



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ASTRONOMIA
MESTRADO PROFISSIONAL**



**A CONSTRUÇÃO E A UTILIZAÇÃO DE INSTRUMENTOS
ASTRONÔMICOS ANTIGOS: UM RECURSO PEDAGÓGICO
PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA E
TRIGONOMETRIA**

ANDERSON ARAUJO MATOS

**FEIRA DE SANTANA
JULHO 2020**

ANDERSON ARAUJO MATOS

**A CONSTRUÇÃO E A UTILIZAÇÃO DE INSTRUMENTOS
ASTRONÔMICOS ANTIGOS: UM RECURSO PEDAGÓGICO
PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA E
TRIGONOMETRIA**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Astronomia – Mestrado Profissional, do Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Astronomia.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto de Lima Ribeiro

FEIRA DE SANTANA

JULHO DE 2020



ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CANDIDATO (A): ANDERSON ARAÚJO MATOS

DATA DA DEFESA: 21 de julho de 2020 **LOCAL:** Via Skype

HORÁRIO DE INÍCIO: 14:36h

MEMBROS DA BANCA		FUNÇÃO	TÍTULO	INSTITUIÇÃO DE ORIGEM
NOME COMPLETO	CPF			
CARLOS ALBERTO DE LIMA RIBEIRO	848.990.004-30	Presidente	DR	DFIS - UEFS
VERA APARECIDA FERNANDES MARTIN	104.421.058-35	Membro Interno	DR	DFIS - UEFS
JEMIMA PEREIRA GUEDES	025.512.855-00	Membro Externo	DR	UFRB

TÍTULO DEFINITIVO DA DISSERTAÇÃO*:

A CONSTRUÇÃO E A UTILIZAÇÃO DE INSTRUMENTOS ASTRONÔMICOS ANTIGOS: UM RECURSO PEDAGÓGICO PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA.

*Anexo: produto(s) educacional(is) gerado(s) neste trabalho.

Em sessão pública, após exposição de 40 min, o(a) candidato(a) foi argüido(a) oralmente pelos membros da banca, durante o período de 55 min. A banca chegou ao seguinte resultado**:

- APROVADO(A)
 INSUFICIENTE
 REPROVADO(A)

** Recomendações¹: Deverá seguir as recomendações da Banca.

Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata, que é abaixo assinada pelos membros da banca, na ordem acima relacionada, pelo candidato e pelo coordenador do Programa de Pós-Graduação em Astronomia da Universidade Estadual de Feira de Santana.

Feira de Santana, 21 de julho de 2020

Presidente: P/ Carlos Alberto de Lima Ribeiro
Membro 1: Vera Aparecida Fernandes Martin
Membro 2: Jemima Pereira Guedes
Membro 3:
Candidato (a): Anderson Araújo Matos
Coordenador do PGAstro: P/ Carlos Alberto de Lima Ribeiro

¹ O aluno deverá encaminhar à Coordenação do PGAstro, no prazo máximo de 60 dias a contar da data da defesa, os exemplares definitivos da Dissertação, após realizadas as correções sugeridas pela banca.



**ANEXO DA ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO:
PRODUTO(S) EDUCACIONAL(IS) GERADO(S) NO TRABALHO FINAL DE CURSO**

CANDIDATO (A): ANDERSON ARAÚJO MATOS

DATA DA DEFESA: 21 de julho de 2020 **LOCAL:** Via Skype

HORÁRIO DE INÍCIO: 14:36h

1) SEQUÊNCIA DIDÁTICA A CONSTRUÇÃO E UTILIZAÇÃO DE INSTRUMENTOS ASTRONÔMICOS ANTIGOS

Feira de Santana, 21 de julho de 2020.

Presidente: _____
Membro 1: _____
Membro 2: _____
Membro 3: _____
Candidato (a): Anderson Araújo Matos
Coordenador do PGAstro: _____

Ficha catalográfica - Biblioteca Central Julieta Carteado - UEFS

Matos, Anderson Araújo

M381c A construção e a utilização de instrumentos astronômicos antigos: um recurso pedagógico para o ensino e aprendizagem de geometria e trigonometria / Anderson Araújo Matos. - 2020.
125f.: il.

Orientador: Carlos Alberto de Lima Ribeiro

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Estadual de Feira de Santana. Programa de Pós-Graduação em Astronomia, 2020.

1. Astronomia - Ensino. 2. Matemática - Ensino. 3. Astronomia – Instrumentos. 4. Sequência didática. I. Ribeiro, Carlos Alberto de Lima, orient. II. Universidade Estadual de Feira de Santana. III. Título.

CDU: 520

DEDICATÓRIA

Aos meus pais por eles sempre me apoiarem nesse sonho;

Aos meus irmãos, meus sobrinhos e minha tia por acreditarem em mim;

Aos meus amigos e alunos por me incentivarem nessa jornada.

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer a todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Astronomia – Mestrado Profissional da UEFS - Universidade Estadual de Feira de Santana, aos funcionários da referida instituição, aos meus colegas da Pós-Graduação e ao meu orientador, Prof. Dr. Carlos Alberto de Lima Ribeiro. Sem vocês não haveria este trabalho.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
2.1 O ENSINO DA MATEMÁTICA E DA ASTRONOMIA	21
2.2 A HISTÓRIA DA ASTRONOMIA E A SUA RELAÇÃO COM A MATEMÁTICA	32
2.3 INSTRUMENTOS ASTRONÔMICOS ANTIGOS	45
3 MATERIAIS E MÉTODOS	53
4. DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA	59
4.1 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA:	59
4.2 RESULTADOS E DISCUSSÕES	70
5 CONCLUSÃO	84
REFERÊNCIAS	86
APÊNDICES	93
ANEXO	124

LISTA DE FIGURAS

Figura 01: Mapa conceitual da Aprendizagem Significativa	27
Figura 02: Esquema para medir a distância Terra – Lua.....	37
Figura 03: Esquema do experimento de Erastóstenes	39
Figura 04: Relógio solar egípcio	47
Figura 05: O Gnômon	47
Figura 06: Astrolábio.....	48
Figura 07: O Sextante	48
Figura 08: O Quadrante.....	49
Figura 09: A Balestilha	50
Figura 10: A Esfera amilar	50
Figura 11: A Bússola.....	50
Figura 12: A luneta.....	51
Figura 13: Professor explicando sobre a História da Astronomia	60
Figura 14: Slide sobre o Quadrante.....	61
Figura 15: Modelo do Quadrante.....	61
Figura 16: Modelo do Quadrante.....	61
Figura 17: Graduando um Quadrante.....	62
Figura 18: Construindo um Quadrante.....	62
Figura 19: Quadrantes feitos pelos alunos.....	62
Figura 20: Modelo da Balestilha 01.....	62
Figura 21: Modelo de Balestilha 02.....	62
Figura 22: Fazendo Balestilha com isopor.....	63
Figura 23: Balestilha com isopor.....	63
Figura 24: Balestilha pronta.....	63
Figura 25: Balestilha com os alunos.....	63
Figura 26: Graduando a Balestilha	64
Figura 27: Graduando a Balestilha 02.....	64
Figura 28: Alunos usando o Quadrante	64
Figura 29: Alunos usando o Quadrante	64
Figura 30: Usando a Balestilha	65
Figura 31: Usando a Balestilha	65
Figura 32: Uso da Balestilha	65

Figura 33: Arrumando a sala	66
Figura 34: Ornamentação da sala	66
Figura 35: Apresentação da Feira	66
Figura 36: Alunos apresentando.....	66
Figura 37: Stand da FEMATICA	67
Figura 38: Alunos e professor na FEMATICA	68
Figura 39: Aluno e professor sendo premiados.....	68

LISTA DE TABELAS

Tabela 01: Notas dos alunos do 2º ano	70
Tabela 02: Notas dos alunos na 4ª unidade anual	80
Tabela 03: Situação final dos alunos	81

LISTA DE QUADROS

Quadro 01: Artigos com a temática similiar ao tema dessa pesquisa	54
Quadro 02: Resumo da Sequência Didática.....	59

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 01: Médias dos alunos.....	80
---	----

RESUMO

O presente trabalho teve por finalidade verificar se a pesquisa, e estudo, sobre a História da Astronomia e a sua relação com a Matemática, e a construção e a utilização de instrumentos astronômicos antigos, como o Quadrante, e a Balestilha, em sala de aula, trouxeram benefícios para o ensino e aprendizagem de Ângulos e Trigonometria. Pesquisou-se também sobre a importância da Aprendizagem Significativa, e da Contextualização para o ensino da Matemática e da Astronomia. A pesquisa foi realizada na cidade de Alagoinhas, BA, em uma escola de Ensino Médio, numa turma da 2ª série. Para se chegar aos objetivos dessa pesquisa foi utilizada uma metodologia mista, Qualitativa e Quantitativa, através de observações, análise de notas dos alunos, aulas sobre a temática e aplicações da temática dessa pesquisa em sala de aula. Os alunos que participaram da pesquisa obtiveram uma melhora significativa em suas médias, bem como no seu desenvolvimento cognitivo. O produto educacional gerado neste trabalho foi uma Sequência Didática. A utilização da História da Astronomia junto com a Matemática e a construção e utilização da Balestilha e do Quadrante, instrumentos antigos, em sala de aula podem trazer benefícios para as aulas de Matemática, e com isso atingir os objetivos de uma boa educação matemática.

Palavras-chave: História da Matemática, História da Astronomia, Ensino, Aprendizagem, Geometria, Trigonometria.

ABSTRACT

The present work had the use to verify if a research, a study, on the History of Astronomy and its relation with Mathematics, and the construction and use of ancient astronomical instruments, such as the Quadrant, and the Balestile, in the classroom, brought benefits for teaching and learning geometry and trigonometry. Research was also carried out on the importance of Meaningful Learning and Contextualization for the Teaching of Mathematics and Astronomy. The research was carried out in the city of Alagoinhas, Bahia, in a high school, in a 2nd grade class. To obtain the objectives of this research, a wrong method, Qualitative and Quantitative, was used, through observations, analysis of student grades, classes on the theme and applications of the theme of this research in the classroom. The students who participated in the research, obtain a significant improvement in your averages, as well as in their cognitive development. The educational product created in this work was a didactic sequence. The use of the History of Astronomy together with Mathematics and the construction and use of Balestile and Quadrant, old instruments, in the classroom can bring benefits to Mathematics classes, and thus achieve the goals of a good mathematical education.

Keywords: History of Mathematics, History of Astronomy, Teaching, Learning, Geometry, Trigonometry.

1 INTRODUÇÃO

A Matemática está presente de forma direta ou indireta em nossas vidas, seja na hora de acordar, na hora de ir ao supermercado ou em outras situações, mas ao longo do tempo sempre foi ensinada nas escolas de forma que muitos alunos sentissem medo da disciplina criando assim, uma aversão à Matemática.

O ensino da Matemática nas escolas muitas vezes se distancia dos seus principais objetivos, como por exemplo, a construção da cidadania através do ensino - aprendizagem e a inclusão social. Toledo e Toledo (1997) enfatizam que embora seja um objetivo da Matemática preparar os alunos para lidar com situações que surgem no cotidiano, na prática isso não acontece. Grande parte do conteúdo matemático ensinado nas escolas continua desligada do que ocorre no dia-a-dia da escola e da vida dos alunos, mas a verdade é que o cotidiano está repleto de situações matemáticas.

Conforme os dados da Prova Brasil de Matemática do ano de 2017 apenas 4,25% dos estudantes brasileiros que fizeram essa prova conseguiram ser proficientes em Matemática, ou seja, 95,75% dos estudantes não conseguiram atingir uma média adequada que demonstrasse uma aprendizagem necessária para estarem no Ensino Médio. Talvez esse índice se explique através do fato de muitos educadores ainda utilizarem a Matemática tradicional, mecânica, onde os educandos são expostos a um ensino pouco eficaz.

Muitos professores reclamam da falta de interesse dos alunos, mas não fazem nada para mudar essa realidade. O caminho da aprendizagem deve focar no aluno, ou seja, o professor precisa despertar o interesse dos alunos trazendo inovações para sua metodologia de ensino. De acordo com Grandó (2000) uma metodologia que pode trazer de volta o interesse do aluno pela Matemática são os jogos, atividades lúdicas e atividades diferenciadas direcionadas ao ensino da Matemática.

Moreira (2006) afirma que a utilização de atividades que trazem significados para os alunos é essencial para o processo de ensino e aprendizagem de qualquer disciplina, e os PCN- Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) corroboram com isso ao destacar que o ensino da

Matemática precisa ser mais significativo e também contextualizado, além disso, a atual BNCC – Base Nacional Comum Curricular (2018) enfatiza que o conhecimento matemático deve ser na perspectiva de sua aplicação à realidade.

Uma atividade diferenciada, que envolve contextualização e que pode trazer benefícios para o ensino e aprendizagem da Matemática, de acordo com Lucizani (2016) é utilizar elementos da História da Astronomia, já que segundo o autor a Matemática e a Astronomia têm uma relação desde a antiguidade. Para Araújo (2013) quem modela o universo é própria Matemática, já que podemos associar muitos padrões encontrados no cotidiano e na natureza à Matemática.

Costa (1997) destaca que a partir da relação entre a Astronomia e a Matemática surgiu a Trigonometria que cada vez mais se desenvolvia com as descobertas astronômicas. Por ser muito abrangente, Morais (2003) enfatiza que através da Trigonometria foi possível fazer grandes descobertas astronômicas. O autor ainda destaca que o ensino da Trigonometria nas escolas está muito defasado e com isso, os alunos sentem muitas dificuldades para aprender o conteúdo.

Para contornar as dificuldades no aprendizado de Trigonometria é compreensível, de acordo com Morais (2003), que o professor mostre também que este conteúdo é aplicável em várias áreas e no cotidiano deles assim como corrobora os PCN (1998), além disso, para se entender Trigonometria é preciso também que os alunos tenham conhecimentos sobre ângulos e triângulos.

Levando em consideração que a Matemática está sempre junta com a Astronomia, Lucizani (2016) destaca que é possível usar conceitos, ideias e até instrumentos astronômicos antigos e atuais nas aulas de Matemática, isso tudo com o intuito de trazer melhorias para o ensino e a aprendizagem dessa disciplina, que muitas vezes se limita ao quadro branco e a sala de aula. Através deles é possível trabalhar com ângulos, Geometria e Trigonometria, trazendo assim, um diferencial para as aulas da disciplina em questão.

Lucizani (2016) ainda salienta que os astrônomos utilizavam dois instrumentos para medir e trabalhar com ângulos: o Quadrante e a Balestilha. O Quadrante é um instrumento que consiste num quarto de círculo graduado ao qual está fixo um fio de prumo e a sua função é a medição da altura, que é

a distância angular de um objeto em relação ao horizonte, já a Balestilha é um instrumento formado por "virote" e "soalha", utilizado para medir a altura em graus que une o horizonte ao astro e dessa forma determinar algumas medidas astronômicas importantes.

Partindo desse ponto a construção desses instrumentos em sala de aula poderá ser uma ferramenta pedagógica importante no aprendizado e na fixação de conteúdos que envolvem Geometria e Trigonometria, pois os alunos poderão ver uma utilidade diferente para estes conteúdos e como consequência poderá ver que a Matemática tem várias aplicabilidades em diferentes áreas do conhecimento. Eles também poderão aprender o referido conteúdo de forma diferenciada e lúdica, além disso, poderão também aprender um pouco sobre a Astronomia, bem como alguns aspectos históricos que envolvem as duas ciências, Matemática e Astronomia, pois segundo Pessoa Jr.(1996, p.01) “sem dúvida a História da Ciência torna o curso interessante, mas além de ajudar no aprendizado, ela pode ajudar os alunos a entender para que estudar Ciências”.

Com isso tudo, a pergunta norteadora dessa pesquisa é: A construção e utilização de instrumentos astronômicos antigos, o Quadrante e a Balestilha, em sala de aula poderá trazer benefícios para o ensino e aprendizagem de Geometria e Trigonometria? Já o produto educacional gerado neste trabalho foi à elaboração de uma Sequência Didática que contém etapas de como usar a elementos da História da Astronomia nas aulas de Matemática. Essa Sequência Didática deu destaque para a construção e a utilização da Balestilha e do Quadrante em sala de aula, pois através desses instrumentos, como já sabemos, é possível se trabalhar alguns conteúdos de Matemática.

Este trabalho visou especificamente pesquisar e estudar sobre a História da Astronomia e a sua relação com a Matemática, enfatizando a importância da História da Astronomia e da Matemática para a aprendizagem dessas Ciências com isso, destacou-se a Trigonometria e a Geometria junto à importância do uso dos instrumentos astronômicos antigos nas aulas de Matemática dessa forma, pesquisou-se também sobre a importância da aprendizagem significativa e da contextualização para o ensino da Matemática e da Astronomia.

A escolha do tema dessa pesquisa partiu das minhas experiências como Educador Matemático do Ensino Fundamental e Médio da rede particular e pública, bem como da condição de aluno do Programa de Pós-Graduação em Astronomia - Mestrado Profissional da Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS. Nas escolas onde atuo como professor, na cidade de Alagoinhas-BA, pude perceber que as dificuldades dos alunos e a resistência dos educadores em reavaliar suas propostas pedagógicas eram os grandes problemas que empataavam o sucesso do ensino da Matemática por isso, sempre fiz meus planos de aulas com atividades lúdicas, em especial, com jogos e atividades contextualizadoras. Com o tempo, percebi a importância dessas atividades como instrumentos de aprendizagem, pois aplico os mais diversos tipos de atividades em sala de aula. Diante dessas considerações, e de algumas leituras acerca dessas atividades, e sobre Astronomia, decidi elaborar essa pesquisa, na qual além de ser o autor, sou o professor da turma de Ensino Médio, que participou dessa pesquisa.

Neste momento, podemos ressaltar, que a importância da pesquisa, não se limita apenas a mim como pesquisador, e mestrando. É importante para todo corpo de docentes, e de discentes da UEFS, e de outras Universidades, que se interessem por essas temáticas, pois muitos educadores, e também estudantes, não têm um conhecimento, ou uma opinião acerca da real importância de se trabalhar com atividades diferenciadas, ainda mais que envolvam Astronomia. Através deste trabalho, eles poderão aprender mais sobre essas atividades, e sua importância para o processo de ensino, e aprendizagem da Matemática.

A construção, e a utilização em sala de aula de instrumentos como a Balestilha, e o Quadrante, trazem várias possibilidades para o ensino, e aprendizagem da Matemática, pois por meio deles os alunos podem aprender o conteúdo de forma diferenciada e espontânea. Com isso, o professor também ganha, pois ele se renova pedagogicamente.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Desde os tempos antigos que a Matemática se faz presente em nossa vida de forma direta, indireta e até intuitiva. Assim, ela caminhou com a humanidade, fazendo parte de toda a dinâmica da evolução humana, e ainda hoje, ela vem se mostrando totalmente essencial para nós. Esses fatores são totalmente importantes para o desenvolvimento social e intelectual da humanidade, porém essa Ciência atualmente está passando por sérios problemas ligados ao seu ensino nas escolas e conseqüentemente ao aprendizado, fato comprovado pelo baixo desempenho da maioria dos estudantes em Matemática.

Outra Ciência que passa por uma situação parecida com a Matemática é a Astronomia, porém esta enfrenta um problema muito mais grave, já que a mesma praticamente não é ensinada nas escolas brasileiras. Assim, o ensino de Astronomia no Ensino Fundamental e Médio é quase nulo, mesmo esta tendo unidades temáticas na Base Nacional Comum Curricular-BNCC e tendo um breve destaque nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN.

Os problemas enfrentados por ambas Ciências podem ser justificados pela falta de formação dos docentes que lecionam essas disciplinas nas escolas. A falta de interesse dos alunos em querer aprender é outra justificativa para esses problemas também. Isso tudo, pode ser sanado se os educadores buscarem uma formação continua capaz de trazer diferenças metodológicas para a sala de aula, fato que contribui tanto para o ensino, quanto para a aprendizagem. Metodologias que envolvam a contextualização e a interdisciplinaridade é uma excelente forma de se trabalhar vários conceitos ligados a Matemática e Astronomia, e dessa forma, melhorar os aspectos que dificultam o ensino dessas Ciências nas escolas.

Levando as informações anteriores em consideração, este capítulo irá abordar os aspectos que envolvem o ensino da Matemática e da Astronomia, bem como mostrar a relação histórica desenvolvida por essas duas Ciências. Assim, também, daremos destaque a metodologias de ensino que envolvem a Matemática e a Astronomia.

2.1 O ENSINO DA MATEMÁTICA E DA ASTRONOMIA

A Matemática é conhecida como a matéria mais temida, e mais complicada nas escolas. Muitos estudantes tiram notas insuficientes, que muitas vezes se culmina numa reprovação de série. O não entendimento dos assuntos cria dificuldades, que podem induzir o educador a uma prática pedagógica mecanizada, e, por vezes, dissociada da realidade, o que torna o ensino e a aprendizagem processos cercados por dificuldades. Podemos reforçar essas concepções com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (1998):

[...] tem-se buscado, sem sucesso, uma aprendizagem em Matemática pelo caminho da reprodução de procedimentos e da acumulação de informações; nem mesmo a exploração de materiais didáticos tem contribuído para uma aprendizagem mais eficaz, por ser realizada em contextos pouco significativos e de forma muitas vezes artificial. (PCN, 1998, p.38)

Os PCN ainda salientam que “em nosso país o ensino de Matemática ainda é marcado pelos altos índices de retenção, pela formalização precoce de conceitos, pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão” (BRASIL, 1997 p. 15). Então, temos que no Brasil o ensino de Matemática passa por muitas dificuldades. A educação matemática no país em sua maioria se baseia em métodos mecanizados que não atingem a eficácia necessária, fato que acaba trazendo muitas deficiências para essa educação no país.

O ensino da Matemática é muito complexo e os PCN (1998) dizem que por causa disso os alunos precisam ver que a complexidade que envolve a referida disciplina traz consigo conhecimentos que favorecem o desenvolvimento do raciocínio lógico, a necessidade de se expressar, a sensibilidade estética e a imaginação, todos os elementos importantes para uma formação plena, como objetiva a LDB – Leis de Diretrizes e Bases da Educação (1996). Porém, em decorrência das questões que envolvem o insucesso da aprendizagem da Matemática, os alunos não conseguem ver sentido em estudar uma disciplina que para eles não traz benefícios para a sua vida.

A ideia que a Matemática é uma disciplina difícil e para poucos é uma concepção que os próprios alunos criaram e difundiram muitas vezes com

ajuda do próprio professor. Esses fatos podem contribuir, também, para crescer ainda mais as dificuldades que o processo de ensino e aprendizagem da Matemática passa atualmente. Essa visão do aluno sobre a Matemática também pode ser originária do atual formato que o ensino da Matemática se encontra, já que segundo Piaget (1998):

O triste paradoxo que nos apresenta o excesso de ensaios educativos contemporâneos é querer ensinar Matemática “moderna” com métodos na verdade arcaicos, ou seja, essencialmente verbais e fundados exclusivamente na transmissão mais do que na reinvenção ou na redescoberta pelo aluno. Em outras palavras, a iniciação à matemática moderna não pode ser confundida com uma entrada de chofre em sua axiomática. (PIAGET, 1998, p.221)

Levando as ideias de Piaget (1998) em consideração, podemos perceber que o ensino da Matemática atualmente não traz contribuições para o processo de ensino e aprendizagem da mesma, pois ele foca apenas na transmissão de conhecimento e não no processo geral que envolve a aprendizagem, ou seja, não basta ensinar a fazer contas e usar fórmulas, é preciso de acordo com os PCN (1998) fazer com que os alunos percebam a Matemática como um conjunto de sistema de códigos e regras que permitem modelar a realidade e interpretá-la, de modo que os alunos consigam ver os números e a Álgebra como sistema de códigos, a Geometria na leitura e interpretação do espaço, a Estatística e a Probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos ligados às aplicações.

Grando (2000) acredita que a questão que envolve o ensino da Matemática está ligada à importância de se trabalhar os conteúdos matemáticos visando formar o aluno para atuar no meio social, no mundo em que vive. A autora destaca a necessidade de mudar a forma de ensinar, largar a metodologia mecânica e focar numa mais moderna que aproxime o aluno da sua realidade. A BNCC (2018) enfatiza essas concepções também ao discorrer que o ensino da Matemática deve explorar os conhecimentos de modo a possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à realidade. .

Para D’Ambrósio (1996) a educação atual precisa por em prática hoje o que vai servir para o amanhã, logo é importante que o professor repense em suas práticas de ensino no presente já que, este, serve como elo entre o

passado e o futuro. O passado serve como uma lição, com práticas pedagógicas que no presente pode ser corrigida e melhorada para que no futuro o ensino da Matemática se torne melhor, mais produtivo e que faça sentido para o aluno.

A dinâmica do mundo atual, a velocidade das informações, e os conhecimentos são compartilhados de maneira muito rápida. Isso fez surgirem outros problemas ligados à educação, como, por exemplo, a falta de atualização profissional dos docentes. Com estas mudanças, é preciso que o professor se adeque a elas, fazendo adaptações em suas metodologias de ensino, e busque novas ideias, e concepções por meio de cursos de formação. Essas concepções nos lembram sobre a importância de uma formação docente reflexiva e também continuada.

A formação docente reflexiva, segundo Zeichner (1993), consiste na ação dos professores criticarem, e desenvolverem as suas práticas docentes a partir de reflexões no particular, ou em conjunto sobre essas práticas, sobre o ensino em geral, e também sobre as condições sociais, que cercam as suas experiências sobre o ensino. Assim, este processo ajuda o professor a ter consciência da atuação dele como educador comprometido com o seu papel diante das dificuldades que envolvem as práticas docentes dos professores de Matemática.

A prática docente reflexiva faz com que os educadores busquem pesquisas, estudos, e novas metodologias capazes de suprir as dificuldades que o ensino da Matemática enfrenta, e também muda toda a dinâmica social, que interfere no sucesso do seu ensino. Dessa forma, a prática reflexiva é infinita, e consiste em fazer reflexões sobre a experiência como um todo, e por último voltar para a prática novamente.

A formação continuada de professores, segundo Valente (2008), consiste na busca contínua pelo aprimoramento e pela capacitação permanente. É através dessa formação, que o professor poderá melhorar a sua prática docente, e também o seu conhecimento profissional. Ela está ligada completamente à formação reflexiva, pois é através desta que ele irá se tornar um profissional na sua área de docência.

Para que o ensino da Matemática atinja seus objetivos é preciso que o professor tenha uma formação adequada e muito bem embasada, pois

enfatizando novamente, de acordo com os PCN (1998), no Brasil um dos grandes problemas no ensino da disciplina é justamente a falta de formação profissional qualificada junto com as condições de trabalho, a falta também de políticas educacionais, e os equívocos nas metodologias de ensino. Em direção as esses problemas é importante, que os educadores tenham interesse em mudar sua prática docente, pois essa é uma das maneiras de melhorar o ensino da Matemática no Brasil.

Para D'Ambrósio B. (1993), o professor de Matemática apto a encarar todos os problemas que o ensino da Matemática enfrenta é aquele que tem as seguintes características :

I) Visão do que vem a ser Matemática – professor capaz de entender que a Matemática não se limita apenas a números e contas;

II) Visão do que constitui a atividade matemática – professor que compreende a diversidade de se trabalhar com a Matemática;

III) Visão do que constitui a aprendizagem matemática – professor entende que a aprendizagem matemática é diversificada, ampla e é muito importante para o desenvolvimento dos alunos na sociedade;

IV) Visão do que constitui um ambiente propício à aprendizagem matemática – professor capaz de entender que o ambiente escolar deve ser motivador, explorador e que o agente principal é o aluno.

Todos esses problemas, aqui apresentados, ligados ao ensino da Matemática, e à formação docente dos professores de Matemática, precisam ser supridos, pois de acordo com os dados educacionais divulgados pelo movimento Todos pela Educação (2019), o aprendizado em Matemática dos alunos de 3º ano do Ensino Médio caiu cerca de 0,7 pontos no país no período compreendido entre 2007 e 2017. Esses dados nos revelam, que os egressos do Ensino Médio, atualmente, estão saindo da escola com rendimento baixo em Matemática, ou seja, eles estão sabendo menos, que os egressos de uma década atrás. Esses dados foram analisados a partir do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que serve para avaliar o que os alunos estão aprendendo em determinado ano, do Ministério da Educação (MEC).

Diante disso, é importante destacar novamente, que o professor busque mudanças, pois segundo Souza (2006), o ensino da Matemática atravessa uma situação de grande desconforto, tanto para quem aprende, como para quem

ensina. Então o educador precisa sair da zona de conforto, ou seja, procurar melhorias para as suas práticas, pois a Matemática deve ser vista pelo aluno, primeiramente, como uma fonte de conhecimento. Para os PCN (1998) é importante que o aluno consiga perceber, que a Matemática aprendida na escola é uma linguagem, que modela a sua realidade. A Matemática e toda sua linguagem precisa ser aplicada ao cotidiano dos estudantes, como diz Cerqueira (2013):

A aprendizagem no ambiente escolar deve permitir que o aluno compreenda o assunto por meio de exemplos ligados ao seu cotidiano para que, posteriormente, ele seja capaz de resolver problemas mais complexos. A aprendizagem que atribui significado ao conceito permite que os alunos tomem decisões com mais segurança e autonomia em diversas situações. (CERQUEIRA, 2013, p.02).

Essa concepção de Cerqueira (2013) nos lembra da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel (1968), que de acordo com Moreira (2006) é um tipo de aprendizagem, que consiste em um conjunto de ideias e concepções, que se relacionam através de símbolos de uma forma não literal e com conhecimentos relevantes já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo, que está aprendendo. O conhecimento já existente é chamado de subsunçor, é através dele, que o indivíduo dá significado ao novo conhecimento. Moreira (2006) ainda destaca, que a teoria da Aprendizagem Significativa é compatível com outras teorias do século XX, como a do Cognitivismo, de Jean Piaget (1896-1980) e o Sociointeracionismo, de Lev Vygotsky (1896-1934).

Percebe-se que a Aprendizagem Significativa pode ser entendida como uma interação entre os conhecimentos prévios com as novas experiências vivenciadas por um sujeito através de ações. Estes aprendizados modificam, ou trazem complementos acerca dos conhecimentos e representações da realidade vivida. Adquire uma aprendizagem, que traz significado mais conceitual para ele, e não um conhecimento vazio, memorizado e fora do contexto. Em resumo, Moreira (2006) disserta melhor sobre isso ao dizer que:

É importante reiterar que a Aprendizagem Significativa se caracteriza pela interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, e que essa interação é não literal e não arbitrária. Nesse processo, os novos conhecimentos adquirem significado para o sujeito e os

conhecimentos prévios adquirem novos significados ou maior estabilidade cognitiva. (MOREIRA, 2006, p. 2)

Em relação aos aspectos anteriores, Fernandes (2011) diz que a Aprendizagem Significativa consiste na ampliação e na reconfiguração de ideias, que já existem na estrutura cognitiva de um indivíduo, a partir disso ele estaria apto a relacionar os novos conhecimentos e também acessá-los. Dessa forma, o conhecimento prévio é valorizado com intuito de criar novas redes de conhecimentos.

Para Fernandes (2011) quando o ensino não leva em conta o que o aluno já sabe, o Processo de Ensino e Aprendizagem não tem sucesso em seu objetivo, já que o novo conhecimento não tem onde se fixar. Além disso, existe outro fator que contribui com a Aprendizagem Significativa, que é justamente tornar a escola um ambiente motivador para o aluno, pois o professor pode preparar a melhor atividade, porém é o aluno quem determina se houve ou não compreensão do conteúdo apresentado em sala de aula. Para se ter uma aula significativa é necessário que ela não seja encaminhada de forma automática, ou seja, ela deve possibilitar a reflexão e negociar significados.

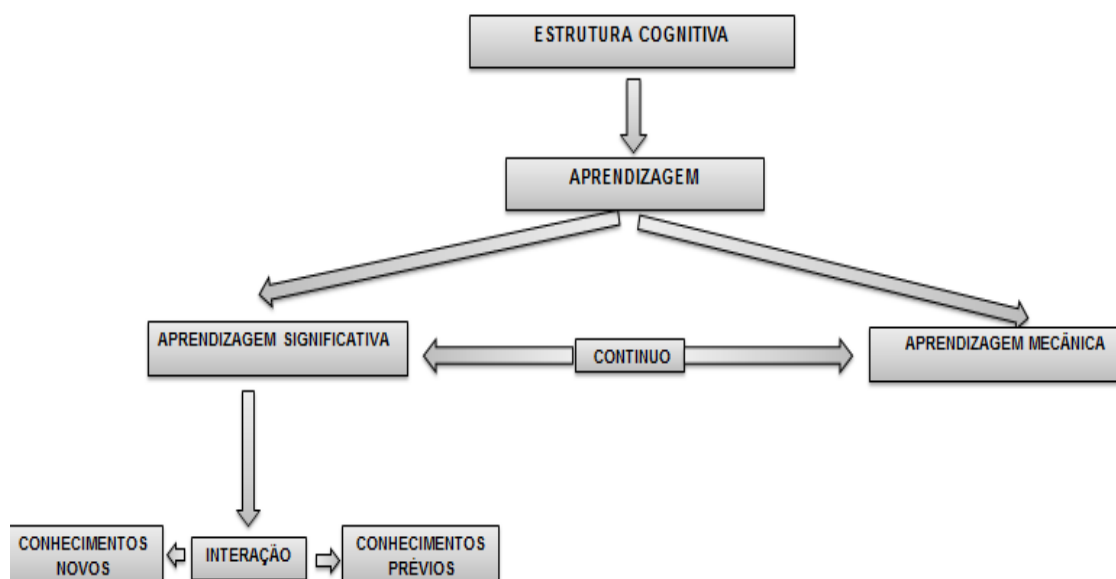
De acordo com Moreira (2006), Fernandes (2011) e Cerqueira (2013), Ausubel definiu a Aprendizagem Mecânica como uma aprendizagem que não preocupa-se em se associar à conceitos já existentes, porém eles enfatizam que a aprendizagem Mecânica não é a oposta da Significativa, pois ambas são importantes e compõem um processo contínuo.

Existem ocasiões em que é preciso memorizar ideias e concepções sem precisar relacioná-las a outras existentes, assim a Aprendizagem Mecânica não duradoura serve apenas para situações imediatas, já a Significativa é duradoura, pode ocorrer esquecimento, mas esta pode ser acessada e lembrada novamente.

A Aprendizagem Significativa ocorre, também, quando o aluno é capaz de perceber que os conteúdos aprendidos na escola são úteis para sua vida fora da escola. Diante disso, é importante que os professores de Matemática estejam atentos e possam refletir sobre como podem ajudar os alunos a entenderem o tamanho da importância dos saberes escolares e que estes podem ser aplicados na vida em sociedade. Dessa forma, a Aprendizagem Significativa é muito importante para a consolidação do processo de Ensino

e Aprendizagem da Matemática, pois a mesma proporciona que o aluno vivencie, conceitue e interiorize o conteúdo trabalhado em sala de aula. A Figura 01 resume conceitualmente a Aprendizagem Significativa:

Figura 01: Mapa conceitual da Aprendizagem Significativa



Fonte: O autor (2020)

Partindo desses conceitos, os PCN (1998) apresentam, que nos últimos ciclos, os alunos deverão saber criar sistemas de ideias e concepções, que exigem o conhecimento adquirido nos ciclos anteriores. Ao ocorrer a Aprendizagem Significativa, essas relações entre ciclos estarão presentes.

Os PCN (1998), além de destacar a importância da Aprendizagem Significativa, enfatizam que a aprendizagem da Matemática, e de outras disciplinas, devem ser contextualizadas, já que o aluno deve aprender principalmente o que pode ser aplicado ao seu cotidiano. Dessa forma, a contextualização tem um papel importante no processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

A contextualização, segundo Machado (2009), é uma capacidade que pode ser desenvolvida no aluno. Essa capacidade é capaz de fazer associações entre as disciplinas escolares e contextos específicos, ou seja, os conceitos e teorias vistos nas escolas ganhariam vida na hora da aprendizagem. Spinelli (2011) concorda com essas concepções ao dizer que :

[...] os contextos de ensino são agentes que dão vida às abstrações, na medida em que configuram o objeto de estudo sobre uma rede de

significações em que diversos conceitos se associam, permitindo, dessa forma, que o objeto de conhecimento seja visto como um feixe de relações, estabelecido a partir do conjunto de circunstâncias que caracteriza o contexto adotado. (SPINELLI, 2011, p. 05)

Assim, o processo em que ocorre o conhecimento, acontece a partir da relação significativa entre o contexto e a abstração. Em outras palavras, Ricardo (2003) destaca que a contextualização tem como objetivo principal dar significado ao que se objetiva ensinar aos alunos, pois através dela é possível auxiliar os alunos a problematizar os saberes apresentados em sala de aula, e dessa forma, proporcionar que os alunos busquem os conhecimentos que ainda não tenham.

Para a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) nº9.394/96, a contextualização é um princípio pedagógico no qual o aluno consegue construir conhecimentos com significados, e com isso, consegue se identificar com as situações do seu cotidiano, ou seja, tanto na escola quanto no exercício de sua cidadania. Os PCN (1998) corroboram com as concepções anteriores, ao dizer que por meio da contextualização é possível motivar o aluno e, além disso, dar significado ao que é ensinado em sala de aula.

Maioli (2012) corrobora com as definições de contextualização apresentadas anteriormente, e, além disso, relaciona com o Ensino da Matemática ao dizer, que a contextualização tem como objetivo criar uma interligação de sentidos, que possam trazer significados para a aprendizagem de conceitos matemáticos. D'Ambrósio (2001) também destaca o uso da contextualização no processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática ao dizer que:

Contextualizar a Matemática é essencial para todos. Afinal, como deixar de relacionar os Elementos de Euclides com o panorama cultural da Grécia Antiga? Ou a adoção da numeração indo-arábica na Europa como florescimento do mercantilismo nos séculos XIV e XV? E não se pode entender Newton descontextualizado. (...) (D'AMBROSIO, 2001, p.27).

A contextualização no ensino da Matemática é muito importante, como vimos nas palavras de D'Ambrosio (2001), o autor ainda defende que através da contextualização é possível acabar com a distância entre os conteúdos trabalhados em sala de aula e o cotidiano dos alunos, tornando o processo de ensino e aprendizagem da Matemática mais atrativo e motivador.

Voltando às concepções de Maioli (2012), a autora enfatiza que o ensino da Matemática só está contextualizado, quando o professor consegue estabelecer uma relação entre o cotidiano dos alunos, e os conceitos matemáticos, pois a contextualização faz parte do processo de Ensino e Aprendizagem. Um exemplo disso é o uso de listas e problemas matemáticos em sala de aula, alguns professores acham, que essas metodologias por si só já contextualizam o ensino, mas não é, ou seja, é preciso que os conceitos sejam contextualizados na hora da aula, no momento da formalização de conceitos, e não apenas na hora dos exercícios, como é muito comum de se ver.

Por meio da contextualização é possível criar nas aulas de Matemática situações, que trazem sentidos aos conteúdos trabalhados nas aulas. Consideramos os conhecimentos prévios dos alunos e seu contexto social. Com essa concepção, o professor terá uma metodologia capaz de criar contextos, que podem trazer significados aos conteúdos trabalhados em sala de aula, fazendo com que esses sejam compreendidos pelos alunos. Contextualizar é trazer sentido ao conhecimento matemático aprendido na escola.

A partir da contextualização surge a interdisciplinaridade, que, de acordo com Maranhão (2009), pode ser definida como a interação entre várias áreas do saber. Isso acontece pelo caráter interativo, que a contextualização promove. Podemos citar alguns exemplos dessas interações com a Matemática, que nada mais são do que a própria interdisciplinaridade:

- a) Matemática e Astronomia: Ambas se desenvolveram juntas e têm contextos históricos similares;
- b) Matemática e História: A história precisa de marcos temporais que dependem da Matemática;
- c) Matemática e Física: Também se desenvolveram juntas por causa da necessidade humana;
- d) Outras disciplinas também interagem com a Matemática como a Geografia, a Química, Biologia e etc.

Desta forma, a interdisciplinaridade utiliza os mais variados tipos de conhecimentos das referidas disciplinas para tentar entender um problema ou

resolver uma situação, ou seja, a interdisciplinaridade consiste na integração de saberes. Zabala (2002) define melhor o que é interdisciplinaridade:

Interdisciplinaridade é a interação de duas ou mais disciplinas, que pode ir desde a simples comunicação de ideias até a integração recíproca dos contextos fundamentais e da teoria do conhecimento, da metodologia e dos dados de pesquisa. Estas interações podem implicar transferências de leis de uma disciplina para outra e, inclusive, em alguns casos dão lugar a um novo corpo disciplinar, como a bioquímica ou a psicolinguística. Podemos encontrar esta concepção na configuração das áreas de Ciências Sociais e Ciências Experimentais no Ensino Médio e da área de Conhecimento do meio no ensino fundamental (ZABALA, 2002, p . 35).

Assim, a interdisciplinaridade pode trazer para sala de aula os mais variados tipos de saberes, que proporcionam a produção mútua e coletiva destes. Ela se caracteriza pela faculdade de suas relações, e pela cooperação proposital do trabalho global exigido pela interação, que a interdisciplinaridade proporciona. Dessa forma, ainda de acordo com Zabala (2002) se o conhecimento ficar apenas em sua área ele não vai mudar a realidade.

A interdisciplinaridade é importante para o processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática. A disciplina objetiva, segundo David (1999), resolver situações-problemas a partir de técnicas, e cálculos, de modo que esse caminho resolutivo proporcione a percepção da Matemática em nosso cotidiano e nas várias áreas do saber também. Dessa forma os estudantes perceberão que não é feita de conteúdos abstratos e que vai além desse.

Lucizini (2016) salienta, que por ser interdisciplinar, a Matemática pode ser trabalhada com outras disciplinas, como a Astronomia e através desta é possível contextualizar o ensino da mesma, pois segundo o autor a Matemática e a Astronomia têm uma relação desde a Antiguidade, porém apenas o ensino da Matemática é valorizado nas escolas.

A Astronomia é uma Ciência importante que fez parte do desenvolvimento da humanidade e sempre causa curiosidade em todos. É uma Ciência, de acordo com Langhi e Nardi (2010), que concentra uma variedade de conhecimentos dessa forma, ela pode auxiliar nas aulas de várias disciplinas, pois ela é interdisciplinar e também muito atrativa, já que desperta os alunos e os deixam motivados para a aprendizagem.

Nos PCN (1998), a Astronomia é tratada dentro da área de Ciências da Natureza, mais precisamente na Física, dentro do eixo Terra-Universo, mas em outras disciplinas como Biologia e Química devem ter tópicos de Astronomia. Isto, na prática não é levado a sério, os conceitos de Astronomia quase não são trabalhados na educação básica.

Na BNCC (2017), o Ensino Fundamental I e II tem uma unidade temática ligada a Astronomia na disciplina de Ciências desde o 1º ano até o 9º ano do Ensino Fundamental, esta unidade é chamada de Terra e Universo. Essa unidade temática enfatiza a importância do entendimento dos fenômenos naturais para a aprendizagem dos alunos, que em idade escolar se interessam com facilidade pelos objetos celestes.

A BNCC (2018) para o Ensino Médio destaca a Astronomia dentro das Ciências da Natureza, ela propõe um aprofundamento conceitual nas temáticas que envolvem Matéria e Energia, Vida e Evolução, Terra e Universo, porém isso ainda será implementado nas escolas brasileiras. Enquanto isso não ocorre, Langhi e Nardi (2010) destacam que nas escolas brasileiras de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, o Ensino de Astronomia não ocorre de forma adequada, e muitas vezes, esse Ensino é praticamente nulo, ou inexistente, fato este, de acordo com os autores, justifica-se pela falta de formação adequada dos docentes.

No Ensino Superior, mais precisamente nos cursos de Licenciatura de áreas, que geralmente ensinam Astronomia, como a Matemática, a Física e a Química, a formação dos licenciandos não os prepararam para ensinar Astronomia nas escolas, pois segundo Langhi e Nardi (2010) conceitos importantes ligados a Astronomia não são estudados nesses cursos, fato que contribui para uma formação docente incompleta e prejudicial para a formação docente, quanto para os alunos desses futuros professores.

Langhi e Nardi (2010) ainda destacam que a solução para esses problemas no Brasil é justamente focar na formação continuada desses educadores. Com isso, eles terão uma formação complementar capaz de sanar as dúvidas e trazer novos olhares para a sua formação docente, visando principalmente a qualidade da educação e também na difusão do ensino da Astronomia nas escolas do Brasil.

Vários autores, como Lucizini (2016) e Costa (1997), defendem que através da Astronomia é possível trabalhar vários conceitos matemáticos em sala de aula. A Astronomia é uma Ciência que causa curiosidade, e, conseqüentemente, atrai o aluno para situações de aprendizagem.

Portanto, é importante que o Ensino de Astronomia seja valorizado, e incentivado nas escolas do Brasil, pois desta forma, o ensino da Matemática, e outras disciplinas também serão valorizados, e incentivados justamente pelo caráter interdisciplinar da Astronomia

Os mesmos autores citados no parágrafo anterior defendem a utilização da História da Astronomia nas aulas de Matemática, já que ambas as Ciências desenvolveram-se juntas ao longo do tempo, ou seja, o ensino delas pode ser contextualizado, quando elementos do contexto histórico, que envolvem essas Ciências, são colocados nas propostas metodológicas dos professores. Logo, é importante conhecer essa relação e ver como ela ocorreu ao passar do tempo.

Pessoa Jr (1996) enfatiza, que através da História das Ciências as aulas ficam mais criativas, interessantes e motivadoras, e, além disso, por meio delas os alunos podem descobrir o porquê de estudar Ciências. Desta forma, a Aprendizagem pode atingir o seu objetivo, e a metodologia do professor fica mais diversificada e rica.

2.2 A HISTÓRIA DA ASTRONOMIA E A SUA RELAÇÃO COM A MATEMÁTICA

De acordo com o Dicionário de Aurélio Buarque de Holanda, a Astronomia é a Ciência, que estuda o universo, espaço sideral, e os corpos celestes, buscamos analisar e explicar sua origem, seu movimento, sua constituição, seu tamanho, etc.

O surgimento dela está ligado justamente à evolução da sociedade humana que sempre demonstrou-se curiosa, e disposta a investigar tudo que despertasse sua atenção, principalmente com os fenômenos da natureza. Assim, ela é considerada como uma das Ciências mais antigas.

Para Nogueira (2009), as civilizações antigas guiavam-se utilizando o céu, mais precisamente olhando para as constelações, já que os homens se sentiam fascinados pelo céu noturno. Além disto, eles ainda associavam vários elementos do céu aos deuses, o Sol, e a Lua, por exemplo. Fenômenos

astronômicos como eclipses e meteoritos, comentes chamados de estrelas cadentes, também eram associados aos deuses e a profecias religiosas.

Por observar muito o céu, os homens começaram a perceber regularidades em certos fenômenos, como o dia e a noite, as fases da Lua e as Marés. Estas regularidades com o tempo de plantio e colheita, e com o tempo, fez surgir a Astrologia, ou seja, eles começaram a acreditar, que os fenômenos astronômicos implicavam em relações diárias, e começaram a utilizar a Matemática para moldar as relações e interpretar alguns destes fenômenos. Desta forma, o homem começou a ter a noção de tempo.

Os primeiros registros das observações humanas de acordo com Corrêa e Chaffe (2019) foram de 3000 a.C. Os primeiros povos a fazerem observações do céu foram os mesopotâmicos, chineses, babilônios, assírios e egípcios. Esses registros vêm de sítios megalíticos, como os de Callanish, na Escócia e Stonehenge, na Inglaterra, em mais ou menos 2.500 a 1700 a.C. Esses monumentos megalíticos são autênticos observatórios destinados à previsão de eclipses na Idade da Pedra.

Outros povos espalhados pelo globo também construíam monumentos megalíticos para fazer observações celestes, construir calendários, medir o tempo e ajudar na localização para fazer navegações.

Os sumerianos, primeiros povos a habitarem a Mesopotâmia, segundo Nogueira (2009), foram os primeiros a desenvolver a Astronomia. Por isto, eles são conhecidos como os criadores da Astronomia, e também da Astrologia. Inicialmente eles eram focados na Astrologia, mas com o passar do tempo, e pelo conhecimento maior sobre o céu, os sumerianos passaram de Astrólogos para Astrônomos.

Corrêa e Chaffe (2019) enfatizam que as mudanças em relação à Astronomia na Mesopotâmia implicaram na utilização de métodos matemáticos para descrever alguns fenômenos astronômicos, como por exemplo, nas variações observadas nos movimentos da Lua, e dos planetas assim, esta introdução da Matemática junto a Astronomia simboliza um avanço muito importante para a História das Ciências na Mesopotâmia e também para a Astronomia. Avila (2010) enfatiza a importância da Matemática para o desenvolvimento da Astronomia ao dizer que :

Os astros impressionaram profundamente os seres humanos. Isto estimulava as observações e a coleta de dados sobre as posições e os movimentos dos astros, principalmente o Sol, a Lua e os planetas. Todos os esforços eram feitos para explicar como esses corpos celestes se moviam, como se davam os eclipses, como eles poderiam ser previstos, etc. Mas, foi só com a crescente utilização da Matemática no estudo dos movimentos celestes que os astrônomos foram, aos poucos, encontrando maneiras cada vez mais convenientes de explicar todos esses fenômenos. (AVILA,2010.p.114)

Os astrônomos começaram a fazer cálculos para descobrir as distâncias astronômicas utilizando cálculos matemáticos. Graças a Matemática, a Astronomia ganhou uma nova visão para os astrônomos da época, fato que permitiu novas teorias que ajudaram no desenvolvimento da Astronomia.

Foram os babilônios, outros povos que habitavam a Mesopotâmia na época, que desenvolveram cálculos, que ajudaram a introduzir a Matemática na Astronomia. Ao fazerem cálculos sofisticados para época com intuito de acompanhar a trajetória de Júpiter no céu, estes cálculos consistiam no procedimento trapezoidal, muito utilizado nos dias atuais ainda, nas quais eles registravam, em uma tabela de argila, a velocidade em função do tempo, descobrindo assim a posição do planeta no céu, porém acreditavam-se que essa técnica teria sido criada 1.400 anos depois.

Corrêa e Chaffe (2019) dizem, que a civilização chinesa também tinha grandes conhecimentos astronômicos, que eram mais próximos da Astrologia, porém existe uma dificuldade muito grande em reconstruir o conhecimento astronômico dos chineses, pois todo o acervo de livros foi queimado por causa de um decreto imperial.

O que se sabe atualmente sobre a Astronomia chinesa se refere ao século IX a.C. Eles conheciam bastante a periodicidade dos eclipses, e conseguiram prevê-los facilmente e também fizeram observações das estrelas. Eles também fizeram anotações sobre cometas, meteoros e meteoritos.

Outra civilização importante para a História da Astronomia é a civilização egípcia. Eles ajudaram a espalhar o conhecimento astronômico da Mesopotâmia, isso fez com que grandes astrólogos babilônicos chegassem ao ocidente. As descrições dos céus no antigo Egito eram poucas, pois eles usavam as descrições dos babilônios.

As famosas pirâmides do Egito foram construídas misteriosamente com suas faces voltadas quase exatamente para os pontos cardeais, determinaram a duração do ano através dos nasceres helíacos da estrela Sírius e tinham três estações do ano: Inundação, Inverno e Verão.

Foi na Grécia antiga que a Astronomia, de acordo com Corrêa e Chaffe (2019), atingiu o seu apogeu. Essa civilização despertou para o conhecimento a respeito do espaço, e, com esse esforço, e com o conhecimento dos povos antigos, conseguiu fazer muitos estudos sobre a Esfera Celeste, que é uma espécie de esfera de cristalino, cheia de estrelas, tal que a Terra estivesse no centro dela. Os gregos não conheciam sobre a rotação da Terra, assim eles achavam que a Esfera Celeste girava ao redor da Terra.

Na Grécia, tivemos muitos astrônomos, e segundo Corrêa e Chaffe (2019), Tales de Mileto foi primeiro na Grécia a explicar cientificamente para época o eclipse do Sol. Ele verificou a condição da Lua ser iluminada por este. Suas ideias eram bem aceitas e discutidas e muitas vezes difundidas pelo mundo. Ele percebeu, que os eclipses sempre se repetiam, e começou a prevê-los. Para Tales, a Terra era plana. Tales de Mileto levou estudos sobre Geometria e Astronomia do Egito antigo para a Grécia.

Tivemos também Pitágoras de Samos, que defendia a ideia da esfericidade dos corpos celestes, foi um dos primeiros a chamar o céu de Cosmos, além disso, ele acreditava que os demais astros giravam ao redor da Terra em órbitas circulares. Os relatos sobre a Astronomia desses dois não se sabem se são verdadeiros, porém os estudos deles sobre Geometria e Trigonometria foram essenciais para o desenvolvimento da Astronomia, já que a mesma precisa de medidas geométricas e trigonométricas para calcular suas distâncias.

Belinghoff e Gouvêa (2010) enfatizam, que embora a Geometria fosse o tópico central da Matemática grega, muitos outros temas também aparecem. Havia muito interesse em Astronomia, e uma elaborada Geometria Esférica, que é a Geometria da superfície da esfera, ela foi desenvolvida para explicar e prever os movimentos dos astros e planetas.

Boyer (1996) explana melhor esse contexto histórico da Astronomia e da Matemática, enfatizando a ideia de Trigonometria na Grécia, não necessariamente chamada assim, naquela época:

Com os gregos pela primeira vez encontramos um estudo sistemático de relações entre ângulos (ou arcos) num círculo e os comprimentos das cordas que os submetem. As propriedades das cordas como medidas de ângulos centrais ou inscritas em círculos eram conhecidas dos gregos do tempo de Hipócrates, e é provável que Eudoxo tenha usado razões e medidas de ângulos para determinar o tamanho da Terra e as distâncias relativas do Sol e da Lua. Nas obras de Euclides não há Trigonometria no sentido estrito da palavra, mas há teoremas equivalentes a leis ou fórmulas trigonométricas específicas. (...) (BOYER, 1996 p. 116).

Assim, os astrônomos gregos começaram a usar os números, para medir ângulos. Pode-se ver a conexão com a Babilônia, porque a fração de ângulos era escrita em sexagésimos (minutos, segundos de ângulo). Foi a partir daí, que começou a surgir o conceito de Trigonometria, ao usar noção de corda de um ângulo criando uma relação entre eles. Dessa forma, é notório ver que a Trigonometria e a Geometria foram importantes para a difusão, e crescimento, da Astronomia na antiguidade, isto foi o passo inicial para a evolução dessa Ciência. É importante destacar, que essa evolução foi recíproca entre a Matemática e a Astronomia.

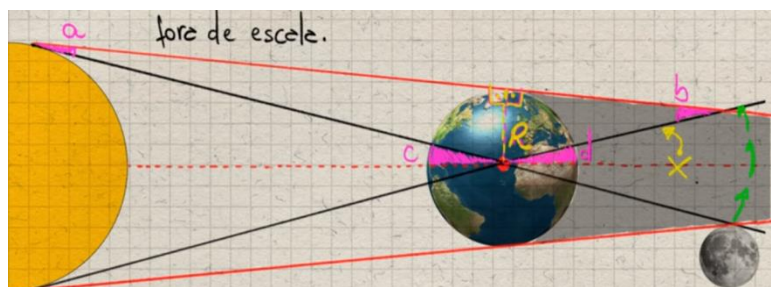
Para Berlinghoff e Gouvêa (2010), Hiparco de Nicea é o pai da Trigonometria, ele é um dos astrônomos gregos, que queriam justamente descrever os movimentos dos astros usando modelos matemáticos. Ele conseguiu criar relações matemáticas entre ângulos e arcos, fato que impulsionou os estudos envolvendo Geometria e Trigonometria, gerando uma das primeiras tabelas trigonométricas..

É importante destacar ainda de acordo com Berlinghoff e Gouvêa (2010) que os indianos também, pouco antes dos gregos, já relacionavam ângulos com os arcos, criando tabelas que eles chamavam de tabelas de “meia-cordas” semelhante a que os gregos usavam, ou seja, eles já usavam conceitos de Trigonometria. Essa tabela e vários estudos envolvendo Geometria e Trigonometria foram traduzidos pelos europeus. A tabela deu origem ao que conhecemos hoje como seno, fato que impulsionou os estudos de outras medidas como o cosseno e a tangente. A Trigonometria saiu da Astronomia, e se fixou na Matemática aplicada em vários problemas.

Por fim, Hiparco fez estudos sobre a magnitude das estrelas, e também sobre a precessão, um dos movimentos realizados pela Terra, e, além disso, ele quase acertou a duração de um ano e acertou quase precisamente a

distância da Terra à Lua em função do raio da Terra. Essa medida foi descoberta através de cálculos, que envolvem elementos básicos da Geometria. Isso tudo considerando um eclipse lunar. Na figura 02, é possível entender a ideia de Hiparco:

Figura 02 : Esquema para medir a distancia Terra -Lua



Fonte: Matemática Rio. Disponível em:
https://www.youtube.com/watch?v=OJKQHGu5N_I. Acesso em
 06/08/2020

Considere o esquema da Figura 02, de acordo com Ávila (2010), Lopes (2017) e Serpeloni (2016), Hiparco considerou que o tempo de duração do eclipse lunar, 100 min aproximadamente, era igual ao dobro do ângulo d ($2d$). Ele também considerou o período orbital da Lua (aproximadamente 27,3 dias). Assim, ele resolveu a regra de três:

$$\frac{2d}{100\text{min}} = \frac{360^\circ}{27,3 \times 24 \times 60'} \quad (1)$$

Com isso, foi encontrado que o ângulo d era igual $0,5^\circ$. Ao observar o ângulo c , Hiparco, percebeu que o mesmo era igual ao semidiâmetro angular do Sol, assim, $c = 0,25^\circ$. Sabe-se também que $a + b = c + d$, porém como ângulo a é muito pequeno, Hiparco, desconsiderou ele, ficou apenas com $b = c + d$, portanto, b era igual a $0,75^\circ$, disso temos que:

$$\sin 0,75^\circ = \frac{R}{x} \quad (2)$$

Onde R é o raio da Terra e x é distância procurada, como podemos observar na Figura 02. Ao considerar as informações anteriores, Hiparco consultou tabelas trigonométricas, e chegou à conclusão, que a referida distância estava entre 62 e 74 vezes o raio R da Terra, o valor atual é de 57 a 64 vezes o raio da Terra. Mesmo sem tecnologias, e grandes

equipamentos de medidas, Hiparco praticamente acertou a medida da distância Terra – Lua, fato muito importante para a difusão da Astronomia pelo mundo.

Ávila (2010) destaca outro grande astrônomo da antiguidade: Aristóteles de Estagira. Foi ele quem deu continuidade à concepção de esfericidade da Terra de Pitágoras, explicou que a sombra da Terra na Lua tinha um formato redondo. Explicou melhor os eclipses, melhorou a teoria das esferas concêntricas de Eudoxus de Cnidus, e lançou um livro que explicava os seus estudos.

Aristóteles sugeriu que uma volta completa em torno da Terra tinha uns 64.000 km, mas não explicou como chegou a esse resultado, ou seja, não mostrou cálculos matemáticos. Aristóteles já defendia o geocentrismo em sua época, pois era uma ideia muito defendida por muitos estudiosos, e principalmente pela igreja católica, que não admitia estudos contrários ao geocentrismo. Muitos cientistas e especialistas que iam contra ao geocentrismo na época eram punidos com castigos severos, ou até morte em praça pública.

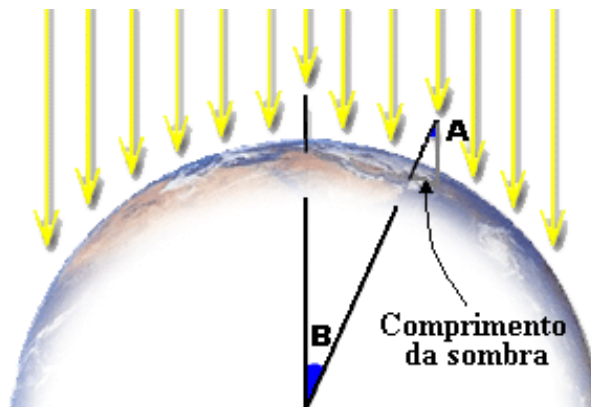
Heráclides de Pontus observou que a Terra girava em volta de si mesma, e que Mercúrio e Vênus orbitavam o Sol. Após esta observação, Aristaco de Samos concluiu que a Terra também orbitava o Sol, isso bem antes de Nicolau Copérnico. Ele também foi o primeiro a propor cálculos para determinar as distâncias relativas da Lua e do Sol em relação à Terra, e ainda foi mais adiante ao medir os tamanhos angulares do Sol e da Lua.

Eratóstenes de Cirene foi o primeiro a medir a circunferência da Terra. De acordo com Ávila (2010) ele nasceu na Grécia e foi o bibliotecário da Biblioteca de Alexandria, e ao arrumar os livros dessa biblioteca, ele encontrou um documento antigo, que dizia que a cada 21 de junho na cidade Syene (ou Assuã), uma cidade que ficava 800 km ao extremo Sul de Alexandria, que uma vareta fincada numa superfície ao meio-dia não produzia sombra.

Levando esses aspectos em consideração e fazendo observações, Costa (2000) e Lopes (2017), salientam que Erastóstenes concluiu que o referido fenômeno não ocorria no mesmo dia e no mesmo horário em Alexandria, e mais estudos ele concluiu que a Terra era curva, portanto, varetas fincadas verticalmente no chão em diferentes lugares produziram sombras de comprimento diferentes, e com isso, ele fez um experimento que

consistia em medir o comprimento da sombra ao meio-dia de 21 de junho em Syene, no Egito antigo, não produzia sombra. Dessa forma, ele mediu o ângulo A mostrado na Figura 03:

Figura 03 : Esquema do experimento de Erastóstenes



Fonte: <https://www.zenite.nu/eratostenes-e-a-circunferencia-da-terra>. Acesso em: 15 de Fevereiro de 2019. Créditos: José Roberto V. Costa (2000).

Assim, ainda de acordo com Lopes (2017), Erastóstenes, chegou a conclusão que o ângulo A era aproximadamente igual a 7° , e fez mais estudos através da Geometria Plana, concluiu que o ângulo B tem o mesmo valor do ângulo A. É importante destacar, que na Figura 03 as retas paralelas são como os raios solares.

Em resumo, o ângulo B é uma fração da circunferência da Terra, e ela corresponde a distância entre as cidades de Alexandria e Syene, que mede 800 km, com isso ele observou de acordo com Serpeloni (2016), que os 7° , do ângulo B, equivale $1/50$ da circunferência (360°), e ao multiplicar 800 km por 50 teremos 40.000 km, e esta era para ele a medida da circunferência da Terra, valor não muito distante do encontrado atualmente, que são 40.072 km.

Saindo da brilhante ideia de Erastóstenes, temos que Berlinghoff e Gouvêa (2010) salientam, que Cláudio Ptolomeu foi o último grande Astrônomo da antiguidade, que lançou uma coleção de livros sobre Astronomia dividida em 13 volumes, cujo nome é o Almagesto. Esta coleção é a maior representação de todo conhecimento, sobre a Astronomia estudada na Grécia antiga. Ele também usou a Geometria para fazer uma representação do Sistema Solar, um modelo geocêntrico, e com círculos, que foi muito usado até o período do Renascimento.

O Almagesto, de acordo com Avila (2010), foi à primeira fonte de teoria matemática consistente sobre uma classe importante de fenômenos naturais, que explicava de maneira bem satisfatória o movimento dos planetas, e de outros astros e a prever eclipses, fato que enfatiza novamente a importância da Matemática para Astronomia.

Boyer (1996), diz que Ptolomeu fez grandes estudos em sua obra sobre os triângulos esféricos que são altamente usados na Astronomia para medir distâncias e descobrir ângulos. Porém para fazer esses estudos, era preciso a tabela de cordas, por isso, Ptolomeu de acordo com Berlinghoff e Gouvêa (2010) aperfeiçoou essa tabela e no Almagesto ele até ensina como construí-la.

Durante a Idade Média, as tabelas astronômicas de Ptolomeu foram revistas a mando do rei da Espanha, isto gerou estudos que foram anexados ao Almagesto, virando fonte de texto e de consulta no Ocidente. Através do Almagesto, John Hollywood (ou Joanes de Sacrobosco), lançou seu livro “Tractatus de Sphaera Mundi”, o livro sobre Astronomia com o maior número de edições até os dias atuais. Esse livro servia como um manual sobre Astronomia, e também de Geografia, foi muito utilizado na era das grandes navegações pelos portugueses.

Um dos mais importantes astrônomos, que se conhece, se chama Nicolau Copérnico, que nasceu em Torun, na Polônia em 1473. Nicolau fazia seus estudos em uma torre, que mais tarde foi chamada de “Torre de Copérnico”. Esses estudos eram centrados na sua teoria, que revolucionaria tudo o que se conhecia sobre Astronomia naquela época.

Nicolau Copérnico propôs em sua teoria um novo sistema planetário, que afrontava o sistema planetário da época: o sistema geocêntrico. Esta teoria mostrava que os astros giravam em torno da Terra, e esta era o centro do Universo, e por muitos anos ninguém questionou essa teoria, pois o catolicismo da época aceitava apenas essa teoria, ou seja, para eles era uma verdade, que não caberiam discussões.

Indo contra o Geocentrismo, Copérnico criou o sistema Heliocêntrico, a Teoria Heliocêntrica, ou seja, para ele, e de acordo com os seus estudos, era o Sol que ficava no centro do Universo, e não a Terra. Quebrando assim, a ideia que a Terra ficava parada, em repouso, e os demais astros, giravam em torno

dela, e concluindo que a Terra girava em volta de si mesma, já que na época eles tinham a concepção de dia e noite.

Com seus estudos e teorias, Copérnico lançou um livro chamado “Das revoluções das estrelas celestes” em seis volumes, que causou polêmica devido ao Heliocentrismo, porém seu lançamento oficial ocorreu 30 anos, após a sua divulgação. O Heliocentrismo de Copérnico só foi reconhecido anos mais tarde, depois de estudos de Galileu e Kepler.

Assim, Nicolau Copérnico usou estudos antigos, suas observações e conceitos matemáticos, mais precisamente a Geometria, para propor o Heliocentrismo, ou seja, para explicar a sua teoria. Para essa teoria, os astros tinham movimentos uniformes, infinitos, e circulares (os epiciclos), o Sol estava perto do centro do Universo, os planetas estavam na ordem que conhecemos hoje, a Terra tinha três movimentos, e a distância da Terra ao Sol era pequena, se comparada à distância em relação às estrelas.

Um astrônomo que deu continuidade aos estudos de Copérnico foi Tycho Brahe, mesmo contra algumas concepções, ele estudou com bastante precisão as fases da Lua e foi o primeiro a destacar a importância de se fazer observações diárias dos astros. Ele descobriu a “Estrela Nova” na constelação de Cassiopeia, ela era tão brilhante que era visível durante o dia, mais tarde descobriu, que se tratava de uma Supernova, que é uma explosão, que significa a morte de uma estrela.

Tycho Brahe era um excelente observador, mas não tinha o domínio matemático suficiente para fazer cálculos, e comprovar suas dúvidas, foi aí que ele conheceu Johannes Kepler

Ávila (2010) salienta, que Johannes Kepler foi um dos “discípulos” de Tycho Brahe, ele deu continuidade a seus estudos, mesmo seguindo um caminho diferente, já que para Brahe todos os astros giravam em volta do céu, porém a Terra, não.

A partir do aprofundamento do seu conhecimento astronômico, Kepler propôs as leis que caracterizam os movimentos planetários, e são aceitas até os dias de hoje. Elas expressam matematicamente os estudos, e observações de Tycho Brahe, passadas para Kepler, que após analisar determinou o conjunto de afirmações, que passaram a ser conhecidas como Leis de Kepler:

a) Lei das Órbitas: Os planetas se movem em órbitas elípticas em torno do Sol, que ocupa um dos focos das elipses.

b) Lei das Áreas: O segmento que une o sol a um planeta descreve áreas iguais em intervalos de tempo iguais, determina que a velocidade com que os planetas se movem depende da distância deles em relação ao Sol.

c) Lei dos Períodos: Os quadrados dos períodos de revolução dos planetas são proporcionais aos cubos dos eixos máximos de suas órbitas. Assim, esta lei caracteriza a existência de uma relação entre a distância do planeta e o tempo que ele demora para completar uma revolução (volta) em torno do Sol. Dessa forma, quanto maior for a distância entre o planeta e o Sol, maior será o tempo para completar essa volta.

Por outro lado, de acordo com Corrêa e Chaffe (2019), Kepler também fez outros estudos importantes e criou outras leis, como as leis sobre a propagação da passagem da luz por lentes, e por sistemas de lentes, ajudando assim, a melhorar e aperfeiçoar os telescópios astronômicos da época.

Um expoente da Ciência é Galileu Galilei. Galileu foi um grande astrônomo, que ajudou a aperfeiçoar as lunetas, e os telescópios, bem como por fazer inúmeros estudos, e propor teorias e leis para a Física, Matemática e Astronomia.

Conta-se que Galileu ouviu comentários sobre um instrumento de observação capaz de olhar a muitas distâncias. Este instrumento foi criado por um holandês de nome Hans Lipperhey, e mesmo sem nunca ter visto o tal instrumento, Galileu conseguiu criar um similar com aproximação maior. Mais tarde ele conseguiu criar outro muito mais potente com aumento trinta vezes maior que o primeiro.

Este instrumento ganhou o nome de luneta. Com a luneta, ele fez observações da Lua, descobrindo que ela tem elevações, que podem ser comparadas a montanhas, mais tarde descobriu as “luas”, ou melhor, os satélites naturais de Júpiter, observou um total de quatro luas. A luneta ajudou no desenvolvimento dos telescópios.

Foi Galileu quem descobriu as principais estrelas das Plêiades, e das Híades, que é um aglomerado de estrelas, e foi o primeiro a indicar os anéis de Saturno, e descobrir as manchas solares, tudo através das suas observações com auxílio da sua luneta.

Ele defendia o Heliocentrismo, e acreditava que a Matemática era a principal linguagem de todas as Ciências. Galileu também fez experimentos envolvendo quedas dos corpos, fato que ajudou ele a entender que a queda dos corpos não dependeria de suas respectivas massas.

Com seus estudos confrontando o que se sabia sobre Astronomia na época, Galileu foi considerado um herege assim, foi julgado e condenado, entretanto conseguiu não ser morto, ao confessar perante o Santo Conselho da Igreja que estava errado. Outro cientista, nesta mesma época, que também foi considerado herege pela igreja, foi condenado, e queimado na fogueira, foi Giordano Bruno. Ele foi julgado pelo fato de afirmar a existência de outros planetas com as mesmas características que a Terra fora do sistema solar.

As obras Copérnico, Kepler e Galileu só foram retiradas da lista de livros proibidos pela Igreja anos mais tarde, em 1822. Apenas no ano de 1980 foi que a igreja católica resolveu eliminar vestígios da sua resistência à revolução Copernicana, pedindo assim, um reexame do processo contra Galileu.

O próximo a se destacar foi Isaac Newton. Ele fez estudos combinando teorias com sua Lei da Gravitação Universal confirmando assim, as Leis de Kepler a partir de bases científicas da mecânica terrestre e celeste também. Isaac Newton criou o telescópio refletor, fez estudos sobre colisões, pêndulo, projéteis, fricção do ar, hidrostática e ondas.

Isaac Newton lançou uma obra chamada Opticks, na qual tinha estudos sobre óptica. Ele quem criou o telescópio refletor, fez estudos sobre colisões, pêndulo, projéteis, fricção do ar, hidrostática e ondas. Escreveu o Princípios Matemáticos da Filosofia Natural. Essa obra foi dividida em três volumes, no último tinha estudos sobre a mecânica dos corpos celestes junto à lei da gravitação universal. Assim, Newton criou leis que são aplicáveis em nosso mundo através de equações diferenciais, e outros elementos da Matemática.

Nessa mesma época, surgiram outros trabalhos com a temática da mecânica celeste, eles foram feitos por nomes como Lagrange, Eüler e Laplace, além de Herschel, Bessel e Struve, observadores notáveis da época. Surgiram estudos que permitiram fazer a primeira medida de paralaxe trigonométrica de uma estrela, para medir a distância dessa estrela até o planeta Terra. Este fato é muito importante para a Astronomia, e foi o ponto de

partida para o desenvolvimento de pesquisas espaciais. Isso destaca novamente a relação recíproca da importância entre a Matemática e a Astronomia.

Com o passar dos anos, os equipamentos para observações, como o telescópio, e as lunetas foram evoluindo, e também foram surgindo técnicas mais elaboradas, e específicas como a espectrografia estelar. As fotografias ficaram mais precisas, e nítidas, favorecendo assim, um desenvolvimento muito grande da Astronomia. Com isso, em pouco tempo esta se desenvolveu, mais do que em qualquer outra época no passado.

Com o avanço tecnológico do século XX, a Astronomia mudou seus métodos observacionais, perdendo o seu caráter observacional, e se tornando uma ciência também experimental com vários ramos como a Astrofísica e Astrometria.

Entre os Teóricos que fizeram contribuições para a Ciência temos Albert Einstein, que desenvolveu a Teoria da Relatividade Geral e Restrita, Karl Schwarzschild que fez estudos sobre os buracos negros, Edwin Hubble e a descoberta, que o universo está em constante expansão. Também tivemos Carl Sagan, Stephen Hawking e Neil deGrasse Tyson, Astrofísicos, que fizeram grandes estudos relacionados a Astronomia Contemporânea e trabalharam com a difusão da Astronomia para a população em geral.

As primeiras imagens de Marte foram obtidas pela sonda Mariner 4, que tirou várias fotografias da superfície do planeta, em 1965. Em 1969, Neil Armstrong e Edwin Aldrin foram os primeiros a pisar na superfície da Lua. Tivemos também o lançamento das sondas Voyager 1 e 2, elas tiraram fotos e recolheram dados dos planetas de nosso sistema solar e o lançamento do Telescópio Espacial Hubble em órbita em volta da Terra.

A descoberta dos neutrinos, os estudos sobre a matéria escura presente no espaço, a presença de água na superfície de Marte e busca por vida em outras regiões da nossa Galáxia foram outras descobertas importantes da Astronomia Contemporânea, além disso, foi comprovada a existência das Ondas Gravitacionais antes teorizadas por Einstein e Poincarè há quase um século.

Levando em consideração o contexto histórico apresentado sobre a Astronomia nesta pesquisa, podemos destacar que o progresso científico foi

crecendo ao longo dos séculos graças ao surgimento da Astronomia várias ciências se desenvolveram em consequência da necessidade do homem de querer conhecer e justificar os fenômenos naturais.

A Matemática, sem dúvidas, foi uma das Ciências que ajudou no desenvolvimento da Astronomia, ou seja, foi ela que permitiu que a Astronomia se tornasse o que ela é hoje, e a própria Astronomia ajudou da mesma forma no desenvolvimento da Matemática assim, uma fazendo parte da história da outra.

D'Ambrósio (1996) enfatiza que através da História da Matemática é possível conhecer outras civilizações, culturas e outras ciências que tiveram influência na formação de conceitos matemáticos importantes como já vimos por aqui com a Trigonometria e a Geometria. O autor ainda destaca que conhecer através da História pontos altos da Matemática da antiguidade poderá trazer orientação no aprendizado e no desenvolvimento da Matemática da atualidade, pois a sua interpretação é muito importante nas discussões a respeito do seu ensino e conseqüentemente da sua aprendizagem.

A História da Matemática permite que o ensino dessa disciplina fique mais contextualizado, portanto, partindo dessa concepção vamos conhecer na próxima seção um pouco mais sobre a História de instrumentos matemáticos, e náuticos ligados a Astronomia, então vamos conhecer os conteúdos matemáticos presentes nestes instrumentos.

2.3 INSTRUMENTOS ASTRONÔMICOS ANTIGOS

Os olhos dos seres humanos podem ser considerados como um dos primeiros instrumentos astronômicos, que se conhece, pois antigamente eram através deles, que os astrônomos faziam as suas observações. Na antiguidade não existia instrumentos sofisticados, e cheios de tecnologias como os que encontramos na atualidade.

Segundo Morey e Mendes (2005), os instrumentos astronômicos foram muito utilizados junto a Ciências Náuticas através das navegações. Alguns instrumentos astronômicos foram aperfeiçoados e outros surgiram junto à necessidade dos homens de navegar e conhecer o mundo. E foi a expansão marítima portuguesa, que ajudou no desenvolvimento da Náutica com novos

instrumentos e conhecimentos cartográficos eles expandiram-se rapidamente pelo mundo.

Vários instrumentos foram utilizados por matemáticos, astrônomos e navegantes. Batista et al. (2017) destaca que esses instrumentos eram matemáticos, mas também eram chamados de geométricos ou astronômicos. Esses instrumentos eram usados para medir distâncias lineares e angulares.

Batista et al. (2017) destacam que o Báculo e o Quadrante Geométrico eram instrumentos de medidas lineares, utilizados para medir distâncias de difícil acesso, eles citam também o Quadrante náutico, a Balestilha, o Astrolábio e outros instrumentos utilizados para determinar distâncias angulares e também lineares:

Esses instrumentos matemáticos, também considerados “instrumentos científicos”, ganharam uma grande importância entre século XVI e XVII e estiveram presente na Astronomia, como, o octante, sextante, esfera armilar, entre outros; na agrimensura, sendo a diopra, goniográfico, teodolito, galvanômetro, etc; na navegação, com os Quadrantes, astrolábios, a Balestilha, corda da Índia ou Kamal, e outro (Batista et al.,2017,p.176).

Os instrumentos citados no parágrafo anterior eram usados para ajudar na localização em alto-mar, pelos navegantes, na época das grandes navegações. Para construí-los era preciso conhecimento matemático, geográfico e astronômico. Assim, é importante conhecer alguns dos principais instrumentos astronômicos utilizados na antiguidade.

Podemos destacar inicialmente um instrumento usado para medir as horas, ou seja, a passagem do dia, o Relógio do Sol egípcio, ele foi construído por volta de 1500 a.C, no antigo Egito. Ele consistia numa pedra ou pedaço de madeira, ou outros materiais similares, com um formato de T que media por volta de 30 cm, que servia de suporte para outro pedaço de madeira, ou pedra, só que agora perpendicular.

A utilização desse relógio antigo consistia na observação da sombra do objeto em formato de T durante a passagem do dia. Ao longo do dia eram traçadas linhas nessa pedra em intervalos regulares, e o T ficava virado para o Leste no período da manhã e para o Oeste a tarde, assim a sombra do T era marcada, e esta indicava as horas. Na Figura 04 podemos ver um exemplo desse relógio:

Figura 04: Relógio solar egípcio

Fonte: O autor (2019)

Esse relógio não foi muito difundido pelo mundo assim, os gregos a partir de outros conhecimentos, de acordo com Boyer(1996), criaram um Relógio do Sol, chamado Gnômon. Segundo Lopes (2017) esse relógio, o Gnômon, se resume a uma haste fincada na vertical em uma superfície plana, geralmente o chão. Ao longo do dia é observada a sombra dessa haste, e com isso, era marcado a posição do Sol ao longo do dia. Vejamos na Figura 05 uma representação do referido Gnômon:

Figura 05: O Gnômon

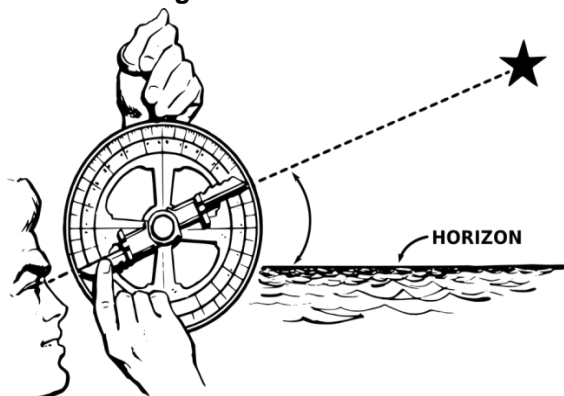
Fonte: <https://pixabay.com/photos/sun-dial-gnomon-shadow-time-620107/> . Acesso em: 19/06/2020.

Lopes (2017), destacou que os gregos observaram, que a sombra da haste variava de tamanho ao longo do dia, com isto, eles conseguiram determinar as horas, e também as estações do ano, fato que ajudou bastante no desenvolvimento de um calendário mais preciso e adequado às necessidades humanas da época. Ao longo do tempo, o Gnômon foi ficando mais sofisticado até o surgimento dos relógios.

Saito e Dias (2011) destacam outro instrumento, o Astrolábio, muito utilizado pelos navegantes no período das grandes navegações. Ele consiste

em um disco com sua borda graduada em unidade angular com uma régua presa ao centro do disco. Esse instrumento naval era usado para medir a altura dos astros acima do horizonte. Dessa forma, ele ajudava os navegantes a se localizarem melhor, e os astrônomos a fazerem cálculos para seus estudos. A Figura 06 nos mostra um pouco desse instrumento:

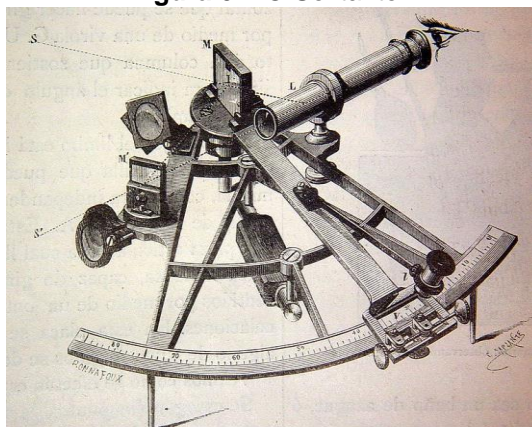
Figura 06: Astrolábio



Fonte: <https://pixabay.com/pt/vectors/sextante-navega%C3%A7%C3%A3o-rolamento-151885/>. Acesso em: 19/06/2020.

O Sextante, Figura 07, é outro instrumento, que foi muito utilizado pelos navegantes, e por astrônomos por muito tempo, segundo Albuquerque (1988) ele foi o sucessor do Astrolábio. Ele é formado por um setor circular de 60°, com uma graduação em suas bordas, no centro do seu eixo existe uma régua pivotante. Para usá-lo bastava direcionar essa régua para o astro, e assim era possível fazer a leitura através do setor circular podendo assim, obter a distância zenital do astro ou a sua altura, bem como ajudar na localização e a calcular algumas distâncias necessárias para a navegação.

Figura 07: O Sextante



Fonte: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:El_mundo_f%C3%ADsico,_1882_%22Sextante%22_\(4052595366\).jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:El_mundo_f%C3%ADsico,_1882_%22Sextante%22_(4052595366).jpg) . Acesso em: 19/06/2020.

O Quadrante, mostrado na Figura 08, de acordo com Batista *et al* (2017) é um instrumento, que surgiu junto com o Astrolábio e a Balestilha entre os séculos XV e XVI durante as eras das grandes navegações algumas informações sobre ele foram encontradas no manuscrito “Libros del saber de Astronomia”, obra escrita pelo Rei D. Afonso X de Cartilha entre os anos 1276 e 1279.

Ele consiste em um quarto de círculo graduado, e equivalente a 90°, ao qual está fixo um fio de prumo no centro, e a sua função é a medição da altura, que é a distância angular de um objeto em relação ao horizonte.

O Quadrante permite calcular medidas angulares, e também lineares como alturas, e distâncias. Os navegantes utilizavam o Quadrante para determinar a latitude, ou seja, a posição da embarcação, através da medição da altura da Estrela Polar, ou de outro astro que cruza o meridiano do local.

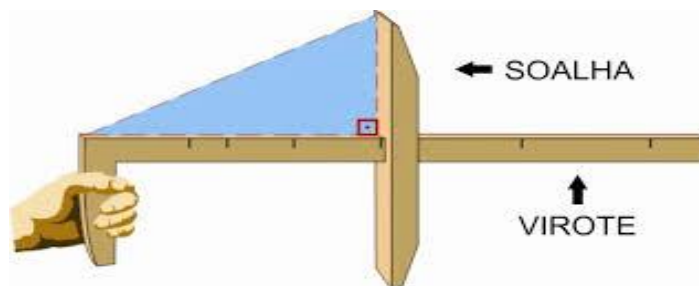
Figura 08: O Quadrante



Fonte: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Josua_habermel_\(attr.\)_quadrante_con_scatola_pasquale,_germania,_1600_ca..JPG](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Josua_habermel_(attr.)_quadrante_con_scatola_pasquale,_germania,_1600_ca..JPG) .Acesso em: 19/06/2020. Créditos: Wikimédia (2013)

Outro instrumento que podemos destacar é a Balestilha. De acordo com Fernandes et al. (2011), ela é formada por um virote, e por soalhas, e é utilizada para medir a altura em graus, que une o horizonte ao astro e dessa forma determinar medidas importantes para os astrônomos e navegantes.

A Balestilha foi muito utilizada na época das grandes navegações, pois a mesma ajudava a fazer cálculos, que auxiliavam os navegantes a se localizarem durante as navegações. Os astrônomos a utilizavam também para calcular a distância angular entre dois astros. É um instrumento construído por meio de técnicas matemáticas e manuais. Veja na Figura 09, a representação de uma Balestilha:

Figura 09: A Balestilha

Fonte: FERNANDES, Telma Cristina Dias. LONGHINI, Marcos Daniel. MARQUES, Márcio Deivid. A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e seu emprego em aulas de Astronomia e Matemática.2011,p. 05

Batista e Pereira (2017) salientam que a Balestilha também era usada junto à Esfera Armilar. Ela representa a esfera celeste, e no seu centro é colocada a Terra. É formada por dez círculos (armilas), e foi muito utilizada por astrônomos, e navegantes. Era com auxílio dela que os navegantes conseguiam se localizar. Na Figura 10, temos um exemplo da Esfera Armilar::

Figura 10: A Esfera armilar

Fonte: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Esfera_Armilar_1765_MUNCYT.jpg. Acesso em: 19/06/2020. Créditos:Wikimédia (2013)

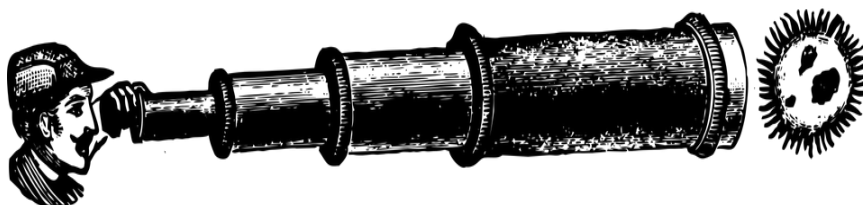
Figura 11: A Bússola

Fonte: <https://pixabay.com/pt/vectors/b%C3%BAssoladire%C3%A7%C3%B5es-norte-sul-leste-159202/>. Acesso em 19/06/2010. Créditos: Pixabay (2013)

Um instrumento simples muito utilizado pelos navegantes é a Bússola. A Bússola, Figura 11, é muito utilizada para orientação geográfica, tem como base de construção a Rosas dos Ventos. Sua funcionalidade consiste em uma agulha magnética que é atraída para o pólo magnético da Terra. Foi criada a mais de 2000 anos antes de Cristo, pelos Chineses, e foi rapidamente difundida pelo mundo, ajudando muito na localização e nas grandes navegações.

Outro instrumento merece destaque também é a Luneta. As primeiras Lunetas foram criadas pelos Holandeses, mas o Galileu Galilei que aperfeiçoou, aumenta a capacidade de ampliação da mesma, fato que tornava a Luneta de Galileu insuperável e a melhor da época. Vejamos na Figura 12 um exemplo de uma Luneta:

Figura 12: A luneta



Fonte: <https://pixabay.com/pt/vectors/telesc%C3%B3pio-vintage-retro-%C3%B3ptico-2518989/>. Acesso em :19/06/2020.

Os instrumentos astronômicos fizeram parte do desenvolvimento dos seres humanos ao longo dos anos, ajudando o desenvolvimento da Astronomia, e proporcionando, que os grandes impérios antigos se expandissem pelo mundo, promovendo grandes descobertas importantes para a história da humanidade.

Esses instrumentos também foram importantes para a Matemática, já que muitos deles, como a Ballestilha e o Quadrante, utilizam em sua base conceitos importantes da Matemática dessa forma, fazendo com que os conceitos matemáticos fossem difundidos e desenvolvidos pelo mundo.

Saito e Dias (2011) enfatiza que os instrumentos matemáticos são mais que simples artefatos, pois através deles existe a articulação entre o saber e o fazer e com isso, o conhecimento de diferentes épocas são sistematizados, fato que ajuda na contextualização de várias Ciências como a Matemática.

Os instrumentos astronômicos estão incorporados em vários conteúdos matemáticos como Ângulos e Trigonometria. O Ensino da Matemática pode ser contextualizado, de acordo com Saito e Dias (2011). E segundo Lucizani (2016) é possível usar conceitos astronômicos, ideias, instrumentos astronômicos antigos, e atuais nas aulas de Matemática. Isso tudo, com o intuito de melhorar o Ensino e a Aprendizagem dessa disciplina, que muitas vezes se limitam ao quadro branco e a sala de aula trazendo assim, um diferencial para as aulas de Matemática.

A utilização dos instrumentos matemáticos precisa de conhecimentos matemáticos como Ângulos e Trigonometria, bem como de conhecimentos em Astronomia, porém Morais (2003) destaca, que a Trigonometria é justamente um dos assuntos mais temidos por estudantes, e por isso é preciso ter cuidado na hora de ensinar esse conteúdo. O autor destaca, que é possível quebrar essas dificuldades, e mostrar os alunos que a Trigonometria é compreensível, porém para que isso seja possível é importante, que o professor mostre que o temível conteúdo é aplicável no cotidiano, com destaca os PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais (1998).

De acordo com Araújo (2013), e também Lucizani (2016), para se entender Trigonometria, e trabalhar com ela de forma eficaz na sala de aula primeiramente é preciso ter domínio de conteúdos importantes, como o estudo dos ângulos. E na antiguidade, os astrônomos utilizaram dois instrumentos para medir e trabalhar com ângulos: o Quadrante e a Balestilha..

De acordo com Batista e Pereira (2017), e Fernandes et al (2011), a construção e utilização da Balestilha em sala de aula, junto a alguns aspectos da História da Astronomia, e de conteúdos matemáticos, bem como da História da Matemática, apresenta-se como uma metodologia contextualizadora, já que esta consegue relacionar a Matemática com a Astronomia.

Batista et al (2017) destaca, que o uso de instrumentos históricos ligados a Matemática, e atrelados ao seu ensino, como o Quadrante, podem mobilizar e reforçar vários conceitos matemáticos como ângulos, circunferências, retas, arcos, entre outros.

Levando em conta estas possibilidades, vimos que através dos instrumentos astronômicos históricos utilizados por astrônomos e navegantes é possível explorar conteúdos matemáticos que estão incorporados desde a construção desses instrumentos até a sua utilização, bem como a exploração desses conceitos matemáticos através da contextualização histórica envolvendo Astronomia e a Matemática.

Iremos ver no decorrer desse trabalho tudo que foi mencionado, e estudado até aqui, mas na prática na rotina escolar, e com intuito de se chegar aos objetivos desta pesquisa.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

A pesquisa foi realizada na cidade de Alagoinhas-BA, em uma escola de Ensino Médio e Fundamental, com uma turma da 2^o série do Ensino Médio composta por 15 alunos. Foi escolhida essa série, pois nela é possível trabalhar com Ângulos, Trigonometria e Geometria sem restrições. É importante lembrar que o professor de Matemática desta turma é o autor desta pesquisa.

Sabemos que uma pesquisa pode ser qualitativa, ou quantitativa, porém existe um método que engloba os dois: o método misto. Segundo Creswell (2007), este método é bem menos conhecido do que as estratégias quantitativas, ou qualitativas, já que ele envolve coleta, e análise das duas formas de dados em um único estudo, e quando aparece em algumas pesquisas tem o nome de multimétodo, convergência, integrado e método combinado. Como estratégia de pesquisa foram utilizados os procedimentos concomitantes, que segundo Creswell (2007) são:

[...] os quais o pesquisador faz a convergência de dados quantitativos e qualitativos a fim de obter uma análise ampla do problema de pesquisa. Nesse projeto, o investigador coleta as duas formas de dados ao mesmo tempo durante o estudo e depois integra as informações na interpretação dos resultados gerais. Além disso, nesse projeto, o pesquisador acomoda uma forma de dados dentro de um procedimento de coleta de dados maior para analisar diferentes questões ou níveis de unidades em uma organização. (CRESWELL 2007, p 33).

Os procedimentos concomitantes foram amplamente explorados durante a pesquisa, pois a partir dele é possível criar convergências quantitativas, e qualitativas entre os dados da pesquisa, desta forma esses procedimentos foram todos importantes para o desenvolvimento dessa pesquisa.

No princípio deste trabalho foi pesquisado, se existia artigos com a mesma temática dessa pesquisa. Foram encontrados alguns trabalhos com temas similares, porém não iguais, ou seja, eles se diferem desta pesquisa pela abrangência do tema, e também pela metodologia. Os trabalhos foram em sua maioria dos mesmos autores, então pela excelência desses eles foram utilizados como as principais referências para essa pesquisa. O Quadro 01 nos mostra um pouco mais sobre esses trabalhos:

Quadro 01: Artigos com a temática similar a essa pesquisa

Autores	Título do artigo	Ano de publicação
BATISTA, Antonia Naiara de Sousa; PEREIRA, Ana Carolina Costa.	O ensino de conceitos geométricos e trigonométricos por meio da Balestilha: uma experiência na formação inicial de professores	2016
BATISTA, Antonia Naiara de Sousa; PEREIRA, Ana Carolina Costa.	Algumas potencialidades didáticas da Balestilha na formação de professores	2016
BATISTA, Antonia Naiara de Sousa; PEREIRA, Ana Carolina Costa.	Vamos aprender Trigonometria? Uma experiência com alunas no Ensino Médio utilizando a Balestilha.	2016
BATISTA, Antonia Naiara de Sousa; PEREIRA, Ana Carolina Costa.	A Balestilha: Um instrumento Náutico como recurso para abordar conceitos Matemáticos	2017
BATISTA, Antonia Naiara de Sousa. PEREIRA, Ana Carolina Costa;	O uso da Balestilha para articular História da Matemática e conceitos matemáticos: a construção de uma interface	2017
BATISTA, Antonia Naiara de Sousa; SILVA, Isabelle Coelho da; PEREIRA, Ana Carolina Costa.	Compreendendo alguns conceitos matemáticos por meio da Balestilha como recurso didático: um olhar dos licenciandos em Matemática.	2017
PEREIRA, Ana Carolina Costa; BATISTA, Antônia Naiara de Sousa; SILVA, Isabelle Coelho da.	A Balestilha descrita na obra <i>chronographia</i> repertorio dos tempos (1603): discussões iniciais sobre o saber incorporado no instrumento	2017
PEREIRA, Ana Carolina Costa. BATISTA, Antônia Naiara de Sousa. SILVA, Isabelle Coelho da.	A Matemática incorporada na construção do Quadrante descrito na obra <i>Libros del Saber de Astronomia</i> .	2017

Fonte: O autor (2020)

Para realizar a pesquisa, foram analisadas as notas dos alunos da 2^o série nas I, II e III unidades do ano, já que esta pesquisa foi aplicada durante a IV unidade da referida escola, com o intuito de se ter noção do desenvolvimento dos alunos ao longo dessas unidades em relação aos conteúdos que envolvem Trigonometria e Geometria.

A turma era pequena, continha 15 alunos entre 15 e 18 anos, com dois alunos repetentes que vieram de outras instituições de ensino. Com isso, foram

retiradas e estudadas as notas dos alunos do 2º ano das unidades I, II e III, do diário de notas da escola, como já foi enfatizado.

Tomando essas notas como referência, foi possível perceber as dificuldades dos alunos através do decréscimo destas ao passar das unidades, fato comprovado pelas considerações do professor sobre o desenvolvimento dos alunos. Levando isto em consideração, foi elaborada uma Sequência Didática (Apêndice A), que é o produto educacional desta pesquisa.

Segundo Zabala (1998), uma Sequência Didática é um conjunto de atividades com certa ordem e estrutura articuladas com o intuito de atingir certos objetivos que têm um princípio, e um fim conhecido pelos docentes, e também pelos discentes. Assim todo professor precisa de uma organização metodológica para executar a sua prática pedagógica, fato que pode ser proporcionado pelo uso da Sequência Didática.

Leal (2011) destaca que a Sequência Didática lembra um plano de aula, porém é bem mais amplo que este, justamente por abordar várias estratégias de ensino e aprendizagem, e por ser uma sequência de vários dias. Ainda para Leal (2011) uma Sequência Didática tem por objetivo conduzir os discentes a uma reflexão e apreensão sobre determinados conteúdos e, além disso, proporcionar que os alunos adquiram conhecimentos que sejam levados para sua vida.

Uma Sequência de Didática, tanto para Zabala(1998) como para Leal (2011), pode se tornar um material didático de apoio para o professor, se na construção desta forem obedecidas etapas de planejamentos, e de estruturação. Leal (2011) sugere um modelo que obedece a seguinte estrutura:

- **Tema:** Temática que envolve o conteúdo da Sequência Didática;
- **Justificativa:** Embasamento, que justifica a utilização da Sequência Didática nas aulas, diz o que vai ser feito, e qual o ponto de chegada;
- **Objetivos:** O propósito educacional da Sequência Didática;
- **Público alvo:** Alunos a quem a Sequência Didática está direcionada;
- **Conteúdos:** Assuntos trabalhados na Sequência Didática;
- **Recursos utilizados;**
- **Tempo estimado para cada etapa/aula;**

- **Desenvolvimento:** É a parte da Sequência Didática, que conta como esta se desenvolveu, ou seja, é o momento de descrever as ações das atividades propostas e planejadas, que norteiam a Sequência. Estas atividades podem ocorrer através de textos, jogos, apresentações, seminários, roda de conversa, entre outros;
- **Sistematização:** Momento de refazer o percurso mental, e oralmente organizando as principais noções e conceitos trabalhados. É momento de garantir algum tipo de produção. Pode ser uma feira, um sarau, peça de teatro, momento de diversão, jogos e etc;
- **Avaliação:** Momento do professor avaliar todo o processo;
- **Referências.**

Levando essa estrutura em consideração, a Sequência Didática focou nos seguintes assuntos: contexto histórico da Astronomia, relação da Astronomia com a Matemática, e outras disciplinas, aplicação de assuntos matemáticos de Trigonometria, e Geometria na Astronomia, construção, e utilização, de instrumentos astronômicos em sala de aula.

É importante salientar, que a Sequência Didática focou nos assuntos trabalhados na I, II e III unidades da escola junto a funções trigonométricas inversas, pois este assunto não foi trabalhado completamente na III unidade, e na IV unidade acontece revisão dos conteúdos trabalhados nas unidades anteriores.

Outra questão importante é que a Trigonometria não foi o único assunto estudado por essa turma ao longo do ano, outros assuntos também foram ensinados, porém esta pesquisa focou no Ensino específico de Trigonometria, já que IV unidade a revisão maior foi com os assuntos de Trigonometria.

A Sequência Didática, ou melhor, o produto educacional, foi dividido em seis etapas com intuito de se trabalhar melhor com os conteúdos e que os alunos pudessem perceber a importância desses. As seis partes foram: História da Astronomia, construção do Quadrante, construção da Balestilha, graduando a Balestilha, utilização da Balestilha e do Quadrante, Feira de Matemática – Culminância das atividades. Através desta estrutura, a Sequência Didática foi distribuída em 22 aulas.

Para completar a Sequência Didática, os alunos fizeram um Diário de Bordo (Apêndice G), que segundo Alves (2011) pode ser considerado como

uma espécie de registro de experiências pessoais observacionais em que um determinado indivíduo escreve suas interpretações, opiniões, sentimentos e pensamentos sobre determinada situação que neste caso é a participação dos alunos nas aulas/etapas da Sequência Didática.

O modelo de diário foi sugerido por Alves (2011), que afirma que existem vários tipos de diários, porém não existe uma estrutura rígida e comum, assim o Diário de Bordo dessa pesquisa seguiu essa estrutura de construção:

- Identificação: escola, turma e aulas;
- Descrição: ocorre a descrição de como foi o desenvolvimento das aulas, e quais os assuntos;
- Seção de crítica: onde os alunos irão expor suas opiniões sobre as aulas.

O Diário de Bordo serviu como um local no qual os discentes puderam relatar o seu aprendizado, expondo suas dificuldades e limitações sobre os conteúdos, e a aula em si. A partir desse Diário, foram retirados dados, e informações, que completaram essa pesquisa. É importante destacar, que para participar das atividades da Sequência Didática os alunos, e seus pais tiveram que assinar o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE. O referido termo se encontra no Anexo A desta pesquisa.

Com o final da Sequência Didática, os alunos fizeram uma avaliação (Apêndice H), a avaliação da IV unidade, envolvendo todos os conteúdos trabalhados na Sequência Didática com isso, o desempenho deles nessa unidade, foi comparado com o desempenho deles nas outras unidades a partir disso, foi feita uma discussão envolvendo esses dados, as observações, anotações sobre o desenvolvimento dos alunos ao longo da referida unidade e o Diário de Bordo dos alunos tudo isso, com intuito de se chegar ao objetivo desta pesquisa.

É importante salientar, que todo esse processo foi realizado levando em conta o método misto apresentado por Creswell (2007), foram utilizados dados quantitativos, e qualitativos, ou seja, a discussão utilizou gráficos, tabelas, quadros, teorias, e as qualificações dos dados colhidos.

Os materiais utilizados nas aulas foram de responsabilidade dos alunos, ou seja, eles tiveram, que trazer os materiais de casa, exceto o projetor, e computador, que foram de responsabilidade do professor, e eles são:

- Régua;
- Isopor
- Cartolinas;
- Suportes de madeira;
- Cola;
- Barbante;
- Grampeador;
- Fita adesiva;
- Papel Ofício;
- Computador;
- Projetor

4. DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

4.1 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A Sequência Didática, que é o produto educacional dessa pesquisa, está no Apêndice A. Ela foi distribuída em 22 aulas, e sendo organizada em seis atividades/etapas, conforme o Quadro 02:

Quadro 02: Resumo da Sequência Didática

Atividades:	Momentos:	Duração
História da Astronomia e da Matemática	<p>Aula com apresentação de slides:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Contexto histórico da Matemática e da Astronomia; - Discussão sobre a importância recíproca das duas Ciências; - Aplicações da Matemática na Astronomia - Instrumentos astronômicos: a Balestilha, o Quadrante e etc. 	2 aulas
Construção da Balestilha e do Quadrante	<p>Aula expositiva:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Como fazer um Quadrante? - Construção de um Quadrante através de técnicas matemáticas; - Como utilizar o Quadrante? 	2 aulas
Construção da Balestilha e do Quadrante	<p>Aula expositiva:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Como fazer uma Balestilha? - Construção da Balestilha. 	4 aulas
Graduando a Balestilha	<p>Aula expositiva:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utilizando Trigonometria e Geometria para graduar a Balestilha. 	2 aulas
Utilizando a Balestilha e o Quadrante	<p>Aula prática:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Medir a altura de um muro na escola; - Medir a altura de uma pilastra da escola; - Medir altura de uma antena. 	4 aulas
Feira de Matemática	<p>Aula prática:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Apresentações sobre a História da Matemática e da Astronomia; - Relação entre Matemática e Astronomia; - Explicações de como usar o Quadrante e a Balestilha, e o que foi feito em sala de aula com os instrumentos; 	8 aulas

Fonte: O autor (2019)

Na primeira etapa desta Sequência Didática, fez-se uma apresentação de slides (Apêndice B) sobre a História da Astronomia, e sua relação com a

Matemática assim, a aula começou com indagações sobre como os conteúdos matemáticos, que eles estão trabalhando em sala de aula se desenvolveram, e se eles fizeram parte do desenvolvimento da atual sociedade.

Ao considerar os aspectos anteriores, e a partir de discussões em sala, o professor fez uma associação com a medida do raio da Terra calculado por Erastóstenes mostrando, que a Matemática pode ser aplicada em outras áreas. Tudo isso, com auxílio da apresentação de slides, como é possível ver na Figura 13:

Figura 13: Professor explicando sobre a História da Astronomia



Fonte: O autor (2019)

Após a apresentação sobre a História da Astronomia, os alunos foram indagados sobre a importância recíproca existente entre a Matemática e a Astronomia. Criamos uma discussão na sala, com o objetivo de que os alunos conseguissem entender, que ambas as Ciências se desenvolveram juntas. Por meio desta discussão, e com a apresentação de slides, deu-se outros exemplos de aplicações da Matemática na Astronomia, sempre abrindo espaço para discussões e tirar dúvidas dos alunos.

Com a apresentação de slides, o professor fez um destaque sobre os instrumentos astronômicos antigos. O foco foi a Balestilha e o Quadrante, mostramos que com eles é possível se trabalhar vários conteúdos, que envolvem Matemática, e Astronomia, que já foram trabalhados com eles na sala de aula. Desta forma eles puderam ver, que os conteúdos de Matemática, podem ser aplicados em várias áreas. Com isso, foi proposto aos alunos que eles construíssem uma Balestilha, e um Quadrante, portanto, foi solicitado que eles trouxessem os materiais necessários. A Figura 14 mostra este momento:

Figura 14: Slide sobre o Quadrante

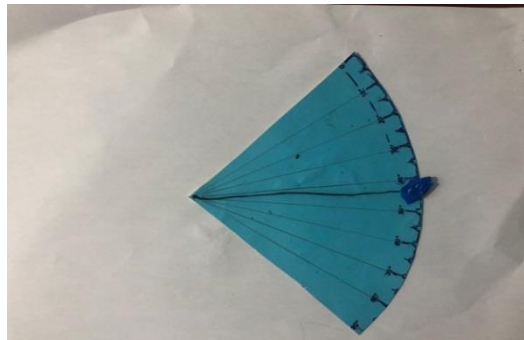
Fonte: O autor (2019)

A segunda etapa da Sequência Didática foi à construção de um Quadrante, utilizamos técnicas matemáticas, que estão no Apêndice C. O professor explicou os procedimentos através de uma aula expositiva, e com um modelo pronto do Quadrante, como é possível ver nas Figuras 15 e 16. Participamos no processo de elaboração do Quadrante, utilizamos compasso, régua, esquadro, e também de técnicas matemáticas.

Todos os procedimentos foram explicados dessa forma, eles conseguiram confeccionar o Quadrante. Alguns alunos tiveram dificuldades em manusear o compasso, régua e esquadro, porém com muito esforço conseguiram cada um fazer o seu. As Figuras 17, 18 e 19 mostram esses momentos. Depois de feito o Quadrante, o professor mostrou como utilizar, e como aplicar o instrumento (Apêndice E) em situações próximas do aluno, para eles terem noção da sua utilização além da apresentada em sala de aula. Vejamos as imagens referidas anteriormente:

Figura 15: Modelo do Quadrante

Fonte: O autor (2019)

Figura 16: Modelo do Quadrante

Fonte: O autor (2019)

Figura 17: Graduando um Quadrante

Fonte: O autor (2019)

Figura 18: Construindo um Quadrante

Fonte: O autor (2019)

Figura 19: Quadrantes feitos pelos alunos

Fonte : O autor (2019)

A terceira etapa foi à confecção da Balestilha através de uma apresentação oral, e com o uso do quadro branco. O professor explicou como fazer a Balestilha (Apêndice D), e como ela era utilizada pelos astrônomos, e navegantes na antiguidade. O professor levou uma Balestilha pronta, como nas Figuras 20 e 21, para mostrar o modelo aos alunos. Essa etapa foi em grupo, os alunos utilizaram isopor, estilete, fita adesiva, e régua para fazer o instrumento. Todo esse material foi solicitado na aula anterior. Esse momento contou sempre com a presença, e ajuda do professor. Nas Figuras 22 e 23, é possível ver os alunos confeccionando o instrumento.

Figura 20: Modelo de Balestilha 01

Fonte: O autor (2019)

Figura 21: Modelo de Balestilha 02

Fonte: O autor (2019)

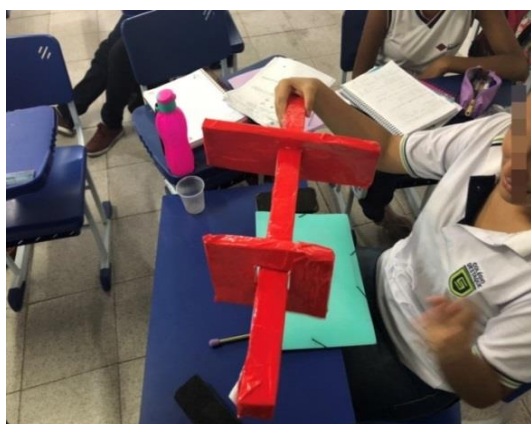
Figura 22 : Fazendo Balestilha com isopor

Fonte: O autor (2019)

Figura 23: Balestilha com isopor

Fonte: O autor (2019)

Após fazerem as peças da Balestilha, neste caso o virote e as soalhas, os alunos tiveram que montar a Balestilha, que é um processo bem simples que resultou nas Balestilhas das Figuras 24 e 25:

Figura 24: Balestilha pronta

Fonte: O autor (2019)

Figura 25: Balestilha com os alunos

Fonte: o autor (2019)

Na quarta etapa da Sequência Didática, o professor ensinou técnicas matemáticas para graduar a Balestilha (Apêndice D) assim, somente após esse procedimento é que ela pode ser utilizada para medições. Os alunos em grupos tiveram, que graduar as suas Balestilhas através dessas técnicas matemáticas, que envolvia geometria e funções trigonométricas inversas.

Por fim, o professor explicou todo o processo em sala de aula, mostrou passo a passo, e fez os devidos cálculos no quadro branco, e os alunos montaram suas Balestilhas com muita atenção, como é possível ver nas Figuras 26 e 27 :

Figura 26: Graduando a Balestilha

Fonte: O autor (2019)

Figura 27: Graduando a Balestilha 02

Fonte: O autor (2019)

A próxima etapa foi a de por em prática a utilização do Quadrante e da Balestilha. No pátio da escola, os alunos utilizaram esses instrumentos para tirar as medidas do muro da escola, de uma pilastra e de uma antena de TV. Durante esse processo, os alunos utilizaram uma trena para calcular as distâncias necessárias. Após isso, eles fizeram os devidos cálculos para encontrar as referidas medidas. Esse processo todo ocorreu através de conversas, e discussões entre grupos assim, fazendo comparações entre os resultados, e reflexões sobre os possíveis acertos, e erros. As Figuras 28, 29, 30, 31 e 32 mostram como ocorreu essa etapa:

Figura 28: Alunos usando o Quadrante

Fonte: O autor (2019)

Figura 29: Alunos usando o Quadrante

Fonte: O autor (2019)

Figura 30: Usando a Balestilha

Fonte: O autor (2019)

Figura 31: Uso da Balestilha

Fonte: O autor (2019)

Figura 32: Aferindo medidas

Fonte: O autor (2019)

No final, os alunos resolveram uma lista de exercícios (Apêndice F) sobre todo o conteúdo, que envolve essa Sequência Didática, com atividades contextualizadas e cálculos paralelos com os da atividade prática. A lista continha 04 questões.

Como as etapas anteriores utilizaram aspectos ligados à História da Astronomia, e também da Matemática, uma forma de fazer uma sistematização, para a sequência, seria a elaboração de uma Feira de Matemática, e Astronomia. Não só apenas o 2º ano participou da Feira, as demais turmas do Ensino Médio, também participaram com outras temáticas ligadas à Astronomia. Para isso, os temas envolvendo a temática principal foram distribuídos nas turmas, onde cada uma apresentou um tópico importante sobre a História da Astronomia. Os tópicos foram esses:

- A Matemática do Sistema Solar;
- Astronomia antiga;
- Instrumentos antigos;
- Astronomia moderna.

As distribuições dos temas foram feitas de acordo com as séries, e com a proximidade da temática com os conteúdos estudados em sala de aula. O 2º ano do ensino médio ficou com a temática ligada aos instrumentos antigos, e a Astronomia antiga. Além da divisão dos conteúdos, a Feira também foi dividida

em três etapas, visando à dinâmica do fluxo de alunos, professores e colaboradores na organização da Feira. Vejamos as referidas etapas:

- Ornamentação e arrumação das salas;
- Exposição oral dos temas - Feira de Matemática;
- Desarrumação e organização da escola.

Desta forma, os alunos se organizaram, e compraram os materiais, para arrumarem as salas de acordo com a temática. Eles também pesquisaram, e produziram tudo que foi apresentado, tal que essa etapa foi passada primeiro pelo professor, para uma aprovação dos conteúdos apresentados pelos alunos ao público participante. Após as referidas etapas, a Feira ficou pronta, organizada, de tal forma, que os alunos apresentaram durante os dois turnos (matutino e vespertino). A escola toda participou com outros temas também. As Figuras 33, 34, 35, e 36 nos mostram como foi a Feira:

Figura 33: Arrumando a sala



Fonte: O autor (2019)

Figura 34: Ornamentação da sala



Fonte: O autor (2019)

Figura 35: Apresentações da Feira



Fonte: O autor (2019)

Figura 36: Alunos apresentando



Fonte: O autor (2019)

Durante a Feira de Matemática da escola, uma equipe de jurados da Universidade Estadual da Bahia- UNEB, Campus II – Alagoinhas-BA esteve presente na escola, para escolher alguns trabalhos para participarem da FEMATICA – Feira de Matemática de Alagoinhas-BA. O 2º ano do Ensino Médio foi escolhido, por eles, junto com outras turmas do Fundamental I e II para apresentarem os trabalhos na FEMATICA. O intuito dessa escolha era fazer com que os alunos apresentassem na UNEB o que eles apresentaram na escola, mas de forma mais compactada e resumida.

Dessa forma, resumimos os temas que envolviam a Astronomia antiga e os instrumentos astronômicos, ficando a exposição oral e demonstrativa com os seguintes conteúdos: contextualização histórica da Astronomia e sua relação com a Matemática, distâncias Astronômicas, instrumentos astronômicos: a Balestilha e o Quadrante. Todos esses temas foram apresentados de forma simples e resumida, como foi dito no parágrafo anterior.

Os alunos ficaram muito felizes, e entusiasmados com a escolha, porém só dois alunos poderiam ir devido ao espaço, e o tempo para a apresentação. Por unanimidade duas alunas foram escolhidas entre a turma, por eles mesmos, para representar o Ensino Médio, e a escola neste importante evento local. No dia da FEMATICA, que ocorreu no campus da UNEB na cidade de Alagoinhas-BA, as alunas arrumaram o *stand* de apresentação com um quadro, maquete do sistema solar, fotos de instrumentos astronômicos, e a miniatura da Lua. A Figura 37 mostra como o *stand* ficou:

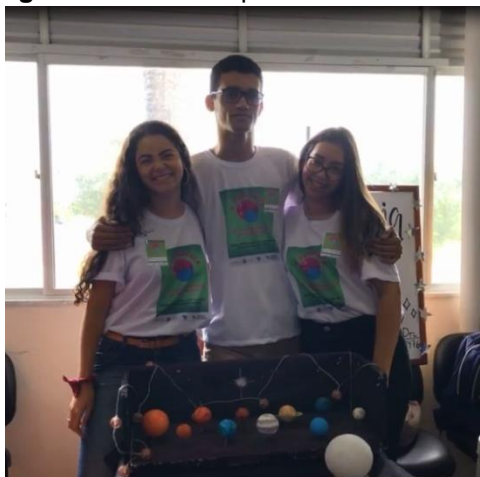
Figura 37: Stand da FEMATICA



Fonte: O autor (2019)

Após a ornamentação, que ocorreu no dia anterior à FEMATICA, os alunos e a equipe de apoio escolar, junto aos professores, foram ao local de apresentação. E ao longo do dia ocorreu a exposição, que foi a mesma que ocorreu na escola, porém bem mais resumida. Com isso, no decorrer do dia, ocorreram às apresentações que foram abertas ao público. Também tiveram jogos, atividades e apresentações culturais que engrandeceram o evento. A Figura 38 mostra um momento do referido evento:

Figura 38: Alunos e professor na FEMATICA



Fonte: O autor (2019)

No final do dia, as apresentações acabaram, e todos os participantes foram convocados para a premiação dos trabalhos mais notáveis do dia. Eram duas categorias, troféu Destaque, e Menção Honrosa assim, o trabalho do segundo ano ganhou o prêmio Destaque. Na Figura 39 é possível ver mais desse momento:

Figura 39: Alunos e professor sendo premiados



Fonte: O autor (2019)

O Troféu Destaque dava o direito dos ganhadores a participarem da FECIBA 2019 – Feira de Ciências da Bahia, que ocorreria no mês de Novembro em Salvador-BA. Para isso, os alunos participantes, e o professor, deveriam escrever um Diário de Bordo, que já estava sendo escrito, e resumos expandidos, para que a participação fosse concretizada. Entretanto a escola aconselhou a não participar, pois era um período de provas finais, desta forma a escola não poderia acompanhar a apresentação na FECIBA, portanto, este trabalho não foi apresentado no FECIBA 2019.

A Balestilha e o Quadrante foram usados nas aulas nas quais tiveram conteúdos, que envolveram Geometria e Trigonometria ao longo da IV unidade da escola foram feitas atividades práticas com esses instrumentos dentro e fora da sala de aula. Além dessas aulas práticas, os alunos também fizeram uma avaliação geral envolvendo os assuntos da Sequência Didática. Esta avaliação fez parte da composição da média da unidade da escola.

Ficamos diante dessas ações todas com intuito de fazer observações, e anotações, acerca do desenvolvimento dos alunos ao longo das atividades. Durante a construção dos referidos instrumentos, ainda na fase inicial da Sequência Didática, e na Feira de Matemática, auxiliamos em todas as etapas, e neste momento ele fez observações, e anotações acerca do desenvolvimento dos alunos ao longo das atividades. O intuito disto foi colher mais dados para a pesquisa junto às informações do Diário de Bordo dos alunos.

4.2 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para se chegar aos objetivos desta pesquisa, foram analisadas primeiramente as médias dos alunos do 2º ano. Isso, com intuito de perceber como estava o desenvolvimento dos alunos em relação à aprendizagem ao longo do ano. Assim, foi possível perceber que essas notas caíram principalmente na II e III unidades, quando compararmos com as outras unidades. A Tabela 01 nos mostra essa tendência:

Tabela 01: Notas dos alunos do 2º ano

Alunos	1º unidade	2º unidade	3º unidade
1	6,1	7,0	5,3
2	5,8	6,1	4,0
3	5,6	4,2	5,2
4	6,0	5,7	4,3
5	6,8	5,0	4,5
6	2,0	3,0	1,0
7	1,0	2,0	2,0
8	7,0	6,0	6,5
9	6,0	5,8	5,6
10	7,0	8,0	8,5
11	7,5	8,0	6,5
12	7,0	6,3	6,8
13	2,0	3,5	3,0
14	1,0	2,6	1,1
15	7,5	7,8	6,5

Fonte: O autor (2019)

Nas referidas unidades, a maioria dos conteúdos eram os que envolviam Trigonometria, ou seja, os alunos estavam com dificuldades nesses assuntos. O próprio educador fez essas observações em suas anotações. Morais (2003) enfatiza que são os conteúdos que envolvem Trigonometria e Geometria que mais geram dificuldades nos alunos. Portanto, as concepções do autor só reforçam ainda mais as observações feitas a respeito da dificuldade dos alunos com a Trigonometria.

A Sequência Didática, que envolve a Matemática e Astronomia apresentada nesta pesquisa, visou sanar essas dificuldades, já que segundo Morais (2003) uma forma de quebrar as dificuldades, que os alunos têm com a Matemática é trabalhar essa disciplina junto com a Astronomia, pois, como

jávimos ao longo dessa pesquisa, por ser bastante curiosa à Astronomia pode melhorar o ensino da Matemática. Antes da Sequência Didática começar, os alunos tiveram aula com o conteúdo de funções trigonométricas inversas, e revisão de alguns conteúdos dados nas outras unidades..

Na primeira parte da Sequência Didática, os alunos foram apresentados a História da Astronomia, e nesta etapa eles viram que a Matemática foi aplicada em várias situações importantes para o desenvolvimento da humanidade dessa forma, os alunos viram não apenas a História da Astronomia, mas também da Matemática, já que ambas as disciplinas se desenvolveram juntas.

Batista e Pereira (2017) destacam que a História da Matemática se torna uma metodologia contextualizada para a Matemática, já que ela pode fazer com que o aluno perceba que a Matemática e outras Ciências como a Astronomia fizeram parte da História da Humanidade, e que sem elas pouco desenvolvidos estaríamos. Fora isso, D'Ambrósio (1996) enfatiza, que o uso da História da Matemática nas aulas dessa Ciência proporciona de maneira mais clara como os conteúdos aprendidos na escola foram desenvolvidos, e como eles são importantes para entendermos como as civilizações evoluíram cientificamente.

Durante o primeiro momento da Sequência Didática, o professor pôde observar que os alunos mudaram de comportamento nas aulas, eles estavam mais participativos e cooperativos, fazendo perguntas, e participando das discussões. Dessa forma, deixando a aula fluir mais, já que a turma, mesmo pequena, era bastante indisciplinar. Inclusive, eles relataram tudo isso em um Diário de Bordo.

O Diário de Bordo, modelo está no Apêndice G, foi utilizado nesta pesquisa, pois segundo Bertoni (2004) é através dele que é possível identificar dificuldades, sentimentos envolvidos, situações inéditas, ponto de vista, bons, e maus momentos, o que poderia ser mudado, acrescentado, o que foi aprendido em relação à determinada atividade, ação ou momento. Assim, o Diário de Bordo mostrou-se essencial para essa pesquisa, já que através dele obtivemos várias informações sobre as concepções dos alunos em relação à Sequência Didática.

Dessa forma, encontramos no Diário de Bordo dos alunos considerações deles acerca da primeira etapa da sequência. Muitos alunos escreveram por meio deste Diário que: “a aula ficou mais interessante”; “a turma ficou mais calma”; “a Matemática serve para alguma coisa”; e “esse assunto é chato, mas aula foi legal”. Portanto, é possível ver nas palavras dos alunos, que a aula trouxe rendimento para eles em vários aspectos, já que a mesma despertou a curiosidade, mostrou que a Matemática é utilizável e despertou o interesse deles, que são defendidos por D’Ambrósio (1996), quando se trata dos benefícios do uso da História da Matemática nas aulas dessa disciplina.

Foi nessa etapa, como já salientamos, que os alunos puderam ver a utilização de vários conteúdos matemáticos dentro da Astronomia, evidenciando dessa forma que a Matemática “serve para alguma coisa”, como eles tinham relatado. Tudo isso, através da história dessa Ciência, que segundo Morais (2003, p.09) proporciona “a compreensão dos conceitos, no domínio do abstrato, pode de alguma forma ser facilitada aos alunos com o recurso a situações, na qual a sua aplicação seja determinante na resolução de problemas concretos”. Morais (2003) ainda destaca, que vários conteúdos matemáticos podem ser exemplificados, mostrando seu uso na Astronomia, os assuntos são:

- Ângulos, e arcos, num círculo permitem medir o raio da Terra;
- Triângulos e razões trigonométricas permitem calcular a distância Terra - Lua e Terra – Sol;
- A elipse permite representar as órbitas dos planetas.

Os dois primeiros conteúdos citados por Morais (2003) foram exemplificados nessa primeira fase da sequência. Eles serviram como situação provocadora para o seu início. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática, o ensino da História da Matemática proporciona a recuperação do sentido, e símbolos, que foram ensinados de forma arbitrária dessa forma. O primeiro momento da Sequência Didática serviu para os alunos compreenderem, que a Matemática é uma Ciência, que faz parte do processo de construção da sociedade em que vivemos, e que ela é muito utilizada em várias áreas, como por exemplo, Astronomia.

Dando continuidade a utilização da História da Astronomia e da Matemática, a Sequência Didática focou na construção e na utilização de dois

instrumentos antigos ligados a Astronomia: a Balestilha e o Quadrante, sem menosprezar os demais. Esses instrumentos são importantes para a Matemática, já que utilizam em sua base conceitos relevantes.

Segundo Lucizani (2016) é possível usar conceitos astronômicos, ideias, e até instrumentos astronômicos antigos, e atuais, nas aulas de Matemática com intuito de melhorar o ensino, e a aprendizagem desta disciplina, que muitas vezes se limita ao quadro branco, e a sala de aula trazendo um diferencial para as aulas dessa Ciência.

Na segunda e terceira etapas da Sequência Didática, os alunos construíram o Quadrante e a Balestilha nas aulas de Matemática, já que segundo Saito e Dias (2011), os instrumentos matemáticos são mais que simples artefatos, pois através deles existe a articulação entre o saber, e o fazer. E com isso, o conhecimento de diferentes épocas são sistematizados, fato que ajuda na contextualização de várias Ciências como a Matemática.

No processo de construção desses instrumentos, os alunos puderam relembra assuntos, e conceitos importantes para a Matemática, pois junto aos instrumentos astronômicos estão incorporados vários conteúdos matemáticos, como salienta Batista *et al* (2017,p.19): “diversos conceitos matemáticos são explorados, tais como: ângulos, circunferências, retas, arcos, Teorema de Tales, entre outros”. E em Trigonometria também, que é o conteúdo, que mais os alunos do 2º ano têm dificuldades.

Durante a segunda fase, na construção do Quadrante, diversos conceitos matemáticos foram explorados, tais como ângulos, circunferências, retas e arcos. Esta etapa também requereu muitas habilidades manuais, já que era necessário utilizar instrumentos de medidas como régua, esquadro, transferidor e compasso, mas foi possível observar, que muitos não tinham habilidades para utilizar esses instrumentos. Foi necessário ajudar, e ensinar, os alunos a manusear, e utilizar corretamente esses instrumentos. Este fato contribui bastante para o sucesso da aula, pois só depois que todos souberam utilizar os materiais foi possível prosseguir com a aula.

Aqui observou-se, que muitos alunos tinham dificuldades com vários conceitos básicos ligados a Geometria, e que eram importantes para confeccionar o Quadrante, fato que fez com que fosse sempre lembrado esses conceitos, retiramos as dúvidas, e dessa forma fazemos com que os

alunos aprendessem o conteúdo de forma mais completa e exemplificada através da construção deste instrumento, ou seja, de forma contextualizada. Então, com isso, os alunos conseguiram, com sucesso, construir um Quadrante.

Na terceira fase, construção da Balestilha, os alunos ficaram mais tranquilos, pois esta envolve processos mais manuais e artesanais, fato que deixou os alunos mais organizados, participativos e concentrados em todo o tempo. Isso tudo contribuiu para que as medidas necessárias para a construção da Balestilha ficassem mais precisas. Portanto, esta fase se mostrou bem proveitosa para alunos, pois as Balestilhas ficaram bonitas, bem feitas, e com as medidas adequadas, para que o processo de graduação ocorresse adequadamente.

É importante destacar que as dificuldades apresentadas nesta etapa, estão ligadas principalmente ao manuseio dos materiais necessários para construção da Balestilha, portanto, novamente podemos destacar as dificuldades dos alunos em utilizar régua e esquadro. Muitos não sabiam tirar as medidas de forma adequada, intervimos para lembrar como manusear de forma correta, porém, como já foi citado, os alunos conseguiram tirar as medidas de forma adequada após as revisões realizadas.

Ao graduar a Balestilha, quarta fase da Sequência Didática, os alunos puderam trabalhar com um assunto que eles tinham muito dificuldade: funções trigonométricas inversas. Neste momento revisamos o conteúdo com intuito de que todos conseguissem fazer a graduação de modo correto. Todos conseguiram graduar o virote da Balestilha, em grupo, fato importante, pois eles se ajudaram também dessa forma, trabalhamos a cooperação, compreensão, e solidariedade com os colegas, tornamos a sala um ambiente propício ao aprendizado.

O Diário de Bordo dos alunos enfatizou bastante nas dificuldades nestas fases da Sequência Didática. Muitos alunos relataram dificuldades para conseguir usar conceitos importantes ligados à Trigonometria. Alguns relatos foram: “achei interessante à aula, mas estava com dificuldades naqueles assuntos”; “ não entendi muito bem os cálculos, mas fiz com ajuda”; e “tive muitas dificuldades para fazer esse negócio”; “o meu não ficou bom, pois não consegui fazer certinho”; “no final saiu alguma coisa, ficou bom”. As falas

revelam os anseios dos alunos, porém com a insistência, assistência e revisões feitas, eles conseguiram fazer mesmo, quando os cálculos não ficavam tão precisos.

As etapas de construção e graduação deram lugar à quinta etapa da sequência, a utilização da Balestilha e do Quadrante no cotidiano escolar. Com os instrumentos prontos, os alunos os utilizaram no cotidiano escolar. Por meio da Balestilha e o Quadrante, os alunos puderam medir alturas de muros, antenas e pilastras e calcular ângulos no seu cotidiano. Os resultados dessas medidas foram próximos aos originais.

A ação permitiu o surgimento de dúvidas, que foram sanadas, em relação a vários conteúdos como ângulos, Trigonometria e Geometria. Para apreender a Trigonometria, e Geometria, é preciso ter o conhecimento sobre os ângulos, saber medi-los. Na antiguidade, de acordo com Batista e Pereira (2015), os astrônomos utilizaram dois instrumentos para medir e trabalhar com ângulos: o Quadrante e a Balestilha.

Esta etapa da Sequência Didática trouxe inúmeros saberes aos alunos, como eles mesmos revelaram no Diário de Bordo: “deu para usar a Matemática em alguma coisa”; “até que fim serviu para algo”; “além de fazer continhas, usei a Matemática em outra coisa”; “entendi mais a aula”; “aula prática é bom para tudo”, e “a Matemática às vezes faz sentido”. A partir dessas falas foi notório perceber, que os alunos conseguiram ver que a Matemática aprendida na escola pode ser aplicada em seu cotidiano. Como enfatizado por Cerqueira (2013) ao destacar que a Aprendizagem Matemática ocorre, quando o aluno consegue associar os conteúdos vistos na escola ao seu cotidiano. Também é bom enfatizar que alguns alunos, mesmo com os incentivos do professor, não gostaram das atividades, não quiseram cooperar, pois segundo eles “já perdi de ano”.

A maioria dos alunos relatou, que viram alguma utilidade dos conteúdos trabalhados em sala por meio da Sequência Didática. Esses argumentos fazem associações com a ideia difundida nas escolas, que a Matemática ensinada na sala de aula não tem aplicações no cotidiano dos alunos, mas as atividades dessa sequência, os alunos puderam ver que é possível utilizar a Matemática aprendida na escola em situações próximas a eles. Os PCN (1998) defendem as concepções anteriores ao destacar, que é importante a percepção dos

estudantes sobre a Matemática, que eles aprendem na escola, faz parte de uma linguagem, que modela a realidade em que vivemos.

Batista e Pereira (2017) salientam que os instrumentos históricos são recursos que possibilitam que os alunos tenham uma aprendizagem matemática mais significativa e construtiva. Uma aprendizagem significativa é aquela, que, de acordo com Moreira (2006), pode ser compreendida como a interação dos conhecimentos prévios dos alunos com as novas experiências concebidas sob ações, que consigam trazer complementos para essa interação, tornando o conhecimento mais significativo.

Através do produto educacional desta pesquisa, os alunos do 2º ano tiveram uma aprendizagem significativa, pois os mesmos já tinham um conhecimento básico em relação aos conteúdos, mas nunca foram expostos a situações que provocassem uma interação desses conhecimentos (prévios) com novas experiências ligadas ao mesmo.

As novas experiências, que provocaram uma interação significativa para esses estudantes, foram justamente a utilização e a construção dos instrumentos antigos, pois os alunos puderam unir o que eles já sabiam, que era a teoria dos conteúdos, com a prática, que as ações dessa sequência, fato comprovado com as falas dos alunos ao dizerem, que a Matemática “servia para alguma coisa”.

Autores como Moreira (2006), Fernandes (2011) e Cerqueira (2013) destacaram, que a Aprendizagem Significativa não pode ser esquecida, pois ela é duradoura, ou seja, sempre que o aluno precisar ele vai acessar suas memórias, e vai lembrar-se de tudo que aprendeu novamente. Eles ainda destacam, que a Aprendizagem Significativa é capaz de fazer com o que o aluno perceba, que a aprendizagem escolar é também útil para sua vida fora da escola.

Para que a Aprendizagem seja Significativa, era preciso que a Sequência Didática fosse contextualizada, já que os PCN (1998) destacam que a aprendizagem matemática e de outras disciplinas devem ser contextualizadas. Mioli (2012) argumenta, que a contextualização do ensino da Matemática, cria ligações de sentidos, que trazem significados para a aprendizagem dessa disciplina e para D’Ambrósio (2001) uma forma de contextualizar o ensino desta é justamente utilizando o contexto histórico dela.

Através da contextualização, a Sequência Didática se tornou interdisciplinar, pois a Astronomia e Matemática são duas ciências interdisciplinares, como salienta Zabala (2002). Elas interagem com outras áreas criando novos conhecimentos, ou seja, através dela é possível integrar os saberes com isso, os alunos puderam perceber a importância que o conhecimento de uma área tem para outras, como é o caso da Matemática e da Astronomia.

As próprias falas dos alunos no Diário de Bordo demonstraram, que os alunos perceberam a interdisciplinaridade presente nas atividades da Sequência Didática. Uma que chama atenção é: “além de fazer continhas, usei a matemática em outra coisa”. O aluno percebeu que a Matemática foi utilizada em outra área além dela, ou seja, que ela pode ter uma interpretação diferente além daquela ligada apenas ao número e outras abstrações. E isso está relacionado com a interdisciplinaridade de acordo com David (1999).

Os estudantes também fizeram uma lista de exercícios com quatro questões sobre os conteúdos da Sequência Didática, pois eles viram a prática da utilização dos instrumentos assim, precisam praticar também na forma de questões, pois eles precisam exercitar os conteúdos estudados no formato das avaliações da escola, pois no final da unidade, eles iriam fazer uma avaliação semelhante a este modelo da lista de exercícios.

Alguns deles tiveram dificuldades com a interpretação dos enunciados da lista de exercícios, outros tiveram dificuldades com os cálculos, mas as dúvidas foram sanadas assim, esse momento foi de troca de conhecimento e cooperação entre todos os envolvidos. Os aprendizes demonstraram ter compreendido bem os conteúdos da Sequência Didática, fato importante, pois esta lista serviu como revisão para a avaliação final da IV unidade.

Para mostrar toda a contextualização, e interdisciplinaridade da Matemática, e da Astronomia, aprendida durante a unidade, a Sequência Didática terminou com uma Feira de Matemática, a sexta etapa, com tema Astronomia, pois é através das Feiras escolares que os alunos, segundo Bernardes (2011), podem mostrar que aprenderam os conteúdos, mas de uma forma diferenciada, trabalhando, como destaca Lima (2004), o coletivo, trocas de experiência, e o pensar criativo. Dessa forma, a comunicação oral é desenvolvida e a aprendizagem é amplificada.

Com a instrução do professor de Matemática, e da gestão escolar, os alunos organizaram uma Feira de Matemática aberta para toda comunidade. Para Rosa (1995) as feiras escolares devem ser estimuladas sempre, pois é por meio delas, que as escolas conseguem interagir com a comunidade a qual pertence. De forma motivadora, tanto para os alunos, quanto para os professores, fato observado pelo professor, pois os alunos estavam muito animados e engajados com todo o processo que envolveu a Feira.

Rosa (1995, p.224) destaca mais vantagens da utilização das Feiras ao dizer que por meio delas os alunos podem “despertar o interesse pela investigação científica, desenvolver habilidades específicas, ou de interesse, promover a interação comunidade - escola, desenvolver o senso crítico, despertar o senso de cooperação”.

Os alunos que não estavam participando integralmente da Sequência Didática vendo a movimentação dos colegas, mas com o desenvolvimento das atividades começaram a participar mais, ou seja, eles ficaram mais motivados e segundo eles agora “dava para recuperar uns pontos para ao menos ir para o provão”, este fato ocorreu principalmente por que segundo Bernardes (2011) as Feiras escolares são muito motivantes.

Bernardes (2011) ainda enfatiza que as feiras escolares são muito importantes, porque elas não apenas motivam o aprendizado do aluno, mas também ajudam a divulgar temas científicos atuais para a comunidade escolar.

É importante destacar, que antes da apresentação da temática para o público, os alunos apresentaram em sala de aula. Segundo Bernardes (2011) todo o conhecimento exposto numa Feira deve ser previamente discutido entre os professores e alunos, fato que poderá ajudar no enriquecimento da informação e na contextualização.

A Feira cumpriu o seu principal objetivo, que de acordo com Rosa (1995) é mostrar à comunidade onde a escola insere os trabalhos de investigação executados pelos alunos durante uma etapa do ano letivo, pois a comunidade participou da Feira, fazendo visitas às salas. Os pais dos alunos deram retorno à escola, enfatizando a importância da exposição do conhecimento aprendido para a comunidade. Os alunos demonstraram que aprenderam com a Feira através da dedicação, do domínio de conteúdo e da intensa participação nesta.

No Diário de Bordo, os alunos enfatizaram que: “amei o tema desse ano”; “foi muito massa”; “tudo ficou muito lindo”; “consegui explicar tudo direitinho”; “todo ano tem que ter”. As palavras dos estudantes só reforçaram ainda mais a importância das Feiras de Ciências. Eles aprenderam muito com todo o processo, que envolveu a Sequência Didática, e a Feira de Matemática.

Após a Feira de Matemática, e Astronomia, alguns estudantes foram selecionados para participarem Feira de Matemática – FEMATICA, idealizada pela Universidade do Estado da Bahia – UNEB. A participação consistiu em uma apresentação resumida do que foi demonstrado na escola. Muitos discentes e docentes da UNEB compareceram, e elogiaram a apresentação dos alunos, enfatizaram a importância da participação deles nesses tipos de eventos, e destacaram a necessidade da aproximação das escolas com as universidades.

O *stand* de apresentação na FEMATICA chamou muita atenção de todos, pois estava muito bonito, devido à maquete do sistema solar, e a miniatura da Lua. Formaram-se filas para a exposição oral dos alunos sobre a temática. Isso demonstra o quanto a Astronomia é uma Ciência, que causa curiosidade nas pessoas.

Grande parte dos visitantes eram professores, e futuro professores. Eles apareceram no evento e alguns salientaram, que das quatro edições da FEMATICA na cidade, nenhuma teve temática sobre Astronomia, fato que revela o quanto essa Ciência, que está diante de nossos olhos, muitas vezes está afastada das escolas e também das Universidades.

Com a participação na FEMATICA, os alunos relataram que gostaram muito de terem participado, e já estavam empolgados para a próxima edição, pois gostaram muito de apresentar, e presenciar vários estudantes trocando informações. São aprendizagens, que vão servir para o futuro deles. Eles ficaram insatisfeitos com a ideia de não poderem participar da FECIBA 2019, mas foram compreensivos diante da justificativa da escola. Após a participação na FEMATICA os alunos entraram na semana de avaliações.

Após as etapas anteriores, os alunos fizeram as avaliações da IV unidade dessa forma, a prova teve 10 questões de Matemática (Apêndice H). Os assuntos foram os que estavam na Sequência Didática assim, todos estavam contextualizados com os instrumentos, Balestilha e Quadrante. A

média final foi computada pela soma da nota da participação em todos os processos da Sequência Didática mais a nota dessa avaliação.

É importante destacar que em paralelo à Sequência Didática, os alunos tiveram aulas normais sobre funções trigonométricas inversas, este assunto foi continuado na IV unidade junto à revisão anual de conteúdos, que ocorre nesta. A Tabela 02 resume a média dos alunos nas quatro unidades:

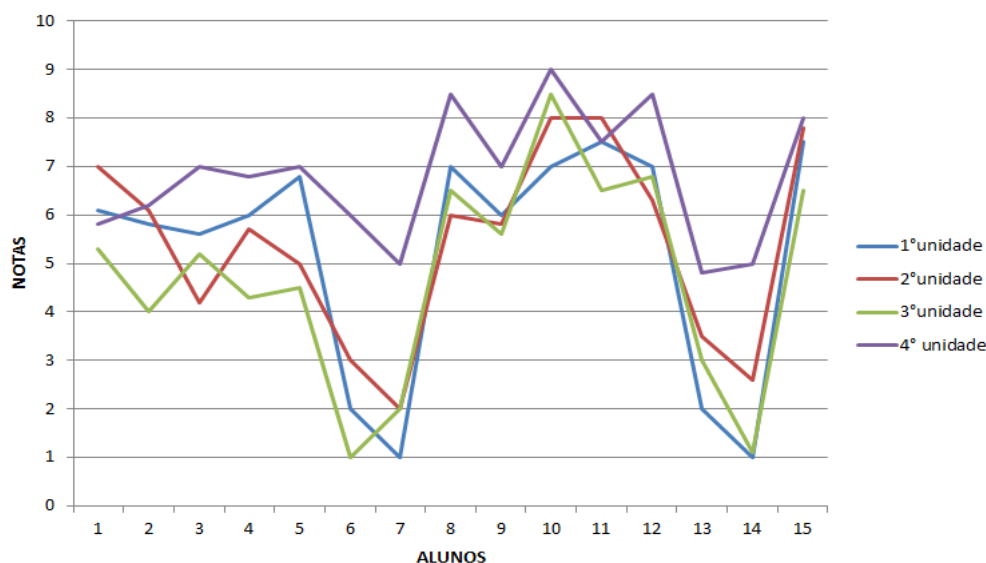
Tabela 02: Notas dos alunos nas 4° unidades anuais

Alunos	1°unidade	2°unidade	3°unidade	4° unidade
1	6,1	7,0	5,3	5,8
2	5,8	6,1	4,0	6,2
3	5,6	4,2	5,2	7,0
4	6,0	5,7	4,3	6,8
5	6,8	5,0	4,5	7,0
6	2,0	3,0	1,0	6,0
7	1,0	2,0	2,0	5,0
8	7,0	6,0	6,5	8,5
9	6,0	5,8	5,6	7,0
10	7,0	8,0	8,5	9,0
11	7,5	8,0	6,5	7,5
12	7,0	6,3	6,8	8,5
13	2,0	3,5	3,0	4,8
14	1,0	2,6	1,1	5,0
15	7,5	7,8	6,5	8,0

Fonte: O autor (2019)

Observando a Tabela 02, percebe-se que as notas aumentaram um pouco em relação à unidade anterior, ou seja, as notas da última unidade foram mais expressivas, fato que pode ser expresso no Gráfico 01:

Gráfico 01: Médias dos alunos



Fonte: O autor (2020)

O aumento da nota na unidade pode ser explicado também pelo fato de não ter tido o teste na IV unidade. A nota do teste foi à nota referente à participação na Sequência Didática. Como a maioria participou das etapas da Sequência Didática, é possível concluir que os alunos souberam construir e utilizar a Balestilha e o Quadrante, fazendo os devidos cálculos e tirando dúvidas, mostraram, em sua maioria, que compreenderam o que estava sendo feito e calculado dessa forma, a maioria teve um bom desempenho na Feira de Matemática. Com isso, acabaram conquistando essas médias.

O que não fez as médias subirem mais foram justamente às notas da avaliação da IV unidade. Alguns alunos não conseguiram tirar uma nota boa, tal que esses, foram os mesmos que nas unidades anteriores tiveram notas muito baixas tanto nos testes quanto nas avaliações. Esses alunos foram também aqueles, que não participaram intensamente da Sequência Didática. Com isso, na IV unidade, as notas só não foram baixas por causa da Sequência Didática. Os alunos que ficaram com notas maiores foram aqueles que participaram mais, tiraram dúvidas e estavam motivando durante todas as fases da Sequência. Na Tabela 03 podemos ver essas notas:

Tabela 03: Situação final dos alunos

Alunos	Média anual	Situação
1	6,1	Prova final
2	5,5	Prova final
3	5,5	Prova final
4	5,7	Prova final
5	5,8	Prova final
6	3,0	Prova final
7	2,5	Recuperação
8	7,0	Aprovado
9	6,1	Prova final
10	8,1	Aprovado
11	7,4	Aprovado
12	7,2	Aprovado
13	3,3	Prova final
14	2,4	Recuperação
15	7,5	Aprovado

Fonte: O autor (2020)

A Tabela 03 nos mostra que a maioria foi para a prova final, porém todos acabaram passando de ano, alguns através da recuperação. No Diário de Bordo, alunos relataram que: “se essas atividades fossem feitas em todas unidades, com certeza eu já teria passado de ano”; “deveria ter atividades assim, durante o ano todo”; e “seria mais fácil de entender essas coisas se tivesse sempre atividades assim”. Essas falas revelam, que se os professores buscassem sempre trabalhar de forma contextualizada, diferenciada e por meio de Sequências Didáticas, como mostramos nessa pesquisa, seus alunos aprenderiam mais. Para que isso seja possível é importante, que estes sempre busquem novas metodologias.

Através dessa Sequência Didática, melhoramos a nossa formação docente, utilizamos uma tendência em educação matemática: a História da Matemática. E segundo D’ambrosio (1996) a História da Matemática é uma excelente fonte de conhecimento, que ajuda na formação continuada de professores dessa disciplina, pois ela ajuda tanto o professor, quanto o aluno, saber que a Matemática é indispensável em todo mundo em consequência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico, elementos que estão incorporados em nossas vidas atualmente.

Essa pesquisa que envolveu a História de Ciências, como Matemática e Astronomia, por meio da interdisciplinaridade foi possível perceber que à Astronomia está relacionada com várias Ciências, por meio da atividade com os Instrumentos, os alunos perceberam, que a Matemática tem várias utilidades no seu cotidiano. Esses elementos fizeram com que o professor se atualizasse, tal que isso é muito importante para o sucesso do processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

A partir dos aspectos históricos que envolvem a Matemática e a Astronomia, o produto educacional desta pesquisa tornou as aulas de Matemática mais dinâmicas e diversificadas, fato que estimulou a construção dos conceitos e abstrações matemáticas, tornando o ensino mais contextualizado e propício a atingir objetivos mais adequados a realidade do ensino da Matemática.

Com essa Sequência Didática foi possível trabalhar os traços, as origens, e a História da Astronomia, de forma contextualizada, e próxima de quem tá aprendendo por meio da construção e da utilização da Balestilha e do

Quadrante em sala de aula, já que a Matemática está presente em nossa realidade, fato que pode ajudar a quebrar a concepção que aprender Matemática é para poucos.

5 CONCLUSÃO

O Ensino da Matemática, e a Matemática como disciplina, são vistos como bem difíceis de aprender e entender. Para que essa situação mude, é necessário que o professor busque novas Metodologias de Ensino, que possam mudar essas concepções. Várias metodologias são possíveis, como o uso de Sequências Didáticas, atividades contextualizadas e interdisciplinares, ou até as três juntas. Todas elas ajudam o professor em sua formação e conseqüentemente no processo de aprendizagem dessa disciplina. E nesta pesquisa foi possível usar todas essas metodologias, por meio do ensino de conteúdos, que envolvem Trigonometria, ângulos e Geometria junto à História da Astronomia.

A História da Astronomia vista nesta pesquisa se entrelaçou à Matemática através da utilização e da construção de dois instrumentos astronômicos antigos, a Balestilha e o Quadrante. Através desses instrumentos foi possível reforçar conteúdos ligados à Trigonometria e à Geometria, destaca-se o quanto essas duas áreas da Matemática estavam interligadas.

Essa pesquisa também enfatizou o quanto a Matemática foi importante para a Astronomia, ao evidenciar, que essa importância é recíproca, ou seja, uma Ciência é importante para outra, pois ambas se desenvolveram juntas ao longo dos séculos, fazendo parte do desenvolvimento da sociedade em que vivemos atualmente.

Utilizar instrumentos astronômicos antigos, como o Quadrante e a Balestilha, que são fáceis de serem entendidos e produzidos em sala de aula, nas aulas de Matemática, de conteúdos como ângulos, Geometria e Trigonometria, podem trazer muitos benefícios tanto para o docente quanto para a aprendizagem dos alunos, já que o professor poderá mostrar aos alunos que os assuntos em questão são aplicáveis em outras áreas, tornando o processo de ensino mais dinâmico e amplo dessa forma, os alunos têm a oportunidade de aprender o conteúdo de forma diferenciada e que faça sentido para a sua vida. O profissional do Ensino por sua vez, desenvolve o seu processo formativo.

Desta forma, esse trabalho foi extremamente prazeroso, e engrandecedor para todos envolvidos. O produto gerado nesta pesquisa, a

Sequência Didática, envolve tudo que foi dito nos parágrafos anteriores, portanto, poderá ser utilizado por outros professores em suas aulas, e visa levar novas metodologias para a sala de aula, e mudar as concepções a respeito das dificuldades, que o processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática vive.

Ao usar a História da Astronomia junto com a Matemática e a construção e utilização da Balestilha e do Quadrante, instrumentos antigos, em sala de aula, podemos trazer benefícios para as aulas de Matemática, e com isso, atingir os objetivos de uma boa Educação em Matemática.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, L. **Instrumentos de navegação**. Lisboa: Comissão Nacional para as Comemorações dos Descobrimentos Portugueses, 1988.

ALVES, F. C. **Diário – um contributo para o desenvolvimento profissional dos professores e estudo dos seus dilemas**. Instituto politécnico de Viseu. Disponível em www.ipv.pt/millenium/millenium29/30. Acesso em 25/11/2019.

ARAÚJO, A. L. **Aplicações de Astronomia no Ensino de Matemática na Educação Básica**. Universidade Federal do Piauí. 2013. Disponível em: <http://www.seduc.pi.gov.br/arquivos/1362077665.aplicacoes_de_astronomia_no_ensino_de_matematica_na_educacao_basica.pdf> Acesso em: 14/11/2018.

AVILA, Geraldo Severo de Souza. **Várias faces da matemática:tópicos para licenciatura e leitura geral**. 2ª. Ed. São Paulo: Blücher,2010.

BATISTA, Antônia Naiara de Sousa .PEREIRA, Ana Carolina Costa. **A Balestilha: Um instrumento Náutico como recurso para abordar conceitos Matemáticos**. In:Revista Hipática. V.2, n1, p.40-51, 2017a.

BATISTA, Antônia Naiara de Sousa. SILVA,Isabelle Coelho da PEREIRA, Ana Carolina Costa. **A matemática incorporada na construção do quadrante descrito na obra Libros del Saber de Astronomia**. In:Revemat.Florianopolis.v.12, n1, p.173 – 191, 2017b.

BATISTA, Antonia Naiara de Sousa; PEREIRA, Ana Carolina Costa. **O ensino de conceitos geométricos e trigonométricos por meio da Balestilha: uma experiência na formação inicial de professores**. In: XVI - encontro de pós-graduação e pesquisa, 16., 2016, Fortaleza., 2016a. p. 1 - 6. Disponível em: < <http://uol.unifor.br/oul/conteudosite/?cdConteudo=6953133>>. Acesso em: 08 Julho 2019.

BATISTA, Antonia Naiara de Sousa; PEREIRA, Ana Carolina Costa. **O uso da Balestilha para articular história da matemática e conceitos matemáticos: a construção de uma interface**. In: XVII - encontro de pós-graduação e pesquisa, 17., 2017, Fortaleza. Anais do XVII - Encontro de Pós-Graduação e Pesquisa. Fortaleza: Universidade de Fortaleza, 2017b. p. 1 - 6. Disponível em: < <http://uol.unifor.br/oul/conteudosite/?cdConteudo=7890913>>. Acesso em: 09 de Julho 2019.

BATISTA, Antonia Naiara de Sousa; PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Vamos aprender trigonometria? Uma experiência com alunas no Ensino Médio utilizando a Balestilha**. Boletim Cearense de Educação e História da

Matemática, Fortaleza, v. 3, n. 7, p.54-65, 2016c. Disponível em: <<http://www.seer.uece.br/?journal=BOCEHM&page=article&op=view&path%5B%5D=1585&path%5B%5D=1382>>. Acesso em: 09 de Julho 2019.

BATISTA, Antonia Naiara de Sousa; SILVA, Isabelle Coelho da; PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Compreendendo alguns conceitos matemáticos por meio da balestilha como recurso didático: um olhar dos licenciandos em matemática.**2017 In: Congresso internacional de educação científica e tecnológica (CIECITEC),Disponível em: <<http://www.santoangelo.uri.br/anais/ciecitec/2017/home.htm#>>. Acesso em: 09 de Julho de 2019.

BERLINGHOFF, William P. GOUVEA, Fernando Q. **A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas.** 2ª. ed. São Paulo: Blücher, 2010.

BERNARDES, Adriana Oliveira. **Algumas considerações sobre as feiras de ciências.** 2011. Disponível em: <http://www.educacaopublica.rj.gov.br/biblioteca/educacao_em_ciencias/0006.html>. Acesso em: 08/01/2020.

BERTONI, A. Riccione. **As imagens contam a história da pérola verde, município de Riccione - DIÁRIO DE BORDO,** 2004.

BNCC – **Base Nacional Comum Curricular.** Ensino Fundamental. 2017.Disponívelem:http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 03/08/2020.

BNCC – **Base Nacional Comum Curricular.** Ensino Médio. 2018.Disponívelem:http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=85121-bncc-ensino-medio&category_slug=abril-2018-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 03/08/2020.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** 2ª Edição. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1996.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases (LDB) nº 9394,** Brasília, DF, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Ensino de 5ª a 8ª Séries.** Brasília-DF: MEC/SEF, 1998

CERQUEIRA, Dermeval Santo. **Estratégias didáticas para o ensino da matemática.** Disponível em:

<<https://novaescola.org.br/conteudo/2197/estrategias-didaticas-para-o-ensino-da-matematica>>. Acesso em: 22/10/2019, 2013.

CORRÊA, Iran Carlos Stallive. CHAFFE, Laureano Ibrahim. **A história da Astronomia**, 2019. Disponível em: <<http://www.ciencias.seed.pr.gov.br>>. Acesso em: 22/12/2019.

COSTA, J. R. V. **Eratóstenes e a circunferência da Terra. Astronomia no Zênite**, jul 2000. Disponível em: <<https://www.zenite.nu/eratostenes-e-a-circunferencia-da-terra>>. Acesso em: 26/02/2020.

COSTA, Nielce M. Lobo da. **A História da Trigonometria**. 1997. PUCSP. Disponível em: <<http://www.amma.com.pt/cm/af33/trf1/histtrigon.pdf>>. Acesso em: 15 de Fevereiro de 2019.

CRESWELL, John W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**; tradução: Magda Lopes. – 3 ed. – Porto Alegre: artmed, 296 páginas, 2010.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: Da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.

D'AMBROSIO, Ubiratam. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas, Papirus, 2001.

D'AMBROSIO, B. S. **Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: o grande desafio. Pro-Posições**. Campinas, v.4, n.1/10, p. 35-41, mar. 1993.

DAVID, M. M. M. S. **As possibilidades de inovação no ensino-aprendizagem da Matemática elementar**. Belo Horizonte: UFMG, 1999.

EDUC. **Quadrante**. 2003. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/quadrante.htm>>. Acesso em: 02/01/2020.

FERNANDES, T. C. D.; LONGHINI, M. D. **A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e seu emprego em aulas de astronomia e matemática** In: SIMPÓSIO NACIONAL DE EDUCAÇÃO EM ASTRONOMIA, 1., 2011, Rio de Janeiro. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/hcensino/article/download/5485/5770>>. Acesso em: 23/12/2019

FERNANDES, E. **David Ausubel e a aprendizagem significativa. Revista Nova Escola**, Dez. 2011. Disponível

em <http://www.robertexto.com/archivo3/a_teorias_ausubel.htm>. Acesso em 27 abr. 2012.

GRANDO, Regina Celia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. 224p. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: <<http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/251334>>. Acesso em: 28 jul. 2018.

LANGHI, Rodolfo; NARDI, Roberto. Ensino da astronomia no Brasil: educação formal, informal, não formal e divulgação científica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, p. 4402-4412, 2009.

LEAL, Cristianni Antunes. **Sequência Didática. Produto educacional para a pesquisa**. Brincando em sala de aula: Uso de jogos cooperativos no ensino de ciências. IFBA. 2011.

LIMA, Maria Edite Costa. Feira de ciências: a produção escolar veiculada e o desejo de conhecer no aluno. **BRASIL. Ministério da Educação. Iniciação Científica: um salto para a ciência**. Brasília: TVEscola, Boletim, v. 11, p. 20, 2005.

LOPES, Jorge Luis da Costa. **Relógios do sol nas aulas de Matemática: construção de conhecimentos através da prototipagem**. [Dissertação]. UEFS, Feira de Santana, 2017. 142fls.

LUCIZANI, Angelo Cezar. **Aplicação da Astronomia no ensino da matemática**. Foz do Iguaçu, 2016.

MACHADO, N. J. **Educação: Competência e Qualidade**. São Paulo: Escrituras Editora, 2009.

MAIOLI, M. **A contextualização na matemática do Ensino Médio**. Tese de Doutorado, São Paulo, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. 2012.

MARANHÃO, Maria Edmir, **A Importância da Interdisciplinaridade e Contextualização**. 2009. Disponível em: <<http://www.webartigos.com/artigos/a-importancia-da-interdisciplinaridade-e-contextualizacao/13408/>>. Acesso em: 02/02/2019.

MATEMÁTICA RIO. **Como calcular a distância da Terra até a Lua com Hiparco de Nicéia?** Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=OJKQHGu5N_I>. Acesso em 06/08/2020.

MORAIS, Carlos Augusto Lopes. **A Astronomia no ensino da Matemática: Uma Proposta para o Ensino Secundário**. 2003.

MOREIRA, M. A., MASINI, E. F. S. **Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel**. 2ª ed. São Paulo: Centauro, 2006.

MOREY, B.; MENDES, I. A. **História da matemática para professores: conhecimentos matemáticos na época das navegações**. Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2005.

NOGUEIRA, Salvador. **Astronomia : ensino fundamental e médio** / Salvador Nogueira, João Batista Garcia Canalle. Brasília : MEC, SEB ; MCT ; AEB, 2009.

PCN - **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática, terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Ministério da Educação e Desporto. Secretaria do Ensino Fundamental., Brasília, 1998.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; BATISTA, Antonia Naiara de Sousa. **Algumas potencialidades didáticas da balestilha na formação de professores**. In:PEREIRA, Ana Carolina Costa; ALVES, Francisco Regis Vieira; VASCONCELOS, Francisco Herbert Lima. Ensino de ciências e matemática: enfoques de práticas docentes. Fortaleza: Imprima, p. 187-205. 2016b.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; BATISTA, Antônia Naiara de Sousa; SILVA, Isabelle Coelho da. **A balestilha descrita na obra chronographia repertorio dos tempos (1603): discussões iniciais sobre o saber incorporado no instrumento**. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, Fortaleza, v. 4, n. 11, p.105-108, 2017a. Disponível em: . Acesso em: 10 de Julho 2019.

PESSOA JR, Oswaldo. **Quando a Abordagem Histórica deve ser usada no Ensino de Ciências?**. In: Ciência & Ensino, set 1996.

PIAGET, Jean. **Sobre Pedagogia**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998.

PIXABAY. **Astrolábio** .2013. <<https://pixabay.com/pt/vectors/sextante-navega%C3%A7%C3%A3o-rolamento-151885/>>. Acesso em: 19/06/2020.

PIXABAY. **Bussola**. Disponível em: <<https://pixabay.com/pt/vectors/b%C3%BAssola-dire%C3%A7%C3%B5es-norte-sul-leste-159202/>>. Acesso em 19/06/2010. Créditos: Pixabay(2013)

PIXABAY. **Gnômon**. 2015. Disponível em: <<https://pixabay.com/photos/sundial-gnomon-shadow-time-620107/>>. Acesso em: 19/06/2020.

PIXABAY. **Telescópio**. 2017. Disponível em:<<https://pixabay.com/pt/vectors/telesc%C3%B3pio-vintage-retro-%C3%B3ptico-2518989/>>. Acesso em :19/06/2020.

RICARDO, E.C. **Implementação dos PCN em sala de aula: dificuldades e possibilidades.** *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*. Florianópolis, v. 4, n. 1, 2003.

ROSA, P.R.S. **Algumas Questões Relativas a Feiras de Ciências: para que servem e como devem ser organizadas.** 1995. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 12, n.3, p. 223-228.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. **Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumentos de medida do século XVI.** Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011. 63 p

SERPELONI, Rodrigo Martins. **Geometria e Astronomia:** uma proposta de sequência didática para um ensino interdisciplinar. 2017. 67 f. Dissertação (Mestrado Profissional em astronomia) – Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2017.

SOUZA, M. A. T. de. **Matemática em crise: depoimentos de alunos indicam pontos fracos no ensino da disciplina.** *Revista do professor*. Porto Alegre, v. 22, n. 88, p. 44-45, out/dez. 2006.

SPINELLI, Walter. **A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar:** o caso do ensino da Matemática. 2011. 138 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2011.

TODOS PELA EDUCAÇÃO. **De Olho nas metas.** Dados Educacionais; Disponível em: <http://www.todospelaeducacao.org.br/index.php?option=indicador_localidade&task=main>. Acesso em:25/05/2019.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática de Matemática:** Como dois e dois. **A construção da Matemática.** São Paulo: FTD, 1997.

UNIVERSIDADE DE LISBOA. **Sextante, 2019.** Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/napl1.htm>>. Acesso em:29/12/2019

VALENTE, W.R. **Quem somos nós, professores de matemática?** In: *Caderno Cedes*, Campinas, vol.28, n.74, p.11-23, jan./abr. 2008 .

WIKIMEDIA. **Esfera Armilar.**2013. https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Esfera_Armilar_1765_MUNCYT.jpg. Acesso em: 19/06/2020.

WIKIMEDIA. **Quadrante.** 2013. Disponível em: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Josua_habermel_\(attr.\)_quadrante_con_scatola_pasquale,_germania,_1600_ca..JPG](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Josua_habermel_(attr.)_quadrante_con_scatola_pasquale,_germania,_1600_ca..JPG) . Acesso em: 19/06/2020.

WIKIMEDIA. **Sextante.** 2009. Disponível em : [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:El_mundo_f%C3%ADsico,_1882_%22Sextante%22_\(4052595366\).jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:El_mundo_f%C3%ADsico,_1882_%22Sextante%22_(4052595366).jpg) . Acesso em: 19/06/2020.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa:** como ensinar. Trad. Ernani F. da Rosa – Porto Alegre: ArtMed, 1998.

ZABALA, Antoni. **Enfoque globalizador e pensamento complexo.** Porto Alegre: Artmed, 2002.

ZEICHNER, K.M. (Ed.). **A formação reflexiva de professores.** Lisboa, Portugal. Educa, 1993.

APÊNDICE A: SEQUÊNCIA DIDÁTICA (PRODUTO EDUCACIONAL)

1. INTRODUÇÃO:

Neste trabalho, iremos encontrar o produto educacional da pesquisa “A construção e a utilização de instrumentos astronômicos antigos: um recurso pedagógico para o ensino e aprendizagem de Geometria e Trigonometria” apresentada ao Mestrado Profissional em Astronomia da Universidade Estadual de Feira de Santana, como um dos requisitos do Programa. Este produto educacional está sob o formato de uma Sequência Didática.

Segundo Zabala (1998) uma Sequência Didática é um conjunto de atividades com certa ordem, e estrutura articuladas com o intuito de atingir alguns objetivos, que têm um princípio, e um fim conhecido pelos docentes, e também pelos discentes. Todo professor precisa de uma organização metodológica para executar a sua prática pedagógica, fato que pode ser proporcionado pelo uso de uma Sequência Didática.

Para Leal (2011) uma Sequência Didática tem por objetivo conduzir os discentes a uma reflexão, e apreensão sobre determinados conteúdos, e proporcionar aquisição de conhecimentos para suas vidas.

Uma Sequência de Didática, tanto para Zabala(1998), como para Leal (2011), pode se tornar um material didático de apoio para o professor, se na sua construção, forem obedecidas etapas de planejamento, e de estruturação. Leal (2011) sugere um modelo que obedece a seguinte estrutura:

- **Tema:** temática que envolve o conteúdo da Sequência Didática;
- **Justificativa:** embasamento, que justifica a utilização da Sequência Didática nas aulas, ao dizer o que vai ser feito, e qual o ponto de chegada;
- **Objetivos:** o propósito educacional da Sequência Didática;
- **Público alvo:** a quem a Sequência Didática está direcionada;
- **Conteúdos:** assuntos trabalhados na Sequência Didática;
- **Recursos utilizados;**
- **Tempo estimado para cada etapa/aula;**
- **Desenvolvimento:** é a parte da Sequência Didática que conta como esta se desenvolveu, ou seja, é o momento de descrever as

ações das atividades propostas, e planejadas, que norteiam a Sequência. Essas atividades podem ocorrer através de textos, jogos, apresentação, seminários, roda de conversa, entre outros;

- **Sistematização/culminância:** momento de refazer o percurso mental, e oralmente organizar as principais noções e conceitos trabalhados. É momento de garantir um tipo de produção. Pode ser uma Feira, um Sarau, Peça de Teatro, momento de diversão, jogos, etc;
- **Avaliação:** momento do professor avaliar todo o processo;
- **Referências.**

Com essa estrutura, esta Sequência Didática focou nos assuntos: Contexto Histórico da Astronomia, Relação da Astronomia com a Matemática e outras Disciplinas, aplicação de assuntos matemáticos de Trigonometria e Geometria na Astronomia, construção e utilização de Instrumentos Astronômicos em sala de aula. Esta Sequência Didática deu destaque para a construção, e a utilização da Balestilha, e do Quadrante em sala de aula, pois através desses instrumentos é possível trabalhar vários conteúdos de Matemática.

Essa Sequência Didática foi dividida em seis etapas com intuito de trabalhar melhor os conteúdos propostos. As seis partes foram: História da Astronomia, construção do Quadrante, Construção da Balestilha, Graduar a Balestilha, utilizar a Balestilha, e do Quadrante, e Feira de Matemática – Culminância das atividades.

Para completar a Sequência Didática, os alunos são convidados a fazer um Diário de Bordo, que segundo Alves (2011), pode ser considerado como uma espécie de registro de experiências pessoais observacionais. Nele um determinado indivíduo escreve suas interpretações, opiniões, sentimentos e pensamentos sobre determinada situação, que neste caso é a participação dos alunos nas aulas ou etapas da Sequência Didática.

2. APRESENTAÇÃO:

Esta Sequência Didática é composta por seis atividades, que têm por objetivo reforçar conteúdos importantes envolvendo ângulos, semelhança de

triângulos e Trigonometria no triângulo retângulo. Ela foi desenvolvida a partir de conceitos, que envolvem o Contexto Histórico da Astronomia, e da Matemática, e leva em conta a construção, e a utilização de dois instrumentos astronômicos antigos: a Balestilha; e o Quadrante, nas aulas de Matemática.

3. TEMA:

O uso da História da Astronomia nas aulas de Matemática.

4. JUSTIFICATIVA:

Por meio de nossa percepção, notamos que os alunos não compreendem assuntos importantes para o pleno desenvolvimento deles. Assuntos como Trigonometria, ângulos, e semelhança de triângulos estavam sendo poucos assimilados pelos alunos. Novas metodologias de ensino foram buscadas, verificamos que as Sequências Didáticas são recursos metodológicos capazes de proporcionar aos alunos uma aprendizagem diferenciada e completa.

5. OBJETIVOS:

- Explicar sobre a História da Astronomia e da Matemática;
- Reforçar, a partir da História da Astronomia e da Matemática, conteúdos que envolvem a Geometria e a Trigonometria;
- Conseguir construir, utilizar a Balestilha, e o Quadrante, dois instrumentos que fazem parte da História da Astronomia;
- Utilizar os referidos instrumentos através de conceitos Matemáticos;
- Apresentar o que foi aprendido numa feira de Matemática e Ciências.

6. PÚBLICO ALVO:

Alunos do 2º ano do Ensino Médio.

7. CONTEÚDOS:

Ângulos, Trigonometria, semelhança de triângulos e história da Astronomia, e da Matemática.

8. RECURSOS UTILIZADOS:

- Projetor;

- Isopor;
- Fita adesiva;
- Cola de isopor;
- Régua;
- Fita métrica;
- Trena;
- Tesoura;
- Estilete;
- Papel cartão;
- Transferidor;
- Compasso;
- Par de Esquadros;
- Barbante;
- Grampeador.

9. TEMPO ESTIMADO:

Aproximadamente 22 aulas – Podendo ser adaptado para menos, ou mais aulas.

10. DESENVOLVIMENTO:

10.1 QUADRO RESUMO

Atividade/etapa:	Momentos:	Duração
História da Astronomia e da Matemática	<p>Aula com apresentação de slides:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Contexto histórico da Matemática e da Astronomia através de uma apresentação de slide - Discussão sobre a importância recíproca das duas Ciências. <ul style="list-style-type: none"> - Aplicações da Matemática na Astronomia - Instrumentos astronômicos: A balestilha, o quadrante e etc. 	2 aulas
Construção da balestilha e do quadrante	<p>Aula expositiva:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Como fazer um quadrante? - Construção de um quadrante através de técnicas matemáticas; - Como utilizar o quadrante? 	2 aulas
Construção da balestilha e do quadrante	<p>Aula expositiva:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Como fazer uma balestilha? - Construção da balestilha 	4 aulas
Graduando a balestilha	<p>Aula expositiva:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utilizando trigonometria e geometria para graduar a balestilha 	2 aulas
Utilizando a balestilha e o quadrante	<p>Aula prática:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Medir a altura de um muro na escola - Medir a altura de uma pilastra da escola. - Medir a altura de uma antena 	4 aulas
Feira de Matemática	<p>Aula prática:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Apresentações sobre a história da Matemática e da Astronomia - Relação entre Matemática e Astronomia - Explicações de como usar o quadrante e a balestilha, e o que foi feito em sala de aula com os instrumentos. 	8 aulas

Fonte: O autor

10.2 DESCRIÇÕES DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE/ETAPA 01: HISTÓRIA DA ASTRONOMIA E DA MATEMÁTICA

- **Momento 01:** O professor irá começar a aula, e indaga os alunos sobre como os conteúdos matemáticos, que eles estão trabalhando em sala se desenvolveram, e se eles fizeram/fazem parte do desenvolvimento da atual sociedade. A partir disso, e de discussões em sala, o professor fará associação com a medida do Raio da Terra calculado por Erastóstenes, e mostra, que a Matemática pode ser aplicada em outras áreas. Essa parte pode ocorrer com o auxílio de uma apresentação de PowerPoint

(Apêndice B) que contém uma breve História da Astronomia relacionada com a Matemática;

- **Momento 02:** Após a apresentação, os alunos devem ser indagados sobre a importância recíproca existente entre a Matemática, e a Astronomia. Cria-se uma discussão na sala com o objetivo de que os alunos consigam entender, que ambas as Ciências se desenvolveram juntas e fizeram parte do desenvolvimento da humanidade;
- **Momento 03:** Após a discussão, ainda com a apresentação do Powerpoint (Apêndice B), o professor deve mostrar outros exemplos de aplicações da Matemática na Astronomia, sempre abrindo espaço para discussões, e sanar as dúvidas dos alunos;
- **Momento 04:** Ainda com os slides, e dando continuidade aos slides do momento anterior, o professor deve mostrar os instrumentos astronômicos antigos e chamar a atenção para a Balestilha, e o Quadrante, mostra que neles é possível trabalhar vários conteúdos, que envolvem Matemática e Astronomia, que já foram trabalhados com eles na sala de aula. Desta forma, eles podem ver que os conteúdos de Matemática podem ser aplicados em várias áreas. Após este momento, deve ser proposto aos alunos que eles construam uma Balestilha, e um Quadrante, é preciso que seja solicitado aos alunos, que eles tragam os materiais necessários listados aqui.

SUGESTÃO: O professor pode utilizar outras formas de criar um contexto histórico envolvendo Astronomia e Matemática. Por meio do livro “Conceitos de Astronomia” do autor R. Boczko (1984) é possível encontrar vários recortes, que envolvem aspectos históricos dessas duas ciências. Segue abaixo alguns capítulos deste livro que abordam essa temática:

- Capítulo 01: Noções de Calendários, página 02 ;
- Capítulo 03: Triângulos esféricos, página 64;
- Capítulo 08: Sistemas de medidas de tempo, página 156;

- Capítulo 15: Estruturas e distâncias no sistema solar, página 258;
- Capítulo 17: Gravitação Universal, página 312.

ATIVIDADE/ETAPA 02: CONSTRUÇÃO DO QUADRANTE

- **Momento 01:** Construção de um Quadrante através de técnicas matemáticas. O professor irá explicar através de uma aula comum, com instrumentos matemáticos, que neste caso são a régua, par de esquadros, compasso, e transferidor como construir um Quadrante, mostrando também como utilizá-lo, e como ele era utilizado pelos astrônomos, e navegantes da antiguidade. O professor deverá levar um modelo pronto;
- **Momento 02:** O professor irá ajudar os alunos a fazerem um Quadrante, utilizando compasso, régua e esquadro e através de técnicas matemáticas. Todos esses passos devem ser demonstrados no quadro aos alunos;
- **Momento 03:** Depois de feito o Quadrante, o professor mostrará como utilizar e como aplicar o instrumento em situações próximas do aluno, para eles terem noção da sua utilização além da apresentada em sala de aula.

OBS: As técnicas matemáticas e todo o processo de construção do Quadrante se encontram no Apêndice C.

ATIVIDADE/ETAPA 03 :CONSTRUÇÃO DA BALESTILHA

- **Momento 01:** por meio da apresentação oral, e do uso do quadro branco, o professor irá explicar como fazer a Balestilha, e como ela era utilizada pelos astrônomos e navegantes na antiguidade. O professor levará uma Balestilha pronta para mostrar o modelo aos alunos;
- **Momento 02:** O professor irá propor aos alunos que construam uma Balestilha em grupo. Assim, os alunos utilizarão isopor, estilete, fita adesiva e régua para fazer o instrumento. Esse material deve ser solicitado na aula anterior a aula da construção do instrumento. Esse momento deverá contar sempre com à

presença do professor para que as medidas sempre fiquem corretas.

OBS: As técnicas matemáticas e todo o processo de construção da Balestilha se encontram no Apêndice D.

ATIVIDADE/ETAPA 4: UTILIZANDO TRIGONOMETRIA E GEOMETRIA PARA GRADUAR A BALESTILHA

- **Momento 01:** O professor ensinará técnicas matemáticas para graduar a Balestilha, só após esse procedimento é que ela poderá ser utilizada para medições. Assim, o professor deve explicar todo o processo em sala de aula, mostrando passo a passo e fazendo os devidos cálculos no quadro branco;
- **Momento 02:** Os alunos devem começar a pôr em prática as técnicas aprendidas, graduando as suas próprias Balestilhas.

OBS: As instruções sobre as técnicas de graduação da Balestilha estão presentes no Apêndice D.

ATIVIDADE/ETAPA 05: UTILIZANDO A BALESTILHA E O QUADRANTE

- **Momento 01:** No pátio da escola, ou em um local aberto, os alunos irão utilizar a Balestilha, e o Quadrante para tirar as medidas de muros, árvores e monumentos da escola. Durante esse processo, deve-se usar uma fita métrica, ou uma trena;
- **Momento 02:** Após a retirada das medidas, os alunos devem retornar para a sala, e fazer os devidos cálculos para encontrar as alturas, e fazer um comparativo com a altura real dos muros, das pilastras, ou das árvores da escola. Esse processo todo deverá ocorrer também através de conversas, e discussões entre os grupos, faz-se comparações entre os resultados, compara-se acertos e erros;
- **Momento 03:** Resolução de uma lista de exercícios (Apêndice F) sobre todo o conteúdo, que envolve essa Sequência Didática,

com atividades contextualizadas, e cálculos paralelos com os da atividade prática.

OBS: No Apêndice E se encontra as instruções de como utilizar a Balestilha e o Quadrante.

ATIVIDADE / ETAPA 06: FEIRA DE MATEMÁTICA E ASTRONOMIA - SISTEMATIZAÇÃO DO CONTEÚDO:

A sistematização da Sequência Didática será a elaboração de uma Feira de Matemática, e Astronomia. Os temas principais devem ser distribuídos nas turmas, nas quais se deve apresentar um tópico importante sobre a História da Astronomia. Exemplos de temas ligados aos aqui apresentados:

- A Matemática do Sistema Solar;
- Astronomia Antiga;
- Instrumentos Antigos;
- Astronomia Moderna.

A distribuição de temas deve ser feita de acordo com as séries, e se a temática estiver de acordo com os conteúdos trabalhados em sala de aula. Uma forma de organizar a Feira de Matemática, e Astronomia, seria através da divisão dela em três etapas, pois assim ficará mais dinâmica devido ao fluxo de alunos, professores e colaboradores.

- Ornamentação, e arrumação das salas;
- Apresentação dos temas para a comunidade - Feira de Matemática;
- Desarrumação, e organização da escola.

Dessa forma, os alunos se organizam, compram os materiais, e arrumam as salas de acordo com a temática. São eles também, que devem pesquisar, e produzir tudo que vai ser apresentado na Feira. É importante destacar que os alunos devem apresentar tudo que foi pesquisado primeiro ao professor, para que este possa aprovar os conteúdos, que serão apresentados pelos alunos durante a Feira. Após essa organização, basta marcar uma data, e abrir a escola para toda comunidade participar dessa troca de aprendizagem e experiência.

11. AVALIAÇÃO:

A avaliação deve ser processual, e gradativa, ou seja, desde o início da Sequência Didática, os alunos devem ser avaliados. Assim, no momento de avaliar, o professor deve usar os seguintes critérios:

- Participação;
- Comprometimento;
- Cooperação;
- Domínio do conteúdo;
- Desempenho na avaliação da unidade.

OBS: O professor pode usar também uma avaliação escrita com os conteúdos da Sequência Didática. No Apêndice H consta um modelo de avaliação com a temática dessa Sequência Didática.

12. SUGESTÕES:

1) O professor pode solicitar aos alunos, que escrevam um Diário de Bordo. Ele serve para que os alunos relatem sobre as aulas/momentos/etapas da Sequência Didática. É uma das formas do professor saber qual a concepção, que os alunos tiveram sobre as suas aulas, ou seja, sobre o processo de ensino e aprendizagem. O modelo de como fazer um Diário de Bordo está no Apêndice G;

2) O professor poderá indicar observações noturnas, se possível. Neste caso, pedir para os estudantes utilizarem seus respectivos instrumentos. Dessa forma, os alunos podem ver aplicações práticas desses instrumentos na Astronomia.

13. REFERÊNCIAS:

LEAL, Cristianni Antunes. **Sequência Didática. Produto educacional para a pesquisa:** brincando em sala de aula: Uso de jogos cooperativos no ensino de ciências. IFBA. 2011.

BOCZKO, Roberto. **Conceitos de astronomia.** São Paulo: Edgar Blucher, c1984

ZABALA, Antoni. **A prática educativa:** como ensinar. Trad. Ernani F. da Rosa – Porto Alegre: ArtMed, 1998.

APÊNDICE B : SLIDES DE APRESENTAÇÃO

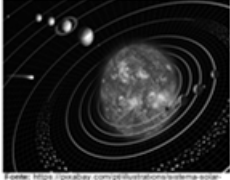


Colégio Destaque
Docente: Anderson Matos
A HISTÓRIA DA ASTRONOMIA
e a sua relação com a Matemática



- Como surgiu a Matemática?
- Como os conteúdos de matemática se desenvolveram ao longo do tempo?
- Qual a relação da matemática com a astronomia?

Figura 81: o sistema solar

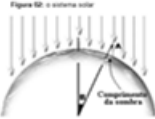


Fonte: <https://www.fotografias.com/planetas-do-sistema-solar-planeta-11111/>. Acesso em: 02/08/2019

ERASTOTENES E A CIRCUNFERÊNCIA DA TERRA

- A matemática está presente em grandes momentos importantes para a humanidade, um desses momentos foi a descoberta da circunferência da Terra por Eratóstenes (Cirene, 276 a.C. — Alexandria, 194 a.C.).

Figura 82: o sistema solar



Fonte: <https://www.fotografias.com/planetas-do-sistema-solar-planeta-11111/>. Acesso em: 02/08/2019. Crédito: José Roberto V. Costa (2016).

A HISTÓRIA DA ASTRONOMIA

- As civilizações antigas guiavam-se utilizando o céu, olhando as estrelas e os demais astros, eles tinham o hábito de observar o céu;

Figura 83: templo egípcio



Fonte: <https://www.fotografias.com/planetas-do-sistema-solar-planeta-11111/>. Acesso em: 02/08/2019

A HISTÓRIA DA ASTRONOMIA

- Os Astrónomos babilônicos desenvolveram um método matemático para calcular a distância percorrida por Júpiter por determinado tempo, utilizando a velocidade e o tempo. Método bastante utilizado na Europa 1400 anos depois. Na imagem ao lado é possível ver uma escrita babilônica relatando o uso método matemática na Astronomia.



Fonte: <https://www.fotografias.com/planetas-do-sistema-solar-planeta-11111/>. Acesso em: 02/08/2019. Crédito: José Roberto V. Costa (2016).

A HISTÓRIA DA ASTRONOMIA

- Os principais astrônomos gregos foram: Tales de Milete, Pitágoras de Somos, Hiparco de Nicea, Eratóstenes de Cirene e Nicolau Copérnico.

Figura 85: Estátua de Nicolau Copérnico




Fonte: <https://www.fotografias.com/planetas-do-sistema-solar-planeta-11111/>. Acesso em: 02/08/2019

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

- Hiparco de Nicéa conseguiu calcular a distância da Terra a Lua com quase precisão. Acharo que a referida distância estava entre 62 e 74 vezes o raio R da Terra, tal que o valor atual é de 57-64 vezes o raio da Terra. Para isso ele utilizou muitos conceitos matemáticos que envolvem geometria e trigonometria como mostra a imagem abaixo

Figura 82 : esquema para medir a distância Terra - Lua



Fonte: <https://www.fotografias.com/planetas-do-sistema-solar-planeta-11111/>. Acesso em: 02/08/2019. Crédito: José Roberto V. Costa (2016).

A HISTÓRIA DA ASTRONOMIA

- Heliocentrismo x Geocentrismo

Figura 85: geocentrismo x heliocentrismo



Fonte: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Platonic_solid_3D.png. Acesso em: 02/08/2019

A HISTÓRIA DA ASTRONOMIA

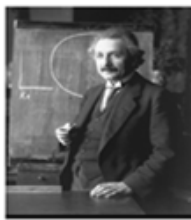
- Na Alemanha os estudos de Joanes Kleper chamam atenção da comunidade científica da época: Ele conseguiu expressar fenômenos astronômicos através de leis matemáticas.
- Agora na Itália, temos Isaac Newton, ele fez várias observações do céu utilizando um dos primeiros telescópios, fazendo assim estudos sobre o sol, lua e sobre os planetas e satélites do sistema solar.
- Newton acreditava que a Matemática era a verdadeira linguagem do universo;

A HISTÓRIA DA ASTRONOMIA

- O tempo foi passando, e surgiram novos astrônomos, em destaque temos Isaac Newton. Eles fez estudos combinando teorias com sua lei de gravitação, confirmando assim, as leis de Kleper, tendo assim bases científicas da mecânica terrestre e celeste também. Ele que inventou o telescópio refletor;
- Assim, com o tempo novos astrônomos foram surgindo e a Astronomia cada vez mais foi evoluindo;

A HISTÓRIA DA ASTRONOMIA

Figura 05: Albert Einstein



Fonte: <https://pixabay.com/pt/photos/einstein-albert-sala-de-aula-643461/>. Acesso em: 02/06/2020

A HISTÓRIA DA ASTRONOMIA

- Foi nessa era também que tivemos as primeiras imagens de Marte, a sonda Mariner 4 tirou várias fotografias da superfície do planeta, em 1965. Em 1969 Neil Armstrong e Edwin Aldrin foram os primeiros a pisar na superfície da Lua. Tivemos também o lançamento das sondas Voyager 1 e 2, elas tiraram fotos e recolheram dados dos planetas de nosso sistema solar e o lançamento do Telescópio Hubble em órbita da Terra.

A HISTÓRIA DA ASTRONOMIA

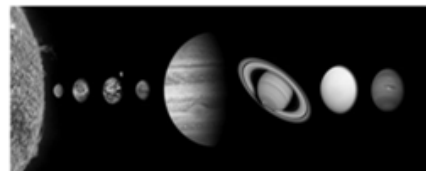
A primeira imagem de homem na lua



Fonte: <https://pixabay.com/pt/photos/astro-nauta-bandeira-americana-1082335/>. Acesso em: 02/06/2020

Qual a relação da Matemática com a Astronomia?

Figura 05: Homem na lua



Fonte: <https://pixabay.com/pt/photos/sistema-solar-sun-merc/C375BAto-venus-439046/>. Acesso em: 02/06/2020

A HISTÓRIA DA ASTRONOMIA

- Assim a Matemática é muito utilizada pela Astronomia, ambas ciências de desenvolveram juntas, e hoje uma é importante para outra. A matemática é muito utilizada para:
- A) Fazer cálculos de probabilidade de existência de vida em outros planetas;
- B) As tecnologias usadas nos avanços atuais da Astronomia precisam de modelos matemáticos para serem projetadas;
- C) Cálculos diversos são feitos para se provar muitas teorias ligadas a Astronomia;

A HISTÓRIA DA ASTRONOMIA

- Na antiguidade vários instrumentos eram utilizados pelos homens com o propósito de fazer observações do céu, fazer cálculos e melhorar a orientação deles no espaço. E muitos desses instrumentos têm conceitos matemáticos importantes.

Figura 06: Observando o céu



Fonte: <https://pixabay.com/pt/photos/PC3PA-obs-turismo-PC3PA-obs-estrelas-445128/>. Acesso em: 02/06/2020

ASTROLÁBIO

- O Astrolábio, um instrumento muito utilizado pelos navegadores, no período das grandes navegações. Ele consiste em um disco com sua borda graduada em unidade angulares com uma régua presa ao centro do disco, tal que, ela poderia girar para determinar as referidas medidas. Para utilizá-lo era preciso erguer o instrumento pela sua parte superior, apontando assim, a régua ao astro desejado, com isso poderia ler através da graduação a altura do Astro.

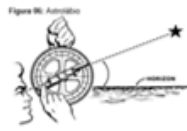


Figura 85: Astrolábio
Fonte: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/04/Astrol%C3%A1bio.jpg>. Acesso em: 19/06/2020.

SEXTANTE

- O Sextante é outro instrumento que foi muito utilizado pelos navegantes e por astrônomos por muito tempo, segundo Albuquerque (1988) ele foi o sucessor do Astrolábio.



Figura 87: Sextante
Fonte: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:El_mundo_P%C3%ACDico_1882_%25a_star%2520299360.jpg. Acesso em: 19/06/2020.

QUADRANTE

- O quadrante é um instrumento que surgiu junto com o astrolábio e balhastilha entre os séculos XV e XVI durante as eras das grandes navegações.

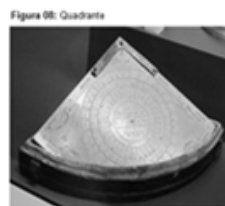
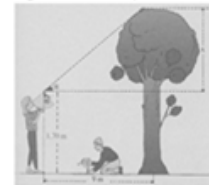


Figura 88: Quadrante
Fonte: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Josua_habermel_1871_quadrant_com_scatola_paeq_vale_germana_1650_ca.jpg. Acesso em: 19/06/2020. Crédito: Wikimedia (2013).

UTILIZANDO O QUADRANTE

Figura 89: Utilizando o quadrante



Fonte: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/cm2003/cm1/quadrante1.htm>. Acesso em: 02/08/2019. Créditos: Universidade de Lisboa (2003).

Utilizando um de uma árvore

BALESTILHA

- A balestilha. Este instrumento de acordo com Fernandes et al (2011) é formado por um "virote" e uma "soalha", utilizado para medir a altura em graus que une o horizonte ao astro e dessa forma determinar os azimutes, antes e depois de sua passagem meridiana, bem como a latitude que um navio se encontrava, ela era muito utilizada nas eras das navegações, também era utilizado pelos astrônomos para calcular a distância angular entre dois astros.

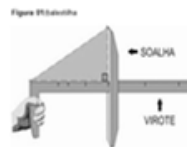


Figura 89: Balestilha
Fonte: FERNANDES, Teófilo Cristina Dias; LONGHINI, Marcos Daniel; MARQUES, Marco David. A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e sua aplicação em aulas de Astronomia e Matemática. 2011. p. 05.

UTILIZANDO A BALESTILHA

Figura 93: Calculando a distância angular



Fonte: FERNANDES, Teófilo Cristina Dias; LONGHINI, Marcos Daniel; MARQUES, Marco David. A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e seu emprego em aulas de Astronomia e Matemática. 2011. p. 06.

REFRÊNCIAS

- VEJA, 2011. Disponível em: <https://veja.abril.com.br/ciencia/babilonios-descobriram-geometria-astronomica-1-400-anos-antes-dos-europeus/>. Acesso em: 01/08/2019
- MONSALVE, Renata. 2019. Um nuevo giro copernicano. Disponível em: <https://medium.com/@monrubi8/ux-design-un-nuevo-giro-co>. Acesso em: 01/08/2019

APÊNDICE C: COMO CONSTRUIR UM QUADRANTE

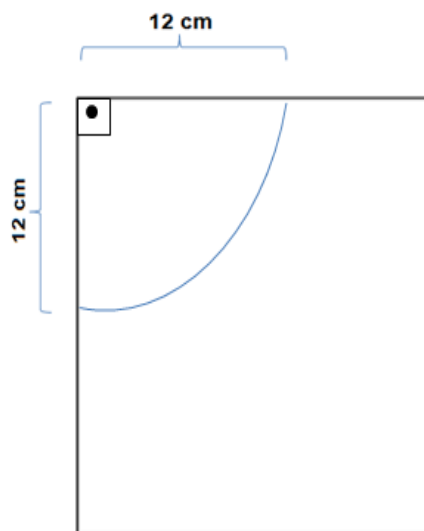
Materiais necessários:

- Papel cartão, cartolina ou papelão;
- Régua;
- Transferidor;
- Esquadro;
- Fita adesiva;
- Barbante.

Modo de fazer:

No papel cartão, trace um arco de 90° , use o compasso, e a régua, o arco preferencialmente deve ter no máximo 12 cm de raio. Use o canto da folha, já que neste canto temos um ângulo de 90° , dessa forma o Quadrante fica mais preciso. O desenho do arco deve ser feito com auxílio do compasso posicionado no canto (no ângulo reto) da folha. Na Figura 01 podemos ver um exemplo:

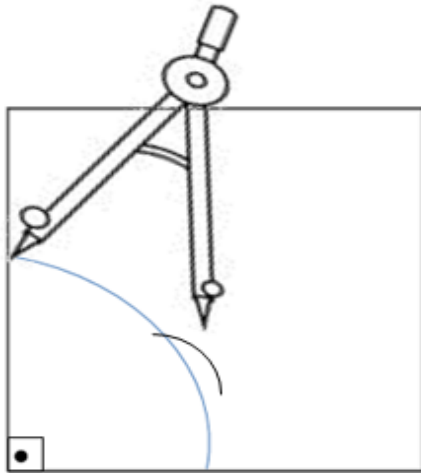
Figura 01: Base para o Quadrante



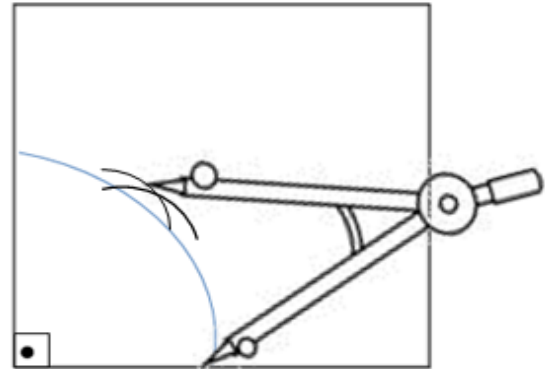
Fonte: O autor (2019)

Após tirar todas as medidas, é importante verificar, se as mesmas estão corretas para que na hora, que precisar recortar o Quadrante do papel cartão, o instrumento não fique com as medidas desproporcionais. Sem fazer o recorte do Quadrante da folha, o instrumento deve ser graduado. Para isso, precisamos traçar a bissetriz do Quadrante, com auxílio de um compasso. Do modo apresentado na Figura 02:

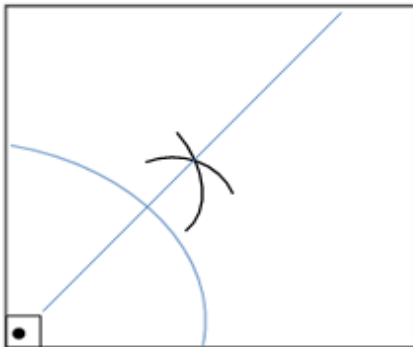
Figura 02: Traçando a bissetriz de um arco



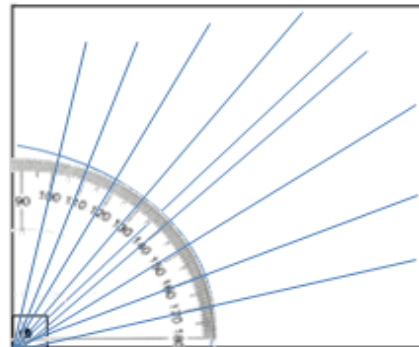
Passo 01: Com o compasso com abertura de 12 cm (raio) coloca-se este na extremidade do arco e com isso, se faz um risco, com o da imagem.



Passo 02: Da mesma forma como no passo 01 faça um risco, porém com o compasso na outra extremidade do arco.

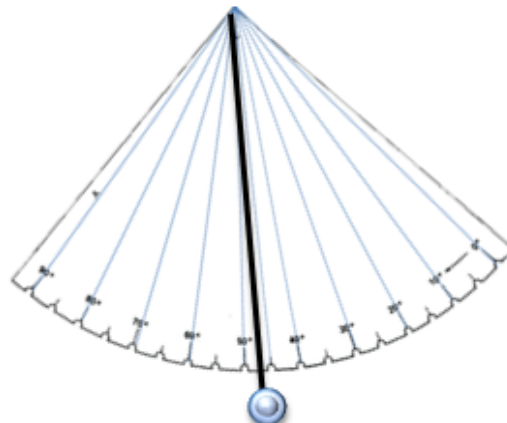


Passo 03: Com o auxílio de uma régua trace uma reta que sai do vértice do quadrante em direção ao ponto formado pelo encontro dos dois riscos. Pronto, esta reta é a bissetriz do quadrante.



Passo 04: Sobrepondo um transferidor no quadrante, colocamos as demais medidas. Graduando ele de 0° a 90° (de 10° em 10°).

Passo 05: Corta-se o quadrante da folha, se possível pode apagar as linhas de lápis e colocar as referidas medidas como na imagem ao lado. Também se coloca um barbando preso no vértice do instrumento com uma pequena esfera (bolinha de papel, pedrinha, brinco ou outro). Isso irá ajudar na leitura do ângulo. Veja a imagem ao lado.



Fonte: Raposo (2006)- Adaptado pelo autor

APÊNDICE D : CONSTRUINDO UMA BALESTILHA

1) COMO FAZER UMA BALESTILHA

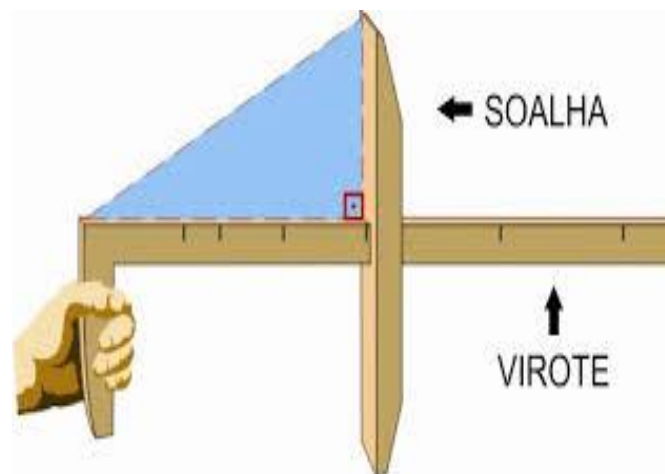
Materiais:

- Folha de isopor 3,5 cm de espessura;
- Folha de isopor 1,8 cm de espessura;
- Estilete;
- Régua;
- Cola de isopor;
- Fita adesiva;
- Tinta.

Modo de fazer:

A Balestilha é formada por um virote, e por soalhas como mostra a Figura 01 :

Figura 01: Balestilha



Fonte: FERNANDES, Telma Cristina Dias. LONGHINI, Marcos Daniel. MARQUES, Márcio Deivid. **A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e seu emprego em aulas de Astronomia e Matemática.** 2011,p. 05

Para fazer o virote, vamos utilizar a folha de isopor de 3,5 cm de espessura, com o auxílio do estilete, iremos cortar o isopor, desejamos obter um virote de 60 cm de comprimento, 3 cm de largura e 3,5 de espessura. Veja o esquema da Figura 02:

Figura 02: Virote de 60 cm

Fonte: O autor (2019)

Depois iremos cortar o isopor de 1,8 cm de espessura, de modo que possamos obter soalhas de 30 cm ($1/2$ do virote) e 15 cm ($1/4$ do virote) de comprimento; 1,8 cm de espessura e 10 cm de largura. Fernandes e Longhini (2011, p.05) enfatizam que “as soalhas tenham um meio ($1/2$), um quarto ($1/4$), um oitavo ($1/8$)... da medida do virote, dependendo do uso que se fará”.

No centro das soalhas devemos fazer um orifício com um pouco mais de 3 cm de largura e altura, para que as soalhas deslizem sobre o virote, como podemos ver na Figura 03:

Figura 03: Soalhas de 30 cm e 15 cm com os devidos orifícios no centro

Fonte: O autor (2019)

Vejamos na Figura 04 uma Balestilha feita seguindo as instruções anteriores:

Figura 04: Balestilha pronta

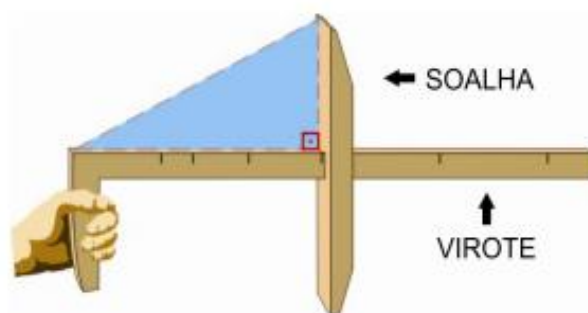
Fonte: O autor (2019)

O acabamento é opcional, assim pode-se pintar com tinta ou usar fita adesiva colorida.

2) PROCESSO DE GRADUAÇÃO DA BALESTILHA

Para graduar a Balestilha é preciso primeiro calcular o maior, e o menor ângulo, que deverá ser observado por ela. Para isso de acordo com Fernandes e Longhini (2011) deveremos posicionar uma soalha na metade do virote, para dessa forma termos um triângulo retângulo imaginário, de acordo com a Figura 05:

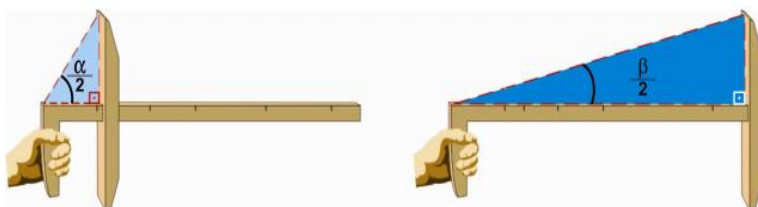
Figura 05: Balestilha



Fonte: FERNANDES, Telma Cristina Dias. LONGHINI, Marcos Daniel. MARQUES, Márcio Deivid. **A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e seu emprego em aulas de Astronomia e Matemática.** 2011,p. 05

De acordo com Fernandes e Longhini (2011) poderemos ter triângulos retângulos quando movermos a soalha sobre o virote dessa forma é possível medir o maior, e o menor ângulo medido pela Balestilha, e medir também ângulos no intervalo entre essas medidas. Na Figura 06 é possível ver melhor essas ideias, tal que a medida do ângulo maior é chamada de (α) e a medida do ângulo menor de (β).

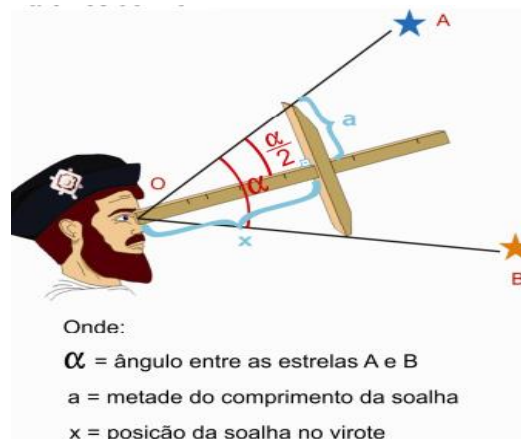
Figura 06: Ângulos na Balestilha



Fonte: FERNANDES, Telma Cristina Dias. LONGHINI, Marcos Daniel. MARQUES, Márcio Deivid. **A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e seu emprego em aulas de Astronomia e Matemática.** 2011,p. 06.

Fernandes e Longhini (2011) determinaram esses ângulos a partir de uma relação trigonométrica. Assim, se quisermos medir o ângulo alfa entre duas estrelas denominadas A e B como da Figura 07:

Figura 07: Maior e menor ângulos da Balestilha



Fonte: FERNANDES, Telma Cristina Dias. LONGHINI, Marcos Daniel. MARQUES, Márcio Deivid. **A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e seu emprego em aulas de Astronomia e Matemática.** 2011,p. 06.

Seguindo as instruções de Fernandes e Longhini (2011), podemos aplicar conceitos de Trigonometria no triângulo retângulo, como mostra a Figura 08:

Figura 08: Calculo de ângulos na Balestilha

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{a}{x}$$

$$\frac{\alpha}{2} = \operatorname{arctg}\left(\frac{a}{x}\right)$$

$$\alpha = 2 \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{a}{x}\right)$$

Fonte: FERNANDES, Telma Cristina Dias. LONGHINI, Marcos Daniel. MARQUES, Márcio Deivid. **A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e seu emprego em aulas de Astronomia e Matemática.** 2011,p. 07.

Com o valor de metade da soalha (a) e o valor da posição da soalha no virote (x) é possível achar qualquer ângulo observado por uma Balestilha. Para isso, basta mover, sobre o virote, a soalha consideremos o que vai ser medido. É importante observar o tamanho da soalha a ser utilizada. Se acaso precisar de medidas maiores, deverão ser usadas soalhas maiores, se precisar de medidas menores, basta usar as soalhas menores, isso tudo observando a distância dos objetos que ajudarão nessas medidas.

Fernandes e Longhini (2011) mostra um exemplo onde o valor de (a) era de 19 cm e (x) 10 cm calculando assim, o maior ângulo que pode ser observado utilizando a soalha com a medida de 38 cm. Vejamos o exemplo na Figura 09:

Figura 09: Calculando ângulos

$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$	$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{19}{10}$
$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{a}{x}$	$\frac{\alpha}{2} = \operatorname{arctg}\left(\frac{19}{10}\right)$
Sendo: a = 19 cm	$\alpha = 2 \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{19}{10}\right)$
x = 10 cm	$\alpha = 124,49^\circ$
$\alpha = ?$	$\alpha \cong 124^\circ$

Fonte: FERNANDES, Telma Cristina Dias. LONGHINI, Marcos Daniel. MARQUES, Márcio Deivid. **A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e seu emprego em aulas de Astronomia e Matemática.** 2011,p. 07.

Dessa forma, é possível fazer esse cálculo com outras medidas, ou seja, mudando a posição da soalha no virote, ou alterando o tamanho das soalhas. Observa-se o que vai ser medido e a sua distância. Aconselha-se fazer uma tabela preenchida com os devidos valores dos ângulos em determinadas posições no virote. Vejamos na tabela 01 uma Balestilha com uma soalha medindo 38 cm.

Tabela 01: Correspondência entre comprimento (cm) e ângulo (°) para graduação da Balestilha

x (local no virote - cm)	Ângulo (°)
9,68	126°
10,10	124°
10,53	122°
10,97	120°
...	...
70,91	30°
76,20	28°
82,25	26°
89,20	24°
97,93	22°

Fonte: FERNANDES, Telma Cristina Dias. LONGHINI, Marcos Daniel. MARQUES, Márcio Deivid. **A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e seu emprego em aulas de Astronomia e Matemática.** 2011,p. 07.

Os valores da tabela podem ser colocados esses valores diretamente no virote, caso desejado. Fernandes e Longhini (2011) enfatiza que o processo inverso também pode ser feito, ou seja, se quiser saber onde posicionar a soalha para encontrar um determinado ângulo, basta fazer o mesmo procedimento visto anteriormente, mas agora mudando o valor do ângulo para aquele que se quer determinar a posição da soalha.

REFERÊNCIAS:

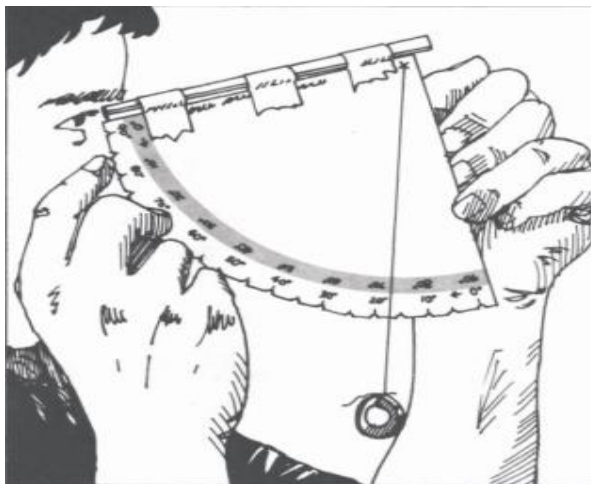
FERNANDES, Telma Cristina Dias. LONGHINI, Marcos Daniel. MARQUES, Márcio Deivid. **A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e seu emprego em aulas de Astronomia e Matemática.** In: História da ciência e Ensino. V. 4, 2011. P. 62 -79.

APÊNDICE E : COMO UTILIZAR O QUADRANTE E A BALESTILHA PARA MEDIR ALTURAS, DISTÂNCIAS E ÂNGULOS.

1) COMO UTILIZAR O QUADRANTE

Para utilizar o Quadrante, basta segurá-lo da maneira apresentada na Figura 01:

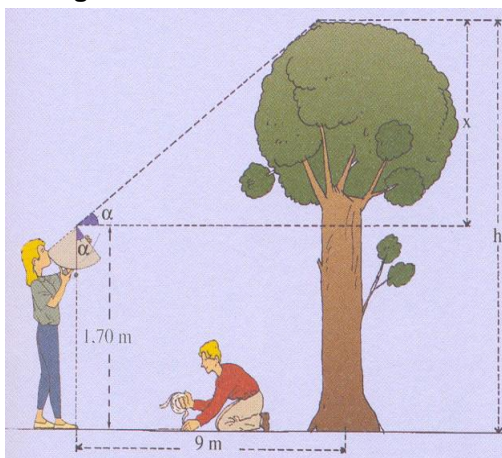
Figura 01 : Manuseando o Quadrante



Fonte: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/quadrante1.htm>. Acesso em: 02/08/2019. Créditos: Astronomical Society of the Pacific - Project Astro.

Olhando por cima do Quadrante, e apontando a sua extremidade para o topo do que você quer medir, onde o barbante com o peso parar, poderá ser feita a medida do ângulo como mostra a Figura 02:

Figura 02: Utilizando o Quadrante



Fonte: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/quadrante1.htm>. Acesso em: 02/08/2019. Créditos: Universidade de Lisboa (2003)

Como a própria Figura 02 mostra, é possível fazer cálculos de altura de muros, árvores e monumentos utilizando o Quadrante, para isto é preciso da altura da pessoa que está com o Quadrante, da distância do Quadrante até o que se quer medir, e técnicas geométricas ligadas a trigonometria no triângulo retângulo. Dessa forma, basta fazer os cálculos e comparar com os valores reais, criando discussões e fazendo observações relativas a acertos e erros em relação às referidas medidas. Com o Quadrante é possível tirar outras medidas como:

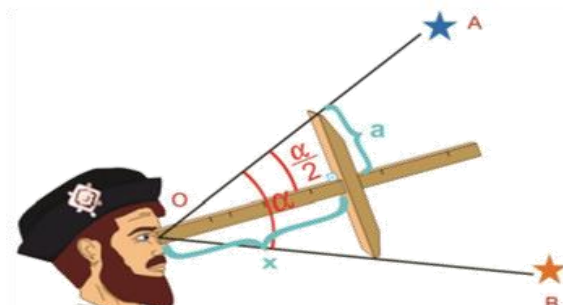
- Altura de um astro em relação ao horizonte;
- Determinar a latitude;
- Distâncias angulares entre dois astros;
- Medir o movimento aparente do sol.

Para fazer esses cálculos, utiliza-se basicamente o mesmo princípio do cálculo da altura de árvores, muros e monumentos.

2) COMO UTILIZAR A BALESTILHA

Para aferir medidas com a Balestilha seguem-se dois modos. O primeiro é se forem fazer cálculos de distância angular entre dois astros, deve-se mirar a Balestilha para o local onde eles estão e mover a soalha até as extremidades dela ficarem coincidentes entre os dois astros, dessa forma basta olhar o local onde a soalha parou sobre o virote graduado e fazer os cálculos para descobrir a distância angular dos dois astros. Veja o exemplo da Figura 03 para entender melhor as colocações anteriores:

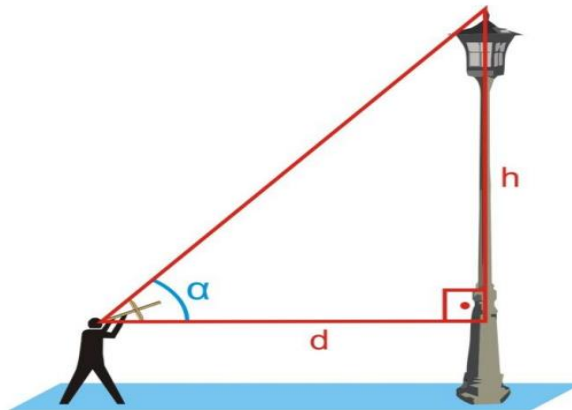
Figura 03: Calculando a distância angular



Fonte: FERNANDES, Telma Cristina Dias. LONGHINI, Marcos Daniel. MARQUES, Márcio Deivid. **A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e seu emprego em aulas de Astronomia e Matemática.** 2011,p. 06

O segundo modo é para calcular medidas lineares como distâncias e alturas seguem-se alguns princípios parecidos com os do uso do Quadrante. Deve-se pegar a Balestilha, e mirar a extremidade da soalha, até que ela coincida com a extremidade do que se que medir. Após isso, ver onde a soalha parou no virote, e fazer o devidos cálculos, com auxilio da tabela obtida na hora que se graduou a Balestilha. A Figura 04 serve como exemplo:

Figura 04: Usando a Balestilha



Fonte: FERNANDES, Telma Cristina Dias. LONGHINI, Marcos Daniel. MARQUES, Márcio Deivid. **A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e seu emprego em aulas de Astronomia e Matemática.** 2011, p. 05

REFRÊNCIAS:

FERNANDES, Telma Cristina Dias. LONGHINI, Marcos Daniel. MARQUES, Márcio Deivid. **A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e seu emprego em aulas de Astronomia e Matemática.** In: História da ciência e Ensino. V. 4, p. 62 -79. 2011.

UNIVERSIDADE DE LISBOA. **Como medir ângulos com o quadrante.** 2003. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/quadrante1.htm>. Acesso em: 02/08/2019.

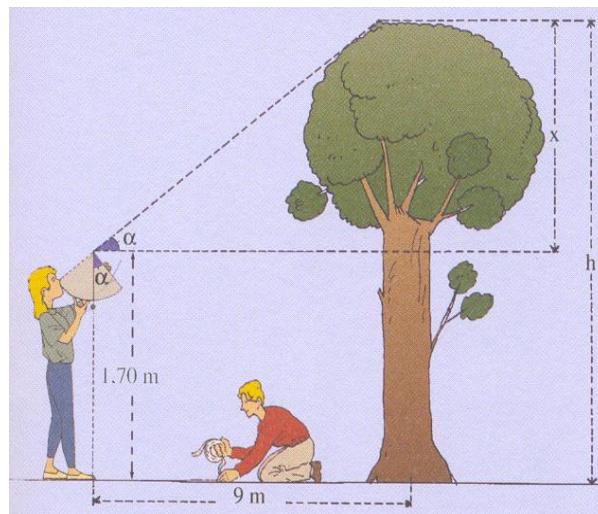
APÊNDICE F : LISTA DE EXERCÍCIOS

Assuntos: Trigonometria no triângulo retângulo, relações métricas no triângulo retângulo, ângulos e funções trigonométricas inversas.

Questão 01: Duas pessoas querem medir a altura de uma árvore, e para isso utilizou um quadrante, que determinou um ângulo de 30° . Determine a altura desta árvore.

Fonte: Universidade de Lisboa (2003)

Figura 01: Usando o Quadrante



Fonte: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/quadrante1.htm>. Acesso em :02/08/2019 .Créditos: Universidade de Lisboa (2003)

Questão 02: Uma pessoa assiste TV sentada em um sofá que está a 2,0 m de distância do aparelho. A distância entre a pessoa e a TV são de 3,0 m. Se a imagem da TV só é boa para quem a assiste com um ângulo de visão menor ou igual a 60° , verifique se a imagem será boa para essa pessoa.

Fonte: Gomes (2019)

Questão 03: Uma equipe de TV acompanha a decolagem de um foguete, a 1,6 km da plataforma de lançamento. Escreva uma função $\theta(h)$ que forneça o ângulo de elevação da câmera em relação à altura do foguete, h . Calcule o ângulo de inclinação para $h = 5$ km

Fonte: Gomes (2019)

Questão 04: Ao utilizar uma Balestilha para medir a distância angular entre dois astros, um astrônomo utilizou uma com virote de 40,0 cm, e uma soalha

de 20,0 cm (2.a), sabendo que distância angular encontrada foi de 124° (α) e que esse ângulo pode ser encontrado utilizando a expressão abaixo:

$$\alpha = 2 \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{a}{x} \right)$$

Determine a que distância (x) a soalha estava do olho do observador para que a referida medida fosse encontrada.

Fonte : O autor (2019)

REFERÊNCIAS

GOMES, Francisco, A. M. **MA093 – Matemática básica 2 Funções trigonométricas inversas** Francisco A. M. Gomes UNICAMP - IMECC Setembro de 2018.

UNIVERSIDADE DE LISBOA. **Como medir ângulos com o quadrante**. 2003. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/quadrante1.htm>. Acesso em: 02/08/2019.

APÊNDICE G : ESTRUTURA DO DIÁRIO DE BORDO

A estrutura de um Diário de Bordo pode seguir critérios livres, pois como o nome já diz é um diário em que uma pessoa conta como aconteceu algo. No Diário dessa Sequência Didática os alunos devem contar como ocorreram às aulas e atividades. O modelo seguido obedeceu a essa estrutura:

- Identificação: escola, turma e aulas;
- Descrição: ocorre a descrição de como foi o desenvolvimento das aulas e quais os assuntos;
- Seção de crítica: onde os alunos irão expor suas opiniões sobre as aulas.

Dessa forma, o diário pode ser feito manuscrito, ou digitado em uma folha, tal que este obedeça à estrutura acima.

APÊNDICE H : AVALIAÇÃO

Questão 01: Ao utilizar uma Balestilha, um instrumento astronômico antigo, para medir a distância angular entre dois astros, um astrônomo utilizou uma Balestilha com virote de 40,0 cm e uma soalha de 20,0 cm ($2a$), sabendo que distância da soalha ao olho do observador (x) era de 12,0 cm, determine o valor da distância angular (α) entre esses dois astros sabendo que ela é determinada pela formula abaixo:

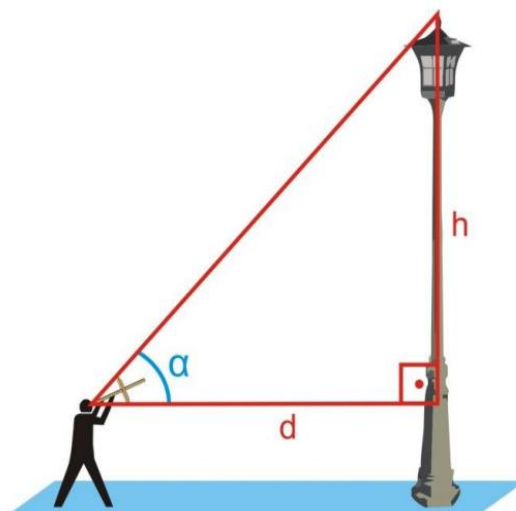
$$\alpha = 2 \cdot \arctg\left(\frac{a}{x}\right)$$

Fonte : O autor (2019)

Questão 02: Uma pessoa de 1,70 m utiliza uma balestilha para descobrir o ângulo que ela observa o topo de um poste . Sabe-se ela ficou a uma distância de 6,00 m do poste, que o ângulo α é igual a 30° e a altura do poste é de 5,00 m, determine a altura do observador:

Fonte: O autor (2019)

Figura 01: Usando a Balestilha

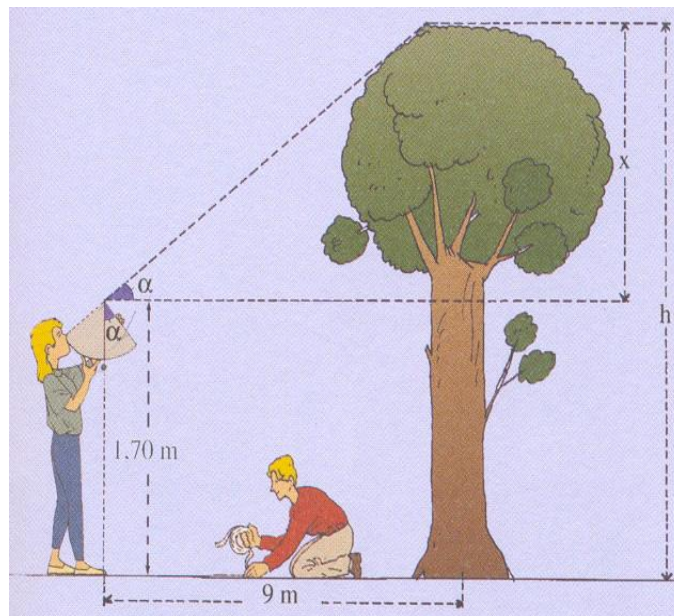


Fonte: FERNANDES, Telma Cristina Dias. LONGHINI, Marcos Daniel. MARQUES, Márcio Deivid. **A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e seu emprego em aulas de Astronomia e Matemática.**2011,p. 10

Questão 03: Duas pessoas querem medir a altura de uma árvore e para isso, utilizou um Quadrante que determinou um ângulo de 30° . Determine a altura desta árvore de acordo com a Figura 02 :

Fonte: Universidade de Lisboa (2003)

Figura 02: Usando o Quadrante



Fonte: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/quadrante1.htm>. Acesso em :02/08/2019 .Créditos: Universidade de Lisboa (2003)

Questão 04: Uma pessoa assiste TV sentada em um sofá que está a 2,0 m de distância do aparelho. A distância entre a pessoa e a TV são de 3,0 m. Se a imagem da TV só é boa para quem a assiste com um ângulo de visão menor ou igual a 60° , verifique se a imagem será boa para essa pessoa.

Fonte: Gomes (2018)

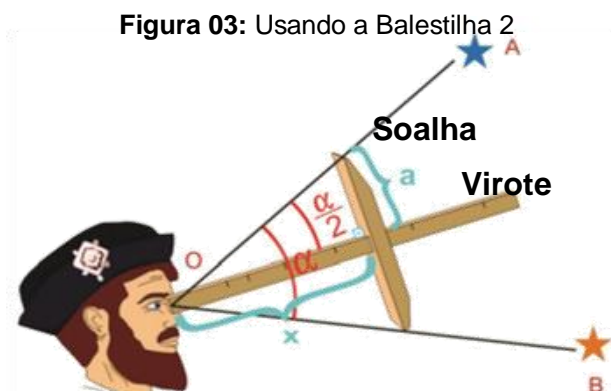
Questão 05: Uma equipe de TV acompanha a decolagem de um foguete, a 1,6 km da plataforma de lançamento. Escreva uma função $\theta(h)$ que forneça o ângulo de elevação da câmera em relação à altura do foguete, h . Calcule o ângulo de inclinação para $h = 5$ km

Fonte: Gomes (2018)

Questão 06: Ao utilizar uma Balestilha para medir a distância angular entre dois astros, como mostra a Figura 03, Fábio acabou achando o valor de 120° ,

sabendo que a soalha estava a 14 cm (x) do olho do observador, determine o tamanho da soalha usado e o comprimento do virote sabendo que ele tem comprimento igual ao dobro da soalha. **Obs:** O valor de a é igual à metade do tamanho da soalha.

Fonte: O autor (2019)

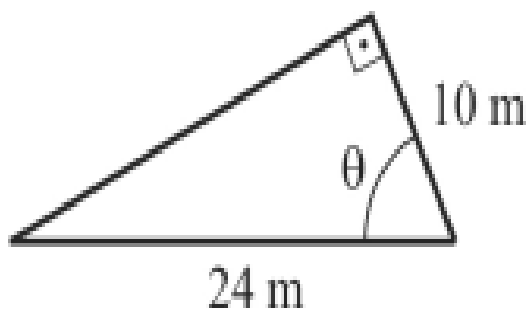


Fonte: FERNANDES, Telma Cristina Dias. LONGHINI, Marcos Daniel. MARQUES, Márcio Deivid. **A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e seu emprego em aulas de Astronomia e Matemática.** 2011, p. 06

Questão 07: Calcule o ângulo θ indicado abaixo:

Fonte: Gomes (2018)

Figura 04: Triângulo



Fonte: GOMES, Francisco, A.M. **MA093 – Matemática básica 2 Funções trigonométricas inversas** Francisco A. M. Gomes UNICAMP - IMECC Setembro de 2018.

Questão 08: Esboce um triângulo retângulo que possua um ângulo interno α tal que $\cos(\alpha) = 3/7$. Com base nesse triângulo, determine a $\text{tg}(\alpha)$.

Fonte: Gomes (2018)

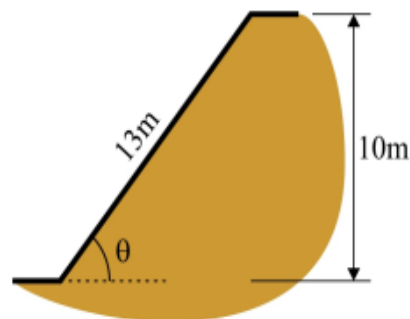
Questão 09: Uma pilha de minério de ferro tem formato cônico, com 5,0 m de altura e uma base cujo diâmetro mede 12,0 m. Determine o ângulo de inclinação da superfície lateral da pilha.

Fonte: Gomes (2018)

Questão 10: Um determinado talude é mostrado abaixo. Para que o talude não desmorone, sua inclinação não deve ultrapassar 30° . Verifique se há risco de desmoronamento.

Fonte: Gomes (2018)

Figura 05: Talude



Fonte: GOMES, Francisco, A.M. **MA093 – Matemática básica 2 Funções trigonométricas inversas** Francisco A. M. Gomes UNICAMP - IMECC Setembro de 2018.

REFERÊNCIAS

FERNANDES, Telma Cristina Dias. LONGHINI, Marcos Daniel. MARQUES, Márcio Deivid. **A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e seu emprego em aulas de Astronomia e Matemática.** In: História da ciência e Ensino. Vol 4,2011. P 62 -79

GOMES, Francisco, A.M. **MA093 – Matemática básica 2 Funções trigonométricas inversas** Francisco A. M. Gomes UNICAMP - IMECC Setembro de 2018.

UNIVERSIDADE DE LISBOA. **Como medir ângulos com o quadrante.** 2003. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/quadrante1.htm>. Acesso em: 02/08/2019.

ANEXO A : TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



Pós-Graduação em **Astronomia**
MESTRADO PROFISSIONAL
UEFS



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

PARA O(A) ALUNO (A) Você aluno(a) está sendo convidado(a) a participar, **como voluntário(a)**, de uma atividade de pesquisa do Programa de Pós-Graduação em Astronomia, Mestrado Profissional, da Universidade Estadual de Feira de Santana – UEFS.

O título da Pesquisa é **“A construção e a utilização de instrumentos astronômicos antigos: um recurso pedagógico para o ensino e aprendizagem de geometria e Trigonometria”** e tem como objetivo produzir o trabalho de conclusão de curso do mestrando/pesquisador **Anderson Araújo Matos**. Os resultados desta pesquisa e imagem do (a) aluno(a), poderão ser publicados e/ou apresentados em encontros e congressos sobre Ensino e Astronomia. As informações obtidas por meio dos relatos (anotações, questionários ou entrevistas) serão confidenciais e asseguramos sigilo sobre sua identidade. Os dados serão publicados de forma que não seja possível a sua identificação. É garantida a liberdade da retirada de consentimento a qualquer momento, bem como a participação nas atividades da pesquisa. Em caso de dúvida sobre a pesquisa você poderá entrar em contato com o pesquisador responsável.

PARA OS PAIS OU RESPONSÁVEIS:

Após ler com atenção este documento e ser esclarecido(a) de quaisquer dúvidas, caso aceite a participação da criança ou adolescente na pesquisa, preencha o parágrafo abaixo e assine ao final deste documento, que está em duas vias, uma delas é sua e a outra é do pesquisador responsável.

Eu,

_____, responsável pelo (a)
aluno(a)_____

_____, nascido(a) em ____/____/_____, autorizo a participação do(a) aluno(a) na pesquisa, e permito gratuitamente, **XXXXXX**, responsável pela pesquisa, o uso da imagem do(a) referido(a) aluno(a), em trabalhos acadêmicos e científicos, bem como autorizo o uso ético da publicação dos relatos provenientes deste trabalho. Declaro que recebi uma cópia do presente Termo de Consentimento. Por ser verdade, dato e assino em duas vias de igual teor.

_____ de _____ de 2019

Assinatura do responsável pelo (a) aluno(a)

Contatos: Orientador(a)a Responsável: **Prof^(a) Dr^(a) Carlos Alberto de Lima Ribeiro**

E-mails: <emails orientador (a) e discente> **Telefone:** (75) 31618289.

Endereço: Av. Transnordestina, S/N. Bairro Novo Horizonte. CEP: 44036-900. Feira de Santana Bahia.

Assinaturas:

Orientador(a): **Carlos Alberto de Lima Ribeiro**

Discente: **Anderson Araujo Matos**