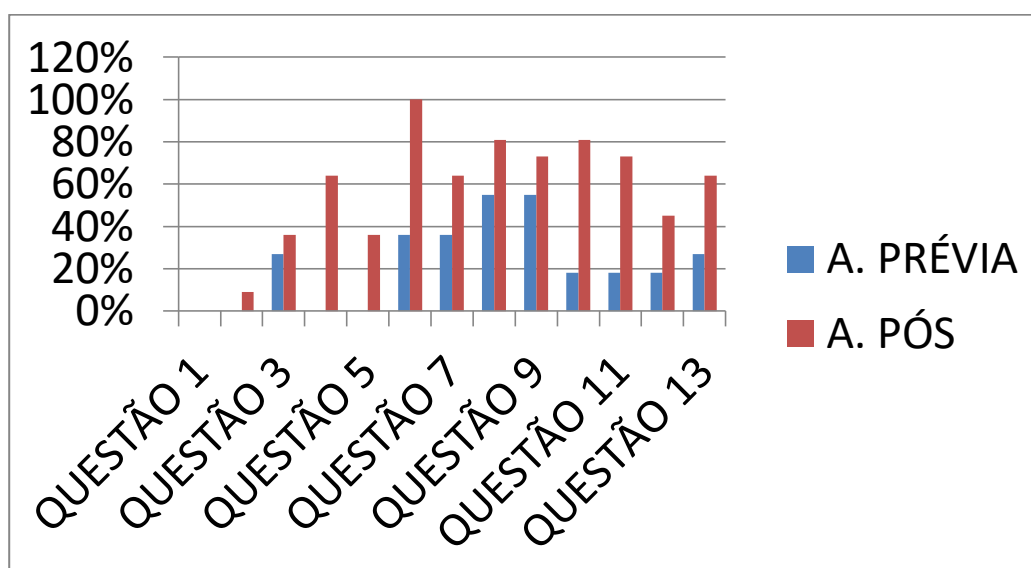
Fonte: autora da pesquisa (2020)

Gráfico 2-Comparação análise prévia e análise posteriori na turma 9º B



Fonte: autora da pesquisa (2020).

Gráfico 3 - Comparação análise prévia e análise posteriori na turma 9º E



Fonte: autora da pesquisa

Procurando entender melhor os resultados dos dados obtidos, foram elaboradas tabelas levando em consideração quatro aspectos nas questões:

- Corretas, parcialmente corretas, incorretas e em branco.

Que segundo Brum e Cury (2013), podem englobar sentidos amplos, variando de pesquisador para pesquisador. Dessa forma, achamos por bem, defini-los usando os critérios que consideramos importantes para definir cada um desses aspectos da seguinte forma:

- Corretas - as questões que chegaram ao resultado almejado, usando as fórmulas, raciocínio lógico correto e propriedades matemáticas e geométricas adequadas;
- Parcialmente corretas - as questões em que o aluno usa a fórmula ou raciocínio adequados, mas comete algum tipo de erro relacionado à operações matemáticas e/ou propriedades geométricas, por conta disso, não chega ao resultado desejado;
- Incorretas - as questões que usavam raciocínios inusitados, usando fórmulas ou propriedades incabíveis na sua resolução;
- Em branco - foram consideradas as que o aluno não inicia qualquer tipo de resolução.

A Tabela 5 a seguir contém o quantitativo de incorreções e de acertos do Questionário Prévio que foi elaborado com o intuito de conhecer as concepções do aluno a cerca do objeto de estudo da pesquisa que é o Teorema de Pitágoras, que apresenta questões sobre assuntos de Geometria, envolvendo triângulos e o Teorema de Pitágoras e também questões relacionados à Astronomia. Posteriormente, as discussões das resoluções apresentadas pelos alunos.

Tabela 5- Quantitativo de acertos e incorreções no questionário prévio.

Questão	Correta		Parcialmente correta		Incorreta		Em branco		Total
	n°	%	n°	%	n°	%	n°	%	
1	8	11	0	0	58	80,5	6	8,5	72
2	10	14	0	0	52	72	10	14	72
3	22	30,5	0	0	40	55,5	10	14	72
4	0	0	0	0	44	61	28	39	72
5	0	0	0	0	32	44,5	40	55,5	70
6	52	72	0	0	18	25	2	3	72
10	16	23	38	53	10	14	8	10	72
11	26	36	0	0	26	36	20	28	72

Fonte: dados de investigação da pesquisa.

Nesta tabela, o número de incorreções supera o número de acertos na maioria das questões, embora algumas tenham um número significativo de acertos. Também, o número de questões em branco se apresenta em grande quantidade. Nas questões 4 e 5 observa-se um número elevado de questões em branco, se dá ao fato de alguns alunos não conhecerem ainda o Teorema de Pitágoras, o que não justifica nenhum aluno ter acertado uma das questões, pois o grupo é composto por alunos que já estudaram o conteúdo em outro ano letivo.

A questão 6 também chama atenção por obter um número considerável de acertos, é sobre Astronomia e muitos destes discentes tem um interesse muito grande nesta área de ensino, o que contribui para a elaboração de situações didáticas que atinjam o objetivo almejado

O quantitativo de acertos e erros no questionário aplicado na análise posteriori, será expresso na Tabela 6, logo a seguir.

Tabela 6 - Quantitativo de acertos e incorreções no questionário posteriori.

Questão	Correta		Parcialmente correta		Incorreta		Em branco		Total
	n°	%	n°	%	n°	%	n°	%	
1	10	14	0	0	56	78	6	8	72
2	22	31	0	0	46	63	4	6	72
3	46	64	0	0	24	33	2	3	72
4	40	56	16	22	12	16	4	6	72
5	34	47	8	12	14	19	16	22	72
6	64	89	0	0	8	11	0	0	72
10	38	52	22	30	4	6	8	12	72
11	50	69	0	0	14	19	8	12	72

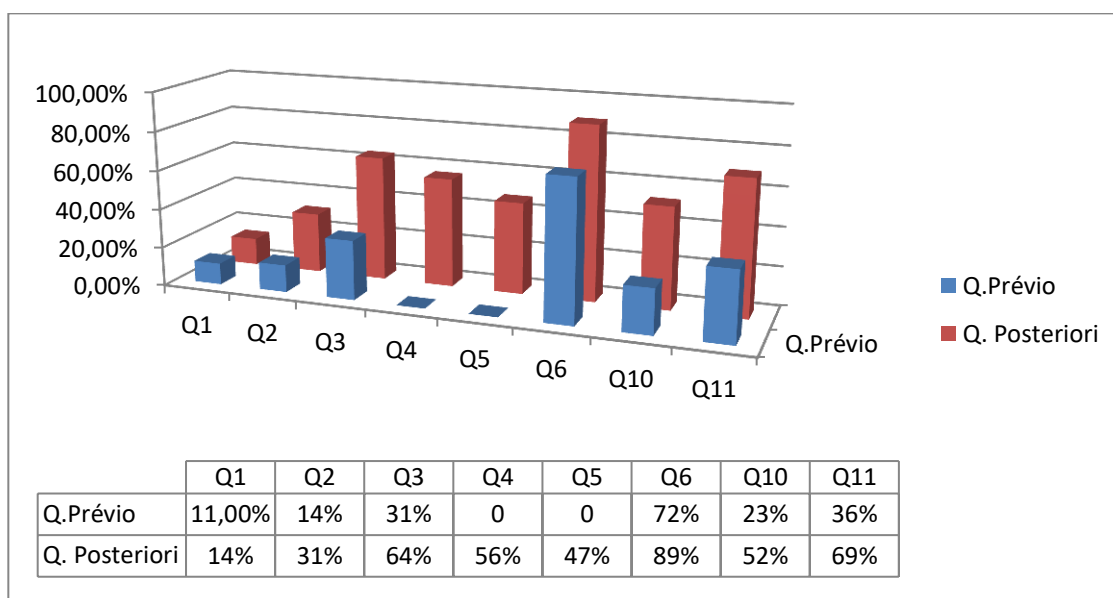
Fonte: dados de investigação da pesquisa.

Percebe-se que houve uma grande mudança em relação à tabela anterior, a maioria das questões apresentaram um número significativo de acertos, estes, superando o número de incorretas, principalmente as que envolvem a aplicação do

Teorema de Pitágoras. O número de questões em branco houve um decréscimo, sendo assim os discentes se debruçaram na tentativa de responder as questões nesta etapa da pesquisa.

E para melhor visualizar e interpretar os resultados nestas questões selecionadas dos questionários aplicados, foi elaborado o Gráfico 4 representando os acertos obtidos nas mesmas.

Gráfico 4 – Comparativo de acertos nos questionário prévio e posteriori.



Fonte: dados de investigação da pesquisa

Podemos perceber também que, em algumas questões, os discentes se empenharam mais em tentar resolver no Questionário Posteriori, uma vez que o número de estudantes que deixaram em branco no Questionário Prévio é maior, na maioria dos exercícios. Isso pode ser explicado pelo fato de que o desempenho e o estímulo do aluno dependem do momento em que se encontram para resolver as atividades propostas. O estudante pode não conseguir desenvolver um raciocínio de uma questão agora, mas outro dia, pode resolver com êxito o mesmo problema.

4.5 Jogo Astromatematizar

Buscando por respostas sobre como tornar o ensino agradável tanto para os alunos quanto para os professores foi percebido que o uso de jogos bem como de atividades lúdicas, como recursos metodológicos, podem ser a saída para melhorar o processo de ensino e aprendizagem e tornar o trabalho educacional realizado em nossas escolas mais dinâmico e prazeroso. “Toda prática pedagógica deve proporcionar alegria aos alunos no processo de aprendizagem”. (RAU, 2007, p.32).

Motivar os estudantes para o estudo da Matemática é uma tarefa por vezes difícil. O entusiasmo com a disciplina não é algo que se observe com frequência. Associar a Matemática com a simples memorização de fórmulas e algoritmos para a resolução de cálculos a tem tornada enfadonha, repetitiva, sem atração para os alunos, que sentem dificuldade de compreender o que estudam, para que estudam, sem qualquer associação com suas atividades cotidianas.

A utilização de jogos e atividades lúdicas, como recurso didático de ensino, pode contribuir para despertar o interesse dos alunos pelas atividades da escola e favorecendo ao processo de ensino a aprendizagem. Segundo Vygotsky (apud ROLIM, GUERRA e TASSIGNY, 2008,p.177)

“O brincar relaciona-se ainda com a aprendizagem. Brincar é aprender; na brincadeira, reside a base daquilo que, mais tarde, permitirá à criança aprendizagens mais elaboradas. O lúdico torna-se, assim, uma proposta educacional para o enfrentamento das dificuldades no processo ensino-aprendizagem”.

Existem estudiosos que defendem a utilização de jogos e atividades lúdicas como ferramenta facilitadora do processo de ensino e aprendizagem. Para eles, o trabalho utilizando a ludicidade contribui para que haja uma interação entre docente e discente. Por esse motivo foi pensada a elaboração deste produto pedagógico que foi utilizado com uma turma de 32 alunos do 8ºano no Colégio Estadual José Ferreira Pinto, sendo uma ferramenta no ensino de conteúdos matemáticos utilizando conceitos astronômicos. Antes de iniciar a primeira etapa do jogo foi realizado um pré-teste com 15 questões envolvendo questões de Aritmética básica e Astronomia, agora será descrito as etapas para a realização do jogo astromatematizar.

4.5.1 - Primeira parte: Roda de leitura

Para que a leitura favoreça a aquisição dos conteúdos escolares de Matemática, o ensino de Matemática deve ter uma prática pedagógica orientada para o desenvolvimento do sentido e do significado dos conceitos matemáticos. Para isso é necessário um investimento na mudança na prática pelos docentes que trabalham com a resolução de operações isoladas focado na repetição e mecanização, para um ensino que possibilita aos estudantes apropriação dos conceitos dessa disciplina por meio da análise e síntese. Acreditamos que o importante não é o aluno apenas saber realizar cálculos, resolver equações, é fundamental que os sujeitos possam pensar matematicamente de modo a empregar os diferentes conteúdos matemáticos como ferramenta do pensamento para a solução dos diferentes problemas com os quais se deparam. Cabe ao professor organizar atividades de ensino que criem a necessidade do conceito para os estudantes, essa é uma das principais ações do docente no processo de intervenção pedagógica.

Neste sentido, no que diz respeito à leitura e ao ensino da compreensão, a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) aborda a leitura como um dos “eixos organizadores” na área da Língua Portuguesa no Ensino Fundamental, destacando-a como tema central de tal área e como instrumento para outros componentes curriculares. O eixo Leitura, segundo a BNCC, tem seu foco voltado para o desenvolvimento de habilidades de compreensão e interpretação da leitura, interpretação de textos verbais e ainda identificação de gêneros textuais que são compreendidas como competências específicas da Língua Portuguesa no Ensino Fundamental. Desse modo, com o objetivo de desenvolver tais competências, é necessário que pensemos em políticas públicas e programas de ensino que prevejam o ensino da compreensão da leitura nos currículos nacionais, com qualidade e planejamento.

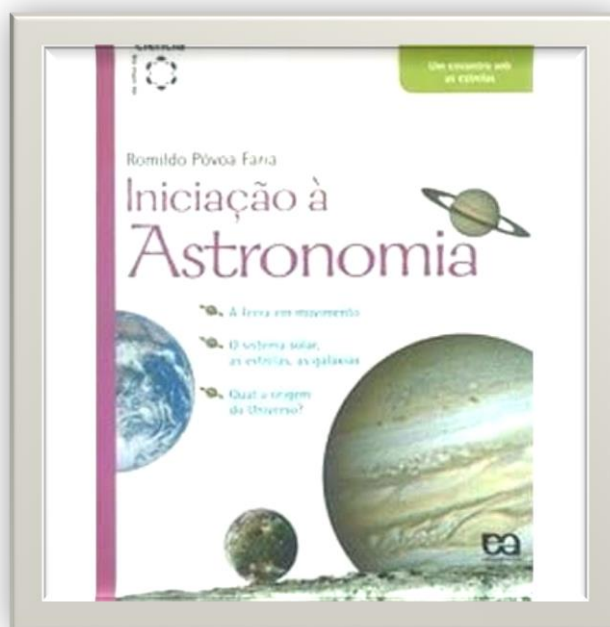
A matemática depende totalmente da interpretação que o aluno irá fazer de textos/enunciados para desenvolver questões dentro da matemática. Mas, muitos alunos estão chegando com dificuldades na leitura e na interpretação, sobretudo no ensino fundamental II. Como consequência, o rendimento do conteúdo passa a ser mínimo. Em algumas situações, os docentes devem entrar com recursos de leitura e interpretação, tentando suprir uma deficiência do aluno.

Assim, o docente passa a desenvolver funções pedagógicas que não estão

dentro da disciplina Matemática, para que, deste modo possa caminhar com o aluno posteriormente dentro do conteúdo específico. Porém, esse papel é dever de todos, tanto o que trabalha com as exatas, como a áreas das humanas.

Para a realização desta primeira parte da aplicação do produto pedagógico do jogo Astromatematizar, foram confeccionados cópias do paradidático: Iniciação à Astronomia de Romildo Póvoa Faria, conforme Figura 36, pois só existia um exemplar no acervo da biblioteca do colégio e foram realizadas rodas de leitura com os alunos, onde os mesmos tiravam as dúvidas que surgiam.

Figura 36: Paradidático utilizado nas rodas de leitura



Fonte: <https://www.estantevirtual.com.br/>

4.5.2 Segunda parte: Aplicação do jogo Astromatematizar

Objetivos:

- Desenvolver o raciocínio lógico matemático e a concentração;
- Aprimorar sua rapidez de reação;
- Demonstrar os conhecimentos adquiridos sobre Astronomia, adquiridos nas rodas de leitura;
- Aprender os fatos fundamentais, utilizando o cálculo mental, estratégias pessoais e procedimentos de cálculo;
- Desenvolver a leitura e a escrita por meio de atividades lúdicas;

- Conhecer as regras do jogo Astromatematizar;
- Desenvolver atitudes de interação, colaboração e troca de experiências em grupo.

Conteúdos trabalhados

- Operações básicas matemáticas: adição, subtração, multiplicação divisão, potenciação e radiciação;
- Sistema Solar;
- Fases da Lua;
- Nossa Galáxia;
- Características dos planetas;

Regras do jogo Astromatematizar

O professor deverá manipular o jogo seguindo as regras que podem ser modificadas de acordo com o ambiente escolar (número de alunos, idade, perguntas).

A turma será dividida em dois grupos que irão escolher o nome do mesmo relacionado ao tema que foi trabalhado nas rodas de leitura que foi Astronomia: nome de planetas, estrelas ou astro, galáxias, e no momento de responder será realizado por meio de duplas de alunos, como mostra a Figura 37.

Figura 37: Dupla formada para responder uma questão da trilha.



Fonte: autora da pesquisa (2020).

O jogo foi iniciado pelo professor que apresentou as regras que estarão dispostas em um cartão e disponibilizadas aos alunos, como segue na lista de regras abaixo:

- O professor será o juiz do jogo. Portanto, terá em mãos a resolução de cada questão utilizada.
- Após definir a ordem dos participantes que será por meio de sorteio que irá determinar qual o grupo iniciará o jogo, sendo que haverá alternância na participação dos grupos.
- A dupla que iniciar o jogo deve colocar seu peão no início da trilha conforme Figura 38 e escolherem a ficha que desejam responder.
- As fichas de acordo a Figura 39 vem composta por uma ou duas perguntas com conteúdos de Matemática básica e Astronomia, caso a dupla acerte as duas perguntas avança duas casa, se acertar uma pergunta avança uma casa, caso erre as duas continua onde estava.
- Sendo que na casa especial “BURACO NEGRO”, existe regras específicas:
 - ✓ Se a dupla acertar a pergunta avançam 3 casas;
 - ✓ Se a dupla errar pergunta, retornam 3 casas;
 - ✓ Não existe a possibilidade de acerto em partes.
- Cada dupla tem no máximo 4 minutos para responder aos objetivos.

Figuras 38 e 39: Trilha e fichas confeccionadas para o jogo Astromatematizar



Fonte: autora da pesquisa (2020).

Avaliação

A avaliação deverá ser feita em todos os momentos propostos, por meio da observação e dos registros individuais de cada aluno. Entre os objetivos da avaliação, destacamos que ela deve lhe fornecer informações sobre a aprendizagem dos alunos: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, os valores incorporados e o domínio de certas estratégias. Assim, observe se seus alunos conseguiram: trabalhar a sequência numérica, os fatos fundamentais, utilizando o cálculo mental, estratégias pessoais e procedimentos de cálculo, a partir de um jogo de trilha; seguir as regras estabelecidas; demonstrar compreensão ao resolver as atividades. Além disso, observe se interagiram com os pares respeitando as diferenças, pois somos distintos e cada um aprende de um jeito.

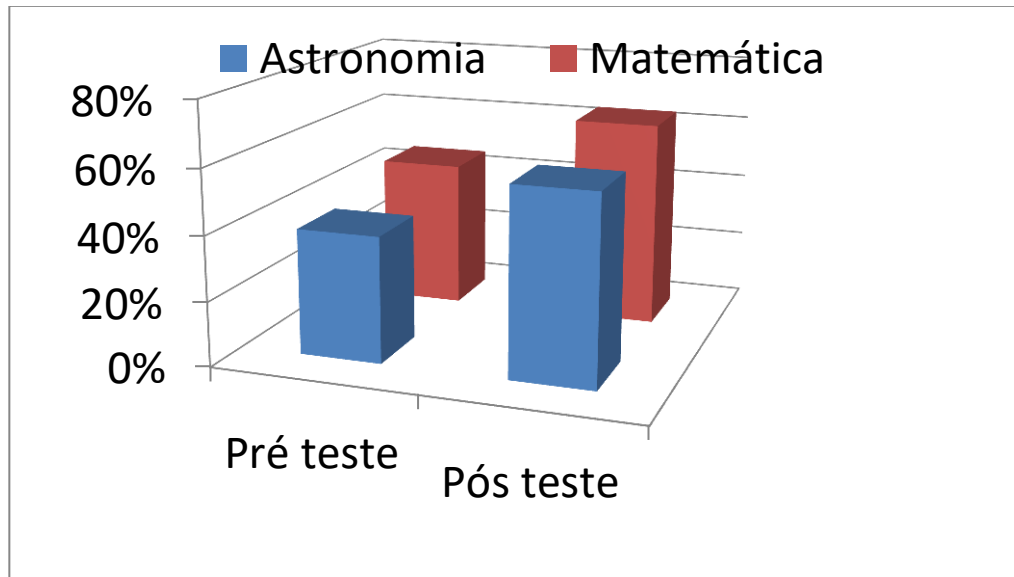
Resultados

A obtenção dos resultados será feita a partir da aplicação da atividade didática e pedagógica contida no jogo Astromatematizar. O professor faz-se do uso de registros, destacando a participação de cada aluno no desenvolvimento e evolução da aprendizagem, visando alcançar a interação social e o ensino da Matemática de forma lúdica com uso de conceitos e conteúdos astronômicos. Reafirma-se, assim, o intuito de instigar o estudante e permitir que este desenvolva o raciocínio lógico matemático, além de servir de método didático para professores.

- Todos os grupos concluíram o jogo: além de resolverem as operações e responderem questões ligadas à Astronomia, todos os grupos queriam jogar até o fim para conhecer o vencedor.
- O nível de competitividade não foi fator preponderante: mais do que ter um vencedor, as equipes vibravam pelo acerto ou lamentavam e apontavam os erros dos colegas.
- Houve grande interesse, aprendizagem, interatividade e cooperativismo.
- A explicação das regras do jogo Astromatematizar e a apresentação da trilha foram de fácil assimilação pelos alunos

Em outra aula, foi aplicado o mesmo questionário respondido no pré-teste para avaliar estatisticamente o índice de aprendizagem adquirida com a aplicação do produto pedagógico e foram obtidos os seguintes resultados de acordo com o gráfico a seguir:

Gráfico 5 - Comparação do índice de desempenho dos alunos na aplicação do pré- teste e pós- teste



Fonte: dados de investigação da pesquisa.

CAPÍTULO 5- CONSIDERAÇÕES FINAIS

A experiência vivenciada durante a prática pedagógica aqui relatada permitiu refletir sobre o significado e a importância de um planejamento, a eficácia dos recursos certos a serem utilizados, bem como experimentos que permitem “despertar” nos alunos a curiosidade e o interesse para garantir-lhes uma aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos.

Com a utilização da metodologia da Engenharia Didática, foi possível melhorar a compreensão do tema e abrir novas janelas para encontrar respostas e achá-las bem próximas, no meio em que estamos inseridos, sendo possível constatar a importância do uso de conceitos e instrumentos da Astronomia no ensino e aprendizagem de conteúdos geométricos, tais como o Teorema de Pitágoras.

Houve uma grande receptividade por parte dos alunos, interesse e compromisso na realização das atividades. Foi uma experiência que acrescentou muito na minha bagagem como docente, os alunos não faltava no dia que era determinado para realização de atividades da Sequência Didática, na sua maioria motivados, o que proporcionou um ótimo resultado no final da unidade. O trabalho foi muito elogiado pelo corpo docente do Colégio, pela Gestão, porém o mais importante foi perceber a aprendizagem por parte dos alunos.

Com a realização deste trabalho foi constatado que o processo de ensino-aprendizagem torna-se mais significativo, fácil, prazeroso e eficiente através de atividades experimentais elaborando situações didáticas a partir dos conhecimentos prévios dos alunos, e isso ficou comprovado no contentamento dos alunos e na participação e envolvimento dos mesmos no que foi proposto, apesar de os materiais utilizados terem sido simples e baratos.

Sendo assim, percebe-se que independente de serem simples ou sofisticados os materiais usados e os experimentos realizados, os educandos sentem-se mais motivados, pois aprendem de maneira significativa envolvendo conceitos cotidianos com conceitos científicos, despertando o interesse pela disciplina Matemática, porque aprendem de maneira diferente da qual não estão acostumados no contexto escolar. Verificou-se que a prática experimental proporcionou que surgissem diálogos, discussões que foram aproveitadas nas diversas áreas do conhecimento, sobretudo em Astronomia e Matemática. Esses diálogos, geralmente aconteceram nas relações entre questionamentos, atividade experimental, coleta e tratamento de dados,

possibilitando a construção dos conceitos a partir da experiência cotidiana dos alunos, bem como o entendimento e a discussão das formas de registros matemáticos.

O contato com as teorias da didática para o ensino da Matemática, em especial a Teoria das Situações Didáticas de Brosseau (2008) despertou um olhar crítico e investigativo no processo de seleção de material didático, situações problema e elaboração de atividades; possibilitou o despertar e o interesse pelas questões didático-pedagógicas à luz dessa teoria, não de forma teórica, mas procurando colocá-las em prática nas atividades enquanto docente.

A aplicação do jogo também trouxe grande contribuição no processo de ensino e aprendizagem, pois os alunos participaram de todas as etapas, leram o paradidático, tiraram as dúvidas e se envolveram no momento de responder as questões em duplas. Verificou uma motivação e uma disputa que levou os mesmos a acertarem o máximo de questões possível. Sendo perceptível um aumento no percentual de questões acertadas no pós-teste em relação ao pré-teste, tanto na disciplina Matemática quanto em Astronomia. O jogo Astromatematizar é uma atividade lúdica que motiva, anima e desperta o interesse por parte dos alunos para a leitura, conhecimentos astronômicos e matemáticos, sendo adaptado para ser utilizado por outras áreas de conhecimento e outros anos de estudo.

REFERÊNCIAS

AABOE, Asger. **Episódios da história antiga da Matemática**. Coleção Fundamentos da Matemática elementar. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.

AFONSO, G. B. Experiências simples com o gnômon. **Revista brasileira de ensino de física**, v.18, n.3, p.149-154, 1996.

AFONSO, M. L. M. (Org.). **Oficinas em Dinâmica de Grupo: um método de intervenção psicossocial**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2006.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

AMARO, P. B. R. **Construção de um relógio solar para o Museu de Ciências Naturais**. 2015. 25 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciências Naturais) – Faculdade UNB de Planaltina, Planaltina, DF, 2015. Disponível em: <http://bdm.unb.br/handle/10483/13837>. Acesso em: abril, 2020.

A. M. (Org.) **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. (3ª ed. rev., 1ª reimpr.). p. 77-111. São Paulo: EDUC.

ARTIGUE, M. **Ingénierie didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques**, vol. 9, n°3. La Pensée Sauvage, 1990.

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4. p. 193-217.

Astronomia Antiga - Astronomia e Astrofísica. Disponível em: <<http://astro.if.ufrgs.br/antiga/antiga.htm>>. (último acesso em 05/Dez/2019).

ÁVILA, G. **Geometria e Astronomia**. Artigo. Publicado em 06/01/2010. Disponível em: <http://www.ime.usp.br/~pleite/pub/artigos/avila/rpm13.pdf>. Acesso em 10/12/2019.

ÁVILA, G. **A Geometria e as distancias astronômicas na Grécia antiga**. In *Explorando o Ensino da Matemática*, vol. II, paginas 39-46.

BASTIAN, I. V. **O Teorema de Pitágoras**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). 2000.187f. Disponível https://tede.pucsp.br/bitstream/handle/18486/1/dissertacao_irma_verri_bastian

BOYER, C.B. **História da Matemática**; revista por C.Merzbach, tradução Elza F. Gomide. 2a ed, São Paulo - SP: Ed. Edgard Blucher LTDA, 2006.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica; Secretaria de

Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão; Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Conselho Nacional de Educação; Câmara de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC; SEB; DICEI, 2017. Disponível em: < <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>>. Acesso em: 31 dez. 2019.

BRASIL. Lei nº 5692/71, publicada em 11 de agosto de 1971. Diretrizes e Bases para o ensino de 1º e 2º graus e outras providências. Diário Oficial *da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 12 ago. 1971.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto nacional pela alfabetização na idade certa: currículo inclusivo: o direito de ser alfabetizado: Brasília: MEC, SEB ano 3: unidade 1, 2012. Disponível em: http://pacto.mec.gov.br/images/pdf/Formacao/Ano_3_Unidade_1_MIOLO.pdf Acesso em 03/05/2020.
<http://eatabuada.blogspot.com.br/2011/05/jogo-para-sala-de-aula-trilha-da.html>

BROSSEAU, G. *Theory of didactical situations in mathematics: didactique des mathématiques, 1970-1990*. Editado e traduzido por Nicolas Balacheff [et al]. Países Baixos: Kluwer Academic Publishers, 1997.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao Estudo das Situações Didáticas: Conteúdos e Métodos de Ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

BRUM, L. D. ; CURY, H. N. . Análise de erros em soluções de questões de álgebra: uma pesquisa com alunos do Ensino Fundamental. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 4, p. 45-62, 2013.

CANALLE, J. B. G. **Explicando Astronomia básica com uma bola de isopor**. Caderno Catarinense de ensino de Física, Florianópolis, v.16, n.3, p.314-331,1999.

CARDINOT, M, & Namen, A. **Astronomia no ensino de física: uma abordagem com o uso de simulações de chuvas de meteoros em um planetário virtual**. C&D, 10 (1), 6583.2017.

CHEVALARD, Y. **La Transposición Didáctica**. Buenos Aires: Ediciones, 1991

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. In: *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 19, n. 2, p. 221-266, 1999. Tradução em espanhol de Ricardo Barroso Campos. Disponível em: <http://www.uaq.mx/matematicas/redm/art/a1005.pdf>; acesso em 26 de março de 2020.

COLL, César. **Aprendizagem Escolar e Construção do Conhecimento**. Porto Alegre: Artmed, 1994.

CURY, H. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos**

alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

DEVLIN, Keith. **Matemática: a Ciência dos Padrões.** Editora Porto, 2003.

ECCO, O.C. **Monografia: Compreensão de conceitos de geometria a partir da construção de sólidos geométricos em uma turma de EJA de Ensino Médio.** São Francisco de Paula – RS, 2016.

FARIA, R. P. **Fundamentos de Astronomia,** Campinas/SP: Ed. Papyrus, 2007, 6a ed.

FERREIRA, A. B. H. **Novo Aurélio XXI: o dicionário da Língua Portuguesa.** 3 ed. Totalmente revista e ampliada. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1999.

GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.** 2000. 224 f. Tese de Doutorado em Educação – Faculdade de Educação. Universidade de Campinas, Campinas, São Paulo.

GUZMÁN, M. de. **Aventuras Matemáticas.** Barcelona: Labor, 1986.

LANGHI, R. Projeto Eratóstenes Brasil: autonomia docente em atividades experimentais. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física,** Florianópolis: UFSC, v.34,n.1,abril 2017.Disponível em:<https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/21757941.2017v34n1p6>. Acesso em: abril de 2020.

LA TAILLE, Y. **O lugar da interação social na concepção de Jean Piaget.** In: LA TAILLE, Y. et al. **Piaget, Vygotsky e Wallon: teorias psicogenéticas em discussão.** 24.ed. São Paulo: Summus, 1992.

LORENZATO, S. **Por que ensinar Geometria?** A Educação Matemática em Revista – Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Rio de Janeiro, p. 5, 1995.

MIGUEL, A. et al. **História da Matemática em Atividades Didáticas.** 2. ed. ver. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

NASCIMENTO JÚNIOR, J.V. & NASCIMENTO, N. M. B.V. Uso do tangram como recurso didático em Artes numa perspectiva interdisciplinar: considerações a respeito da formação de conceitos geométricos no ensino básico no Brasil. **XVIII Encontro Nacional de Educação em Ciências (XVIII ENEC Educação em Ciências: cruzar caminhos, unir saberes.** ISBN: 978-989-746-198-9.P- p. 85-86. na cidade do Porto, em 2019. Disponível em: <https://enec2019.fc.up.pt/publicacoes>

NUNES, J. M. V.; NUNES, R.S. Modelos Constitutivos de Sequências Didáticas: enfoque na teoria das situações Didáticas. **Revista Exitus,** Santarém/PA, Vol. 9, N° 1, p. 148 -174, jan/mar 2019.

.Disponível em: <http://ufopa.edu.br/portaldeperiodicos/index.php/revistaexitus/article/viewFile/719/419>. Acesso em :18 de fevereiro de 2020.

OLIVEIRA Filho, K S. **Astronomia Antiga - Astronomia e Astrofísica**. Disponível em: <http://astro.if.ufrgs.br/antiga/antiga.htm>. Acesso em: 09 de janeiro de 2019.

OLIVEIRA, N. C N. **Matemática e astronomia**. Brasil Escola. Disponível em: <zhttp://brasilecola.uol.com.br/matematica/a-presenca-matematica-na-Astronomia.htm>. Acesso em 09 de janeiro de 2019.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências**. Zetetiké. Campinas, v. 1, n. 1, mar. 1993.

POMMER, W. A. **Brousseau e a ideia de situação didática**. Artigo desenvolvido para o SEMA – Seminários de Ensino de Matemática / FEUSP – 2º semestre / 2008. Sob coordenação do Prof. Dr. Nilson José Machado. São Paulo.

RAU, M. C. T. D. **A ludicidade na educação: uma atitude pedagógica**. Curitiba: Ipex, 2007.

Revista Nova Escola, edição 222, maio de 2009.

REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática. V3.6, p.62-77, UFSC: 2008.

ROLIM, Amanda A. M.; GUERRA, Siena S. F.; TASSIGNY, Mônica M. **Uma leitura de Vygotsky sobre o brincar na aprendizagem e no desenvolvimento infantil**. Artigo disponível em http://brincarbrincando.pbworks.com/f/brincar%2B_vygotsky.pdf. Acessado em 18 de maio 2020.

RONAN, Collin A. **História ilustrada das Ciências** - Universidade de Cambridge; tradução Jorge Enéias Fortes. Edição brasileira Jorge Zahar, 1987.

ROSA, Carlos Augusto de Proença. **História da ciência: da antiguidade ao renascimento científico** / Carlos Augusto de Proença. — 2. ed. — Brasília : FUNAG, 2012

SARAIVA, M. F. O.; OLIVEIRA FILHO, K. S.; MÜLLER, A. L. **Movimento Anual do Sol: Estações do Ano**. 2015. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Física. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/fis02001/aulas/Aula3-141.pdf>. Acesso em: 19 out. 2019.

SALVADOR, J. A. **Ciências e Matemática do Sol e do Gnômon**. 2009. Disponível em:

SCANDIUZZI, P. P. **Educação Indígena x Educação Escolar Indígena: Uma Relação Etnocida em uma Pesquisa Etnomatemática**. 2000. Tese (Doutorado) – UNESP, Marília, 2000.

SILVA, B. A. **Contrato didático**. In: MACHADO, S. D. A. M. (Org.), 2010.

SILVA, R. C. M. **A integração de construtos didáticos à prática docente: a *malamática* para operar com a aritmética básica.** 2017. 240 f. Dissertação apresentada ao (programa de Pós-graduação do Instituto de Física) - Universidade Federal da Bahia. Ba. 2017.

SILVEIRA, M. F.S. **Uma proposta de atividades práticas de Astronomia para observação do analema solar.** Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Astronomia, da Universidade Estadual de Feira de Santana. Bahia, 2019. Disponível em: <http://www.mp-astro.uefs.br/dissertacoes>. Acesso em abril. 2020.

SINGH S. **O último Teorema de Fermat.** tradução: Jorge Luiz Calife. - 1. ed. - Rio de Janeiro: BestBolso, 2008.

SMOLE, K. C. S. & DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática.** Porto Alegre: Artmed, 2001.

SOARES, L. M. O relógio de sol horizontal como instrumento para o ensino de ciências. **Revista Interlocução**, v.4, n.4, 2011.

STRIEDER, D. M.; UBINSKI; J. A. S. **Iniciação Científica em Astronomia na Educação Básica.** Revista Eletrônica de Extensão e Vivências. Vol. 9, N.17: p.44- 51, Out. 2013. Disponível em: www.scielo.br. Acesso em: dezembro, 2019.

SCHWERZ, C.C. Abordando conceitos de Astronomia e Geometria nos anos finais do ensino fundamental através da construção de um gnômon. Disponível em: <https://bibliodigital.unijui.edu.br:8443/xmlui/bitstream/handle>. Acesso em: 20 de out.de 2018.

WAGNER, E. **Construções geométricas.** (6ª ed.). Prefácio. Com a colaboração de José Paulo Q. Carneiro. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: Ed. SBM, 2007.

WHITROW G. J. **O Tempo na História.** São Paulo: Jorge Zahar, 1993.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar.** Porto Alegre: Artmed, 1998.

GLOSSÁRIO

ENGENHARIA DIDÁTICA - O conceito Engenharia Didática foi criado por Brousseau (1981) e amplamente estudado, desenvolvido e divulgado por Artigue (1988) e tem se constituído como uma metodologia de investigação científica que procura “extrair relações entre pesquisa e ação [...], sobre o sistema baseado em conhecimentos didáticos preestabelecidos”. (ARTIGUE, p. 2, 1988).

GEOCENTRISMO – teoria que colocava a Terra no centro do universo.

GNOMON - O gnômon ou gnômon é a parte do relógio solar que possibilita a projeção da sombra.

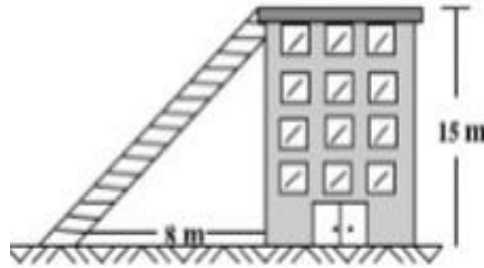
HELIOCÊNTRICO - referente a heliocentrismo, em Astronomia heliocentrismo é a teoria que o Sol está em uma interpretação estrita, estacionário no centro do universo; ou em sentido lato, situado aproximadamente no centro do sistema solar

SAMOS - ilha grega no leste do mar Egeu. Conhecida pela referência a naturalidade de dois filósofos gregos: Aristarco e Pitágoras.

SITUAÇÃO DIDÁTICA - uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição [...]. (BROUSSEAU, 1986)

TSD - (Teoria das Situações Didáticas), desenvolvida na França por Guy Brousseau (1986), é um modelo teórico, apresentando conteúdos matemáticos, que ilustra algumas situações fundamentais e que começa a servir de fundamentação teórica para novos trabalhos de pesquisa em didática e para a prática de professores de matemática.

4-A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura, com uma escada colocada a 8 m de sua base ligada ao topo do edifício. Qual é o comprimento escada?



- 5- Uma escada de 12 metros de comprimento está apoiada sob um muro. A base da escada está distante do muro cerca de 8 metros. Determine a altura do muro.
- 6 - O sol é uma estrela, um planeta ou outro sistema solar? Por quê?
- 7- Explique qual o seu entendimento sobre universo.
- 8 - O que é um sistema solar?
- 9- Qual é a Proporção do tamanho do Sol em relação à Terra?
- 10- Quais são os planetas do Sistema Solar, em ordem de distância ao Sol?
- 11- Quantos satélites naturais têm a Terra?
- 12-Entre todas as galáxias, a Via-Láctea é a que mais nos interessa. Por quê?
- 13-Uma das causas da existência das diferentes estações do ano é a inclinação do eixo da Terra em relação ao Equador Solar. Isso é verdadeiro ou falso? Por quê?

APÊNDICE B

FICHAS COM PERGUNTAS REALIZADAS NO JOGO ASTROMATEMATIZAR

A	B	C
<ul style="list-style-type: none"> • Quantos planetas fazem parte do nosso sistema solar? • Qual o dobro deste valor? 	<ul style="list-style-type: none"> • O movimento de rotação do nosso planeta Terra dura quantas horas? • Qual a terça parte deste valor? 	<ul style="list-style-type: none"> • O movimento aparente diurno do Sol tem duração de quantas horas? • Determine a metade deste valor.
D	E	F
<ul style="list-style-type: none"> • Qual o nome do planeta do nosso Sistema Solar que possui um anel ao seu redor? • Calcule o triplo do número de letras deste nome. 	<ul style="list-style-type: none"> • Qual o nome do movimento que a Terra faz em torno do Sol? • Quantos dias duram este movimento? Este número é divisível por 5? 	<ul style="list-style-type: none"> • Qual medida do ângulo que representa a inclinação do eixo da Terra? • Este ângulo é agudo, reto ou obtuso?
G	H	I
<ul style="list-style-type: none"> • Qual o nome do satélite natural da Terra? • Quanto é o cubo da quantidade de letras deste nome? 	<ul style="list-style-type: none"> • Qual o nome da estrela que a olho nu aparece próxima de Vênus? • Qual o nome do polígono que possui a quantidade de lados igual a quantidade de letras deste nome? 	<ul style="list-style-type: none"> • Sol é uma estrela ou Satélite? • A quantidade de letras da sua resposta é um número par ou ímpar?

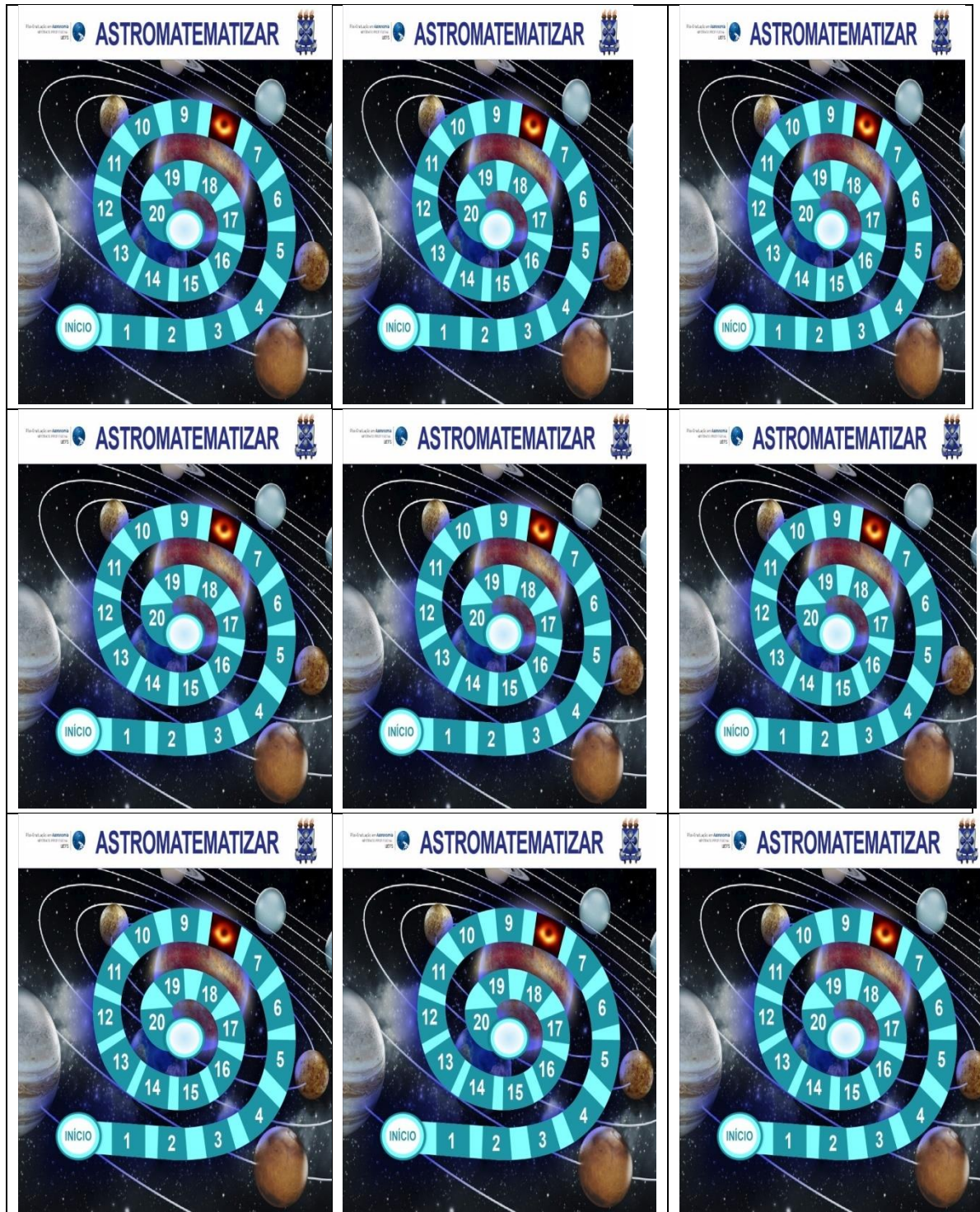
<p style="text-align: center;">J</p> <ul style="list-style-type: none"> • Quantas são as fases mais conhecidas da Lua? • Quanto é o quadrado deste número? 	<p style="text-align: center;">K</p> <ul style="list-style-type: none"> • Qual o nome da fase da Lua cuja face da mesma está totalmente iluminada? • Calcule a quarta potência da quantidade de letras deste nome. 	<p style="text-align: center;">L</p> <ul style="list-style-type: none"> • Determine valor de 3^2 • Qual o nome de uma das fases da Lua que a quantidade de letras igual o número obtido no cálculo anterior?
<p style="text-align: center;">M</p> <ul style="list-style-type: none"> • Quanto é a raiz quadrada de 49? • Qual o nome de um planeta do nosso Sistema Solar que possui esta quantidade de letras? 	<p style="text-align: center;">O</p> <ul style="list-style-type: none"> • Quantos são os planetas rochosos? • Quanto é este valor elevado ao quadrado? 	<p style="text-align: center;">P</p> <ul style="list-style-type: none"> • Qual o planeta do Sistema Solar mais próximo do Sol? • Qual a raiz cúbica da quantidade de letras deste nome?
<p style="text-align: center;">Q</p> <ul style="list-style-type: none"> • Qual o planeta mais distante do Sistema Solar? • Determine o triplo do número de letras deste nome. 	<p style="text-align: center;">R</p> <ul style="list-style-type: none"> • Qual o nome do maior planeta do Sistema Solar? 	<p style="text-align: center;">S</p> <ul style="list-style-type: none"> • Qual o nome do planeta mais quente do Sistema Solar? • A quantidade de letras deste nome é a raiz quadrada de qual valor?

<p style="text-align: center;">T</p> <ul style="list-style-type: none"> Qual o nome da primeira missão de sucesso a ir à Lua? Apolo 7, Apolo 23 ou Apolo 11? Determine o quadrado do número da questão anterior. 	<p style="text-align: center;">U</p> <ul style="list-style-type: none"> Qual o nome do menor planeta do Sistema Solar? 	<p style="text-align: center;">V</p> <ul style="list-style-type: none"> Qual o nome do planeta do Sistema Solar, que é conhecido como “planeta Vermelho”?
<p style="text-align: center;">X</p> <ul style="list-style-type: none"> Qual o nome da Galáxia que vivemos? 	<p style="text-align: center;">Z</p> <ul style="list-style-type: none"> O que são constelações? Cite o nome de uma delas 	<p style="text-align: center;">BURACO NEGRO</p> <p>Diga o nome dos planetas que compõe o Sistema Solar.</p>
<p style="text-align: center;">BURACO NEGRO</p> <p>Qual o valor aproximado da gravidade de nosso planeta? Calcule o peso de uma pessoa em nosso planeta cuja massa é igual a 62kg.</p>	<p style="text-align: center;">BURACO NEGRO</p> <p>Em relação ao primeiro pouso do homem na lua, qual alternativa é verdadeira. (A)- Galileu Galilei em 20 de julho de 1619. (B)- Neil Armstrong em 20 de julho de 1679. (C)-Neil Armstrong em 20 de julho de 1619.</p>	<p style="text-align: center;">BURACO NEGRO</p> 

Fonte: autora da pesquisa (2020)

APÊNDICE C

Imagem para impressão e colagem nas Fichas contendo as perguntas



Fonte: autora da pesquisa (2020).



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

PARA O(A) ALUNO(A): Você aluno(a) está sendo convidado(a) a participar, **como voluntário(a)**, de uma atividade de pesquisa do Programa de Pós-Graduação em Astronomia, Mestrado Profissional, da Universidade Estadual de Feira de Santana – UEFS.

O título da Pesquisa é “xxxxxxxxxxx” e tem como objetivo produzir o trabalho de conclusão de curso do mestrando/pesquisador **XXXXXX**. Os resultados desta pesquisa e imagem do(a) aluno(a), poderão ser publicados e/ou apresentados em encontros e congressos sobre Ensino e Astronomia. As informações obtidas por meio dos relatos (anotações, questionários ou entrevistas) serão confidenciais e asseguramos sigilo sobre sua identidade. Os dados serão publicados de forma que não seja possível a sua identificação. É garantida a liberdade da retirada de consentimento a qualquer momento, bem como a participação nas atividades da pesquisa. Em caso de dúvida sobre a pesquisa você poderá entrar em contato com o pesquisador responsável.

PARA OS PAIS OU RESPONSÁVEIS:

Após ler com atenção este documento e ser esclarecido (a) de quaisquer dúvidas, caso aceite a participação da criança ou adolescente na pesquisa, preencha o parágrafo abaixo e assine ao final deste documento, que está em duas vias, uma delas é sua e a outra é do pesquisador responsável.

Eu, _____; responsável pelo(a) aluno(a) _____

—
Nascido (a) em ____/____/____, autorizo a participação do (a) aluno(a) na pesquisa, e permito gratuitamente, **XXXXXX**, responsável pela pesquisa, o uso da imagem do(a) referido(a) aluno(a), em trabalhos acadêmicos e científicos, bem como autorizo o uso ético da publicação dos relatos provenientes deste trabalho. Declaro que recebi uma cópia do presente Termo de Consentimento. Por ser verdade, dato e assino em duas vias de igual teor. _____ de _____ de 20xx

Assinatura do responsável pelo(a) aluno(a)

Contatos: Orientador(a) Responsável: **Prof(a) Dr(a) XXXXXXX.** **E-mails:**
<emails orientador(a) e discente> **Telefone:** (75) 31618289. **Endereço:**
Av. Transnordestina, S/N. Bairro Novo Horizonte. CEP: 44036-900. Feira de Santana
Bahia.

Assinaturas: _____(Orientador(a): **Prof(a) Dr(a) XXXXXXX**)
_____(Coorientador(a): **Prof(a) Dr(a) XXXXX**)
_____(Discente: **Prof(a). XXXXXXX**)