

JOÃO CARLOS ALMEIDA LIMA

MODELAGEM COMPUTACIONAL DE PLACAS DE MATRIZ
CIMENTÍCEA REFORÇADAS COM FIBRAS DE SISAL

Dissertação de Mestrado apresentado ao Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Estadual de Feira de Santana como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Ciências em Engenharia Civil e Ambiental.

Área de Concentração: Materiais de Construção e Estruturas

Orientadores: Prof. D.Sc. Koji de Jesus Nagahama

Prof. D.Sc. José Mário Feitosa Lima

Feira de Santana – Bahia
2009

Ficha Catalográfica – Biblioteca Central Julieta Carteado

L697m Lima, João Carlos Almeida
Modelagem computacional de placas de matriz
cimentícia reforçadas com fibras de sisal / João Carlos
Almeida Lima – Feira de Santana, 2009.
148f.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Koji de Jesus Nagahama
José Mário Feitosa Lima

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e
Ambiental) – Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Estadual de
Feira de Santana, 2009.

1. Modelagem 2. Fibra de sisal. 3. Métodos dos
elementos finitos 4. Compósitos.
I. PPGECEA/UEFS II. Título.

CDU: 691.51:633.526.23

MODELAGEM COMPUTACIONAL DE PLACAS DE MATRIZ CIMENTÍCEA
REFORÇADAS COM FIBRAS DE SISAL

João Carlos Almeida Lima

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL.

Aprovada por:

Prof. Koji de Jesus Nagahama, D.Sc.
UEFS

Prof. José Mário Feitosa Lima, D.Sc.
UEFS

Prof. Marcos Martinez Silvano, D.Sc.
UFRJ

Prof. Paulo Roberto Lopes Lima, D.Sc.
UEFS

FEIRA DE SANTANA, BA – BRASIL
AGOSTO DE 2009

Aos meus pais, Bartolomeu e Jandira, pelo amor e oportunidades oferecidas
À minha esposa Edilene pelo amor e dedicação ao longo destes anos
Ao meu filho João Pedro pela alegria despejada em nossas vidas

AGRADECIMENTOS

Ao meu irmão Marcos Venícios e aos demais amigos de residência Alex, João e Ranniere pelos momentos de convivência e companheirismo

Aos meus orientadores, Prof. José Mário Feitosa Lima e Prof. Koji de Jesus Nagahama, pelas valiosas sugestões, ensinamentos transmitidos e confiança em meus trabalhos.

Aos Professores do PPGECEA/UEFS, em especial Paulo Roberto Lopes Lima e Jardel Pereira Gonçalves, pela motivação e cobrança tão importantes na formação de um pesquisador.

Aos Funcionários do PPGECEA/UEFS, em particular, Mariana e Kátia, pela dedicação e boa vontade em ajudar.

Ao Prof. Marcos Martinez Silvosso pelo apoio técnico oferecido no período que passei na COPPE/UFRJ.

Aos colegas do PPGECEA/UEFS pelos bons momentos que passamos juntos.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para a finalização deste trabalho.

E finalmente ao bom Deus pelas graças concedidas ontem, hoje e sempre.

Resumo da Dissertação apresentada ao PPGECEA/UEFS como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MODELAGEM COMPUTACIONAL DE PLACAS DE MATRIZ CIMENTÍCEA
REFORÇADAS COM FIBRAS DE SISAL

João Carlos Almeida Lima

Agosto/2009

Orientador 1: Koji de Jesus Nagahama

Orientador 2: José Mário Feitosa Lima

Programa: Engenharia Civil e Ambiental

Na presente dissertação foi modelado computacionalmente o comportamento de placas de matriz cimentícea reforçadas com fibras longas de sisal através da plataforma comercial DIANA. As placas modeladas possuíam duas ou três camadas de reforço, com taxas variando entre 2,78 e 5,40%, alinhadas longitudinalmente, num total de quatro placas. As modelagens contemplaram os ensaios de tração direta e flexão em quatro pontos. Os resultados obtidos indicam que a utilização do modelo fixo de fissuração, associado ao modelo exponencial para o comportamento à tração é o modelo ideal para a compressão, gera boas respostas. Os resultados sugerem ainda uma melhor aderência fibra-matriz quando as placas estão submetidas à flexão. Com base nos bons resultados obtidos, foi possível estimar o comportamento dos compósitos para vários teores de fibras de sisal na tração direta e na flexão em quatro pontos. Concluiu-se também que para obter estes resultados na modelagem das placas não é necessária a utilização de malhas de elementos finitos muito refinadas.

Abstract of Dissertation presented to PPGECEA/UEFS as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

COMPUTATIONAL MODELING OF PLATES OF CEMENTATIONS MATRIX
REINFORCED WITH FIBER OF SISAL

João Carlos Almeida Lima

August/2009

Advisor 1: Koji de Jesus Nagahama

Advisor 2: José Mário Feitosa Lima

Department: Civil Engineering and Environment

In this dissertation was computationally modeled the behavior of plates of cementations matrix reinforced with long fibers of sisal through the trade platform DIANA. Plates modeled had two or three layers of reinforcement with rates between 2.78 and 5.40%, aligned along, with a total of four plates. The modeling contemplated the tensile direct and four points bending. The results indicate that the use of fixed model of cracking, associated with the exponential model for the tensile behavior and ideal model for the compression, generates good answers. The results also suggest a improved fiber-matrix adhesion, when the plates are bending. Based on the good results obtained, it was possible to estimate the behavior of the composites for different rates of sisal fibers in tensile direct and four point bending. It was also concluded that to obtain these results is not necessary to use finite element meshes very refined.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE TABELAS	xvii
LISTA DE SÍMBOLOS	xx
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVO	3
1.2 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	3
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	5
2.1 MECÂNICA DA FRATURA	5
2.1.1 Modos de Carregamento	7
2.1.2 Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE)	8
2.1.3 Energia para a propagação de uma fissura	15
2.1.4 Mecânica da Fratura não-linear para o modo I – Materiais quase-frágeis	17
2.2 MODELO DE FISSURAÇÃO DISTRIBUÍDA – “SMEARED CRACK MODELS”	25
2.2.1 Modelo fixo de fissuração	25
2.2.2 Modelo multidirecional de fissuração	30
2.2.3 Modelo rotacional de fissuração	31
2.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)	33
2.3.1 Elementos de barra	35
2.3.2 Elementos isoparamétricos	37
2.3.3 Elementos de casca isoparamétricos – Formulação de Mindlin	39
2.4 COMPÓSITOS DE MATRIZ CIMENTÍCEA REFORÇADOS COM FIBRAS DE SISAL	40
2.4.1 Modelagem computacional	42
2.4.2 Fibra de Sisal	46
2.4.3 Aderência Fiba-matriz	48
3 MODELAGEM COMPUTACIONAL	56
3.1 PLACAS COMPÓSITAS	56
3.2 ENSAIO DE TRAÇÃO DIRETA	58
3.3 ENSAIO DE FLEXÃO EM QUATRO PONTOS	60
3.4 MODELO DE ELEMENTOS FINITOS	61
3.4.1 Tração direta	70

3.4.2 Flexão em quatro pontos	72
4 RESULTADOS	74
4.1 TRAÇÃO DIRETA	74
4.1.1 Estudo de convergência de malha	75
4.1.2 Influência do fator de retenção do cisalhamento – β	78
4.1.3 Fibra com comportamento linear elástico	79
4.1.4 Fibra com comportamento “softening”	88
4.2 FLEXÃO EM QUATRO PONTOS	93
4.2.1 Comportamento da fibra na flexão	111
4.3 ESTIMATIVA DO COMPORTAMENTO DOS COMPÓSITOS PARA OUTROS TEORES DE FIBRA	113
5 CONCLUSÕES	116
5.1 MODELOS DE FISSURAÇÃO	116
5.2 MODELOS DE COMPORTAMENTO	117
5.3 PARÂMETROS EXPERIMENTAIS	118
5.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS	118
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	120

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 2

Figura 2.1 – Diferentes tipos de resposta tensão-deformação para materiais: (a) frágil; (b) plástico (dúctil) e (c) quase-frágil

Figura 2.2 – Falha das estruturas para vários tipos de materiais: (a) fratura frágil; (b) fratura plástico e (c) fratura quase-frágil (SHAH *et al*, 1995)

Figura 2.3 - Modos de carregamento: (a) modo de tração; (b) cisalhamento planar; (c) cisalhamento anti-planar

Figura 2.4 – Componentes de tensão e deslocamento para um sistema cartesiano de coordenadas: (a) visualização tri-dimensional; (b) plano xy

Figura 2.5 – Posição de um ponto próximo da raiz da fissura em coordenadas esféricas para uma placa infinita submetida a tensões

Figura 2.6 – (a) zona plástica na raiz da trinca; (b) estimativa do tamanho da zona plástica na raiz de uma trinca

Figura 2.7 – Placa fissurada submetida a carregamento

Figura 2.8 – Mecanismos “toughening” na zona de processo de fratura: (a) “crack shielding”; (b) “crack deflection”; (c) “aggregate bridging”; (d) “crack surface roughness-induced” (e) “crack tip blunted by void” e (e) “crack branching” (SHAH *et al*, 1995)

Figura 2.9 - Relação tensão-deformação: (a) material com comportamento linear elástico; (b) material quase-frágil (SHAH *et al*, 1995)

Figura 2.10 – Zona de processo de fratura: (a) sem incluir as micro-fissuras na raiz da trinca (b) incluindo as micro-fissuras na raiz a trinca (SHAH *et al*, 1995)

Figura 2.11 – Modelagem da fissuração de material quase-frágil: (a) superfícies de fratura em contato; (b) superfícies de fratura com preliminar separação (SHAH *et al*, 1995)

Figura 2.12 - Fratura em uma barra tracionada: (a) no pré-pico o regime de fissuração é distribuído, neste caso um diagrama tensão-deformação pode ser usado; (b) para o pós-pico há uma localização da fissura, neste caso a relação utilizada é tensão-abertura de fissura (VAN MIER, 1996)

Figura 2.13 – Modelo “crack-band width” de Bažant (1983): (a) faixa de fratura com micro-fissuras; (b) relação tensão-deformação para uma faixa de micro-fissura

Figura 2.14 – Taxa de trabalho de fratura para um modelo perda de rigidez através de parâmetro de dano ω (BAŽANT, 1997): (a) “crack-band” idealizada; (b) detalhe do deslocamento da fissura; (c) Vetores bases

Figura 2.15 – Múltiplas fissuras (BAŽANT, 1997): (a) fissura primária; (b) tensões de cisalhamento provenientes da rotação dos eixos principais; (c) fissura secundária; (d) fissura terciária

Figura 2.16 – Comportamento do concreto a tração para o modelo de fissuração multidirecional (DIANA, 2005)

Figura 2.17 – Modelo Rotacional (BAŽANT, 1997): (a) fissura primária; (b) fissuras secundárias que se tornam dominantes

Figura 2.18 – Modelo de elementos finitos para uma estrutura plana (COOK *et al*, 2002)

Figura 2.19 – Discretização de uma estrutura simples: (a) estrutura real; (b) modelo estrutural; (c) representação física; (d) modelo de elementos finitos (COOK *et al*, 2002)

Figura 2.20 – Elemento de barra com dois nós, tensão interna axial σ e deslocamentos nodais u_1 e u_2 (COOK *et al*, 2002)

Figura 2.21 – (a) estrutura formada por dois elementos de barra; (b,c,d) forças nodais associadas com os deslocamentos (COOK *et al*, 2002)

Figura 2.22 – Plano com oito nós em um sistema cartesiano de unidades: (a) plano com arestas retas e nós no centro; (b) mesmo plano com arestas curvas e nós fora do centro (COOK *et al*, 2002)

Figura 2.23 – (a) curva de revolução, tensões normais e forças de membrana e momentos associados a cargas axissimétricas; (b) meridiano de um elemento cônico $\xi=2s/L$ (COOK *et al*, 2002)

Figura 2.24 – Ensaio de flexão com quatro pontos de uma placa compósita de matriz cimentícia reforçada com fibra de sisal (LIMA, 2004)

Figura 2.25 - Curva esquemática do comportamento tensão deformação de compósitos tracionados: (a) compósitos com fibras longas, alinhado e com alto módulo de elasticidade longitudinal; (b) compósitos com fibras longas, alinhado e com baixo módulo de elasticidade longitudinal; (c) compósitos reforçados com fibras curtas ou que não possuem teores de fibra acima do volume crítico (LIMA, 2004)

Figura 2.26 – Resultados obtidos por Silvano *et al* (2007) na modelagem de placas de matriz cimentícia reforçadas com fibras longas de sisal: (a) tração direta; (b) flexão em quatro pontos

Figura 2.27 – Elemento de casca CQ40S do DIANA (DIANA, 2005)

Figura 2.28 – Malha de elementos finitos para uma casca parabolóide hiperbólica utilizando o elemento de casca CQ40S do DIANA (BRANDÃO, 2005)

Figura 2.29 – Curvas carga-deslocamento no meio do vão obtidos experimental e numericamente para o teste de flexão em quatro pontos (BRANDÃO, 2005)

Figura 2.30 – (a) planta de sisal; (b) fibras após beneficiamento (MELO FILHO, 2005)

Figura 2.31 – Representação esquemática de uma fibra embebida em matriz cimentícia e do campo de deformação ao redor da mesma, sem carregamento e com carregamento (BENTUR; MINDESS, 1990 *apud* LIMA, 2004)

Figura 2.32 - Distribuição de tensões na interface da fibra: (a) distribuição esquemática; (b) simulação interface sisal-concreto (Lima, 2004)

Figura 2.33 - Distribuição de tensões de cisalhamento e de tração na fibra, depois e antes da decoesão (BENTUR; MINDESS, 1990 apud LIMA, 2004)

Figura 2.34 - Modelagem de arrancamento para simular a interação fibra-matriz (BENTUR; MINDESS, 1990 apud LIMA, 2004)

Figura 2.35 - Curvas idealizadas: (a) carga x deslocamento; (b) tensão x deslocamento (LIMA, 2004)

CAPÍTULO 3

Figura 3.1 – (a) lançamento da argamassa no molde metálico; (b) verificação da espessura (LIMA, 2004)

Figura 3.2 – Lançamento das fibras: (a) colocação manual das fibras alinhadas; (b) imersão das fibras com rolo plástico (LIMA, 2004)

Figura 3.3 – Configuração final para um compósito com três camadas de reforço (MELO FILHO, 2005)

Figura 3.4 – Configuração do ensaio de tração direta em placas com 400 mm (LIMA, 2004)

Figura 3.5 – Aparato desenvolvido por Lima (2004) para realização de ensaio de tração direta em placas à base de cimento (LIMA, 2004): (a) detalhe do sistema de transmissão de carga; (b) descrição esquemática

Figura 3.6 – Amostra instrumentada para ensaio de tração direta

Figura 3.7 – Configuração do ensaio de flexão em quatro pontos (LIMA, 2004)

Figura 3.9 – Modelos de endurecimento na compressão do programa DIANA 9.0: (a) elástico; (b) ideal; (c) Thorenfeldt; (d) linear; (e) multilinear; (f) saturação; (g) parabólico (DIANA, 2005)

Figura 3.9 – Modelos de endurecimento na compressão do programa DIANA 9.0 (DIANA, 2005)

Figura 3.10 – Modelos de endurecimento de Thorenfeldt na compressão do programa DIANA 9.0 (DIANA, 2005)

Figura 3.11 – Modelo de endurecimento parabólico na compressão do programa DIANA 9.0 (DIANA, 2005)

Figura 3.12 – Destaque da parcela da placa modelada pelo DIANA

Figura 3.13 – Elemento de casca do DIANA 9.0 (DIANA, 2005)

Figura 3.14 – Reforço distribuído em elementos de casca do DIANA 9.0: (a) barra de reforço em elemento de casca; (b) grade de reforço em elemento de casca (DIANA, 2005)

Figura 3.15 – Modelos constitutivos pré-definidos para o aço no programa DIANA 9.0: (a) linear elástico; (b) elastoplástico perfeito; (c) endurecimento plástico (DIANA, 2005)

Figura 3.16 – Modelo discreto de representação do reforço do programa DIANA

Figura 3.17 – Modelo incorporado de representação do reforço do programa DIANA

Figura 3.18 – Referencial utilizado para a introdução das camadas de reforço no DIANA

Figura 3.19 – Malha utilizada na modelagem das placas

Figura 3.20 – (a) condição de contorno para o modelo da tração direta; (b) carga aplicada para o modelo da tração direta

Figura 3.21 – (a) condição de contorno para o modelo da flexão em quatro pontos; (b) carga aplicada para o modelo da flexão em quatro pontos

CAPÍTULO 4

Figura 4.1 – Relação carga versus deflexão no centro da placa P3C2, submetida à flexão em quatro pontos para malhas com diversos números de elementos finitos

Figura 4.2 – Tempo necessário para realizar a análise da placa P3C2 sob flexão em quatro pontos em função do número de elementos finitos da malha

Figura 4.3 - Influência do fator de retenção ao cisalhamento transversal – β

Figura 4.4 – Resultados da modelagem da placa P3C2 na tração direta em comparação com o resultado experimental

Figura 4.5 – Resultados da modelagem da placa P3C3 na tração direta em comparação com o resultado experimental

Figura 4.6 – Resultados da modelagem da placa P6C2 na tração direta em comparação com o resultado experimental

Figura 4.7 – Resultados da modelagem da placa P6C3 na tração direta em comparação com o resultado experimental

Figura 4.8 – Distribuição de tensões na tração direta para o laminado P3C2 para um carregamento de 0,0136 mm: (a) tensões de tração; (b) tensões de cisalhamento

Figura 4.9 – Distribuição de tensões na tração direta para o laminado P3C2 para um carregamento de 0,014 mm: (a) tensões de tração; (b) tensões de cisalhamento e (c) padrão de fissuração

Figura 4.10 – Distribuição de tensões na tração direta para o laminado P3C2 para um carregamento de 0,022 mm: (a) tensões de tração; (b) tensões de cisalhamento e (c) Padrão de fissuração

Figura 4.11 – Comportamento típico adotado para a fibra de sisal para representar seu arrancamento da matriz

Figura 4.12 – Distribuição de tensões na tração no reforço do laminado P3C2: (a) deslocamento de 0,0136; (b) deslocamento de 0,014 mm e (c) deslocamento de 0,022 mm

Figura 4.13 - Comportamento típico de compósitos tracionados reforçados com baixo teor de fibras sisal: (a) material integro; (b) material fissurado

Figura 4.14 – Comportamento “softening” para a fibra de sisal para simular seu arrancamento da matriz

Figura 4.15 – Resultados da modelagem da placa P3C2 na tração direta aplicando um comportamento “softening” na fibra em comparação com o resultado experimental

Figura 4.16 – Resultados da modelagem da placa P3C3 na tração direta aplicando um comportamento “softening” na fibra em comparação com o resultado experimental

Figura 4.17 – Resultados da modelagem da placa P6C2 na tração direta aplicando um comportamento “softening” na fibra em comparação com o resultado experimental

Figura 4.18 – Resultados da modelagem da placa P6C3 na tração direta aplicando um comportamento “softening” na fibra em comparação com o resultado experimental

Figura 4.19 – Gf em comparação com a porcentagem de fibras

Figura 4.20 – Tensões axiais na matriz da placa P3C2 para uma deflexão de 0,138 mm no centro da placa: (a) tensões axiais na superfície inferior da placa; (b) tensões axiais na superfície média da placa; (c) tensões axiais na superfície superior da placa

Figura 4.21 - Padrão de fissuração para a camada inferior de matriz da placa P3C2 para um deflexão de 0,185 mm no centro da placa

Figura 4.22 – Tensões axiais na matriz da placa P3C2 para uma deflexão de 0,185 mm no centro da placa: (a) tensões axiais na superfície inferior da placa; (b) tensões axiais na superfície média da placa; (c) tensões axiais na superfície superior da placa

Figura 4.23 – Tensões axiais nas grades de reforço da placa P3C2 para uma deflexão de 0,185 mm no centro da placa: (a) tensões axiais na grade de reforço inferior da placa; (b) tensões axiais na grade de reforço superior da placa

Figura 4.24 – Tensões axiais na matriz da placa P3C2 para uma deflexão de 0,787 mm no centro da placa: (a) tensões axiais na superfície inferior da placa; (b) tensões axiais na superfície média da placa; (c) tensões axiais na superfície superior da placa

Figura 4.25 - Padrão de fissuração da matriz da placa P3C2 para um deflexão de 0,787 mm no centro da placa: (a) camada inferior; (b) camada superior

Figura 4.26 – Tensões axiais na matriz da placa P3C2 para uma deflexão de 1,391 mm no centro da placa: (a) tensões axiais na superfície inferior da placa; (b) tensões axiais na superfície média da placa; (c) tensões axiais na superfície superior da placa

Figura 4.27 - Padrão de fissuração da matriz da placa P3C2 para um deflexão de 1,391 mm no centro da placa: (a) camada inferior; (b) camada superior

Figura 4.28 – Tensões axiais nas grades de reforço da placa P3C2 para uma deflexão de 1,391 mm no centro da placa: (a) tensões axiais na grade de reforço inferior da placa; (b) tensões axiais na grade de reforço superior da placa

Figura 4.29 - Comportamento tipo de compósitos fletidos reforçados com fibras de baixo módulo

Figura 4.30 – Resultados da modelagem da placa P3C2 na flexão

Figura 4.31 – Resultados da modelagem da placa P3C3 na flexão

Figura 4.32 – Resultados da modelagem da placa P6C2 na flexão

Figura 4.33 – Resultados da modelagem da placa P6C3 na flexão

Figura 4.34 – Resultados da modelagem da placa P3C2 na flexão aplicando novo comportamento à fibra

Figura 4.35 – Resultados da modelagem da placa P3C3 na flexão aplicando novo comportamento à fibra

Figura 4.36 – Resultados da modelagem da placa P6C2 na flexão aplicando novo comportamento à fibra

Figura 4.37 – Resultados da modelagem da placa P6C3 na flexão aplicando novo comportamento à fibra

Figura 4.38 – Modelo de comportamento adotado para a fibra na flexão para representar o seu arrancamento da matriz

Figura 4.39 – Aumento do atrito na parte superior da fibra devido à curvatura da matriz

Figura 4.43 – Estimativa do comportamento dos compósitos de matriz cimentícia submetido a esforços de tração direta reforçados com três camadas de fibra de sisal com vários teores

Figura 4.44 – Estimativa do comportamento dos compósitos de matriz cimentícia submetido a esforços de flexão reforçados com três camadas de fibra de sisal com vários teores

LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 2

Tabela 2.1 – Relação entre o diâmetro máximo (D_{max}) do agregado e a energia inicial de fratura (G_{f0})

Tabela 2.2 – Propriedades de algumas fibras naturais.

Tabela 2.3 – Custo de algumas fibras naturais e sintéticas

CAPÍTULO 3

Tabela 3.1 – Laminados produzidos por Lima (2004)

Tabela 3.2 - Dados para a modelagem do reforço das placas produzidas por Lima (2004)

CAPÍTULO 4

Tabela 4.1 – Resistência a tração das matrizes dos compósitos obtidas por retro-análise

Tabela 4.2 – Tenacidade computacional e experimental dos laminados produzidos por Lima (2004) na tração

Tabela 4.3 – G_f segundo o CEB 1990 e os resultados da modelagem na tração

Tabela 4.4 – Resultados das análises na flexão após correção do comportamento da fibra

Tabela 4.5 – Módulo de elasticidade computacional e experimental das placas produzidos por Lima (2004) na flexão

LISTA DE SÍMBOLOS

Siglas e Símbolos Latinos

- A - seção transversal de um elemento de barra prismático
- a – Comprimento atual da trinca
- a_1 - Eixo maior da elipse
- a_2 - Eixo menor da elipse
- b - Largura de uma placa laminada
- D_{max} - Diâmetro máximo do agregado
- d_a - Diâmetro máximo do agregado do concreto ou o grão máximo da rocha
- $\{d\}$ - Vetor deslocamentos nodais
- E_f - Módulo da fibra
- E – Módulo de elasticidade longitudinal
- E_m - Módulo de elasticidade longitudinal da matriz
- e - Espessura da placa laminada
- e_c - Deformação do compósito
- e_m - Deformação de tração da matriz a uma distância R da fibra
- F - Força de tração da placa laminada ou trabalho produzido pela aplicação de uma força
- F_1 – Força nodal aplicada no nó 1 de um elemento de barra
- F_2 – Força nodal no nó 2 de um elemento de barra
- F_{pico} - Carga máxima suportada pelo compósito
- f_{cm} - Resistência média a compressão aos 28 dias
- f_{cmo} - Resistência inicial do concreto
- f_t - Tensão de tração máxima suportada por um material
- f_y - Limite tensional para inicialização do comportamento não linear de uma material sob tensão
- G - Taxa de energia de deformação liberada para a propagação de uma unidade de comprimento de fissura ou módulo de cisalhamento
- G_{IC} – Energia consumida durante o processo de criação das superfícies
- G_c – Taxa de energia para a formação de uma fissura por unidade de espessura
- G_f^I - Energia consumida para a propagação de uma fissura por unidade de área de “crack-band” para o modo I de carregamento no DIANA

G_c - Energia de fratura à compressão
 G_F - Energia absorvida pelo material para propagar uma fissura por unidade de área de fissura
 G_f - Energia consumida para a propagação de uma fissura por unidade de área de “crack-band”
 G_{fo} - Energia inicial de fratura
 G_m - Módulo de cisalhamento da matriz na vizinhança da fibra
 G_q - taxa de energia liberada para uma fissura quase-frágil sofre aplicação de um carregamento
 G_σ - Trabalho produzido pela pressão de coesão
 h - Altura ou largura de banda de fissura na DIANA
 h_c - Comprimento da faixa de fissura (“crack-band width”)
 K_I - Fator de intensidade de tensão para o modo I de fissuração
 K_{II} - Fator de intensidade de tensão para o modo II de fissuração
 K_{III} - Fator de intensidade de tensão para o modo III de fissuração
 K_t - Fator de concentração de tensões
 $[K]$ - Matriz de rigidez do elemento ou Matriz de rigidez global da estrutura
 k - Rigidez de um elemento de barra
 k_s - Mudanças de curvatura na direção meridional s
 k_θ - Mudanças de curvatura na direção meridional θ
 L - Vão de uma viga sob flexão em quatro pontos, comprimento de ancoragem de uma fibra ou comprimento de um elemento de barra
 L_c - Valor mínimo necessário para que a tensão axial atinja a resistência à tração da fibra σ_{fu} (comprimento crítico)
 L_f - Comprimento da fibra
MEF – Método dos elementos finitos
MFF – Método das faixas finitas
MFLE – Mecânica da fratura linear elástica
MFNL – Mecânica da fratura não linear
 N – Função de interpolação
 n - Direção horizontal do elemento CQ40S do DIANA
 \vec{n} - Normal é um vetor unitário
 n_a - Constante empírica para a qual é utilizado o valor 3 para concreto e 5 para rocha
 P - Cargas aplicada em uma placa fissurada
 P_{crit} - Carga crítica necessária para promover a transição de tensão elástica para tensão friccional

P_{max} – Carga necessária para que a tensão de cisalhamento da interface fibra matriz alcance o valor de τ_{fu}
 Q - Qualquer tensor de segunda ordem ortogonal
 R – Raio da matriz em torno da fibra
 Re – Parte real de uma função
 r - Distância de um ponto tensionado à raiz de uma trinca ou o raio da fibra
 $\{r\}$ - Vetor carga
 r_{p0} - Comprimento da zona plástica na raiz da trinca
 s - Separação média de fissuras
 t – Espessura de uma placa fissurada submetida a carregamento
 tr - Traço
 U - Energia de deformação da estrutura
 U^* - Energia complementar
 u - Componente de deslocamento na direção x
 u^f - Deslocamento gerado por uma fissura
 u_i - Polinômio utilizado para representar as translações do elemento CQ40S do DIANA
 u_1 - Deslocamentos axial no 1 de um elemento de barra
 u_2 - Deslocamentos axial no 2 de um elemento de barra
 V_f – Volume de fibra no compósito
 V_f^T – Volume teórico de fibra
 v - Componente de deslocamento na direção y
 W - Energia para a formação da fissura
 w_c - Distância crítica em duas superfícies de fratura antes que considere-se iniciado o processo de separação
 w_t - Deslocamento de separação entre as superfícies de fratura para uma raiz de trinca inicial
 X – Forças de corpo da direção x
 x - Posição de um vetor em um ponto qualquer
 x_0 - Posição de um vetor de referência
 Y – Forças de corpo da direção y

Símbolos Gregos

β - Fator de retenção ao cisalhamento (“shear retention factor”)

$\vec{\varepsilon}_T^f$ - Componente vetorial de $\vec{\varepsilon}^f$ no plano da fissura

$\vec{\varepsilon}^f$ - Vetor deformação média da fissura por unidade de “crack-band width”

$\varepsilon_{\text{PICO}}$ - Deformação de pico

γ_{xy} - Distorção xy

γ_{xz} - Distorção xz

γ_{yz} - Distorção yz

γ_{ns} - Distorção ns

γ_{st} - Distorção st

γ_{tn} - Distorção tn

$\Delta\vec{w}$ - Deslocamento médio entre as faces das fissuras

δ – Deflexão de uma vigas sob flexão em quatro pontos

ε - Tensor para as deformações totais

ε_I - Componente de deformação na direção principal I

ε_{II} - Componente de deformação na direção principal II

ε_{III} - Componente de deformação na direção principal III

ε_N^f - Componente normal de $\vec{\varepsilon}^f$

ε_T^f - Magnitude desta componente

ε^f - Tensor para pequenas deformações de uma fissura

ε_{nn} - Componente de deformação na direção n

ε_{ss} - Componente de deformação na direção s

ε_{tt} - Componente de deformação na direção t

ε_x - Componente de deformação na direção x

ε_y - Componente de deformação na direção y

ε_z - Componente de deformação na direção z

η - Coordenada auxiliar de um elemento isoparamétrico ou direção horizontal do elemento CQ40S do DIANA

ζ – Coordenada auxiliar de um elemento isoparamétrico ou direção perpendicular ao elemento CQ40S do DIANA

θ - Ângulo formado entre r e o eixo x de uma trinca

λ_p - Grandeza equivalente ao comprimento da zona plástica na raiz da trinca

ν - Coeficiente de Poisson

ν_m - Coeficiente de Poisson da matriz

ζ - Coordenada auxiliar de um elemento isoparamétrico ou direção horizontal do elemento CQ40S do DIANA
 π – Energia potencial total em uma estrutura
 σ – Tensão axial ou tensor tensão
 σ_{bt} - Tensão máxima pós-pico
 σ_{Pico} - Tensão de pico
 $\vec{\sigma}$ - Tensor tensão
 σ_1 - Tensão principal máxima na direção
 σ_I - Componente de tensão na direção principal I
 σ_{II} - Componente de tensão na direção principal II
 σ_{III} - Componente de tensão na direção principal III
 σ_f - Tensão axial de tração na fibra
 σ_{nn} – Componente de tensão axial na direção n
 σ_{ns} - Componente de tensão tangencial na direção ns
 σ_{ss} - Componente de tensão axial na direção n
 σ_{st} - Componente de tensão tangencial na direção st
 σ_{tn} - Componente de tensão tangencial na direção tn
 σ_{fu} - Resistência de tração da fibra
 σ_{max} - Máxima tensão na borda de uma abertura elíptica
 σ_N - tensão normal aplicada em uma placa infinita
 σ_x – Componente de tensão axial na direção x
 σ_y - Componente de tensão axial na direção y
 σ_{ys} – Tensão de plastificação da zona plástica na raiz da trinca
 σ_z - Componente de tensão axial na direção x
 σ_{tt} - Componente de tensão axial na direção n
 τ_f - Tensão de cisalhamento na interface fibra-matriz
 τ_{xy} - Componente de tensão tangencial na direção xy
 τ_{xz} - Componente de tensão tangencial na direção xz
 τ_{yz} - Componente de tensão tangencial na direção yz
 τ_1 - Tensão de cisalhamento fictício no ensaio de arrancamento
 τ_{au} - resistência ao cisalhamento adesional
 τ_f - Tensão friccional
 ψ - Função de tensão de Airy ou a rotação da seção transversal
 Φ_i – Polinômio utilizado para representar as rotações do elemento CQ40S do DIANA

1 INTRODUÇÃO

O avanço tecnológico na engenharia depende, em grande parte, do desenvolvimento de novos materiais. Algumas estruturas só puderam ser construídas devido ao melhor aproveitamento das propriedades de materiais tradicionais, como o aço, o concreto, o alumínio e a cerâmica. Entretanto, estes materiais apresentam limitações quanto ao seu uso, o que exige o desenvolvimento de novos materiais, dentre os quais, destacam-se os compósitos, que possibilitam a otimização das propriedades de engenharia, como o módulo de elasticidade, por exemplo, pela associação de componentes formados por outros materiais em conjunto com materiais tradicionais.

Na engenharia civil, os materiais compósitos mais utilizados ainda são aqueles à base de cimento, reforçados com fibras, destacando-se o cimento amianto (asbesto). O amianto (latim) ou asbesto (grego) são nomes genéricos de um minério encontrado no solo muito utilizado pelo setor industrial. Pesquisas mostraram que o asbesto pode causar várias doenças, entre estas o câncer (DEMENT *et al*, 2007 e RICHARDSON, 2009), o que provocou a proibição da utilização deste material em muitos países. Atualmente, constata-se uma tendência mundial pelo banimento da utilização do amianto, inclusive no Brasil, nos estados do Rio de Janeiro, São Paulo, Pernambuco, Rio Grande do Sul, entre outros, causando uma lacuna no mercado que precisa ser preenchida.

Com a proibição do asbesto, intensificou-se uma série de pesquisas para descoberta de novos materiais visando substituir o cimento amianto. Um destes produtos é o compósito à base de cimento reforçado com fibras de sisal, que apesar dos avanços tecnológicos, ainda não é explorado comercialmente no Brasil. Considerando a abundância do sisal, haja vista que o Brasil é o maior produtor de sisal do mundo, cuja exportação chegou a gerar receitas superiores a 80 milhões de dólares (SUINAGA *et al*, 2006), aliado ao baixo custo de produção, vislumbra-se assim um grande potencial inexplorado, revelando-se como estratégia para o desenvolvimento nacional.

A Bahia é o Estado onde se cultiva 95% do sisal de todo o Brasil, seu cultivo se estende por cerca de 75 municípios de quatro territórios com uma área plantada de aproximadamente 190 mil hectares (SUINAGA *et al*, 2006). O sisal é um dos produtos agrícolas que mais gera impostos para o estado e em toda a sua cadeia produtiva, empregando mais de meio milhão de pessoas (SUINAGA *et al*, 2006). Deve-se mencionar também, que esta cultura é apontada como uma das soluções para o problema da desertificação das áreas do semi-árido e sub-úmida seca,

baseado no princípio da recuperação ecológica dos núcleos e clareiras desprovidos de vegetação (RODRIGUES, 1997).

A utilização da fibra de sisal como reforço para materiais de construção agregará valor ao produto e garantirá uma maior demanda para as fibras. Como a produção do sisal concentra-se basicamente no semi-árido, onde a população é bastante carente, o aumento no preço e na produção deste produto poderá garantir uma vida mais digna para estas pessoas, além de contribuir para a preservação destas áreas. Assim sendo, a utilização da fibra de sisal não desperta apenas um interesse no âmbito tecnológico, mas também sócio-econômico e ambiental.

Entretanto, para que um material possa ser utilizado na construção civil, é necessário que se tenha conhecimento do seu comportamento mecânico, possibilitando dimensionamento de elementos estruturais seguros e duráveis. Nenhum material, com função estrutural, poderá ser incorporado à construção civil sem que se possa prever o seu comportamento. Para isto são necessárias investigações experimentais e de cunho analítico e/ou numérico. Os experimentos ocorrem com muito mais frequência (SAVASTANO JR *et al*, 2006; TOLEDO FILHO *et al*, 2002; SANJUÁN e TOLEDO FILHO, 1998), porém são processos lentos e onerosos, o que torna importante descrever teoricamente o comportamento deste compósito, para que as pesquisas tenham impulso e seja possível criar critérios de dimensionamento para o mesmo, garantindo a durabilidade e a segurança do elemento estrutural, permitindo assim a utilização do sisal na construção civil, com todos os benefícios agregados ao mesmo.

Foi na década de 70 que se iniciou o desenvolvimento dos primeiros modelos matemáticos para previsão do comportamento desses materiais (AVESTON, 1973 e ARGON e SHACK, 1975) acentuando-se na década de 90, com a utilização de várias teorias como: (i) teoria dos compósitos; (ii) micromecânica da interface e (iii) mecânica da fratura (LI, 1991; MOBASHER, 1991 e BREYSSE, 1997). Alguns modelos analíticos têm sido desenvolvidos para avaliação destes compósitos (LI, 1998 e LIMA, 2001), obtendo-se resultados promissores, mas apresentando limitações na previsão do comportamento pós-fissuração devido, principalmente, à fissuração da matriz a base de cimento.

A Teoria Clássica dos Laminados, utilizada quando o reforço é aplicado em camadas bem definidas, é uma das formas mais tradicionais de análise dos compósitos, sendo aplicável a elementos com comportamento elástico linear, podendo ser modificada para descrever os compósitos com matriz frágil (NAGAHAMA *et al*, 2006). Uma solução é a utilização de modelos numéricos computacionais, uma alternativa cada vez mais utilizada na modelagem do comportamento dos compósitos

(CHENG, 1998 e LEE, 2004), pois apresenta a vantagem de permitir incorporar, em sua formulação, parâmetros estruturais oriundos de outras teorias de análise, como Mecânica do Dano e Mecânica da Fratura, para previsão do comportamento pós-fissurado.

1.1 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é modelar, através do programa computacional DIANA, os resultados experimentais obtidos por Lima (2004) nos ensaios de tração direta e na flexão de placas compósitas com matriz cimentícia reforçadas com fibras longas de sisal.

Para isso, foi necessário definir os seguintes objetivos específicos:

- Realizar estudo dos modelos de comportamento existentes no programa DIANA que podem representar este compósito, adaptando-os quando necessário;
- Definir o modelo de fissuração a ser utilizado na modelagem, que possa apresentar boas respostas e que seja de fácil implementação;
- Realizar análises inversas para determinar alguns parâmetros de materiais e numéricos, necessários para a modelagem, que não foram determinados experimentalmente por Lima (2004);
- Calibrar os modelos e parâmetros do material através dos resultados experimentais na tração direta obtidos por Lima (2004);
- Aferir o modelo numérico através dos resultados experimentais obtidos por Lima (2004) na flexão em quatro pontos.

1.2 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O trabalho está apresentado em capítulos, conforme sintetizado a seguir:

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO – Esse capítulo apresenta considerações sobre a origem e importância do desenvolvimento de compósitos a base de cimento reforçados com fibras de sisal. São também levantados alguns critérios a serem atendidos visando uma futura incorporação desses compósitos à construção civil. Por fim são explicitados os objetivos do trabalho, bem como sua estrutura organizacional.

CAPÍTULO 2: FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA – Neste capítulo é apresentado um breve histórico sobre a modelagem numérica de placas laminadas. Além disso, é

desenvolvida uma introdução à Mecânica da Fratura e ao Método dos Elementos Finitos. Ao final é feito um estudo o comportamento mecânico dos compósitos de matriz cimentícia reforçados com fibras e do mecanismo de aderência fibra-matriz.

CAPÍTULO 3: MODELAGEM COMPUTACIONAL – Neste capítulo é apresentado o programa experimental de Lima (2004), focalizando-se as informações relativas aos ensaios realizados. Em seguida, apresenta-se o modelo de elementos finitos utilizados para simular cada tipo de ensaio.

CAPÍTULO 4: RESULTADOS - Neste capítulo encontram-se os resultados obtidos da modelagem teórico-computacional desenvolvida na pesquisa, confrontando-os com os resultados experimentais oriundos de Lima (2004).

CAPÍTULO 5: CONCLUSÕES - Neste capítulo é feita uma avaliação geral do trabalho, culminando com as discussões, fruto da comparação entre os resultados experimentais e computacionais, definindo-se assim, possíveis modelos para representar de maneira satisfatória o comportamento destes compósitos. Aqui também são apresentadas sugestões para a continuação das pesquisas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 MECÂNICA DA FRATURA

A Mecânica da Fratura é o estudo da resposta e falha da estrutura como consequência da inicialização e propagação de uma fissura (SHAH *et al*, 1995). As estruturas de concreto possuem fissuras internas mesmo antes de entrarem em serviço, e em consequência, sua falha envolve sempre grandes áreas de fissuração e fraturas, antes que alcancem a carga de projeto (BAŽANT, 1997).

Com base nas suas relações tensão-deformação, os materiais podem ser divididos em frágeis, dúcteis ou quase-frágeis (Figura 2.1).

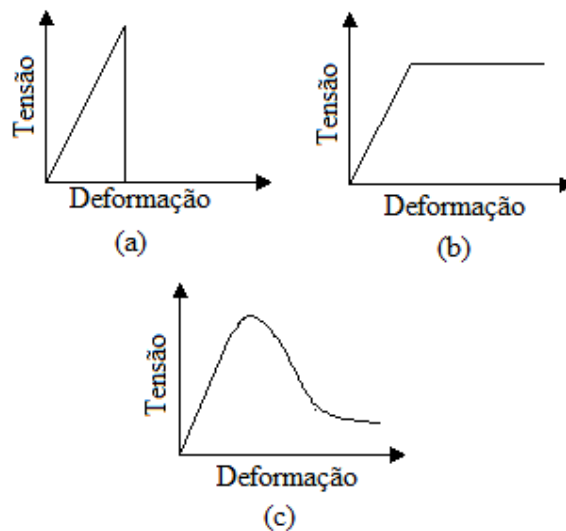


Figura 2.1 – Diferentes tipos de resposta tensão-deformação para materiais: (a) frágil; (b) plástico (dúctil) e (c) quase-frágil

Para os materiais definidos como frágeis, a tensão suportada pelo material cai a zero quando ocorre a fratura. Em contrapartida, para os materiais com comportamento elastoplástico a tensão permanece constante. Já os materiais quase-frágeis são caracterizados por um decréscimo gradual da tensão suportada pelo material após a carga de pico.

A falha das estruturas depende das propriedades dos materiais usados para sua concepção (SHAH *et al*, 1995). Isto fica evidente ao analisar uma placa com uma abertura elíptica em que uma das dimensões é muito maior que outra (placa infinita) submetida a um estado de tensão axial na direção da menor dimensão, onde os defeitos são modelados nesta abertura elíptica (Figura 2.2).

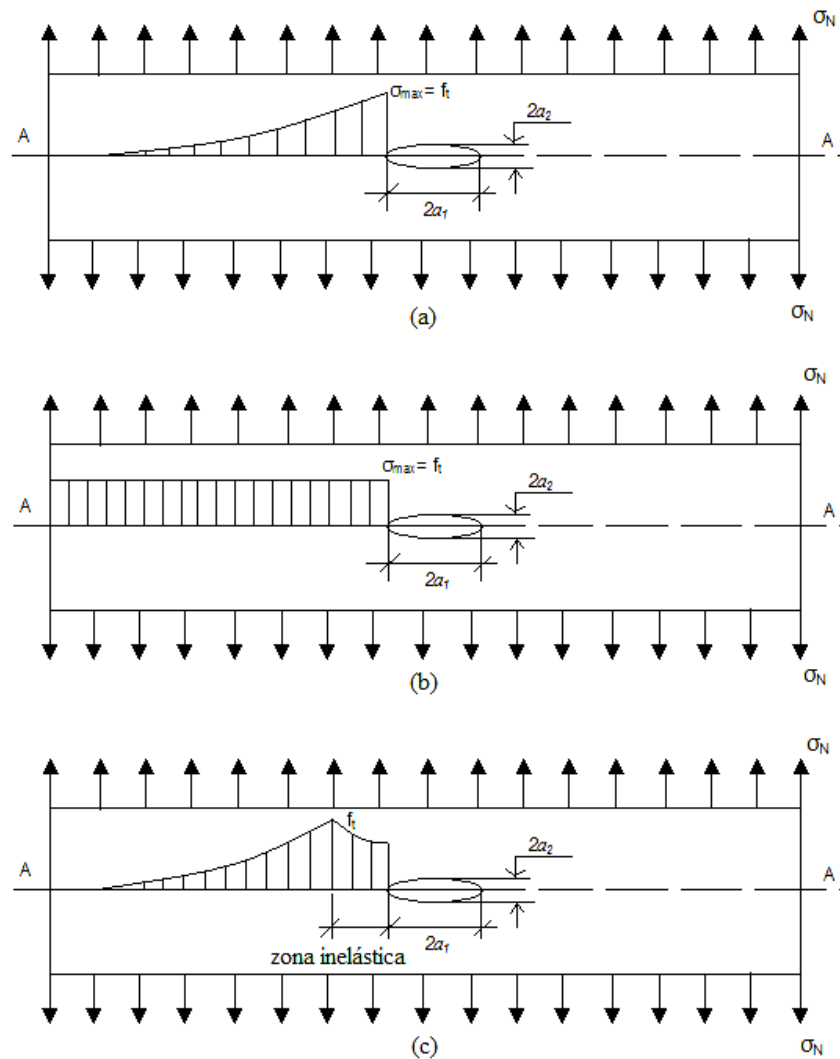


Figura 2.2 – Falha das estruturas para vários tipos de materiais: (a) fratura frágil; (b) fratura plástica e (c) fratura quase-frágil (SHAH *et al*, 1995)

A presença desta abertura altera a distribuição de tensões, tal que a máxima tensão na borda da abertura, σ_{\max} , é maior que a tensão normal σ_N . Com base numa análise elástica de tensões, a relação entre σ_{\max} e σ_N é

$$\sigma_{\max} = \left(1 + \frac{2a_1}{a_2}\right) \sigma_N = K_t \sigma_N \quad (2.1)$$

onde a_1 e a_2 são, respectivamente, o eixo maior e menor da elipse e K_t é o fator de concentração de tensões. Para Shah *et al* (1995), se a estrutura é fabricada com material frágil, a fratura é catastrófica, onde o valor de σ_{\max} é igual a máxima tensão

suportada f_i (Figura 2.2a). Para as placas produzidas com materiais dúcteis, mesmo quando a tensão máxima suportada é alcançada ($\sigma_{\max} = f_i$) ainda é possível a aplicação de carregamento, dada a redistribuição de tensões plásticas. Neste caso, a falha ocorre apenas quando toda a seção A-A alcança o valor de f_i (Figura 2.2b). Quando a placa é produzida com material quase-frágil, uma zona inelástica é produzida na região em que a máxima tensão é alcançada. É nesta zona que freqüentemente ocorre o processo de fratura, neste caso, a tensão normal decresce até a “ponta” da abertura. O desenvolvimento de uma zona de processo de fratura resulta em um comportamento tensão-deformação conhecido como “softening” (Figura 2.2c). É importante lembrar que a máxima tensão suportada depende não somente das propriedades do material, mas também da geometria e condições de contorno da estrutura.

2.1.1 Modos de Carregamento

Os modos de carregamento que envolvem deslocamentos diferentes de superfícies de trinca são :

- Modo I: abertura ou modo de tração – as faces da trinca são separadas (Figura 2.3a);
- Modo II: escorregamento ou cisalhamento planar – as faces da trinca deslizam uma sobre a outra (Figura 2.3b);
- Modo III: rasgamento ou cisalhamento anti-planar – as superfícies da trinca movem-se paralelamente em relação à aresta de propagação e relativamente uma à outra (Figura 2.3c);

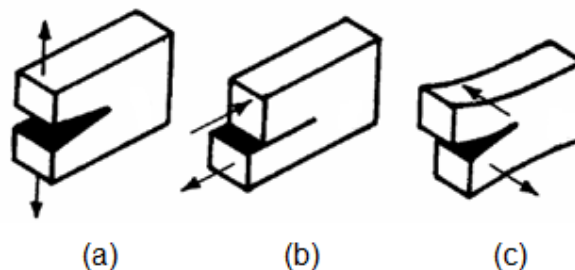


Figura 2.3 - Modos de carregamento: (a) tração; (b) cisalhamento planar; (c) cisalhamento anti-planar

2.1.2 Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE)

Segundo Bažant (1997), a teoria clássica da mecânica da fratura foi inicialmente aplicada somente para materiais frágeis homogêneos, como o vidro ou alguns tipos de estruturas metálicas.

A mecânica de fratura elástica linear (MFLE) é baseada na aplicação da teoria da elasticidade a corpos contendo trincas ou defeitos. As hipóteses usadas na elasticidade são também adotadas na teoria do MFLE, que são pequenos deslocamentos e linearidade entre tensões e deformações.

De acordo com Shah *et al* (1995), as componentes de tensão para qualquer ponto (x,y,z) , num sistema de coordenadas cartesianas, em um corpo sob tensão são definidas como $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$, como mostrado na Figura 2.4a. As correspondentes componentes de deformação são respectivamente $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$. Para uma condição de estado plano de tensão, onde $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$, ou considerando uma condição para o estado plano de deformação $\epsilon_z = 0$ (Figura 2.4b), as equações de equilíbrio são

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X = 0 \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + Y = 0 \quad (2.2)$$

onde X e Y são forças de corpo nas direções x e y respectivamente.

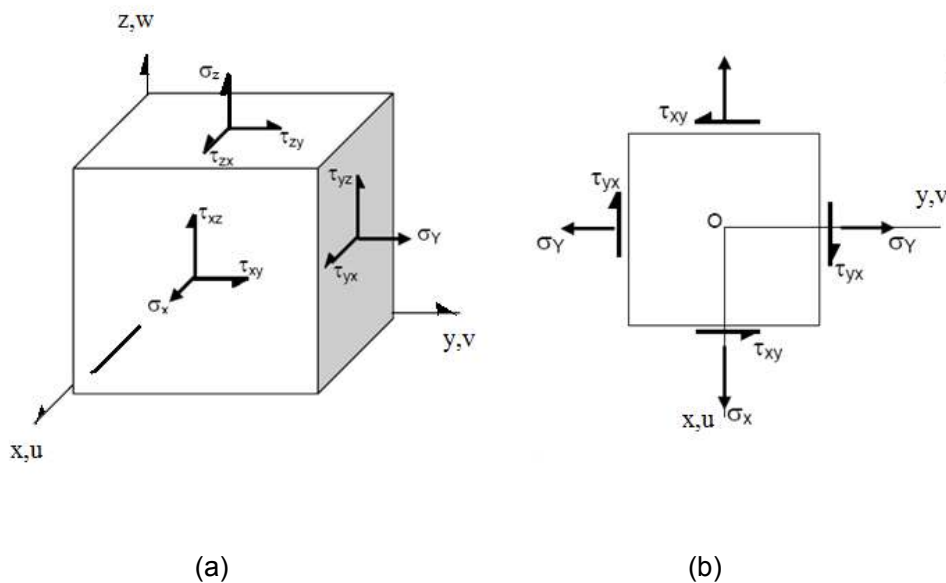


Figura 2.4 – Componentes de tensão e deslocamento para um sistema cartesiano de coordenadas

As relações deformação-deslocamento associadas ao problema, são

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.3)$$

onde u e v são as componentes de deslocamento nas direções x e y respectivamente.

As relações tensão-deformação para um material com comportamento linear-elástico e isotrópico, submetido a um estado plano de tensões são

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) \quad \epsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \quad \gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy} \quad (2.4)$$

onde E e ν são, respectivamente, o módulo de elasticidade longitudinal e o coeficiente de Poisson.

As equações (2.2) e (2.3) descrevem um problema plano de elasticidade. A distribuição de tensão e deformação para um corpo elástico pode ser encontrada através dessas equações associadas às respectivas condições de contorno, porém este é um problema de difícil resolução direta. Estas equações podem ser simplificadas se as forças de massa X e Y forem constantes para um corpo elástico. As equações de equilíbrio (2.2) são automaticamente satisfeitas se:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - Xx \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - Yy \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \quad (2.5)$$

onde ψ é conhecida como função de tensão de Airy. Substituindo a equação (2.3) em (2.5) e introduzindo o resultado disto em (2.4), após diferenciar duas vezes, resulta a equação de compatibilidade

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} = 0 \quad (2.6)$$

Dada a função complexa de tensões

$$Z(z) = Z_r(x, y) + iZ_i(x, y) \quad (2.7)$$

onde $z=x+iy$, $Z_r(x,y)$ é a parte real de $Z(x,y)$ e $Z_i(x,y)$ é a parte imaginária de $Z(x,y)$. Para $Z(x,y)$ ser uma função analítica, a condição de Cauchy-Reimann (SHAH *et al*, 1995) deve ser satisfeita

$$\frac{\partial Z_r(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial Z_i(x,y)}{\partial y} \quad \frac{\partial Z_i(x,y)}{\partial x} = -\frac{\partial Z_r(x,y)}{\partial y} \quad (2.8)$$

Introduzindo a transformação $z=x+iy$, a equação (2.6) se transforma em

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial z^2 \partial \bar{z}^2} = 0 \quad (2.9)$$

onde $\bar{z} = x - iy$. A equação (2.9) é uma condição de compatibilidade baseada numa função de tensão complexa. A equação é automaticamente satisfeita se a seguinte função for utilizada (SHAH *et al*, 1995)

$$\psi = \frac{1}{2} [\bar{z}\varphi_1(z) + z\bar{\varphi}_1(z) + \varphi_2(z) + \bar{\varphi}_2(z)] \quad (2.10)$$

onde $\varphi_1(z)$ e $\varphi_2(z)$ são funções analíticas que satisfazem a condição de Cauchy-Reimann (equação (2.8)).

Substituindo a equação (2.10) na equação (2.5) e desprezando as forças de massa tem-se que:

$$\sigma_y + \sigma_x = 2[\varphi_1'(z) + \bar{\varphi}_1'(z)] \quad (2.11)$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2[\bar{z}\varphi_1''(z) + \varphi_3'(z)] \quad (2.12)$$

onde $\varphi_3'(z) = \partial\varphi_2(z)/\partial z$

Os deslocamentos para uma condição de estado plano de tensão podem ser expressos como

$$\frac{E}{1+\nu}(u+iv) = \frac{3-\nu}{1+\nu}\varphi_1(z) - z\bar{\varphi}_1'(z) - \bar{\varphi}_3(z) \quad (2.13)$$

As componentes de deslocamento podem ser obtidas separando a parte real da parte imaginária, na equação (2.13).

Considerando o modo I de fissuração para uma placa infinita submetida a tensões (Figura 2.5), as expressões $\varphi_1(z)$ e $\varphi_3(z)$ podem ser usadas para este problema.

$$\varphi_1 = \frac{\sigma}{4} \left(2\sqrt{z^2 - a^2} - z \right) \quad \varphi_3 = \frac{\sigma}{2} \left(z - \frac{a^2}{\sqrt{z^2 - a^2}} \right) \quad (2.14)$$

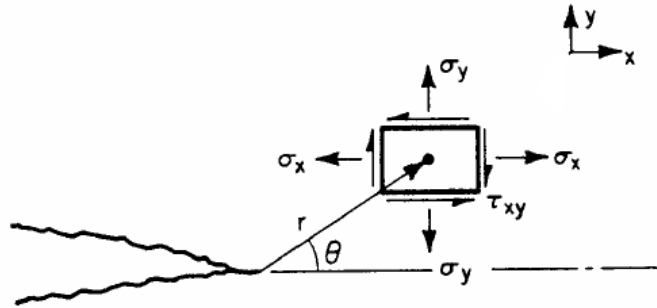


Figura 2.5 – Posição de um ponto próximo da raiz da fissura em coordenadas esféricas para uma placa infinita submetida a tensões

É possível provar que $\varphi_1(z)$ e $\varphi_3(z)$ satisfazem a equação (2.8) e as condições de contorno. As componentes de tensão podem ser derivadas da equação (2.14) e introduzidas na equação (2.12), obtendo-se:

$$\sigma_y + \sigma_x = \sigma \left[2 \operatorname{Re} \left(\frac{z}{\sqrt{z^2 - a^2}} \right) - 1 \right] \quad (2.15)$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = \sigma \left[\frac{2ia^2y}{(z^2 - a^2)^{3/2}} + 1 \right] \quad (2.16)$$

onde $\operatorname{Re} Z_1(z)$ representa a parte real de $Z_1(z)$

Por conveniência, as equações de tensão que estão expressas em coordenadas cartesianas serão transformadas em coordenadas polares, utilizando-se as seguintes equações:

$$x = a + r \cos\theta \quad y = r \sin\theta \quad z = a + r \cos\theta + ir \sin\theta \quad (2.17)$$

Substituindo-se as equações (2.17) em (2.16) e desprezando os termos de alta ordem de r tem-se que:

$$\sigma_y + \sigma_x = \sigma \sqrt{\frac{2a}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (2.18)$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = \sigma \sqrt{\frac{2a}{r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left(\sin \frac{3\theta}{2} + i \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (2.19)$$

Separando a parte real da imaginária na equação anterior, chega-se ao modelo de distribuição de tensões proposta por Irwin's (VAN MIER, 1996) para uma placa infinita fissurada submetida às seguintes componentes de tensões

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} + i \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (2.20)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} + i \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (2.21)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (2.22)$$

O fator de intensidade de tensão K_I para o modo I de fissuração pode ser definido como

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_y(r, \theta = 0) \quad (2.23)$$

Para uma placa infinita

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (2.24)$$

As componentes de deslocamento para a raiz de uma fissura num estado plano de tensões são

$$u = 2(1 + \nu) \frac{K_I}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - 2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (2.25)$$

$$v = 2(1 + \nu) \frac{K_I}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 - 2\nu - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (2.26)$$

De modo similar, para o modo II de fissuração, as componentes de tensão para uma placa infinita fissurada são

$$\sigma_x = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (2.27)$$

$$\sigma_y = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (2.28)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (2.29)$$

onde o fator de intensidade de tensão K_{II} para o modo II de fissuração pode ser definido, para uma placa infinita, como

$$K_{II} = \tau \sqrt{\pi a} \quad (2.30)$$

De acordo com o campo de tensões elástico apresentado nas equações (2.20), (2.21) e (2.22), as tensões aproximam-se do infinito quando r tende a zero. Entretanto, este fenômeno não pode se desenvolver em materiais reais. Assim, certa zona plástica deve existir na raiz da trinca (Figura 2.6a).

A estimativa do tamanho da zona plástica na raiz de uma trinca pode ser modelada com base na Figura 2.6a, onde se mostra a distribuição de tensões σ_y em um plano $\theta = 0$ baseada nas equações (2.20), (2.21) e (2.22). Os valores de σ_y são elevados para a região $r < r_{p0}$, sendo que r_{p0} indica o comprimento da zona plástica na raiz da trinca que pode ser estimado para a condição de $\sigma_y = \sigma_{ys}$ e $r = r_{p0}$. Aplicando esta condição nas equações (2.20), (2.21) e (2.22) com $\theta = 0$ tem-se

$$r_{p0} = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_{ys}^2} = \frac{a}{2} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad (2.31)$$

Deve ser observado que o comprimento r_{p0} está subestimado, pois as tensões representadas pela área “hachurada” devem ser levadas em consideração (Figura 2.6a).

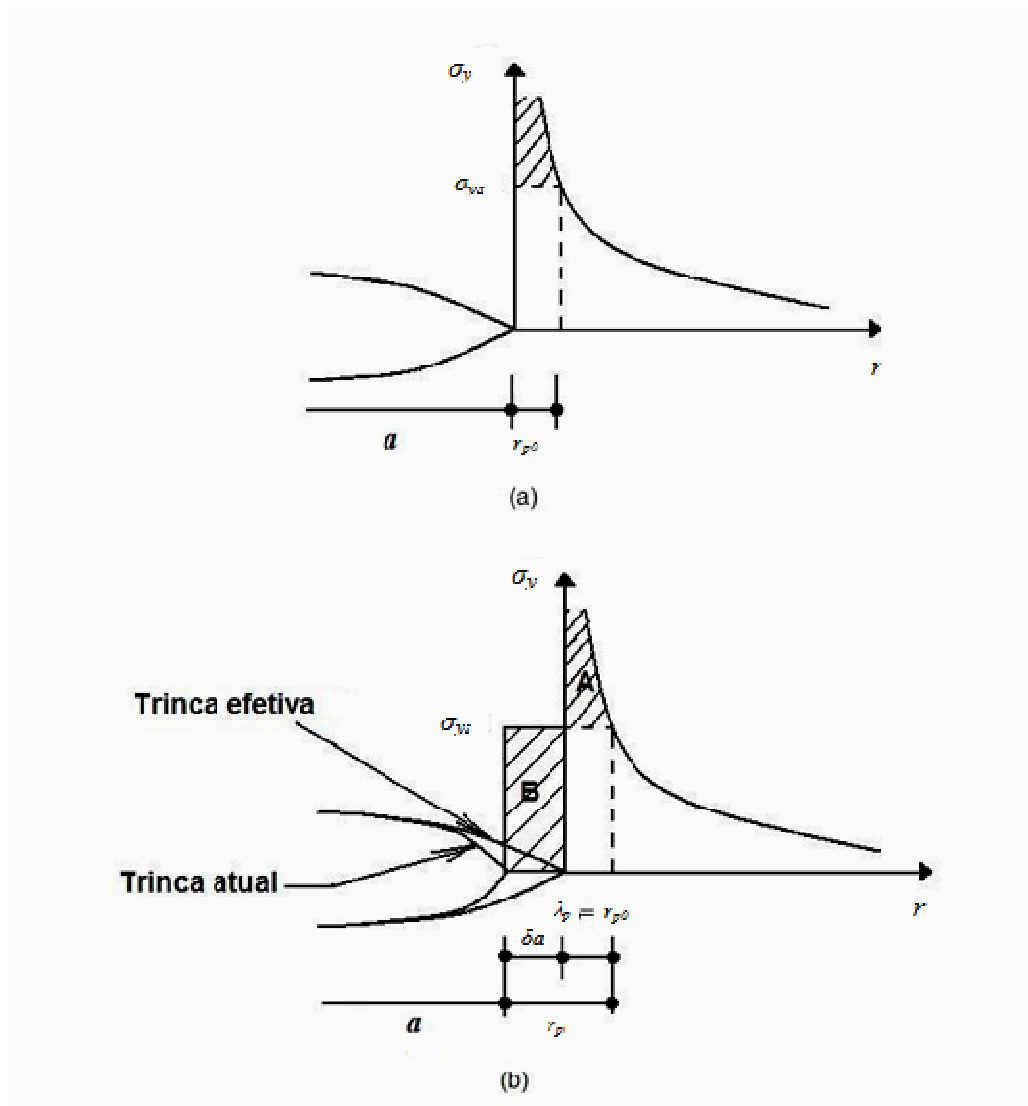


Figura 2.6 – (a) zona plástica na raiz da trinca; (b) estimativa do tamanho da zona plástica na raiz de uma trinca

Conforme Van Mier (1996), o modelo de Irwin's propõe que a presença de uma zona plástica na raiz da trinca gera uma redução na rigidez da estrutura, sendo equivalente a uma estrutura com uma fissura maior. Assim, o comprimento desta trinca “efetiva” $a_e = a + \delta a$, onde a é o comprimento atual da trinca e δa é a correção deste comprimento.

A distribuição de tensões σ_y para a raiz da trinca efetiva é dada na Figura 2.6b e a tensão ao longo do comprimento δa é limitado a σ_{ys} . Considerando agora $\sigma_y = \sigma_{ys}$ e $r = \lambda_p$, sendo que $\lambda_p = r_{p0}$ se δa for muito pequeno em relação ao comprimento a .

Entretanto, cabe observar que δa deve ser grande o suficiente para que a área A seja equivalente a área B, o que resulta em:

$$\int_0^{\lambda_p} a \sqrt{\frac{a + \delta a}{2r}} dr - \sigma_{ys} \lambda_p = \sigma_{ys} \delta a \quad (2.32)$$

Usando $\lambda_p = r_{p0}$ e desprezando δa , da equação (2.32) tem-se

$$r_p = \delta a + r_{p0} = a \left(\frac{\sigma}{\sigma_{ys}} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad (2.33)$$

Segundo Van Mier (1996), a estimativa do tamanho da zona plástica na raiz da trinca tem como suposição que o comprimento desta zona é pequeno comparado com o tamanho da fissura atual, o que não é verdade para alguns materiais e geometrias. Esta estimativa não pode ser aplicada para materiais quase-frágeis tais como concreto, rocha e cerâmica, já que estes materiais não possuem limite de plastificação. Além disso, devido à presença dos mecanismos “toughening” para estes materiais, os quais serão apresentados posteriormente no item 2.1.4, na região do processo de fratura, a zona inelástica é usualmente considerável em relação à fissura inicial.

2.1.3 Energia para a propagação de uma fissura

O conceito de taxa de energia liberada proposto por Griffith pode ser generalizado para taxa de energia de deformação para a propagação de uma fissura (SHAH *et al*, 1995). O estado de equilíbrio de uma estrutura fissurada pode ser obtido considerando uma placa submetida a um carregamento axial P com uma trinca de comprimento inicial a (Figura 2.7).

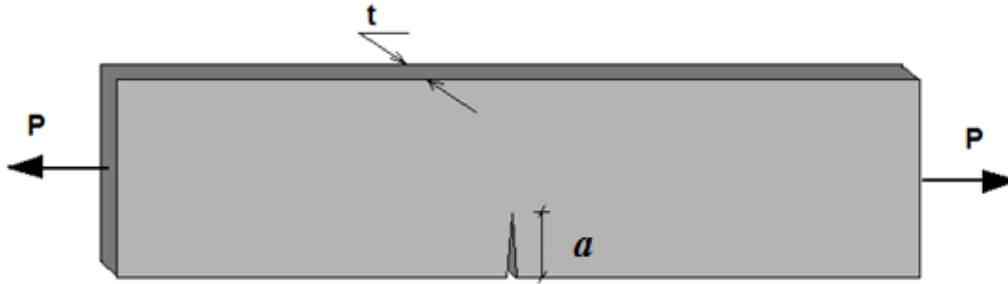


Figura 2.7 – Placa fissurada submetida a um carregamento axial P

Com o objetivo de simplificar, as forças de massa são desprezadas. A energia potencial total π em uma estrutura pode ser expressa como

$$\pi = U - F + W \quad (2.34)$$

onde U é a energia de deformação da estrutura, F é o trabalho produzido pela aplicação da força e W é a energia para a formação da fissura. É condição necessária para o estado de equilíbrio da estrutura que a derivada de primeira ordem da energia potencial total π , seja igual a zero para uma extensão infinitésima da trinca da ,

$$\frac{\partial}{\partial a}(U - F + w) = 0 \quad (2.35)$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial a}(U - F) = \frac{\partial W}{\partial a} \quad (2.36)$$

Dois tipos de condições de contorno podem ser aplicados à equação (2.36). A primeira é que o deslocamento do ponto de aplicação da carga é fixo durante a propagação da fissura. A segunda é que a carga permanece constante durante a propagação da fissura. O trabalho produzido pela aplicação da carga é Pu , onde P é a carga aplicada e u é o deslocamento. É observado que $Pu=0$ para a condição do deslocamento do ponto de aplicação da carga ser fixo. Considerando a condição do deslocamento do ponto de aplicação da carga ser fixo, tem-se:

$$-\left[\frac{\partial U(a, u)}{\partial a}\right]_u = \frac{\partial W}{\partial a} \quad (2.37)$$

onde $U(a,u)$ é função do comprimento da trinca e do deslocamento. O subscrito u indica que a derivada é calculada em u . Para a condição de carga constante tem-se

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial a} [Pu(P) - U(a,P)] \right\}_P = \left[\frac{\partial U^*(a,P)}{\partial a} \right]_P = \frac{\partial W}{\partial a} \quad (2.38)$$

onde u é função de P , $\partial U^*(a,P) = Pu(P) - U(a,P)$ é a energia de deformação complementar e esta é uma função do comprimento da fissura e da carga P . O subscrito P indica que a derivada é calculada considerando P constante (2.38).

Sabendo-se que:

$$G = G_c \quad (2.39)$$

onde G é taxa de energia de deformação liberada para a propagação de uma unidade de comprimento de fissura, em uma estrutura com espessura unitária e $G_c = (1/t) \partial W / \partial a$. Logo, com base nas equações (2.37) e (2.38), tem-se

$$G = -\frac{1}{t} \left[\frac{\partial U(a,u)}{\partial a} \right]_u = \frac{1}{t} \left[\frac{\partial U^*(a,P)}{\partial a} \right]_P \quad (2.40)$$

Para materiais com comportamento linear elástico a energia complementar U^* é igual à energia de deformação U , logo

$$G = -\frac{1}{t} \left[\frac{\partial U(a,u)}{\partial a} \right]_u = \frac{1}{t} \left[\frac{\partial U(a,P)}{\partial a} \right]_P \quad (2.41)$$

2.1.4 Mecânica da Fratura não-linear para o modo I – Materiais quase-frágeis

Como dito anteriormente, a mecânica da fratura linear elástica permite que as tensões tendam ao infinito quando se aproxima da raiz da trinca, o que não pode ocorrer para materiais reais. Este fenômeno indica a existência de uma zona inelástica na raiz da trinca, que no caso de materiais metálicos é uma zona de plastificação (Figura 2.6). Para materiais heterogêneos, como o concreto, esta zona inelástica é chamada de zona de processo de fratura (BAŽANT, 1997).

O processo de fratura no concreto é muito complicado, pois existem muitos mecanismos envolvidos denominados “toughening” (SHAH *et al*, 1995), tais como mostrados na Figura 2.8.

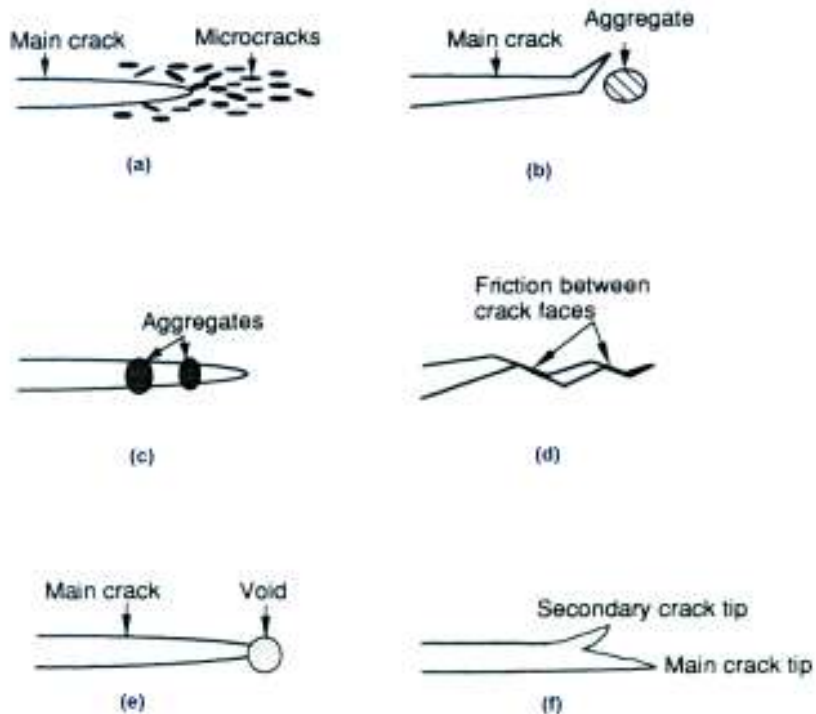


Figura 2.8 – Mecanismos “toughening” na zona de processo de fratura: (a) “crack shielding”; (b) “crack deflection”; (c) “aggregate bridging”; (d) “crack surface roughness-induced” (e) “crack tip blunted by void” e (e) “crack branching” (SHAH *et al*, 1995)

Antes da fratura, as altas tensões as quais as estruturas em serviço estão submetidas, geram micro-fissuras no material. Estas micro-fissuras, somadas às geradas durante o fenômeno de retração e aos poros resultantes da retenção de ar durante o processo de produção, consomem parte da energia gerada pela aplicação do carregamento e são conhecidos como “microcrack shielding” (Figura 2.8a). O mecanismo “crack deflection” (Figura 2.8b) ocorre quando a resistência do agregado é muito elevada ou a zona de transição agregado-matriz é frágil. O mecanismo “aggregate bridging” é um importante processo de fortalecimento (“toughening”) da fissura, onde a trinca avança além do agregado e este continua a transmitir tensões de cisalhamento até que seja rompido ou arrancado da matriz (Figura 2.8c). A formação

de fissuras irregulares pode gerar atrito (“interlock”) entre suas faces (Figura 2.8d), este fenômeno é chamado de “crack surface roughness-induced”. Durante a propagação de uma trinca esta pode encontrar um ponto vazio (“void”) interno produzindo uma raiz de fissura “cega” (SHAH *et al*, 1995). Estes são chamados de “crack tip blunted by void” (Figura 2.8e). Uma energia adicional é necessária para a propagação de fissuras com raiz “cega” sendo este também um importante processo de “toughening”. Outro mecanismo de propagação de fissura é o “crack branching” (Figura 2.8f), no qual fissuras secundárias são formadas em materiais heterogêneos e muita energia é consumida para a formação de novas fissuras.

Quanto ao comportamento, os materiais quase-frágeis possuem diferentes relações tensão-deformação em comparação aos materiais perfeitamente frágeis (propagação catastrófica da trinca – Figura 2.9a). No caso dos materiais quase-frágeis como o concreto, a não-linearidade ocorre antes de atingir a resistência máxima do espécime (Figura 2.9b), onde há uma propagação dúctil da fissura.

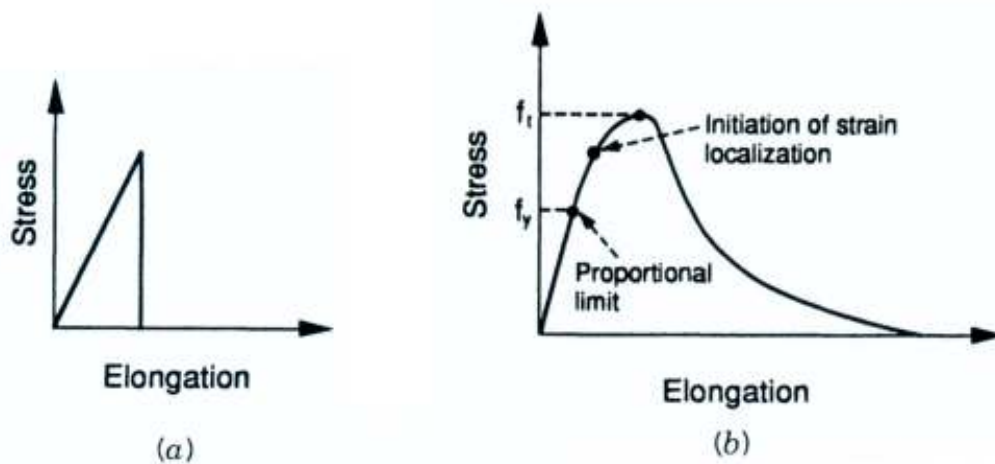


Figura 2.9 - Relação tensão-deformação: (a) material com comportamento linear elástico; (b) material quase-frágil (SHAH *et al*, 1995)

Até o limite de proporcionalidade (f_y) (Figura 2.9b), o comportamento dos materiais quase-frágeis é linear, pois não há ainda propagação de fissuras. Após ultrapassar o valor de f_y começa a surgir uma não-linearidade no comportamento do material, fruto de uma propagação de fissuras ainda estável. Entretanto, após atingir o ponto conhecido como “strain localization” (ou dano localizado - Figura 2.9b), novas superfícies de fratura são formadas ao longo da parte inicial da raiz da trinca, a partir deste ponto já começa a atuar o mecanismo “toughening crack shielding”, onde ocorre uma não-linearidade acentuada (SHAH *et al*, 1995) (Figura 2.8). A distribuição de

tensões em uma nova superfície de fratura depende da definição da zona de processo de fratura para a raiz da trinca inicial (Figura 2.10).

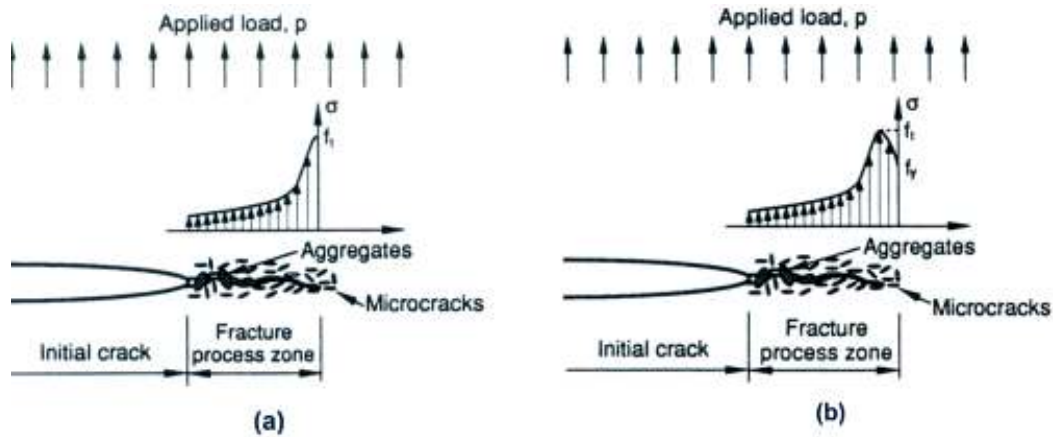


Figura 2.10 – Zona de processo de fratura: (a) sem incluir as microfissuras na raiz da trinca (b) incluindo as microfissuras na raiz da trinca (SHAH *et al*, 1995)

Para modelar a zona de processo de fratura, uma pressão de coesão ($\sigma(w)$) é aplicada ao longo desta zona para representar os mecanismos “toughening” (Figura 2.10). O comprimento da fissura associada a esta zona é igual a a . A pressão de coesão $\sigma(w)$ é função do deslocamento w de separação das faces da fissura (Figura 2.10). O valor de $\sigma(w)$ é igual a f_i para w igual a zero (final da zona de processo de fratura) sem considerar o efeito das microfissuras na raiz da trinca (Figura 2.10a). Caso contrário será igual a f_y (Figura 2.10b).

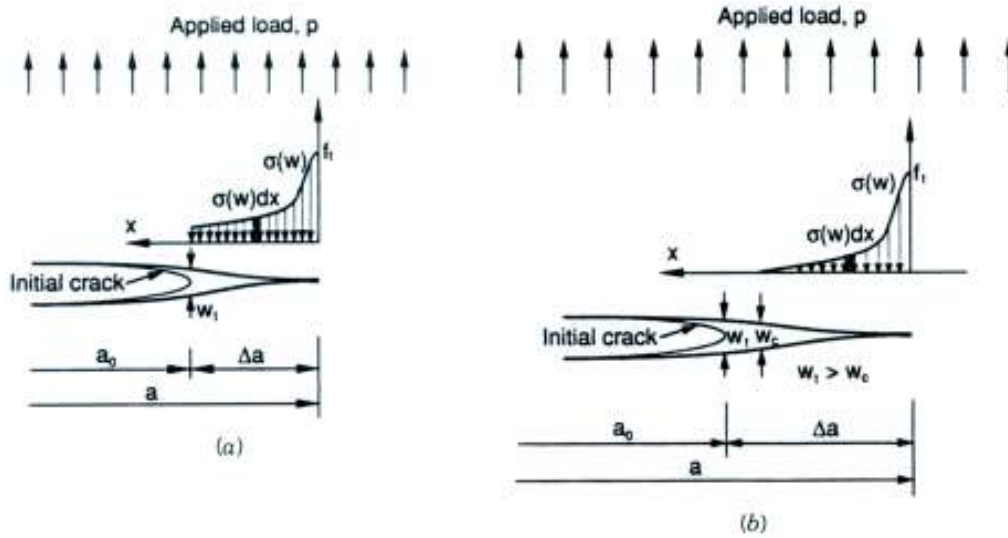


Figura 2.11 – Modelagem da fissuração de material quase-frágil: (a) superfícies de fratura em contato; (b) superfícies de fratura com preliminar separação (SHAH *et al*, 1995)

Quando o concreto com uma fissura quase-frágil sofre aplicação de um carregamento, a energia de aplicação do carregamento resulta em uma taxa de energia liberada G_q . A taxa de energia liberada G_q pode ser dividida em duas partes. A primeira é a energia consumida durante o processo de criação das superfícies, G_{IC} , e a segunda, representa a taxa de energia consumida pela pressão de coesão $\sigma(w)$ na separação das superfícies G_σ .

$$G_q = G_{IC} + G_\sigma \quad (2.42)$$

Sendo G_σ igual ao trabalho produzido pela pressão de coesão para uma fissura com comprimento unitário em uma estrutura com espessura unitária, seu valor pode ser calculado como

$$G_\sigma = \frac{1}{\Delta a} \int_0^{\Delta a} \int_0^w \sigma(w) dx dw = \frac{1}{\Delta a} \int_0^{\Delta a} dx \int_0^w \sigma(w) dw = \int_0^{w_t} \sigma(w) dw \quad (2.43)$$

onde $\sigma(w)$ é a pressão de coesão normal e w_t é o deslocamento de separação entre as superfícies de fratura para uma raiz de trinca inicial (Figura 2.11a). A separação das

superfícies de fratura ocorrerá quando $w_t > w_c$, onde w_c representa a distância crítica em duas superfícies de fratura antes que considere-se iniciado o processo de separação.

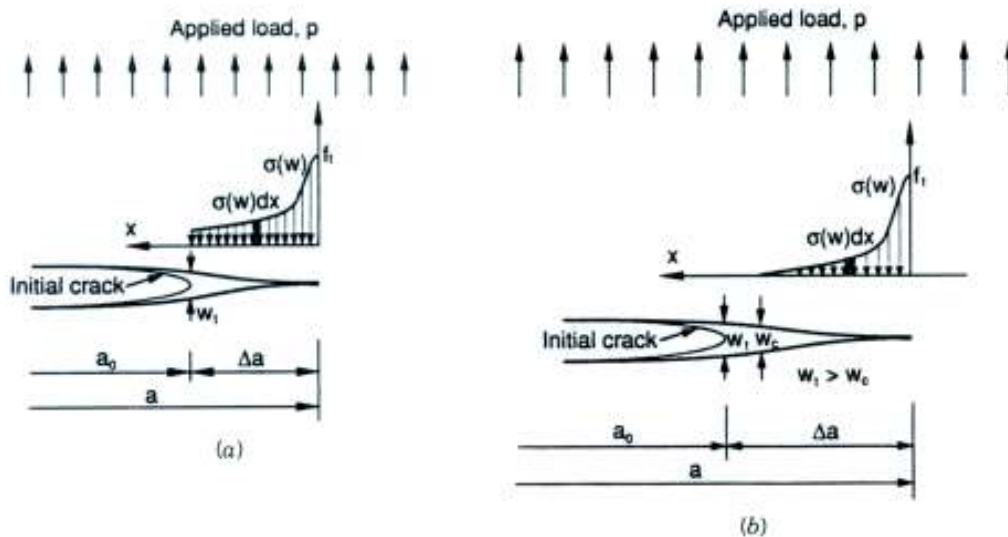


Figura 2.11 – Modelagem da fissuração de material quase-frágil: (a) superfícies de fratura em contato; (b) superfícies de fratura com preliminar separação (SHAH *et al*, 1995)

Introduzindo a equação (2.43) na equação (2.42) tem-se

$$G_q = G_{IC} + \int_0^{w_t} \sigma(w)dw \quad (2.44)$$

A equação (2.44) representa a energia total para uma condição de equilíbrio em uma propagação de fissura para o modo I de carregamento em um material quase-frágil.

Existem duas formas para obter, aproximadamente, o valor da energia dissipada na propagação de uma fissura. Uma baseada nos trabalhos de Griffith-irwin e outra nos trabalhos de Dugdale-Barenblat (VAN MIER, 1996). A primeira considera a energia produzida pela pressão de coesão igual a zero ($\sigma(w)=0$) sendo conhecida como “equivalent-elastic crack approach” baseada na MFLE. A segunda, conhecida com “fictitious crack approach”, considera que a energia necessária para criar uma nova superfície de fratura é pequena comparada com a energia necessária para

separá-las ($G_{IC}=0$). Aqui será apresentado apenas o “fictitious crack approach”, pois o “software” DIANA, utilizado no desenvolvimento do presente trabalho emprega esta aproximação.

Adotando o “fictitious crack approach” para determinação da taxa de energia liberada G_q resulta em

$$G_q = \int_0^{w_t} \sigma(w) dw \quad (2.45)$$

Lembrando que essa equação é válida para uma estrutura com espessura unitária constante, o “fictitious crack approach” considera que uma fissura inicia e se propaga quando a resistência à tração f_t do material é alcançada (SHAH *et al*, 1995).

O modelo “fictitious crack” de Hillerborg foi o primeiro desenvolvido para a fratura do concreto (VAN MIER, 1996). Neste modelo, a região pré-pico pode ser modelada com apenas uma relação tensão-deformação para representar o comportamento de todo o espécime (Figura 2.12a), já que o fraturamento é distribuído, não gerando deformações diferenciadas na amostra. Após atingir a resistência máxima de tração do material, a estrutura apresenta um dano localizado (“strain localization”). Neste caso, a estrutura não pode ser representada somente com uma relação tensão-deformação, pois a região trincada apresenta deslocamento diferenciado e precisa de uma relação tensão-abertura de fissura para representar corretamente seu comportamento (Figura 2.12b).

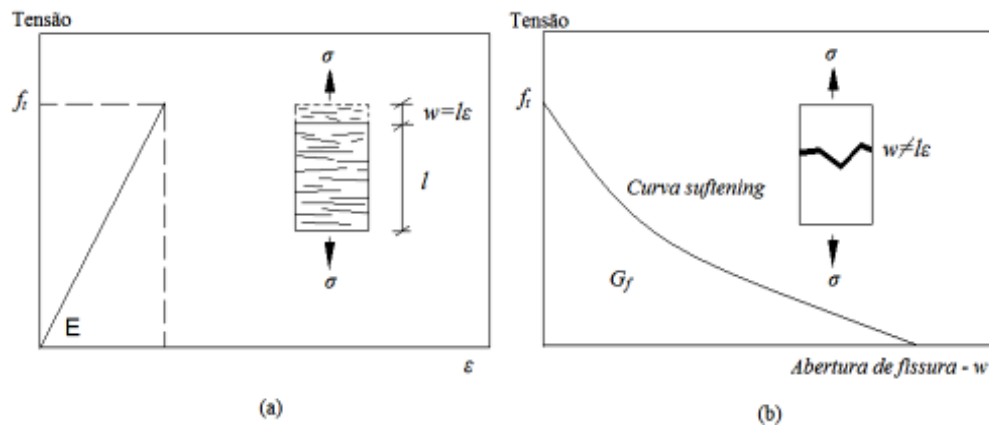


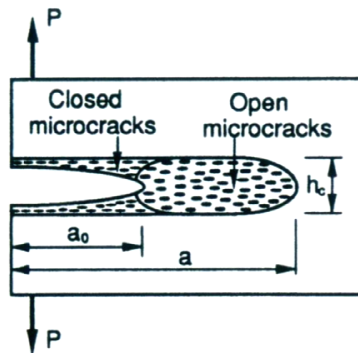
Figura 2.12 - Fratura em uma barra tracionada: (a) no pré-pico o regime de fissuração é distribuído, permitindo o uso do diagrama tensão-deformação; (b) no pós-pico há formação de fissuras localizadas, o que implica na utilização de uma nova relação na forma tensão-abertura de fissura

A área da curva tensão-abertura de fissura ($\sigma(w)$), qual seja

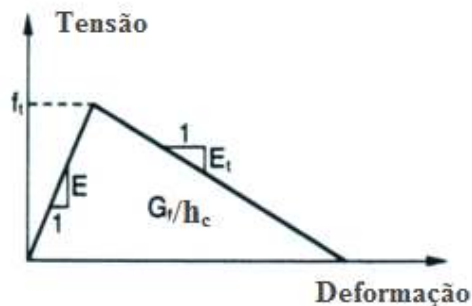
$$G_F = \int_0^{w_t} \sigma(w) dw \quad (2.46)$$

é denominada energia de fratura e representa a energia absorvida pelo material para propagar uma fissura por unidade de área.

Bažant e Oh (1983) modelaram a zona de processo de fratura utilizando uma faixa com espessura uniforme h_c (Figura 2.13a) conhecida como “crack-band width”. Desta forma, a propagação da fissura pode ser modelada por meio de uma relação tensão-deformação, onde o deslocamento da abertura da fissura é igual ao produto da deformação da fissura pelo comprimento da faixa de fissura h_c (“crack-band width”).



(a)



(b)

Figura 2.13 – Modelo “crack-band width” de Bažant e Oh (1983): (a) faixa de fratura com micro-fissuras; (b) relação tensão-deformação para uma faixa de micro-fissura (SHAH *et al*, 1995)

Para uma relação tensão-deformação simples, apresentada na Figura 2.13b, com base na equação (2.46), a energia, G_f , consumida para a propagação de uma fissura por unidade de área de “crack-band” é igual ao produto da área do gráfico tensão-deformação pelo “crack-band width” h_c .

$$G_f = h_c \left(1 + \frac{E}{E_t} \right) \frac{f_t^2}{2E} \quad (2.47)$$

onde E é o módulo de elasticidade do material, E_t é o módulo do “softening” assumido como positivo, f_t é a resistência à tração do material. Segundo Bažant e Oh (1983), $h_c = d_a \cdot n_a$, onde d_a é o diâmetro máximo do agregado da matriz e n_a é uma constante empírica, a qual o valor 3 oferece bons resultados, entretanto, valores de n_a entre 2 e 5, também são usuais.

É importante mencionar que o “fictitious crack approach” possui algumas limitações, ente elas, pode-se citar o fato deste modelo ser estritamente uniaxial, podendo assim, questionar sua aplicação em estruturas sujeitas a um estado tri-axial de tensão (BAŽANT, 2002). Outra limitação do “fictitious crack approach” é o fato de representar todas as fissuras presentes na zona de processo de fratura com linhas ideais (retas), uma vez que a maioria das fissuras é irregular, esta consideração introduz erros na resposta numérica (BAŽANT, 2002).

2.2 MODELO DE FISSURAÇÃO DISTRIBUÍDA – “SMEARED CRACK MODELS”

Segundo Bažant (1997), os modelos “smeared crack models” possuem a vantagem de poderem capturar a influência de todas as componentes de tensões e deformações de um sistema triaxial em um processo de fratura, por meio de uma relação tensão-deformação triaxial conhecida. Entretanto, a formulação destas relações, a qual necessita de programas de elementos finitos, é um problema de difícil modelagem.

2.2.1 Modelo fixo de fissuração

Para este modelo, assume-se que as fissuras são paralelas e possuem uma direção fixa durante o carregamento. Esta aproximação é razoável para os processos de carregamento em que os eixos principais de tensão e deformação não sofrem mudanças drásticas de direção a partir da formação da primeira fissura (ROTHS, 1988).

Considerando um material elástico isotrópico em que a resistência máxima de tração é alcançada, forma-se um material fissurado. O processo de fissuração pode ser idealizado de acordo com a Figura 2.14a, a qual mostra uma faixa de fissura (“crack-band”) que forma camadas de material elástico isotrópico separado por fissuras paralelas na qual a normal é um vetor unitário \vec{n} . Este vetor normal é fixo e coincide para o eixo da máxima tensão principal na eminência da fissuração. Sendo s a separação média de fissuras e $\Delta\vec{w}$ o deslocamento médio entre as faces das fissuras, o vetor deformação média da fissura $\vec{\varepsilon}^f$ por unidade de “crack-band width” (Figura 2.14b) é

$$\vec{\varepsilon}^f = \frac{\Delta\vec{w}}{s} \quad (2.48)$$

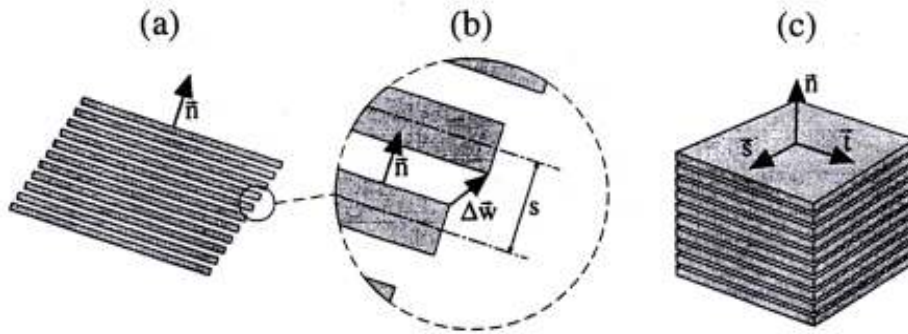


Figura 2.14 – Taxa de trabalho de fratura para um modelo de perda de rigidez através de parâmetro de dano ω (BAŽANT, 1997): (a) “crack-band” idealizada; (b) detalhe do deslocamento da fissura; (c) vetores bases

Para Bažant (1997), o deslocamento gerado por uma fissura pode ser representado por

$$u^f = \frac{(x - x_0) \cdot \vec{n}}{s} \Delta\vec{w} \quad (2.49)$$

onde x é a posição de um vetor em um ponto qualquer e x_0 é a posição de um vetor de referência.

Já o tensor para pequenas deformações de uma fissura é

$$\varepsilon^f = \frac{1}{2}(\vec{n} \times \vec{\varepsilon}^f + \vec{\varepsilon}^f \times \vec{n}) = (\vec{\varepsilon}^f \times \vec{n})^s \quad (2.50)$$

onde o uso do sobrescrito s indica simetria no tensor de segunda ordem.

O tensor para as deformações totais é obtido adicionando-se a parte elástica da deformação da fratura

$$\varepsilon = \frac{1 + \nu}{E} \sigma - \frac{\nu}{E} \text{tr } \sigma \mathbf{1} + (\varepsilon^f X \vec{n})^s \quad (2.51)$$

onde E e ν são o módulo de elasticidade longitudinal e coeficiente de Poisson para o material não fissurado, respectivamente. Para o tensor tensão σ , assume-se que este pode ser definido por uma relação vetorial da forma

$$\vec{\sigma} = \sigma \vec{n} = \vec{\Phi}(\varepsilon^f, \vec{n}, \dots) \quad (2.52)$$

onde $\vec{\sigma}$ é o vetor tensão.

Para uma fissura monotônica no modo I de carregamento, Bažant e Oh (1983) propuseram um “crack-band model”, considerando que as fissuras e os cisalhamentos crescem monotonicamente. Assim, o vetor tensão pode ser uma função da deformação ε^f da fissura e de sua orientação \vec{n} , ou seja,

$$\vec{\sigma} = \vec{F}(\varepsilon^f, \vec{n}) \quad (2.53)$$

O material contido na “crack-band” é assumido isotrópico, sendo assim, a função $\vec{F}(\varepsilon^f, \vec{n})$ também deve ser isotrópica, logo

$$\vec{F}(Q\varepsilon^f, Q\vec{n}) = Q\vec{F}(\varepsilon^f, \vec{n}) \quad (2.54)$$

onde Q é qualquer tensor de segunda ordem ortogonal.

Na representação clássica fica:

$$\vec{\sigma} = S_N(\varepsilon_N^f, \varepsilon_T^f) \varepsilon_N^f \vec{n} + S_T(\varepsilon_N^f, \varepsilon_T^f) \vec{\varepsilon}_T^f \quad (2.55)$$

onde $S_N(\varepsilon_N^f, \varepsilon_T^f)$ e $S_T(\varepsilon_N^f, \varepsilon_T^f)$ são funções escalares e significam, respectivamente, a rigidez secante normal e tangencial; ε_N^f é a componente normal de ε^f , $\vec{\varepsilon}_T^f$ é a componente vetorial de ε^f no plano da fissura e ε_T^f é a magnitude desta componente. Algebricamente:

$$\varepsilon_N^f = \vec{\varepsilon}^f \cdot \vec{n}, \quad \vec{\varepsilon}_T^f = \vec{\varepsilon}^f - \varepsilon_N^f \vec{n}, \quad \varepsilon_T^f = |\vec{\varepsilon}_T^f| = \sqrt{\vec{\varepsilon}_T^f \cdot \vec{\varepsilon}_T^f} \quad (2.56)$$

De modo similar, podem-se obter as componentes normais e cisalhantes do vetor tração,

$$\sigma_N = \vec{\sigma} \cdot \vec{n}, \quad \vec{\sigma}_T = \vec{\sigma} - \sigma_N \vec{n}, \quad \sigma_T = |\vec{\sigma}_T| = \sqrt{\vec{\sigma}_T \cdot \vec{\sigma}_T} \quad (2.57)$$

Substituindo a equação (2.55) nas equações anteriores, tem-se

$$\sigma_N = S_N(\varepsilon_N^f, \varepsilon_T^f) \varepsilon_N^f \quad \vec{\sigma}_T = S_T(\varepsilon_N^f, \varepsilon_T^f) \vec{\varepsilon}_T^f \quad (2.58)$$

Introduzindo as equações (2.58) na equação (2.50) gera-se o tensor de deformação da fratura:

$$\varepsilon^f = C_N \sigma_N \vec{n} \otimes \vec{n} + C_T (\vec{\sigma}_T \otimes \vec{n})^S \quad (2.59)$$

sendo,

$$C_N = \frac{1}{S_N(\varepsilon_N^f, \varepsilon_T^f)}, \quad C_T = \frac{1}{S_T(\varepsilon_N^f, \varepsilon_T^f)} \quad (2.60)$$

Substituindo a equação (2.59) na equação (2.51) obtêm-se o tensor de deformação total

$$\varepsilon = \frac{1+\nu}{E} \sigma - \frac{\nu}{E} \text{tr} \sigma \mathbf{1} + C_N \sigma_N \vec{n} \otimes \vec{n} + C_T (\vec{\sigma}_T \otimes \vec{n})^S \quad (2.61)$$

Para uma implementação computacional, esta equação fica melhor concebida expressando-se as componentes com relação à base $(\vec{n}, \vec{s}, \vec{t})$ apresentada na Figura 2.14. Assim, as componentes de deformação normais e cisalhantes podem ser desacopladas e reescritas das seguintes formas, respectivamente,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{nn} \\ \varepsilon_{ss} \\ \varepsilon_{tt} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 + EC_N & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{nn} \\ \sigma_{ss} \\ \sigma_{tt} \end{Bmatrix} \quad (2.62)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{ns} \\ \gamma_{st} \\ \gamma_{tn} \end{Bmatrix} = \frac{1}{G} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + GC_T & 0 \\ 0 & 0 & 1 + GC_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{ns} \\ \sigma_{st} \\ \sigma_{tn} \end{Bmatrix} \quad (2.63)$$

$G = E/2(1 + \nu)$ é o módulo de elasticidade transversal. Já C_T é uma constante e vale

$$C_T = \frac{1 - \beta}{\beta G} \quad (2.64)$$

onde β é o fator de retenção ao cisalhamento (“shear retention factor”) e pode variar de 0 a 1. A adoção de β igual a 1 implica em não minorar a rigidez ao cisalhamento transversal, considerando-a infinita, dispensando assim, a formação de fissuras nesta direção (DIANA, 2005). Usualmente o valor de β utilizado é 0,2 (BAŽANT, 1997).

$$C_N = \frac{\varepsilon_N^f}{\Phi(\varepsilon_N^f)} \quad (2.65)$$

Por simplicidade, assume-se que C_T é proporcional à C_N , ou seja,

$$C_T = c_T C_N(\varepsilon_N^f) \quad (2.66)$$

onde c_T é uma constante e deve ser determinada experimentalmente.

No DIANA, o modelo fixo de fissuração permite a adoção de duas classes de critérios: o Código Europeu CEB/1990 e outro com base nas leis comportamentais dos ramos de amolecimento/endurecimento do material. Ao adotar o critério do CEB/1990 informa-se o diâmetro do agregado, sendo a energia de fratura G_f dada pela equação (2.67):

$$G_f = G_{fo} \left[\frac{f_{cm}}{f_{cmo}} \right]^{0.7} \quad (2.67)$$

onde f_{cm} é a resistência média a compressão aos 28 dias, f_{cmo} vale 10 MPa (resistência inicial do concreto) e G_{fo} é a energia inicial de fratura.

A relação entre a energia inicial de fratura G_{fo} e o diâmetro máximo do agregado está apresentada na Tabela 2.1, sendo que os modelos de amolecimento à tração e endurecimento à compressão serão apresentados adiante.

Tabela 2.1 – Relação entre o diâmetro máximo (D_{max}) do agregado e a energia inicial de fratura (G_{fo})

$D_{max}(mm)$	$G_{fo}(J/m^2)$
8	25
16	30
32	58

2.2.2 Modelo multidirecional de fissuração

A orientação da fissura é normal à máxima tensão principal no momento em que a resistência do material é alcançada (Figura 2.15a). Durante o processo de carregamento, pode haver uma rotação dos eixos principais e, por definição, aparecer uma tensão de cisalhamento (Figura 2.15b). Neste caso, a rigidez ao cisalhamento deve ser incluída na equação (2.52).

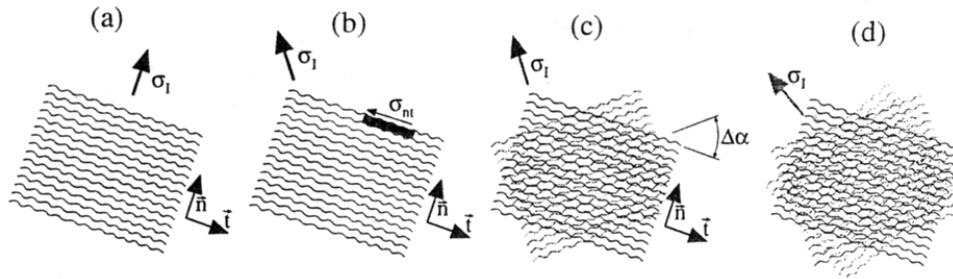


Figura 2.15 – Múltiplas fissuras (BAŽANT, 1997): (a) fissura primária; (b) tensões de cisalhamento provenientes da rotação dos eixos principais; (c) fissura secundária; (d) fissura terciária

É possível que a resistência do material seja alcançada novamente na direção da rotação dos eixos principais durante o processo de carregamento, neste caso, uma nova fissura é formada e um novo modelo “smeared crack” iniciado. Neste sistema, é incluso um ângulo $\Delta\alpha$ para registrar a orientação da fissura primária e a deformação da fissura secundária é sobreposta na fratura original. Assim, um novo tensor de deformação de fissura $(\tilde{\epsilon}^f X \tilde{n})^S$ é adicionado na equação (2.62). Durante o processo de carregamento, é possível uma nova rotação dos eixos principais, logo a

resistência do material pode novamente ser alcançada (originando um terceiro “smeared crack” – Figura 2.15d) obrigando que um novo tensor de deformação de fissura $(\vec{\varepsilon}^f X \vec{n})^S$ seja adicionado à equação (2.62). Os modelos multidirecionais de fissuração distribuída produzem o que se chama de acoplamento implícito entre fissuras não ortogonais (ROTS e BLAAUWENDRAAD, 1989).

No DIANA, os modelos multidirecionais de fissuração permitem a adoção de modelos oriundos da teoria da plasticidade para a modelagem do comportamento do concreto a compressão, além de utilizar os mesmos modelos de amolecimentos à tração do fixo. Neste modelo, é possível estabelecer dois critérios para a abertura de fissuras no concreto tracionado, o linear e o constante (Figura 2.16).

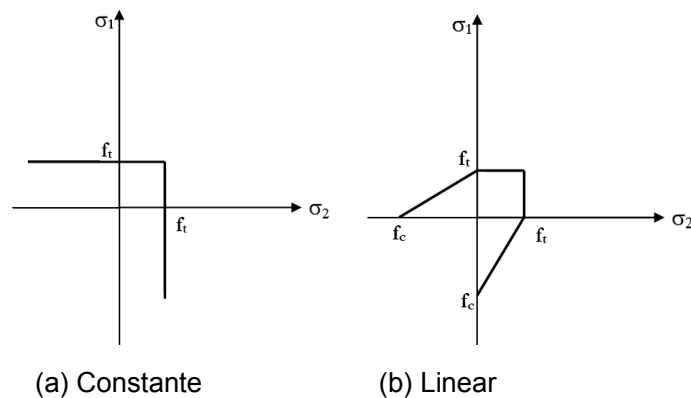


Figura 2.16 – Comportamento do concreto a tração para o modelo de fissuração multidirecional (DIANA, 2005)

2.2.3 Modelo rotacional de fissuração

Quando se inicia um “smeared crack”, em uma direção primária, devido à formação de uma trinca preliminar, uma relação tensão-deformação “softening” é utilizada para simular o comportamento desta trinca (BAŽANT, 1997). Se a direção da máxima tensão principal rotacionar, esta trinca preliminar se fechará e novas fissuras são iniciadas na direção perpendicular a esta nova orientação (Figura 2.17b). Segundo Van Mier (1996), microfissuras são formadas em várias direções, então a suposição de que a direção da fissura é normal à direção da máxima tensão principal, contempla apenas as fissuras principais.

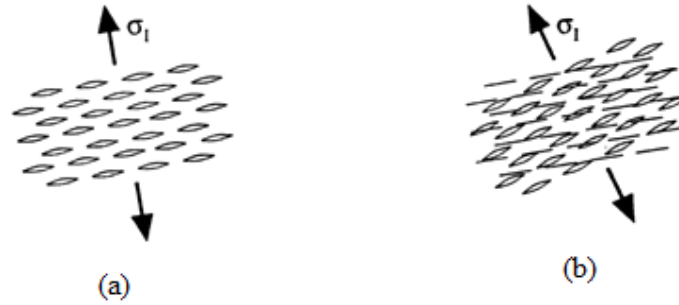


Figura 2.17 – Modelo Rotacional (BAŽANT, 1997): (a) fissura primária; (b) fissuras secundárias que se tornam dominantes

O modelo de fissuração rotacional é similar ao modelo fixo, embora resultem em equações mais simples. Considerando um primeiro sistema de fissuração simplificado, a normal \vec{n} à fissura agora coincide com P_1 (vetor unitário na direção da máxima tensão principal). Então o deslocamento da fissura resume-se à sua abertura. Portanto pode-se escrever que

$$\Delta \vec{w} = \Delta w P_1 \quad \Rightarrow \quad \vec{\varepsilon}^f = \varepsilon^f P_1 \quad (2.68)$$

A equação da deformação total da fissura, com base na equação (49), fica

$$\varepsilon = \frac{1 + \nu}{E} \sigma - \frac{\nu}{E} \text{tr} \sigma 1 + \varepsilon^f P_1 X P_1 \quad (2.69)$$

onde o tensor de deformação da fratura depende agora somente de ε^f .

A equação que governa as micro-fissuras (equação 2.52) se torna uma equação escalar, definida como $\sigma P_1 = \sigma_1 P_1$, onde σ_1 é a máxima tensão principal na direção P_1 . Assim, é necessária somente a relação entre ε^f e σ_1 . Esta coincide com a relação uniaxial tensão-deformação da fissura para um caso monotônico de carregamento.

$$\sigma_1 = \Phi(\varepsilon^f) = S_N(\varepsilon^f) \varepsilon^f \quad (2.70)$$

Com base na equação anterior, pode-se obter a seguinte formulação secante,

$$\varepsilon = \frac{1 + \nu}{E} \sigma - \frac{\nu}{E} \text{tr} \sigma \mathbf{1} + C_N \sigma_1 P_1 X P_1 \quad (2.71)$$

As componentes de deformação na direção dos eixos principais são

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_I \\ \varepsilon_{II} \\ \varepsilon_{III} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 + EC_N & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_I \\ \sigma_{II} \\ \sigma_{III} \end{Bmatrix} \quad (2.72)$$

No modelo rotacional, as fissuras estão livres para rotacionar segundo a direção da máxima tensão principal de tração, o que não ocorre no modelo fixo, onde as fissuras tendem a permanecer na mesma direção (GAMINO, 2007). No DIANA, a utilização do modelo rotacional implica na impossibilidade da aplicação dos modelos de comportamento predefinidos do Código Europeu CEB/1990.

2.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

Segundo Cook *et al* (2002), o MEF é um método numérico e utilizado para fornecer a solução aproximada de equações diferenciais parciais, podendo ser aplicado a quase todas as áreas da engenharia. Em se tratando de análise estrutural, o MEF consiste em modelar a estrutura como uma montagem de pequenas partes, as quais são chamadas de elementos (Figura 2.18), onde a conexão dessas é feita em pontos discretos denominados nós. As cargas concentradas ou distribuídas são aplicadas nos nós. Com essa modelagem, analisa-se a estrutura de forma local em cada elemento, somando-se em seguida a contribuição das partes para restaurar o sistema completo. Como os diversos elementos da estrutura apenas interagem nos nós, supõe-se que as cargas e deslocamentos atuantes nesses nós são os responsáveis pelo estado de tensão ou deformação do elemento e, por conseguinte, da estrutura. A partir dos valores das variáveis nodais, interpola-se uma função, geralmente polinomial, para descrever o comportamento ao longo do elemento (COOK *et al*, 2002).

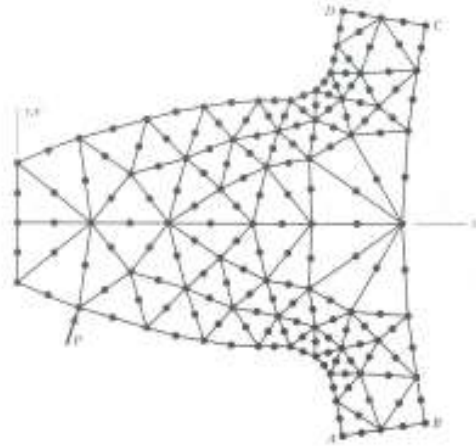


Figura 2.18 – Modelo de elementos finitos para uma estrutura plana (COOK *et al*, 2002)

Como dito anteriormente, no MEF, os modelos estruturais são discretizados (divididos em pequenas partes) introduzindo-se, portanto o conceito de malha de elementos finitos (Figura 2.19). A discretização introduz algumas aproximações e conseqüentemente, erros. Tendo como referência a estrutura real, podem ocorrer erros de modelagem e/ou erros de discretização. Os erros de modelagem podem ser reduzidos melhorando-se o modelo, já os erros de discretização tendem a serem reduzidos com o aumento da quantidade de elementos.

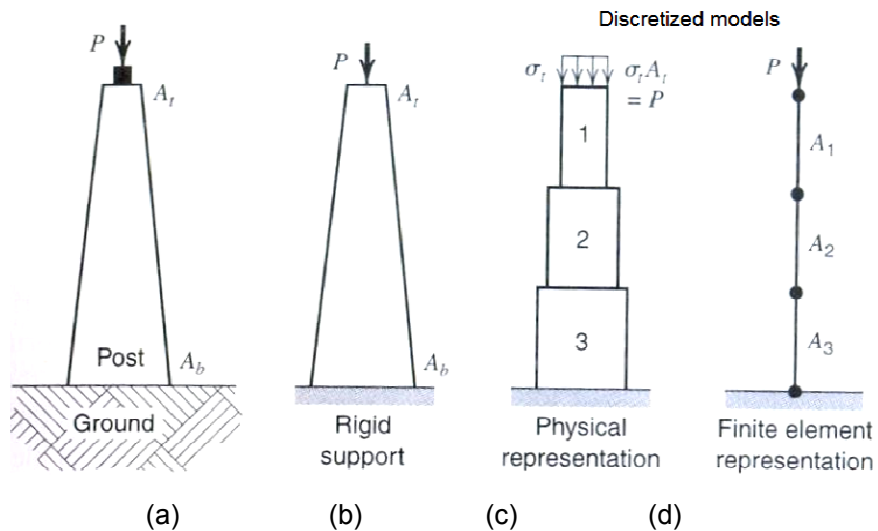


Figura 2.19 – Discretização de uma estrutura simples: (a) estrutura real; (b) modelo estrutural; (c) representação física; (d) modelo de elementos finitos (COOK *et al*, 2002)

2.3.1 Elementos de barra

Os elementos de barra são utilizados para a modelagem de estruturas de barras sob carregamento axial, como treliças. Considere-se uma barra prismática de material linear-elástico de comprimento L e módulo de elasticidade longitudinal E . É usual representar o elemento de barra com uma linha (Figura 2.20), entretanto o elemento possui seção transversal de área A .

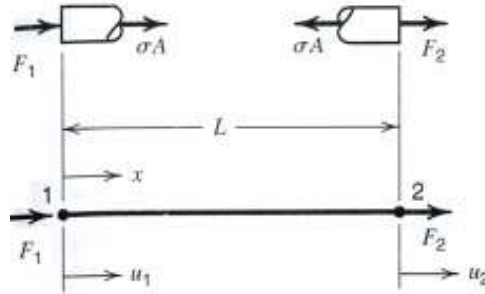


Figura 2.20 – Elemento de barra com dois nós, tensão interna axial σ e deslocamentos nodais u_1 e u_2 (COOK *et al*, 2002)

Os nós estão localizados nas extremidades do elemento, sendo que seu deslocamento só é permitido na direção axial. Os deslocamentos axiais dos nós são u_1 e u_2 . A tensão interna axial σ pode ser relacionada com as forças nodais F_1 e F_2 de acordo com o diagrama apresentado na Figura 2.20a e as suposições citadas anteriormente:

$$\sigma = Ee \quad (2.73)$$

$$\epsilon = \frac{u_2 - u_1}{L} \quad (2.74)$$

$$F_1 + AE \frac{u_2 - u_1}{L} = 0 \quad (2.75)$$

$$F_2 - AE \frac{u_2 - u_1}{L} = 0 \quad (2.76)$$

Com base no equilíbrio de forças apresentado nas equações anteriores conclui-se que:

$$\frac{AE}{L}(u_1 - u_2) = F_1 \quad (2.77)$$

$$\frac{AE}{L}(u_2 - u_1) = F_2 \quad (2.78)$$

Na forma matricial

$$\begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} \quad (2.79)$$

onde

$$k = \frac{AE}{L} \quad (2.80)$$

para o equilíbrio deste elemento $F_1 = -F_2$.

A equação (2.79) pode ser abreviada na forma:

$$[K]\{d\} = -\{r\} \quad (2.81)$$

onde $[K]$ é a matriz de rigidez do elemento. Para uma barra com dois nós e com deslocamentos apenas axiais, $[K]$ é uma matriz 2×2 . $\{r\}$ é denominado vetor de cargas, sendo determinado, a partir de (2.81), por $\{r\} = -[F_1 F_2]^T$.

Considere-se agora uma estrutura formada por duas barras uniformes com comportamento elástico (Figura 2.21), onde se permite apenas deslocamentos axiais. Sendo k_1 e k_2 as rigidezes dos elementos 1 e 2 respectivamente (Figura 2.21), a matriz do sistema estrutural é

$$\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix} \quad \text{ou} \quad [K]\{D\} = -\{R\} \quad (2.82)$$

onde $[K]$ é a matriz de rigidez global da estrutura.

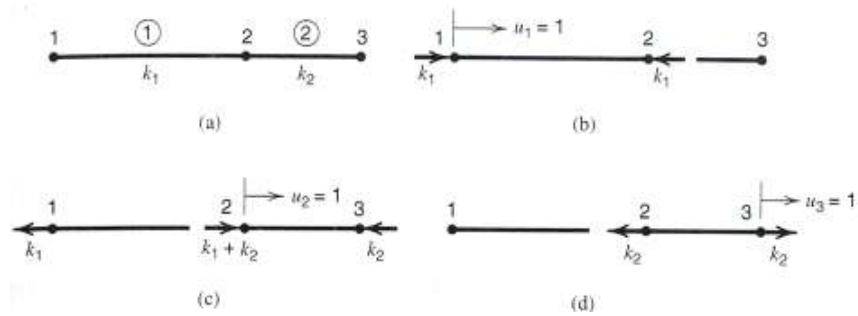


Figura 2.21 – (a) estrutura formada por dois elementos de barra; (b,c,d) forças nodais associadas com os deslocamentos (COOK *et al*, 2002)

No desenvolvimento da presente pesquisa, os elementos de barra foram utilizados para representar o comportamento mecânico do reforço de sisal das placas modeladas.

2.3.2 Elementos isoparamétricos

Os elementos retangulares são de fácil formulação, entretanto são de difícil aplicação quanto se trata de gerar malhas em estruturas com geometria complexa (REEDY, 1993). Os elementos isoparamétricos não são necessariamente retangulares, podendo possuir arestas retas ou curvas (Figura 2.22) utilizando as mesmas funções de interpolação. Os elementos isoparamétricos usam coordenadas auxiliares, denominadas de $\xi\eta$, em elementos com duas dimensões e $\xi\eta\zeta$ para elementos com três dimensões.

Aqui se apresenta a formulação do elemento isoparamétrico quadrilateral com 8 nós, semelhante ao utilizado no presente trabalho para modelagem da matriz das placas reforçadas. A existência do nó em cada aresta dos elementos isoparamétricos quadrilaterais de 8 nós, permite que se trabalhe com estes assumindo que suas arestas são curvas (Figura 2.22). A utilização deste elemento com arestas curvas permite a concepção de boas malhas em estruturas com condições de contorno também curvas (COOK *et al*, 2002).

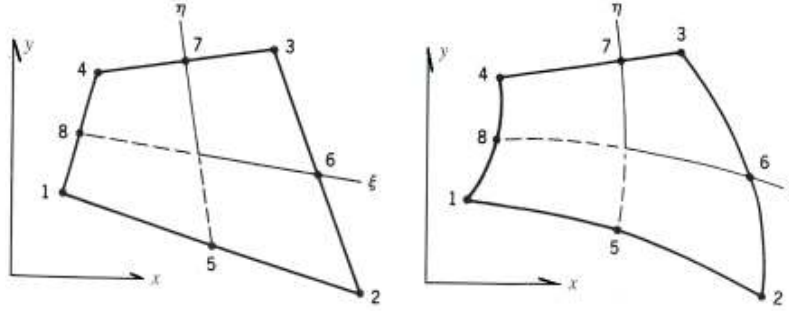


Figura 2.22 – Plano com oito nós em um sistema cartesiano de unidades: (a) plano com arestas retas e nós no centro; (b) mesmo plano com arestas curvas e nós fora do centro (COOK *et al*, 2002)

Os elementos isoparamétricos quadrilaterais possuem arestas $\xi=\pm 1$ e $\eta=\pm 1$ e nós centrais nas direções axiais ξ e η . As funções de interpolação para estes elementos são:

$$N_1 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) - \frac{1}{2}(N_8 + N_5) \quad (2.83)$$

$$N_2 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) - \frac{1}{2}(N_5 + N_8) \quad (2.84)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) - \frac{1}{2}(N_6 + N_7) \quad (2.85)$$

$$N_4 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) - \frac{1}{2}(N_7 + N_8) \quad (2.86)$$

$$N_5 = \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 - \eta) \quad (2.87)$$

$$N_6 = \frac{1}{2}(1 + \xi^2)(1 - \eta^2) \quad (2.88)$$

$$N_7 = \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 + \eta) \quad (2.89)$$

$$N_8 = \frac{1}{2}(1 - \xi)(1 - \eta^2) \quad (2.90)$$

De modo generalizado, os polinômios de interpolação para este elemento são:

$$u = a_1 + a_2\xi + a_3\eta + a_4\xi\eta + a_5\xi^2 + a_6\eta^2 + a_7\xi^2\eta + a_8\eta^2\xi \quad (2.91)$$

$$v = a_9 + a_{10}\xi + a_{11}\eta + a_{12}\xi\eta + a_{13}\xi^2 + a_{14}\eta^2 + a_{15}\xi^2\eta + a_{16}\eta^2\xi \quad (2.92)$$

2.3.3 Elementos de casca isoparamétricos – Formulação de Mindlin

Os elementos de cascas baseados na teoria de Mindlin consideram o efeito do cisalhamento transversal. Sua matriz deformação-deslocamento para um elemento de casca cônico com dois nós (Figura 2.23) é

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{ms} \\ \varepsilon_{m\theta} \\ k_s \\ k_\theta \\ \gamma \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{ds} & 0 & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ r & r & \frac{d}{ds} \\ 0 & 0 & \sin \phi \\ 0 & 0 & \frac{d}{ds} \\ 0 & \frac{d}{ds} & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \\ \psi \end{Bmatrix} \quad (2.93)$$

onde k_s e k_θ representam as mudanças de curvatura na direção meridional (s) e circunferencial (θ), respectivamente. A grandeza ψ representa a rotação da seção transversal e a distorção γ é igual a $((dw/ds) - \psi)$; $r = \frac{1}{2}(1 - \xi)r_1 + \frac{1}{2}(1 + \xi)r_2$ (Figura 2.23). Por fim, u e w representam os deslocamentos tangenciais e normais ao meridiano, respectivamente (Figura 2.23).

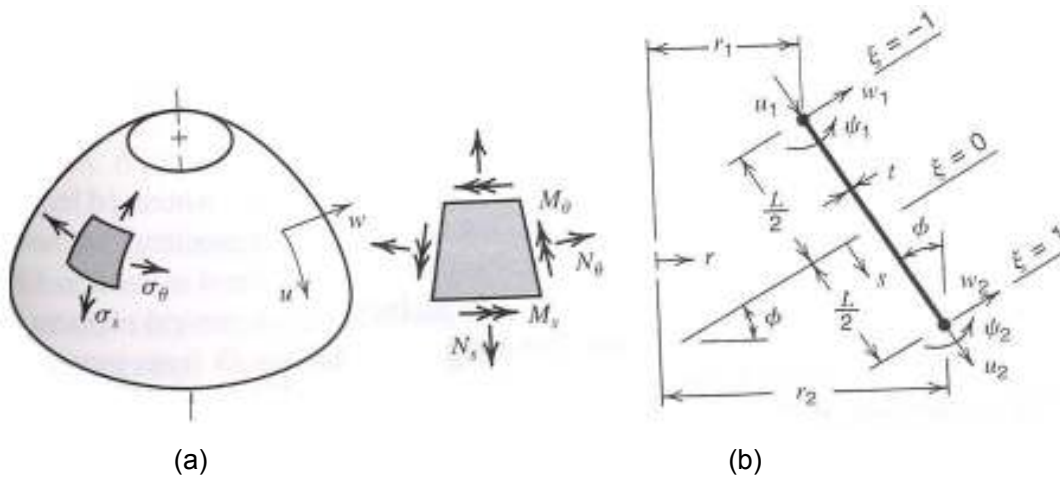


Figura 2.23 – (a) curva de revolução, tensões normais e forças de membrana e momentos associados a cargas axissimétricas; (b) meridiano de um elemento cônico $\xi=2s/L$ (COOK *et al*, 2002)

O campo de deslocamentos do elemento pode ser escrito da seguinte forma:

$$u = N_1 u_1 + N_2 u_2 \quad (2.94)$$

$$w = N_1 w_1 + N_2 w_2 + \frac{L}{8}(1 - \xi^2)(\psi_1 - \psi_2) \quad (2.95)$$

$$\psi = N_1 \psi_1 + N_2 \psi_2 \quad (2.96)$$

com as funções de interpolação $N_1 = \frac{1}{2}(1 - \xi)$, $N_2 = \frac{1}{2}(1 + \xi)$ e $\xi = 2s/L$.

2.4 COMPÓSITOS DE MATRIZ CIMENTÍCEA REFORÇADOS COM FIBRAS DE SISAL

Os materiais compósitos são formados pela associação de vários materiais, sendo que, quando projetados, podem apresentar uma combinação das melhores características ou propriedades de cada um dos materiais que o compõe. A maioria dos materiais compósitos consiste na mistura de um material de reforço ou enchimento, devidamente selecionado, com um material compatível, que serve de ligante (ou matriz). Geralmente, os componentes não se dissolvem uns nos outros e podem ser fisicamente identificados pelas interfaces que os separam (MENDONÇA, 2005).

O concreto, por exemplo, é um material de construção largamente utilizado no país, por apresentar grande facilidade de fabricação e moldagem no estado fresco, e por possuir excelente resistência à compressão, quando endurecido. Entretanto, estruturalmente, o mesmo pode ser considerado como um material frágil, em virtude da baixa capacidade de suportar cargas de tração aliada a pouca capacidade de deformação. Para compensar estas deficiências, uma alternativa extremamente utilizada consiste na adição de fibras à matriz cimentícia, acarretando em uma melhoria da ductilidade e tenacidade do concreto, através de um processo de controle da propagação das fissuras, com conseqüente aumento da resistência à tração e à flexão.

Embora o desenvolvimento de pesquisas visando à inserção de novas fibras no mercado de construção civil tenha acelerado nas últimas décadas, esta tecnologia não é recente. Pode-se datar a incorporação de materiais fibrosos como reforço de materiais de construção até registros da civilização egípcia, em torno de 1200 a.C. (TANESI e AGOPYAN, 1997).

A incorporação de fibras produz, ainda, um aumento da capacidade portante pós-fissuração, colaborando para que o compósito seja capaz de absorver uma maior quantidade de energia, a qual é dissipada sob a forma de deformação, arrancamento e ruptura das fibras. O benefício pode se manifestar tanto como um retardo no aparecimento de fissuras quando o comprimento da fibra (L_f) for muito menor que o comprimento crítico (valor mínimo necessário para que a tensão normal atinja a resistência à tração da fibra - L_c) (fibras curtas), quanto uma melhora do comportamento pós-fissuração, ao se empregar fibras longas ($L_f > L_c$). Segundo Lima (2004), para compósitos reforçados com fibra de sisal o comprimento crítico é igual a 170,80 mm. Como ponto negativo da incorporação de fibra em matrizes de cimento, pode-se citar a redução da resistência à compressão, porém este problema pode ser contornado com a introdução de pozolanas em substituição de parte do cimento (GUTIÉRREZ *et al*, 2005)

O estudo do reforço de matriz a base de cimento com fibras de sisal iniciou-se na Suécia, em 1971 (NILSSON, 1975). Em 1978, Swif e Smith (LIMA, 2004) produziram telhas corrugadas, sugerindo que compósitos a base de cimento reforçados com fibras de sisal poderiam ser utilizados em construções populares. Neste mesmo ano, Persson e Skarendahl (1978 *apud* LIMA, 2004) apresentaram a utilização de concreto reforçado com fibras de sisal em placas de cobertura. No Brasil, as primeiras pesquisas sobre a utilização deste compósito foram realizadas pelo Centro de Pesquisas e Desenvolvimento (CEPED), na Bahia, com a utilização de fibras de coco, sisal, bambu, piaçava e bagaço de cana-de-açúcar. Foram produzidas vigas e placas de concreto-fibra e fibro-cimento, sendo detectado um melhor desempenho da fibra de sisal (CEPED, 1982).

A introdução de fibras longas para reforçar placas de matriz cimentícia, aumenta a deformação última e a tenacidade, além de elevar a resistência à flexão e à tração (LIMA, 2004 e MELO FILHO, 2005), caracterizando-as como um produto com potencial para utilização com função estrutural (Figura 2.24).



Figura 2.24 – Ensaio de flexão com quatro pontos de uma placa compósita de matriz cimentícia reforçada com fibra de sisal (LIMA, 2004)

Apesar dos avanços nas pesquisas, o desenvolvimento de produtos compósitos de matriz cimentícia reforçados com fibras de sisal é insignificante, não sendo explorados comercialmente no Brasil, em virtude da fibra de sisal deteriorar-se em meio alcalino, porém, pesquisas mostraram que é possível o desenvolvimento de uma matriz livre de hidróxido de cálcio (Ca(OH)_2) através da substituição parcial do cimento por metacaulinita (TOLEDO FILHO *et al*, 2007)

2.4.1 Modelagem computacional

Os compósitos submetidos à tração direta, reforçados com fibras longas, ou seja, com o comprimento de ancoragem maior que o crítico (L_c), de alto módulo, alinhadas longitudinalmente, apresentam ganho de resistência pós-fissuração (SHAH, 1991), devido ao fato de que o longo comprimento das fibras permite uma redistribuição de tensões gerando múltipla fissuração (Figura 2.25a). Quando as fibras que reforçam o compósito não possuem rigidez suficiente (fibras de baixo módulo) não há incremento significativo de tensão (Figura 2.25b).

Além de a fibra possuir um comprimento de ancoragem adequado, para que haja múltipla fissuração nos compósitos tracionados, é necessário que o teor de fibra ultrapasse o volume crítico dado pela equação a seguir:

$$V_f^{crt} = \frac{E_c \sigma_{mu}}{E_m \sigma_{fu}} \quad (2.97)$$

onde E_c e E_m são respectivamente o módulo de elasticidade longitudinal do compósito e da matriz, σ_{mu} é a resistência à tração da matriz e σ_{fu} a resistência à tração da fibra. Na Figura 2.25c é apresentado o comportamento típico na tração direta de compósitos reforçados com fibras curtas ou que não possuem teores de fibra acima do volume crítico (BENTUR e MINDESS, 1990).

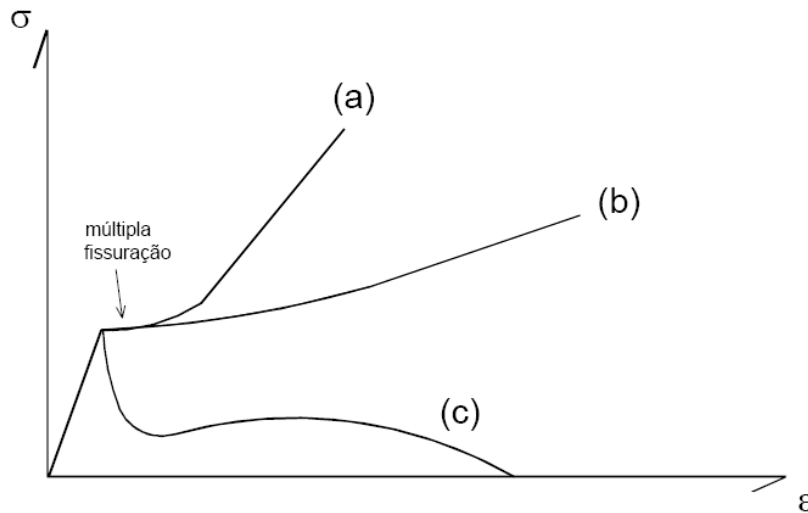
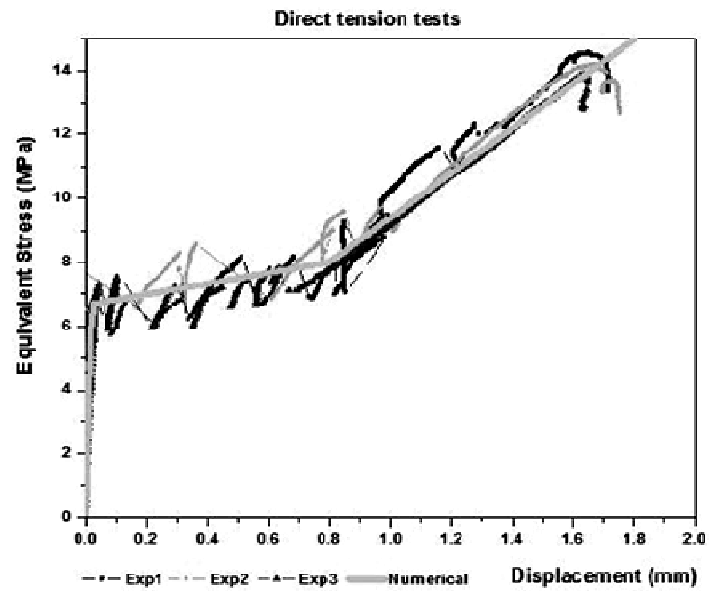


Figura 2.25 - Curva esquemática do comportamento tensão deformação de compósitos tracionados: (a) compósitos com fibras longas, alinhado e com alto módulo de elasticidade longitudinal; (b) compósitos com fibras longas, alinhado e com baixo módulo de elasticidade longitudinal; (c) compósitos reforçados com fibras curtas ou que não possuem teores de fibra acima do volume crítico (LIMA, 2004)

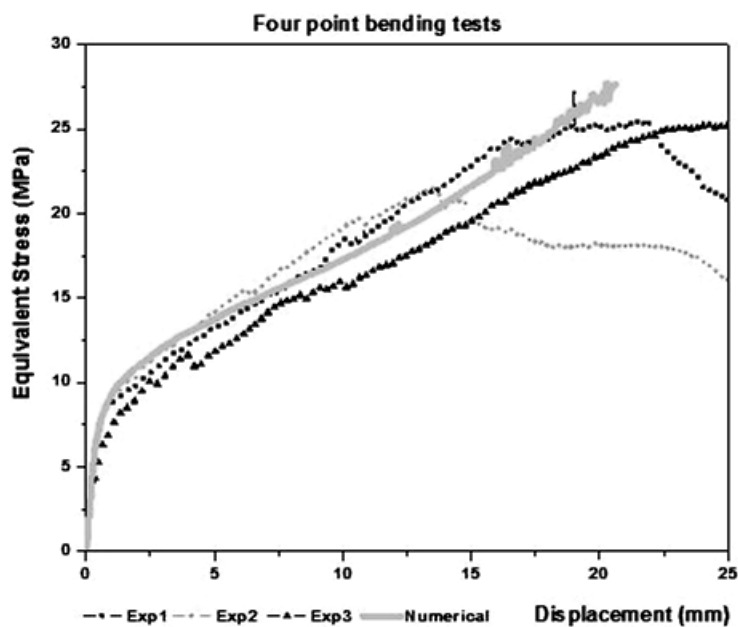
Silvoso *et al* (2007) modelaram placas laminadas de matriz cimentícia submetidas à tração e flexão através do programa DIANA. Os resultados destes autores remetem ao comportamento típico de compósitos reforçados com alto teor de fibra ($V_f \geq V_f^{crt}$) longas ($L_f > L_c$).

Silvoso *et al* (2007) utilizaram um elemento finito isoparamétrico baseado na Teoria dos Laminados (CQ40L), onde geraram curvas tensão/deslocamento numéricas semelhantes às reais (Figura 2.26). Os autores deste trabalho ajustaram o modelo através dos resultados obtidos na tração direta e o estenderam ao estudo da flexão em quatro pontos, procedimento semelhante ao utilizado neste trabalho, onde

modelou-se, também através do DIANA, o comportamento de placas de matriz cimentícia reforçadas com fibras de sisal produzidas por Lima (2004).



(a)



(b)

Figura 2.26 – Resultados obtidos por Silvano *et al* (2007) na modelagem de placas de matriz cimentícia reforçadas com fibras longas de sisal: (a) tração direta; (b) flexão em quatro pontos

Brandão (2005) utilizou o elemento de casa isoparamétrico CQ40S do DIANA (Figura 2.27) para modelar alguns tipos de cascas. Na Figura 2.28 é apresentada uma das cascas modeladas por Brandão (2005) através do DIANA.

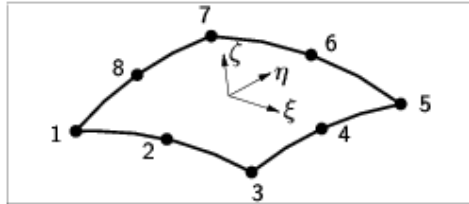


Figura 2.27 – Elemento de casca CQ40S do DIANA (DIANA, 2005)

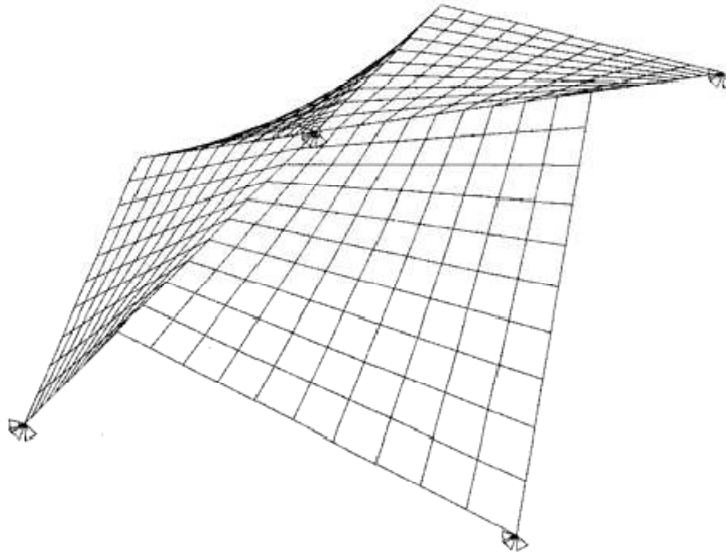


Figura 2.28 – Malha de elementos finitos para uma casca parabolóide hiperbólica utilizando o elemento de casca CQ40S do DIANA (BRANDÃO, 2005)

Brandão (2005) obteve ainda bons resultados na modelagem de placas de concreto simples (Figura 2.29), submetidas à flexão em quatro pontos, com dimensões semelhantes às modeladas no presente trabalho, também utilizando o elemento CQ40S do DIANA (Figura 2.27).

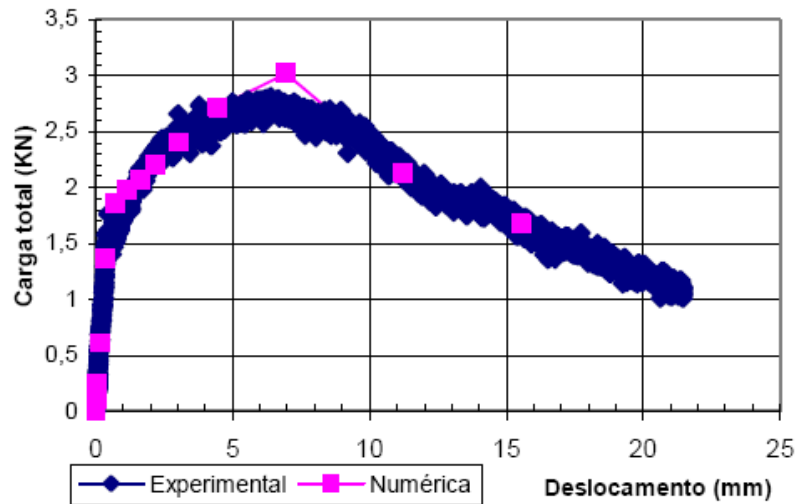


Figura 2.29 – Curvas carga-deslocamento no meio do vão obtidos experimental e numericamente para o teste de flexão em quatro pontos (BRANDÃO, 2005)

2.4.2 Fibra de Sisal

As matrizes a base de cimento podem ser reforçadas com fibras naturais, metálicas ou sintéticas. As fibras naturais podem ser subdivididas em minerais, vegetais e animais. A primeira possui cadeias cristalinas com grande comprimento, como o asbesto. Já as fibras vegetais apresentam natureza celulósica, destacando-se as fibras de sisal, coco, juta e bananeira, cujas propriedades estão ilustradas na Tabela 2.2 (CAETANO *et al*, 2004). As fibras artificiais, também denominadas de fibras sintéticas, são resultados de avanços na área de engenharia de materiais, decorrentes de pesquisas sobre a cadeia do petróleo e seus derivados, bem como do desenvolvimento da tecnologia têxtil.

Embora utilizadas pela indústria automobilística e aeronáutica a algum tempo, somente mais recentemente as fibras vegetais atraíram a atenção dos pesquisadores para sua utilização como reforço de elementos estruturais (FURLAN e MASCIA, 2006). As fibras naturais, além de apresentarem boas propriedades de engenharia (Tabela 2.2), possuem um baixo custo em relação às fibras sintéticas (Tabela 2.3) (MELO FILHO, 1996).

Tabela 2.2 – Propriedades de algumas fibras naturais.

<i>Fibra</i>	<i>Diâmetro (mm)</i>	<i>Densid. (g/cm³)</i>	<i>Modulo de elasticidade (GPa)</i>	<i>Resistência a tração (MPa)</i>	<i>Deformação na ruptura (%)</i>
Coco	0,1 a 0,4	1,12 a 1,15	19 a 26	120 a 200	10 a 25
Sisal	N/A	N/A	13 a 26	280 a 570	3 a 5
Bagaço de cana	0,2 a 0,4	1,2 a 1,3	15 a 19	180 a 290	N/A
Bambu	0,05 a 0,4	1,51	33 a 40	350 a 500	N/A
Juta	0,1 a 0,2	1,02 a 1,04	26 a 32	250 a 350	1,5 a 1,9
Fibra de madeira	0,03 a 0,08	1,5	N/A	700	N/A

Tabela 2.3 – Custo de algumas fibras naturais e sintéticas.

<i>Fibra</i>	<i>Densidade (g/cm³)</i>	<i>Custo (US\$/kg)</i>
Carbono	1,88	500,00
Vidro	2,45	3,25
Sisal	1,45	0,36

A fibra de sisal mostra-se promissora no desenvolvimento de materiais compósitos devido ao seu baixo custo de produção, alta resistência à tração (GHAVAMI *et al*, 1998), além de possuir grande disponibilidade no mercado, o que a torna uma das fibras naturais mais estudadas atualmente. O incentivo do seu uso é fundamental para as regiões onde são produzidas essas fibras, pois, na maioria das vezes, são regiões pobres. Além disso, a produção do sisal possui uma grande vantagem ecológica, pois previne o processo de desertificação (GHAVAMI *et al*, 1998).

O sisal é uma planta de fácil cultivo e de curto tempo de renovação. A área cultivada no Brasil é concentrada na região nordeste, sendo os estados da Paraíba e Bahia os maiores produtores. Cada folha produz uma média de 1000 fibras, o que corresponde a apenas 4% do volume da folha, a qual é composta por aproximadamente 80% de água (MELO FILHO, 2005).

Na Figura 2.30a pode-se visualizar a planta de sisal (*Agave sisalana*), de onde são extraídas as fibras e, na Figura 2.30b, são mostradas as fibras após todo o processo de extração e beneficiamento.



(a)

(b)

Figura 2.30 – (a) planta de sisal; (b) fibras após beneficiamento (MELO FILHO, 2005)

2.4.3 Aderência Fibra-matriz

Como dito anteriormente, nos compósitos as matrizes têm como função principal transferir as solicitações mecânicas às fibras e protegê-las do ambiente externo. Estas, por sua vez, têm como objetivo absorver parte dos esforços de tração e controlar o processo de fissuração. Este mecanismo de transferência de esforços é possível devido à aderência fibra-matriz. As componentes de aderência entre a fibra e a matriz são: (a) aderência por tração; (b) aderência mecânica e (c) aderência por cisalhamento.

Os deslocamentos causados por forças que atuam perpendicularmente em relação à interface fibra-matriz, geralmente resultantes do efeito de Poisson, de variações volumétricas e de carregamentos bi ou tri-axiais, são resistidos pela aderência por tração (BENTUR e MINDESS, 1990). Por ser bastante complexa, a determinação desta componente de aderência é pouco estudada.

No caso da aderência mecânica, a transferência de esforço é resultado da ancoragem mecânica obtida com a utilização de ganchos ou variação da seção geométrica da fibra. Este tipo de mecanismo serve como um incremento da resistência ao arrancamento da fibra.

A aderência por cisalhamento é a componente principal de interação fibra-matriz e conseqüentemente, a mais estudada (LIMA e TOLEDO FILHO, 2006). Em matrizes fissuradas, as tensões de cisalhamento desenvolvidas resistem ao arrancamento da fibra transferindo a carga para pontos da matriz ainda não fissurados.

Inicialmente, a aderência por cisalhamento é composta por uma interação fibra-matriz físico-química, onde as deformações são proporcionais às tensões de cisalhamento e os deslocamentos da fibra são compatíveis com os da matriz. Neste estágio, a tensão de aderência por cisalhamento na interface fibra-matriz é chamada de elástica. Com o aumento da tensão de cisalhamento, a adesão físico-química tende a romper iniciando-se o processo de decoesão entre a fibra e a matriz. A partir deste instante, a tensão de cisalhamento na interface fibra-matriz é chamada de friccional τ_f , neste estágio, a componente principal da aderência é o atrito. A tensão de cisalhamento limite para a ruptura da aderência físico-química é chamada de resistência ao cisalhamento adesional τ_{au} .

Utilizando métodos analíticos e curvas experimentais carga-deslocamento, Lima e Toledo Filho (2006) determinaram que, para fibras de sisal em matriz de argamassa, podem ser utilizados valores iguais a 0,60 MPa e 0,24 MPa para a tensão adesional máxima e a tensão friccional respectivamente.

Cox (1952 apud LIMA, 2004) desenvolveu algumas equações para determinar as tensões axiais de tração na fibra, $\sigma_f(x)$, e as tensões de cisalhamento, $\tau_f(x)$, na interface fibra-matriz para a fase onde as deformações são proporcionais às tensões de cisalhamento e os deslocamentos da fibra são compatíveis com os da matriz. Este modelo é baseado na análise do campo de tensões ao redor de uma fibra embebida numa matriz elástica (Figura 2.31).

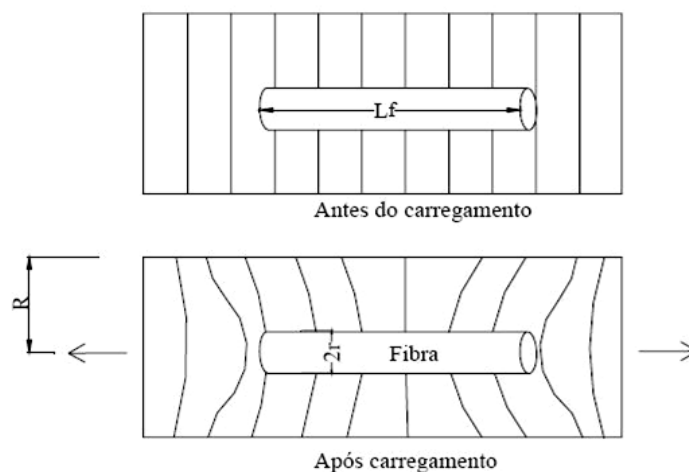


Figura 2.31– Representação esquemática de uma fibra embebida em matriz cimentícia e do campo de deformação ao redor da mesma, sem carregamento e com carregamento (BENTUR; MINDESS, 1990 *apud* LIMA, 2004)

Para o desenvolvimento da teoria considera-se que a fibra e a matriz são elásticas. A interface fibra-matriz apresenta uma espessura muito pequena e não há deslizamento entre a fibra e a matriz na interface, ou seja, há uma aderência perfeita, as propriedades da matriz na vizinhança da fibra são as mesmas que em qualquer outro ponto da matriz. As fibras são arranjadas de forma regular, em arranjos simétricos. A deformação de tração da matriz e_m , a uma distância R da fibra, é igual à deformação do compósito e_c . Não há transmissão de tensões pela extremidade das fibras e nem interação de tensões entre fibras vizinhas.

Assim, baseado nestas suposições, Cox (1952) desenvolveu as seguintes formulações:

$$\sigma_f(x) = E_f \varepsilon_m \left[1 - \frac{c \operatorname{osh} \left(\beta_1 \left(\frac{L_f}{2} - x \right) \right)}{c \operatorname{osh} \left(\frac{\beta_1 L_f}{2} \right)} \right] \quad (2.98)$$

$$\tau_f(x) = E_f \varepsilon_m \frac{c \operatorname{osh} \left(\beta_1 \left(\frac{L_f}{2} - x \right) \right)}{c \operatorname{osh} \left(\frac{\beta_1 L_f}{2} \right)} \sqrt{\frac{G_m}{2E_f \ln(R/r)}} \quad (2.99)$$

com

$$\beta_1 = \sqrt{\frac{2G_m}{E_f \ln(R/r)}} \quad (2.100)$$

onde R é o raio da matriz em torno da fibra, E_f o módulo da fibra, L_f o comprimento da fibra, r o raio da fibra e G_m o módulo de cisalhamento da matriz na vizinhança da fibra. Para materiais isotrópico $G_m = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)}$. Onde E_m e ν_m são, respectivamente, o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson da matriz.

Segundo Cox (1952), a relação R/r depende do arranjo e do volume de fibras, V_f , do compósito, sendo propostas as seguintes relações:

$$\ln\left(\frac{R}{r}\right) = \begin{cases} \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\pi}{V_f}\right), & \text{para arranjo regular de fibras} \\ \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2\pi}{\sqrt{3V_f}}\right), & \text{para arranjo hexagonal de fibras} \end{cases} \quad (2.101)$$

A Figura 2.32a apresenta a distribuição de tensões axiais de tração e cisalhamento da interface fibra-matriz. Percebe-se que as tensões de cisalhamento atingem seu valor máximo nas extremidades da fibra e o valor nulo no centro. Para as tensões de tração, o comportamento é contrário, qual seja: nas extremidades a tensão normal é zero e no centro da fibra é máximo. Na Figura 2.32b é apresentada uma simulação de desenvolvimento de tensões em uma fibra de sisal embebida em matriz de cimento realizada por Lima (2004) onde este admitiu um arranjo retangular de fibras.

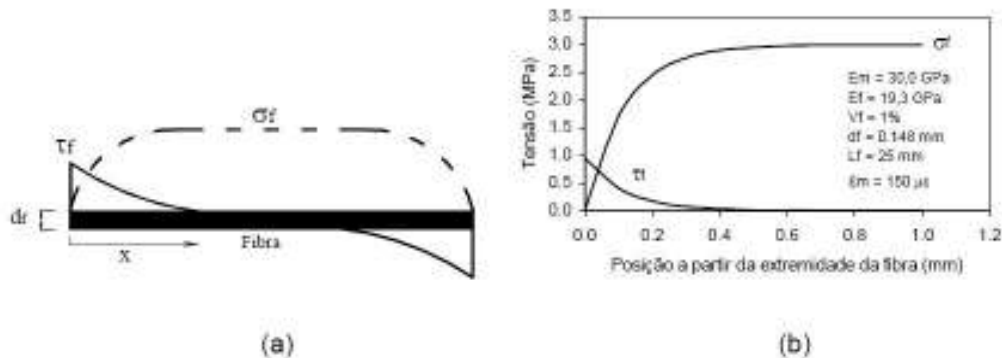


Figura 2.32 - Distribuição de tensões na interface da fibra: (a) distribuição esquemática; (b) simulação interface sisal-concreto (Lima, 2004)

Quanto maior a tensão de tração que a matriz pode transferir para a fibra maior será a eficiência do reforço, sendo máxima quando esta tensão de tração alcançar a resistência de tração da fibra, σ_{fu} , entretanto, isso vai depender da máxima tensão de cisalhamento que pode ser desenvolvida na interface fibra-matriz. Ao analisar a Figura 2.32b percebe-se que a tensão máxima atingida pela fibra é muito inferior à máxima suportada por este material (Tabela 2.2). Este valor pode ainda ser menor, caso a interface fibra-matriz não consiga desenvolver tensões de cisalhamento maiores que 1 MPa.

Quando se inicia o processo de decoesão entre a fibra e a matriz, há um descolamento progressivo da fibra. Este fenômeno pode gerar uma falha imediata do compósito caso haja uma perda total de aderência, outra hipótese, é que ocorra um

deslizamento na zona decoesa, resultando na ativação de um mecanismo resistente de deslizamento friccional, o qual é muito comum nos compósitos à base de cimento.

Para um compósito com uma região decoesa de comprimento u , é assumido que a resistência friccional ao deslizamento resulta em uma distribuição uniforme de tensões cisalhantes τ_{fi} , na interface. Na região íntegra, a tensão cisalhante encontra-se ainda no regime elástico. Com o aumento do carregamento, os dois estados de tensões cisalhantes coexistem (Figura 2.33), até que a tensão axial atinja a resistência à tração da fibra ou a fissura se propague por toda a interface.

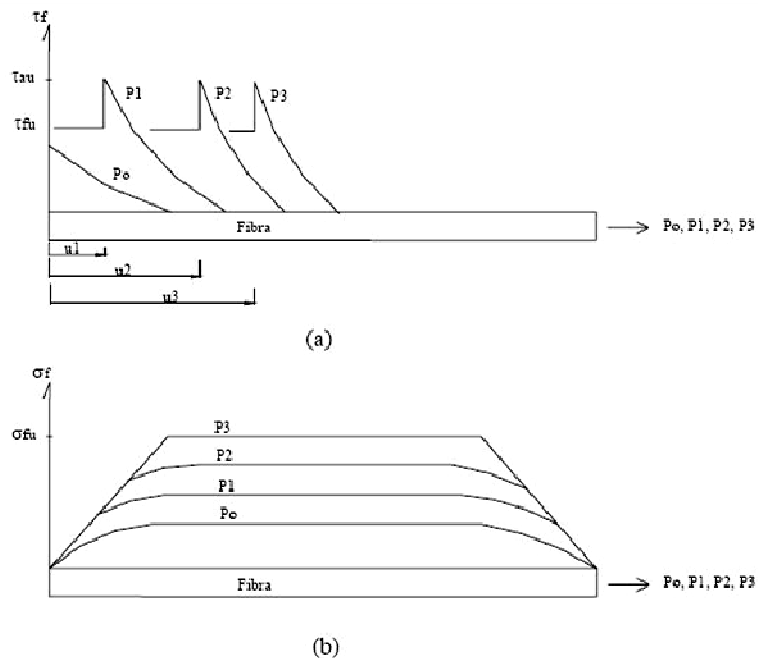


Figura 2.33 - Distribuição de tensões depois e antes da decoesão: (a) cisalhamento; (b) tração (BENTUR; MINDESS, 1990 apud LIMA, 2004)

O processo de arrancamento de uma fibra pode ser representado através de um ensaio de “pull-out” (Figura 2.34). Quando é aplicada uma carga axial P a uma fibra de comprimento L_e ancorada em uma matriz. Antes que se atinja a resistência adesional τ_{au} , uma tensão de cisalhamento $\tau(x)$, não uniforme, é desenvolvida na interface, distribuindo a carga P entre a matriz e a fibra. Os deslocamentos da matriz e da fibra são geometricamente compatíveis.

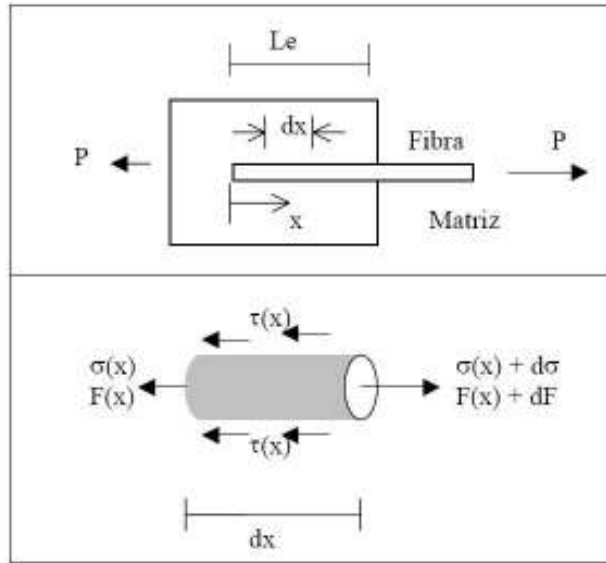
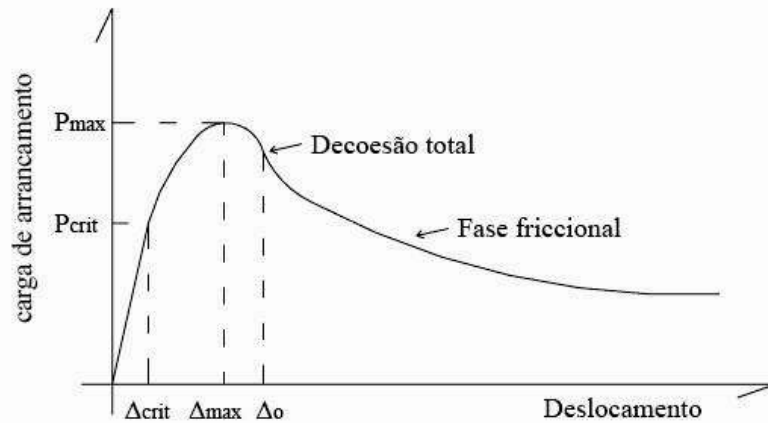


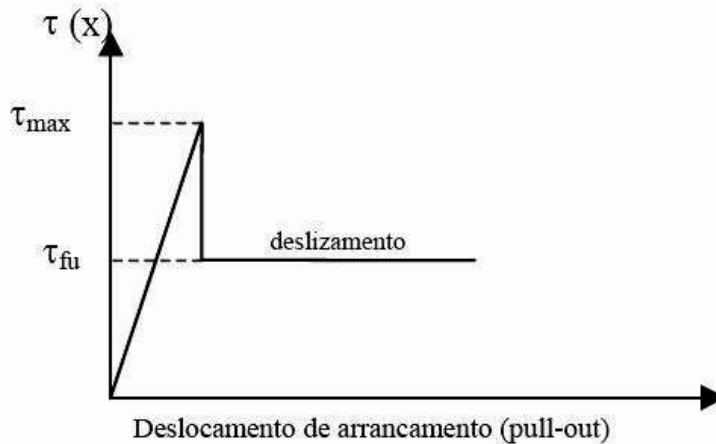
Figura 2.34 - Modelagem de arrancamento para simular a interação fibra-matriz (BENTUR; MINDESS, 1990 apud LIMA, 2004)

Para estágios avançados de carregamento, começa haver um deslocamento relativo entre a fibra e a matriz (decoesão). Neste caso, a tensão de cisalhamento da interface fibra-matriz $\tau(x)$, chamada de friccional, é usualmente considerada uniforme ao longo da fibra. Este processo é muito importante na matriz pós-fissurada, onde as fibras transpassam as fissuras. Propriedades como resistência e deformação última do compósito são controladas por esse processo de transferência de tensões (LIMA e TOLEDO FILHO, 2006).

Com base na Figura 2.35, a transição de tensão elástica para tensão friccional ocorre quando a tensão cisalhante interfacial devido ao carregamento excede a resistência ao cisalhamento fibra-matriz, conhecida como tensão cisalhante de aderência τ_{au} . A carga correspondente é denominada carga crítica, P_{crit} . A resistência última cisalhante na interface fibra-matriz, denominada de τ_{fu} ocorre quando a carga aplicada atinge a carga máxima, P_{max} .



(a)



(b)

Figura 2.35 - Curvas idealizadas: (a) carga-deslocamento; (b) tensão-deslocamento (LIMA, 2004)

A curva carga-deslocamento de arrancamento de uma fibra em uma matriz cimentícia é linear elástica até que a tensão cisalhante na interface atinja a resistência de aderência. Em seguida, inicia-se uma não linearidade na curva associada ao surgimento e propagação de uma fissura entre a fibra e a matriz (início do processo de decoção). Essa fissura propaga-se estavelmente até que a carga atinja o pico, isto é, a decoção se propaga somente quando a carga de arrancamento aumenta. Após a carga de pico, um desenvolvimento não-estável ocorre, o que significa que a decoção se desenvolve mesmo com o decréscimo da carga de arrancamento, até que toda a interface fibra-matriz esteja descolada. É importante observar que a carga máxima de arrancamento é atingida pouco antes da decoção total da fibra, após a qual se inicia o

processo de deslizamento entre a fibra e a matriz. Como resultado, observa-se um amolecimento (“softening”) da curva carga-deslocamento de arrancamento.

3 MODELAGEM COMPUTACIONAL

O objetivo do presente trabalho foi modelar, computacionalmente, placas compósitas de matriz cimentícia reforçadas com fibras longas de sisal sob tração direta e flexão em quatro pontos.

A pesquisa foi realizada, em sua maior parte, na Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), no Laboratório de Mecânica Computacional (LAMEC), sendo a modelagem dos ensaios de tração direta realizada na COPPE/UFRJ no Programa de Engenharia Civil (PEC).

Com o desenvolvimento de trabalhos conjuntos, entre os pesquisadores da COPPE/UFRJ e do grupo de Mecânica Estrutural e dos Materiais da UEFS, os primeiros cederam uma licença de uso do “software” DIANA 9.0, baseado no Método dos Elementos Finitos, à Equipe da UEFS, possibilitando que a modelagem computacional das placas compósitas reforçadas com fibras de sisal fosse desenvolvida com o auxílio do referido programa.

3.1 PLACAS COMPÓSITAS

Lima (2004) produziu quatro placas de matriz cimentícia reforçadas com fibras longas de sisal alinhadas na direção longitudinal, constituindo-se assim em placas compósitas, com duas ou três camadas de reforço, conforme Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Compósitos produzidos por Lima (2004)

<i>Placa</i>	<i>Espessura (CV)</i> <i>mm (%)</i>	V_f^T (CV) <i>% (%)</i>	<i>Nº de</i> <i>Camadas de</i> <i>reforço</i>
P3C2	13,64 (4,6)	2,90 (4,6)	2
P3C3	14,26 (6,2)	2,78 (6,2)	3
P6C2	14,63 (1,9)	5,40 (1,9)	2
P6C3	17,84 (3,3)	4,43 (3,4)	3

Obs.: CV - coeficiente de variação

As placas foram produzidas em moldes metálicos com 400x400mm e o processo de produção adotado foi o semi-industrial (PERSSON e SKARENDAHL, 1980) de acordo com os seguintes passos:

- 1 – Lançamento de uma camada de argamassa de 5 mm vibrada em seguida (Figura 3.1);

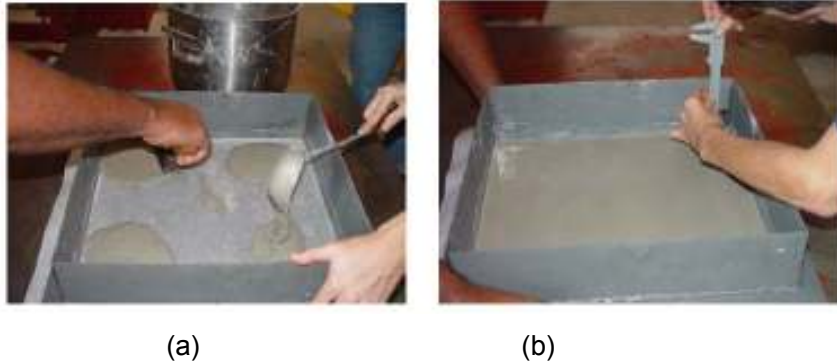


Figura 3.1 – (a) lançamento da argamassa no molde metálico; (b) verificação da espessura (LIMA, 2004)

- 2 – Aplicação de um rolo plástico para uniformizar a camada;
- 3 – Adição manual de uma camada de fibra longa (Figura 3.2);
- 4 – Lançamento de uma nova camada de argamassa com posterior vibração;
- 5 - Os passos 2, 3 e 4 são repetidos até que todas as camadas de fibras sejam introduzidas.

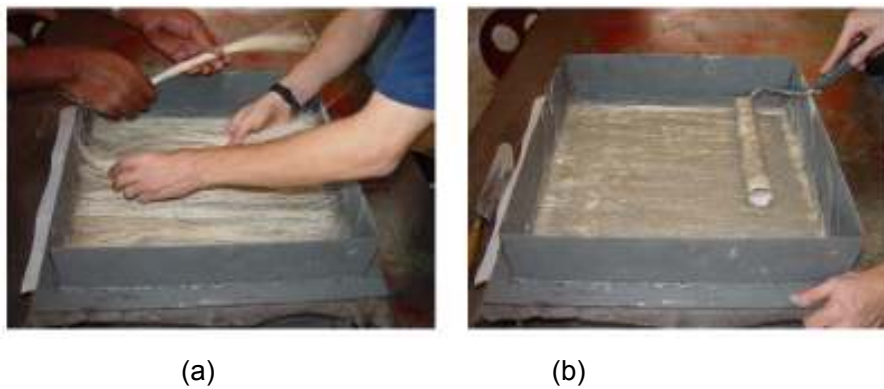


Figura 3.2 – Lançamento das fibras: (a) colocação manual das fibras alinhadas; (b) imersão das fibras com rolo plástico (LIMA, 2004)

Para ilustrar, apresenta-se na Figura 3.3 um laminado com três camadas de reforço, envolvidas pela matriz cimentícia.

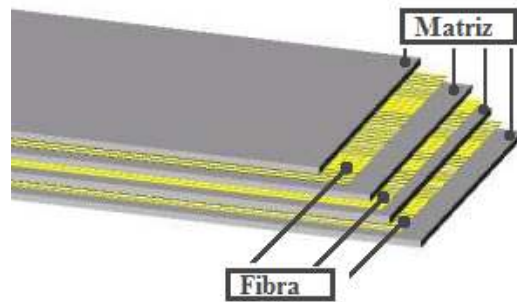


Figura 3.3 – Configuração final para um laminado com três camadas de reforço (MELO FILHO, 2005)

Após ter concluído o processo de cura, os corpos-de-prova foram cortados nos tamanhos necessários para cada tipo de ensaio. Cabe informar que os laminados foram moldados sob pressão de 2 MPa.

3.2 ENSAIO DE TRAÇÃO DIRETA

Lima (2004) realizou ensaios de tração direta em placas com 50 mm de largura por 400 mm de comprimento (Figura 3.4). O ensaio foi realizado com controle de deslocamento do travessão da máquina de ensaio.



Figura 3.4 – Configuração do ensaio de tração direta em laminados com 400 mm (LIMA, 2004)

Para a realização da pesquisa, Lima (2004) desenvolveu um novo aparato para a realização dos ensaios de tração para estes compósitos. Este aparato consistiu de dois acessórios ligados por rótulas esféricas entre si (Figura 3.5b). O primeiro acessório foi produzido com aço maciço e ficava diretamente conectado à máquina de ensaio. Para conectar este acessório fixo à amostra, Lima (2004) utilizou placas de aço que foram coladas às amostras e ligadas ao primeiro acessório por rótulas esféricas (Figura 3.5a).

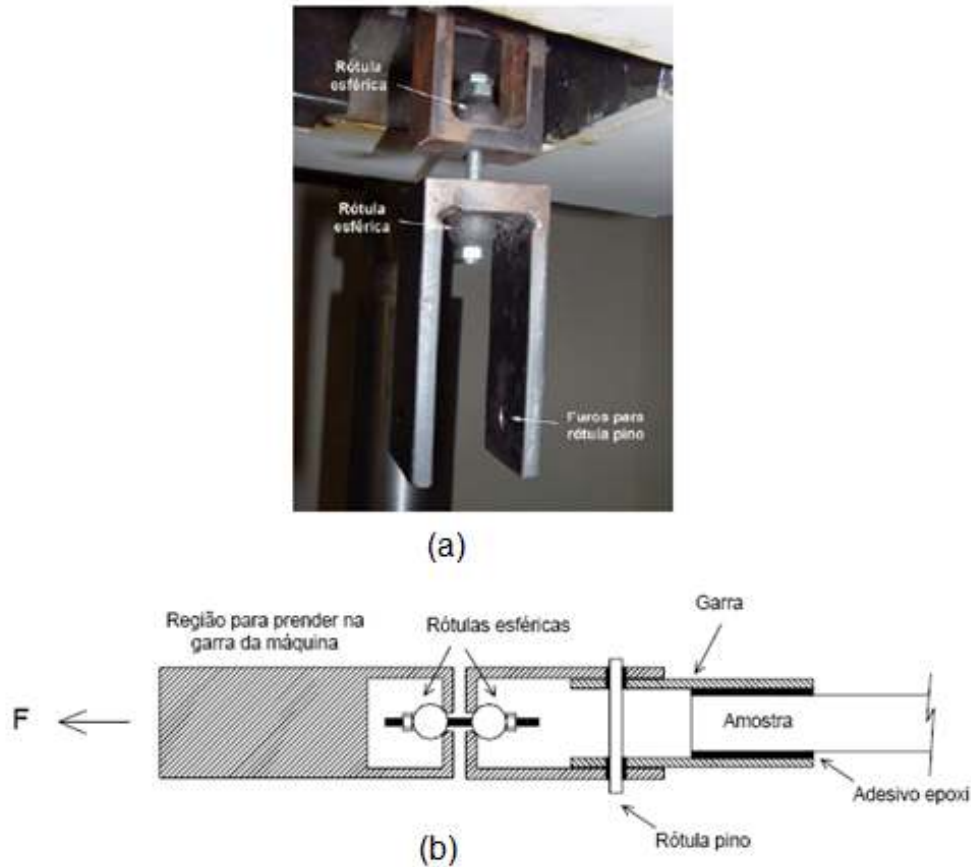


Figura 3.5 – Aparato desenvolvido por Lima (2004) para realização de ensaio de tração direta em placas à base de cimento (LIMA, 2004): (a) detalhe do sistema de transmissão de carga; (b) descrição esquemática

Para a medição das deformações Lima (2004) utilizou dois “strain gages”, com 70 mm de comprimento, colados no terço médio de ambos os lados da amostra (Figura 3.6).

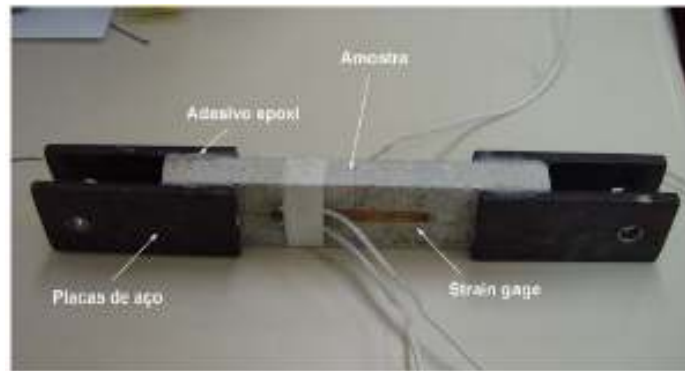


Figura 3.6 – Amostra instrumentada para ensaio de tração direta

3.3 ENSAIO DE FLEXÃO EM QUATRO PONTOS

Os ensaios de flexão em quatro pontos realizados por Lima (2004) foram executados em amostras com 400x100 mm com vão interno de 300 mm e cargas a 100 mm dos apoios, conforme Figura 3.7. As medidas de deflexão foram coletadas no meio do vão através de um flexímetro apoiado sobre a máquina de ensaio. O ensaio foi realizado com controle de deslocamento.

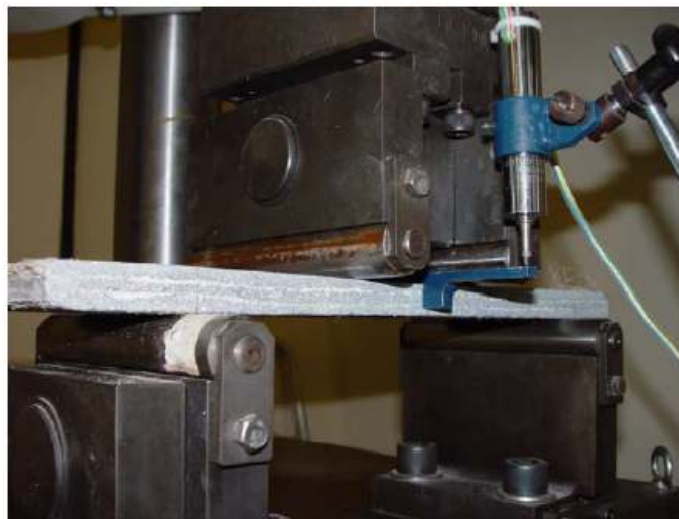


Figura 3.7 – Configuração do ensaio de flexão em quatro pontos (LIMA, 2004)

3.4 MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

O DIANA possui cinco modelos de amolecimento na tração para representar o comportamento da matriz baseados no modelo “crack-band width” de Bažant e Oh (1983): frágil; linear; multilinear; exponencial e Hordijk (Figura 3.8). O modelo frágil é utilizado para materiais que têm fraturamento localizado, como o concreto simples, que não apresenta resistência pós-fissuração. Os outros modelos, com exceção do multilinear, são baseados em critérios energéticos, onde a área do gráfico é igual a G_f^I / h (energia necessária para abrir uma unidade de fissura na tração), tal que G_f^I é a energia de fratura para o modo I de carregamento e h é a altura ou largura de banda de fissura (“crack-band width”). O modelo multilinear é introduzido no programa pelo usuário por meio de arquivo externo e deve ser baseado em ensaios experimentais (modelo semi-empírico). O modelo de exponencial é semelhante ao de Hordijk, pois ambos são baseados em equações exponenciais, entretanto, é importante mencionar que no primeiro, o ganho de resistência inicia-se em níveis de tensões mais baixos e a deformação última tende a ser menor.

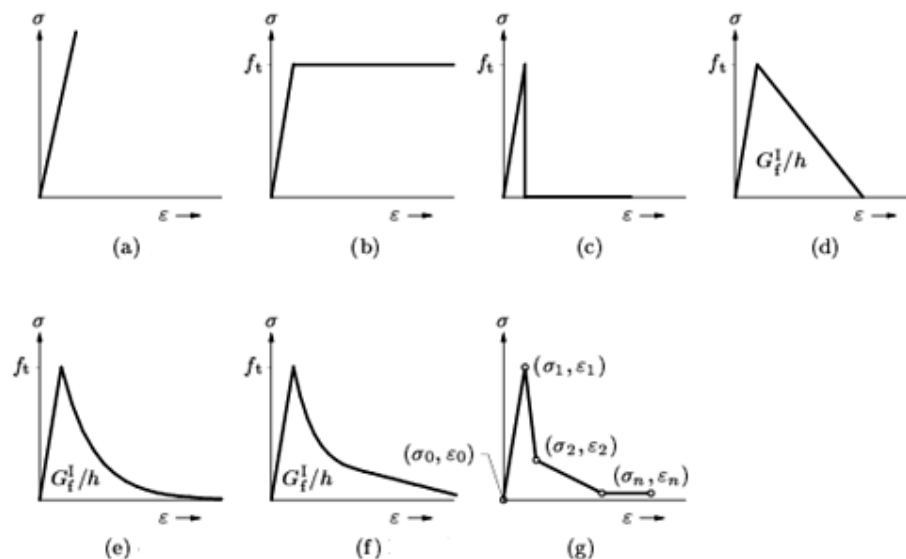


Figura 3.8 – Modelos “tension softening” do programa DIANA 9.0: (a) elástico; (b) elasto-plástico perfeito; (c) frágil; (d) linear; (e) exponencial; (f) Hordijk; (g) multilinear (DIANA, 2005)

Por fim, apresentam-se as expressões que são consideradas pelo programa DIANA nos modelos apresentados nas partes (b), (d) e (e) da Figura 3.8 para representar o “softening”:

- **Linear (Figura 3.8b)**

$$\frac{\sigma_{nn}^{cr}(\varepsilon_{nn}^{cr})}{f_t} = \begin{cases} 1 - \frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn,ult}^{cr}}, & \text{se } 0 < \varepsilon_{nn}^{cr} < \varepsilon_{nn,ult}^{cr} \\ 0, & \text{se } \varepsilon_{nn,ult}^{cr} < \varepsilon_{nn}^{cr} < \infty \end{cases} \quad (3.1)$$

- **Exponential (Figura 3.8d)**

$$\frac{\sigma_{nn}^{cr}(\varepsilon_{nn}^{cr})}{f_t} = \begin{cases} 1 - \left(\frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn,ult}^{cr}} \right)^{c_1}, & \text{se } 0 < \varepsilon_{nn}^{cr} < \varepsilon_{nn,ult}^{cr} \\ 0, & \text{se } \varepsilon_{nn,ult}^{cr} < \varepsilon_{nn}^{cr} < \infty \end{cases} \quad (3.2)$$

onde c_1 é assumido como 0,31(DIANA, 2005).

- **Hordijk (Figura 3.8e)**

$$\frac{\sigma_{nn}^{cr}(\varepsilon_{nn}^{cr})}{f_t} = \begin{cases} \left(1 + \left(c_1 \frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn,ult}^{cr}} \right)^3 \right) \exp \left(-c_1 \frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn,ult}^{cr}} \right) \dots \\ \dots - \frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn,ult}^{cr}} (1 + c_1^3) \exp(-c_2), & \text{se } 0 < \varepsilon_{nn}^{cr} < \varepsilon_{nn,ult}^{cr} \\ 0, & \text{se } \varepsilon_{nn,ult}^{cr} < \varepsilon_{nn}^{cr} < \infty \end{cases} \quad (3.3)$$

onde c_1 e c_2 são 3,0 e 6,95 respectivamente (DIANA, 2005).

Cabe informar que, para todos os casos, têm-se

$$G_f = h \left(\frac{f_t \varepsilon_{pic}}{2} + \int_0^{\infty} \sigma_{nn}^{cr}(\varepsilon_{nn}^{cr}) d\varepsilon_{nn}^{cr} \right) \quad (3.4)$$

onde ε_{pic} é a deformação de pico.

Os modelos de endurecimento na compressão disponíveis no DIANA são: elástico; ideal (elastoplástico perfeito); Thorenfeldt; linear; multilinear; saturação e parabólico (Figura 3.9). O único modelo baseado em critérios energéticos é o parabólico (Figura 3.9g), onde a área do gráfico é igual a G_c/h (energia necessária para abrir uma unidade de fissura na compressão), onde G_c é a energia de fratura à compressão e h é a altura ou largura de banda de fissura. O modelo multilinear na compressão (Figura 3.9e) também é introduzido no programa pelo usuário através de arquivo externo e deve ser baseado em ensaios experimentais (modelo semi-empírico). Os modelos linear e saturação apresentam ganho de rigidez pós-fissuração, enquanto um comportamento contrário é observado nos modelos parabólico e Thorenfeldt (Figura 3.9c).

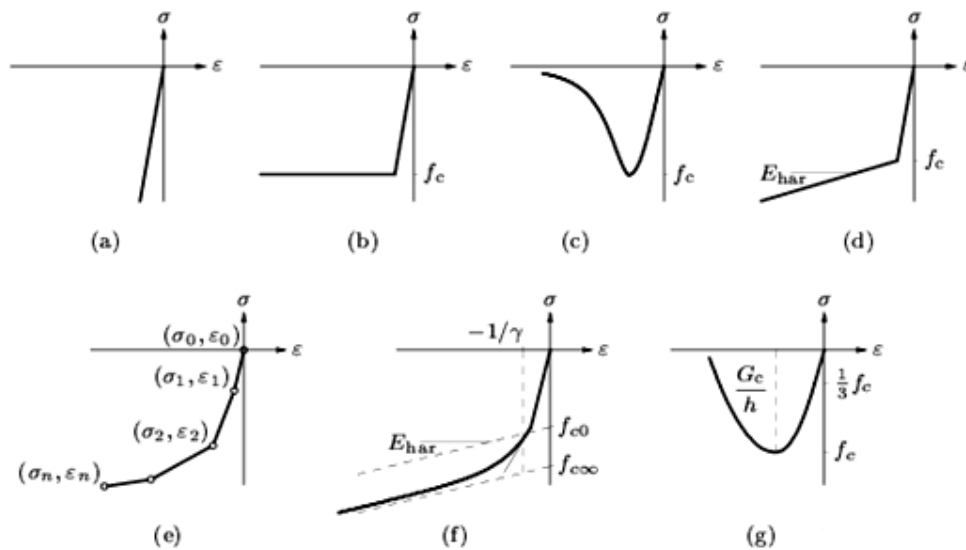


Figura 3.9 – Modelos de endurecimento na compressão do programa DIANA 9.0: (a) elástico; (b) ideal; (c) Thorenfeldt; (d) linear; (e) multi-linear; (f) saturação; (g) parabólico (DIANA, 2005)

- **Thorenfeldt (Figura 3.10)**

$$f = -f_p \frac{\alpha_j}{\alpha_p} \left[\frac{n}{n-1 + \left(\frac{\alpha_j}{\alpha_p}\right)^{nk}} \right] \quad (3.5)$$

onde

$$n = 0,80 + \frac{f_c}{17}; \quad k = \begin{cases} 1 \rightarrow 0 > \alpha > \alpha_p \\ 0,67 + \frac{f_c}{62} \rightarrow \alpha \leq \alpha_p \end{cases}$$

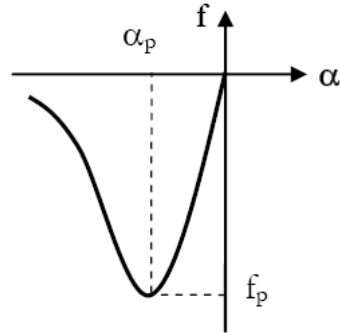


Figura 3.10 – Modelos de endurecimento de Thorenfeldt na compressão do programa DIANA 9.0 (DIANA, 2005)

- **Parabólico (Figura 3.11)**

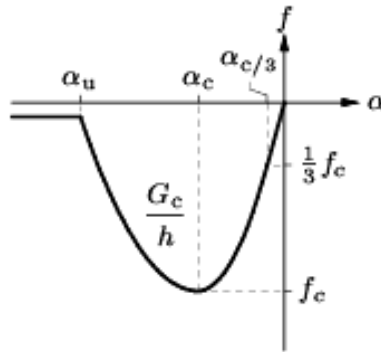


Figura 3.11 – Modelos de endurecimento parabólico na compressão do programa DIANA 9.0 (DIANA, 2005)

$$f = \begin{cases} -f_c \frac{\alpha_j}{3\alpha_{c/3}} & \text{se } 0 \leq \alpha_j < \alpha_{c/3} \\ -f_c \frac{1}{3} \left(1 + 4 \left(\frac{\alpha_j - \alpha_{c/3}}{\alpha_c - \alpha_{c/3}} \right) - 2 \left(\frac{\alpha_j - \alpha_{c/3}}{\alpha_c - \alpha_{c/3}} \right)^2 \right) & \text{se } \alpha_{c/3} \leq \alpha_j < \alpha_c \\ -f_c \left(1 - \left(\frac{\alpha_j - \alpha_{c/3}}{\alpha_c - \alpha_{c/3}} \right)^2 \right) & \text{se } \alpha_c \leq \alpha_j < \alpha_u \\ 0 & \text{se } \alpha_u \leq \alpha_j \end{cases} \quad (3.6)$$

onde:

$$\alpha_{c/3} = \frac{f_c}{3E}; \quad \alpha_c = \frac{4f_c}{3E} = 4\alpha_{c/3} \quad \text{e} \quad \alpha_u = \alpha_c - \frac{3G_c}{4hf_c}$$

Placas reforçadas com fibras de sisal podem ser modeladas, por exemplo, com elementos de placa, elementos de casca e elementos sólidos. Entretanto, para a referida pesquisa foi utilizado apenas o elemento de casca, suficiente para uma primeira análise do problema. Durante o processo de concepção da malha de elementos finitos, estes foram dispostos de forma a gerar uma geometria totalmente regular, com elementos quadrangulares.

Tendo em vista o esforço computacional verificado nas modelagens iniciais por elementos finitos, fez-se a opção de considerar a simetria da resposta estrutural, sendo adotado em todas as análises apenas um trecho da placa original, introduzindo-se adequadamente condições de contorno e carregamento associadas à simetria, reduzindo-se assim, o tempo despendido para se obter a resposta computacional (Figura 3.12).

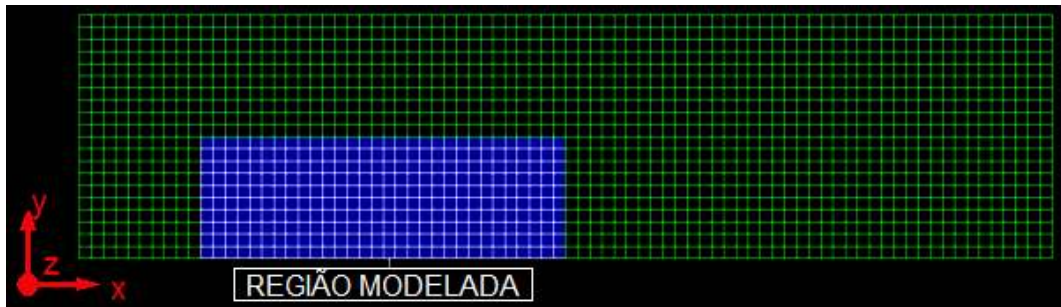


Figura 3.12 – Destaque da parcela da placa modelada pelo DIANA

Com base nos resultados obtidos por Brandão (2005), optou-se pela utilização do elemento CQ40S (Figura 2.27), tanto para a modelagem de tração direta quanto na de flexão em quatro pontos. Os elementos de casca do DIANA (Figura 3.13) são baseados na teoria de Mindlin-Reissner, que considera os efeitos do cisalhamento transversal. Na utilização deste elemento, assume-se que as tensões normais à superfície de referência são nulas. Conjuntamente, para este elemento, o DIANA permite a introdução de barras ou grades de reforço, pela forma distribuída “embedded”, que será apresentada posteriormente (Figura 3.14).

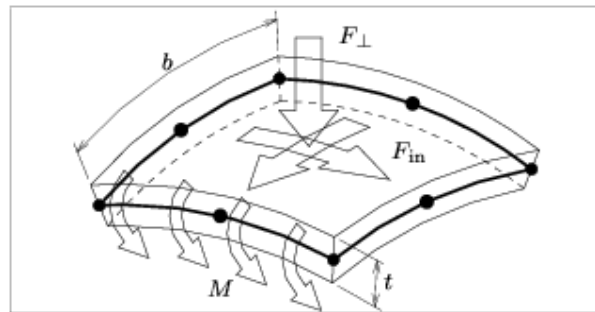


Figura 3.13 – Elemento de casca do DIANA 9.0 (DIANA, 2005)

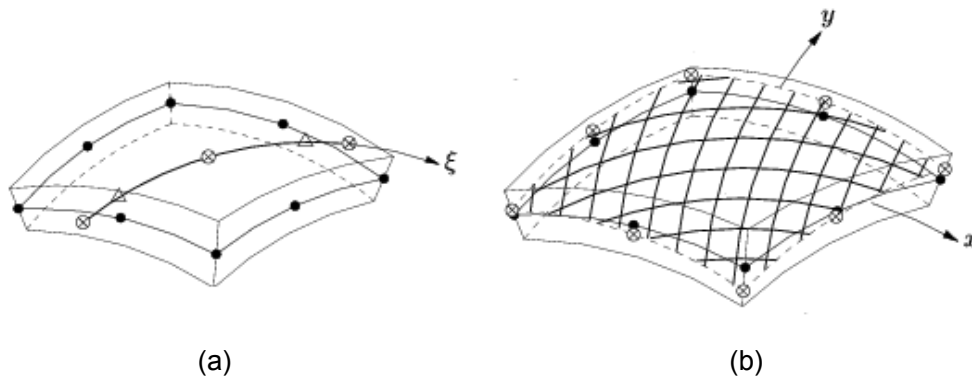


Figura 3.14 – Reforço distribuído em elementos de casca do DIANA 9.0: (a) barra de reforço em elemento de casca; (b) grade de reforço em elemento de casca (DIANA, 2005)

O CQ40S é um elemento isoparamétrico de 8 nós, com polinômio de interpolação quadrático para os deslocamentos nas direções ξ e n e a rotação ϕ (Figura 3.13). O método de integração numérica na direção ζ (espessura) pode ser o de Gauss ou Simpson.

Segundo informa o manual de usuário do Diana (DIANA, 2005), os polinômios utilizados para representar as translações u_i e rotações Φ_i deste elemento são, respectivamente:

$$u_i(\xi, n) = a_0 + a_1\xi + a_2n + a_3\xi n + a_4\xi^2 + a_5n^2 + a_6\xi^2n + a_7n^2\xi \quad (3.7)$$

$$\Phi_i(\xi, n) = b_0 + b_1\xi + b_2n + b_3\xi n + b_4\xi^2 + b_5n^2 + b_6\xi^2n + b_7n^2\xi \quad (3.8)$$

Quanto ao reforço, existem duas formas de representar seu comportamento no DIANA. A primeira é através dos modelos pré-definidos, oriundos da norma holandesa NEN 6720/1995 (Figura 3.15). Estes modelos são desenvolvidos para o aço, entretanto, podem-se modificar suas propriedades e utilizá-los para outros materiais. A segunda, diz respeito à utilização dos modelos plásticos de Von Mises. Neste caso, é possível utilizar um modelo elastoplástico perfeito ou incorporar, no programa DIANA, modelos externos de comportamento. O programa DIANA permite ainda considerar o reforço aderido ou não à matriz.

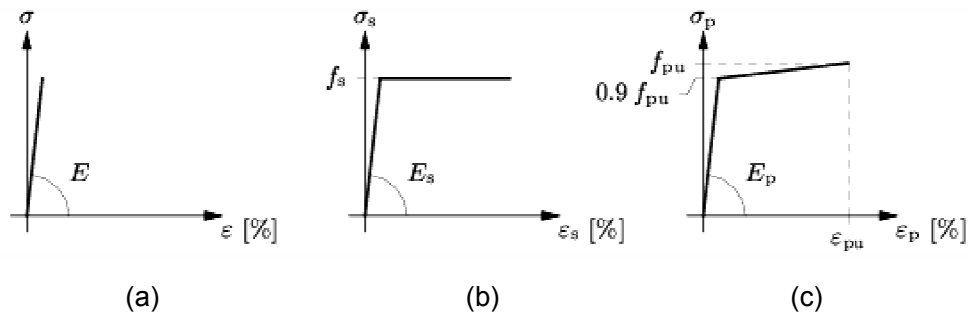


Figura 3.15 – Modelos constitutivos pré-definidos para o aço no programa DIANA 9.0: (a) linear elástico; (b) elastoplástico perfeito; (c) endurecimento plástico (DIANA, 2005)

O programa DIANA possui quatro formas de introduzir o reforço nas estruturas: discreta, incorporada, distribuída e axissimétrica. Na representação discreta, o reforço deve necessariamente localizar-se entre as arestas do elemento finito (Figura 3.16). Este tipo de representação gera uma dependência entre o reforço e a malha de elementos finitos, ou seja, a malha deve ser definida em função do posicionamento do reforço, o que reduz a produtividade na modelagem de estruturas reforçadas.

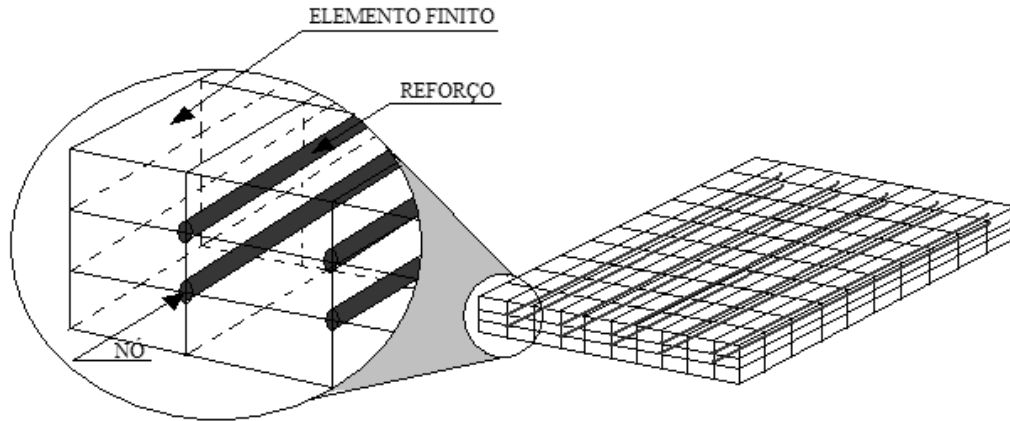


Figura 3.16 – Modelo discreto de representação do reforço do programa DIANA

A segunda forma de representação do reforço no DIANA é a incorporada “embedded”, onde o reforço pode transpor elementos. Nesta representação, o reforço não depende da malha inicial de elementos finitos (Figura 3.17).

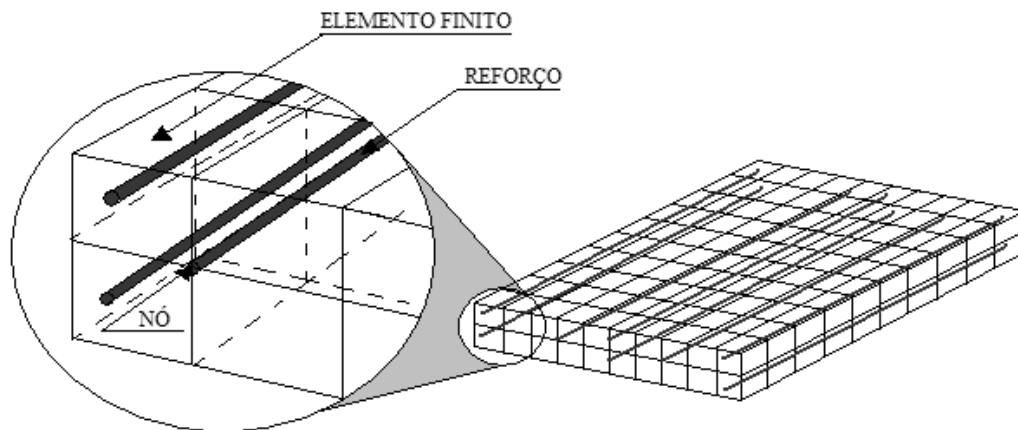


Figura 3.17 – Modelo incorporado de representação do reforço do programa DIANA

A representação distribuída do DIANA possui as mesmas características da incorporada, com a vantagem de introduzir taxas de reforço no elemento finito de acordo com os eixos da estrutura, gerando maior produtividade no lançamento das

estruturas. Como o elemento CQ40S permite a introdução do reforço por este método, utilizou-se esta forma para a representação das fibras de sisal, gerando simplicidade na concepção do modelo.

A última forma de representação é a axissimétrica, ideal para a modelagem de estribos circulares ou em espiral, pois utiliza elementos finitos axissimétricos pontuais. Esta forma de representação é do grupo das discretas, pois o reforço é inserido diretamente sobre os nós do elemento finito.

Como os compósitos possuíam diferentes seções, teores de fibra e número de camadas (Tabela 3.1), cada modelo apresentava diferentes posicionamentos para cada camada de reforço, sendo esta função da espessura total da placa e do número de camadas de reforço. Para a introdução da taxa de reforço pela forma distribuída, o programa DIANA necessita do parâmetro “espessura equivalente”, onde se representa a taxa de reforço em função da espessura do laminado. Este parâmetro é definido como o produto da taxa de reforço da camada pela espessura do laminado. A taxa de reforço foi distribuída igualmente entre todas as camadas de fibra e estas posicionadas entre camadas de matriz com espessuras iguais. A Figura 3.18 mostra como foi referenciada a introdução das camadas de reforço no DIANA. Na Tabela 3.2 é apresentada a espessura, o posicionamento e a “espessura equivalente” de cada camada de reforço para todos os laminados produzidos por Lima (2004).

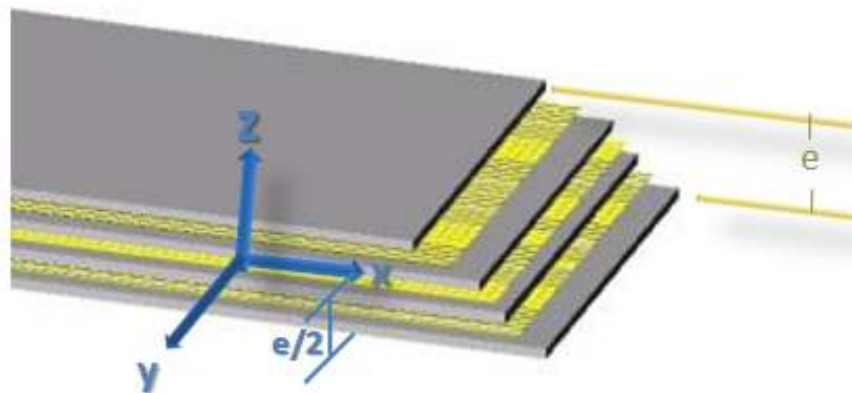


Figura 3.18 – Referencial utilizado para a introdução das camadas de reforço no DIANA

Tabela 3.2 - Dados para a modelagem do reforço das placas produzidas por Lima (2004)

<i>Placa</i>	<i>Espessura (mm)</i>	V_f^T (%)	<i>Número de camadas de reforço</i>	<i>Posição das camadas de reforço (mm) *</i>	<i>Espessura equivalente das camadas de reforço (mm)</i>
P3C2	13,64	2,90	2	(-2,28 / 2,28)**	0,198
P3C	14,26	2,78	3	(-3,57 / 0 / 3,57)**	0,132
P6C2	14,63	5,40	2	(-2,44 / 2,44)**	0,395
P6C3	17,84	4,43	3	(-4,46 / 0 / 4,46)**	0,263

* A superfície média da placa é a origem do sistema de coordenadas

** Na direção z (Figura 3.18)

3.4.1 Tração direta

Para simular o ensaio de tração direta, realizado por Lima (2004), aplicou-se uma restrição ao deslocamento na linha L3 (Figura 3.19) na direção X (Figura 3.19a). Em seguida foi imposta uma carga, sob a forma de deslocamento, na linha L1 (Figura 3.19b) dividida em 200 incrementos de 0,0004 mm.

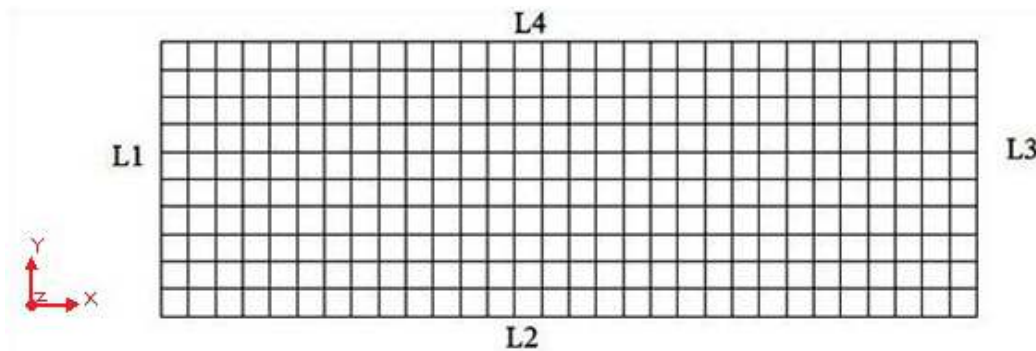


Figura 3.19 – Malha utilizada na modelagem das placas

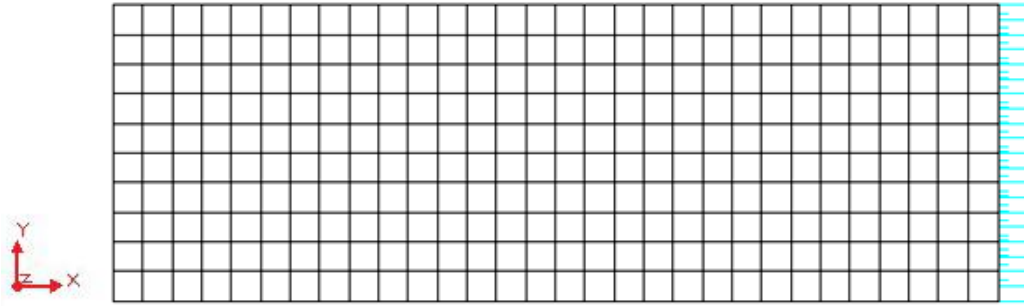
Como as placas de Lima (2004) submetidas à tração direta apresentavam uma fratura predominante no centro do laminado, foi necessário reduzir a resistência de um conjunto de elementos finitos para forçar uma fratura localizada no mesmo local. Com este procedimento tentou-se simular a situação, durante o processo de produção, em que defeitos são introduzidos aos laminados por falhas na execução, reduzindo a resistência de uma determinada seção da placa, no caso, a central. Caso não se utilize deste procedimento (ou um similar) na modelagem da tração direta todos os elementos serão fraturados simultaneamente, não representando a situação real.

Os resultados da modelagem serão apresentados em gráficos que relacionam tensão e deformação, sendo as tensões calculadas com base na equação a seguir:

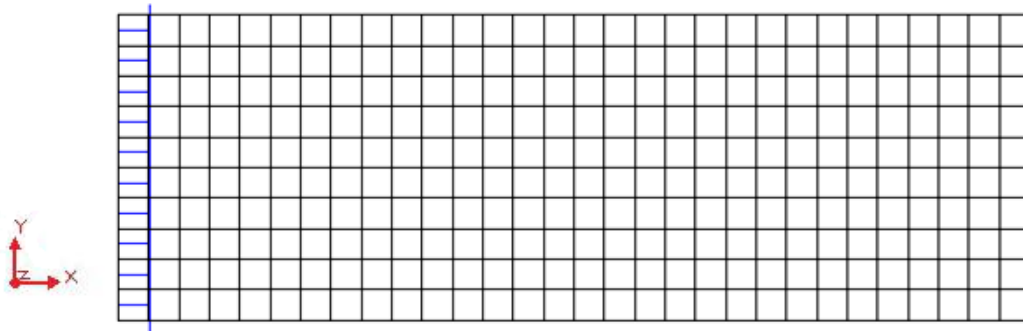
$$\sigma = \frac{F}{be} \quad (3.9)$$

onde F é a força de tração, e as grandezas b e e representam, respectivamente, a largura e espessura da placa. Para o cálculo das deflexões, Lima (2004) utilizou dois “strain gages”, com 70 mm de comprimento, colados no terço médio de ambos os lados da placa (Figura 3.6). Para simular este procedimento, mediu-se o deslocamento nos nós a 35 mm (metade do comprimento do “strain gage”) da borda da malha que representa o centro da placa (L3) e dividiu-se este valor por 35 mm encontrando-se assim uma deformação equivalente à medida por Lima (2004). Entende-se que este valor de deformação não é real, pois as regiões fissuradas apresentaram deslocamentos diferenciados. Porém como o objetivo era comparar os resultados computacionais com os experimentais, este procedimento se mostrou satisfatório.

Vale ressaltar, que para reduzir o esforço computacional e o tempo consumido pelas análises, modelou-se apenas parte dos laminados tanto nos ensaios de tração quanto na flexão.



(a)



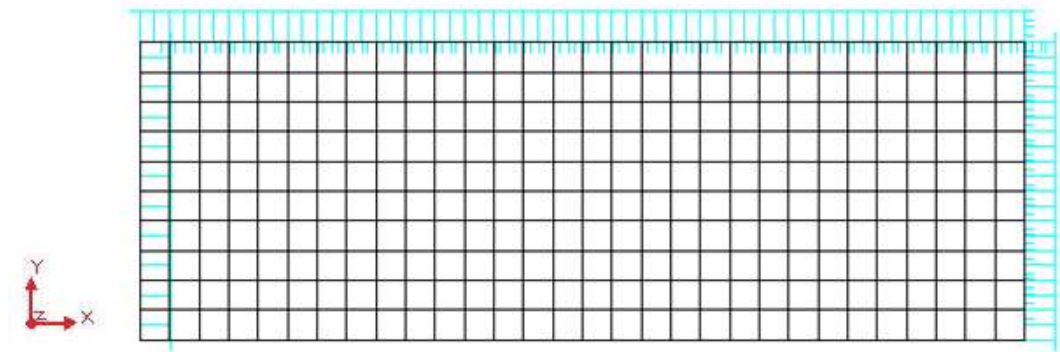
(b)

Figura 3.20 – (a) condição de contorno para o modelo da tração direta; (b) carga aplicada para o modelo da tração direta

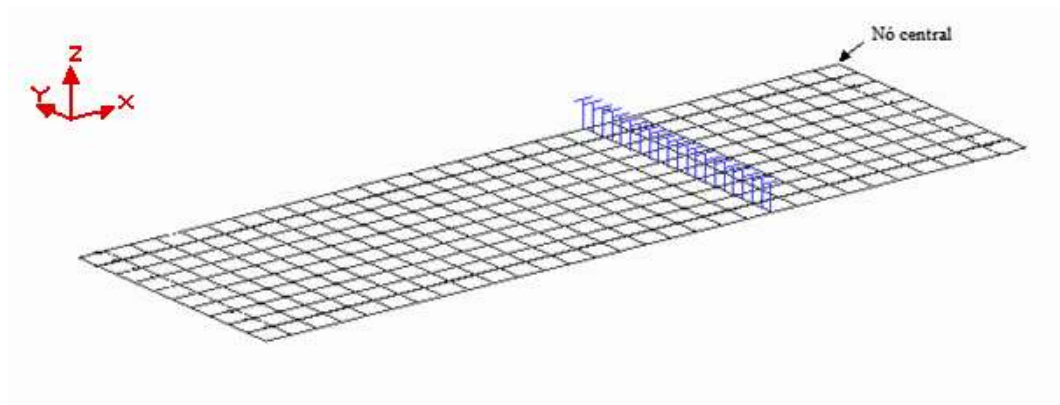
3.4.2 Flexão em quatro pontos

Conforme informado anteriormente, nas análises obtidas com o programa DIANA foi tomada uma porção da placa original, sendo necessária a utilização de condições associadas à simetria, para simular a continuidade dos laminados, uma vez que a malha representa apenas uma parte da placa. A primeira condição de simetria foi aplicada na linha L4 (Figura 3.19) onde foi restringida a rotação em torno do eixo X e o deslocamento na direção do eixo Y (Figura 3.21a). A segunda condição de simetria foi aplicada na linha L3 (Figura 3.19) onde foi impedida a rotação em torno do eixo Y e o deslocamento na direção do eixo X (Figura 3.21a). Além disso, foi aplicada uma restrição de deslocamento na direção do eixo Z para a linha L1 representando o apoio (Figura 3.21a). Para simular o ensaio realizado por Lima (2004), aplicou-se um deslocamento na direção Z de 100 mm em L1 (Figura 3.19) dividido em 200 passos de 0,04 mm cada (Figura 3.21b).

Os resultados para a flexão serão apresentados em gráficos que relacionam as cargas necessárias para fletir as placas e os respectivos deslocamentos do nó central das mesmas (Figura 3.21b).



(a)



(b)

Figura 3.21 – (a) condição de contorno para o modelo da flexão em quatro pontos; (b) carga aplicada para o modelo da flexão em quatro pontos

4 RESULTADOS

A modelagem computacional foi dividida em duas etapas, modelagem de placas tracionadas e modelagem de placas fletidas, ambas tendo como referência os resultados experimentais de Lima (2004). A etapa de modelagem de placas tracionadas foi utilizada para calibrar os modelos de comportamento e algumas propriedades dos materiais não obtidas experimentalmente. Na segunda, aferiram-se os modelos de comportamento e as propriedades dos materiais obtidas através dos resultados experimentais na flexão. É importante lembrar que as modelagens foram realizadas com controle de deslocamento.

4.1 TRAÇÃO DIRETA

Para a modelagem do comportamento estrutural das placas compósitas foi necessário definir os seguintes aspectos para a matriz: modelo de fissuração, modelo de comportamento à tração e compressão, módulo de elasticidade, G_f (energia de fratura no Modo I), h (faixa de fissura), resistência à tração e compressão, além do β (fator de retenção ao cisalhamento). No caso da fibra de sisal, o importante era estabelecer o melhor modelo de comportamento, uma vez que já se conhecia seu módulo de elasticidade longitudinal.

A partir dos resultados experimentais de Lima (2004), definiu-se o módulo de elasticidade da matriz (35 GPa) e também da fibra (19,3 GPa), além da resistência à tração do compósito, tornando necessária uma retro-análise para a determinação da resistência da matriz. Os resultados da retro-análise para a determinação da resistência à tração da matriz estão apresentados na Tabela 4.1.

A resistência à compressão foi adotada como sendo dez vezes a resistência à tração, proporção esta bastante utilizada para concretos convencionais. O valor da faixa de fissura ("crack-band width") foi fixado em 7,2 mm, obtido através da equação proposta por Bažant e Oh (1983) onde $h_c = d_a \cdot n_a$, com $n_a = 3$, uma vez que a argamassa pode ser considerada um concreto sem agregado graúdo e $d_a = 2,4$ mm (diâmetro máximo do agregado).

Com não houve ensaios para a determinação do G_f também foi necessária uma retro-análise para sua quantificação. Para o parâmetro β , realizou-se um estudo específico para verificar sua influência nos resultados.

Tabela 4.1 – Resistência a tração das matrizes dos compósitos obtidas por retro-análise

<i>Placa</i>	<i>Resistência à tração dos compósitos (MPa)</i>	<i>Resistência à tração da matriz (MPa)</i>
P3C2	3,22	3,20
P3C3	4,25	4,08
P6C2	5,50	5,35
P6C3	4,30	4,20

O modelo de fissuração fixo foi o adotado para uma primeira análise, por se tratar de um modelo mais simples (ROTHS, 1988). Para o modelo de comportamento à tração adotou-se o exponencial (equação (3.2)), pois em análises prévias, qualitativas, este modelo juntamente com o Hordijk (equação (3.3)), apresentaram o melhor desempenho, sendo, entretanto o exponencial mais simples, reduzindo o esforço computacional. Foi testado ainda o modelo Linear do DIANA (equação 3.1), mas este necessitava de valores de G_f muito abaixo dos usuais (próximos a zero) para descrever satisfatoriamente o comportamento das placas, por este motivo não foi utilizado. Para a modelagem do comportamento na compressão, utilizou-se o modelo não-linear mais simples do DIANA, ou seja: elastoplástico perfeito. Isto em decorrência de que, em análises prévias, observou-se que para os compósitos produzidos por Lima (2004), esse modelo não alterava seu comportamento mecânico, uma vez que a matriz não alcançou sua resistência máxima.

4.1.1 Estudo de convergência de malha

Antes de executar as análises definitivas, foi realizado um estudo para a otimização da malha de elementos finitos levando em consideração a qualidade dos resultados e o tempo de análise. Este estudo foi realizado especificamente para a placa P3C2, submetida à flexão em quatro pontos, situação de análise mais complexa

do que a de tração direta. As conclusões desse estudo foram estendidas para a modelagem das demais placas e suas respectivas condições de carregamento e de contorno.

Foram realizadas análises com malhas com 12, 75, 300 e 1200 elementos finitos, ou seja, variando a aresta do elemento finito de 25 mm a 2.5 mm. Os resultados estão apresentados nas Figuras 4.1 e 4.2. Na primeira compara-se os resultados carga versus deflexão no centro da placa P3C2, submetida à flexão em quatro pontos, onde variou-se o número de elementos finitos. Na segunda, compara-se o tempo necessário para realizar as análises da placa P3C2 sob flexão em quatro pontos em função do número de elementos finitos da malha.

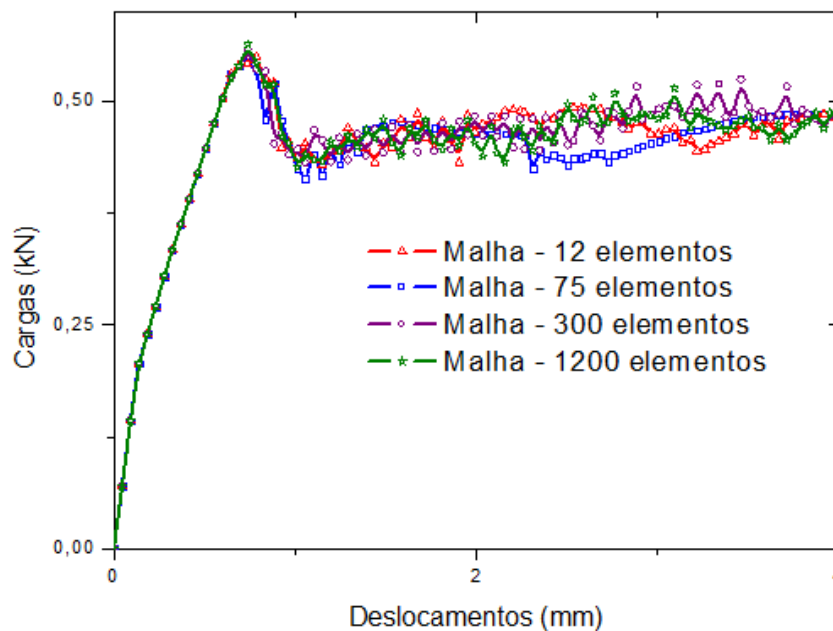


Figura 4.1 – Relação carga versus deflexão no centro da placa P3C2, submetida à flexão em quatro pontos para malhas com diversos números de elementos finitos

Como parâmetro, considerou-se o melhor resultado aquele gerado pela malha com 1200 elementos por ser a mais refinada. Até uma deflexão de 1 mm todas as malhas apresentaram resultados similares (Figura 4.1), sendo isto explicado pelo fato de que para este nível de carregamento há pouca fissuração e o comportamento ainda não é tão complexo.

Para deflexões entre 1 e 4 mm, apenas a malha com 300 elementos consegue reproduzir bem o comportamento do compósito (Figura 4.1) em comparação com a malha de 1200 elementos. É neste intervalo de carregamento que se inicia e

encerra-se o processo de fissuração da matriz, o que torna a análise bem complexa, necessitando um melhor refinamento da malha.

Para deflexões acima de 4 mm o comportamento da placa P3C2 passa a ser governado pelo reforço, devido a fissuração completa da matriz. A partir desse momento, é possível representar o desempenho do compósito com uma malha menos refinada, pois o reforço requer um modelo de comportamento mais simples. O que permite concluir que uma malha menor refinada é suficiente para representar bem o comportamento do compósito para este nível de carregamento, conforme explicita a Figura 4.1. Em suma, os resultados permitem concluir que para uma análise mais detalhada é necessária a utilização de um malha de pelo menos 300 elementos.

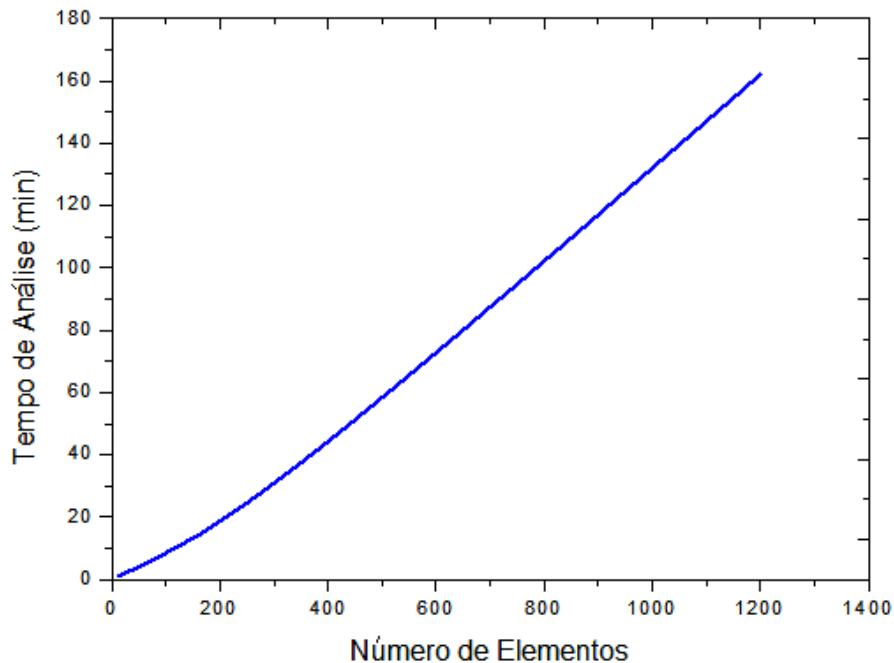


Figura 4.2 – Tempo necessário para realizar a análise da placa P3C2 sob flexão em quatro pontos em função do número de elementos finitos da malha

Analisando agora o tempo necessário para a conclusão das análises (Figura 4.2), percebe-se que a malha de 300 elementos gerou resultados em aproximadamente 25 minutos, enquanto que a malha com 1200 elementos requereu 160 minutos. Apesar da malha mais refinada ter a tendência de representar melhor a trajetória de esforços do elemento estrutural, ao se comparar o desempenho da malha com 1200 e 300 elementos finitos em relação ao tempo despendido para realizar a

análise, fica evidenciado que a melhor escolha para este trabalho, que deve ser concretizado em um tempo relativamente curto, é a malha com 300 elementos, pois obteve resultados próximos ao da malha mais refinada, em um tempo 6,4 vezes menor.

4.1.2 Influência do fator de retenção do cisalhamento – β

Segundo Roths (1988), no modelo fixo de fissuração distribuída as fissuras não rotacionam com os eixos principais. Assim, as fissuras necessitam de monitoramento para abertura por tração e cisalhamento simultaneamente, o que complica significativamente a análise. Por este motivo, os modelos fixos de fissuração distribuída permitem adotar critérios de minoração da rigidez transversal do material (*shear retention factor* - β), possibilitando representar o fenômeno de cisalhamento, cujo valor varia de 0 a 1. Ao adotar o valor zero, ou próximo a zero, considera-se integralmente formação de fissuras devido ao cisalhamento transversal; entretanto, para valores unitários, a rigidez é considerada infinita, não permitindo a formação de fissuras nesta direção.

A escolha do fator β é crítica, pois em estruturas em que há uma constante variação dos eixos principais, certos valores de β podem gerar rotação incontrollável dos eixos principais (ROTHS, 1988), tornando impossível a convergência de dados.

Para verificar a influência do fator de retenção ao cisalhamento modelou-se a placa P3C3 arbitrando os valores de 0,02, 0,2 e 1 para β . Cabe informar que a princípio, o menor valor seria o mais próximo possível de 0 (zero), entretanto com valores de β inferiores a 0,02 não se obteve convergência. Para esta análise utilizou-se a fibra com comportamento elástico linear. Os resultados estão apresentados na Figura 4.3.

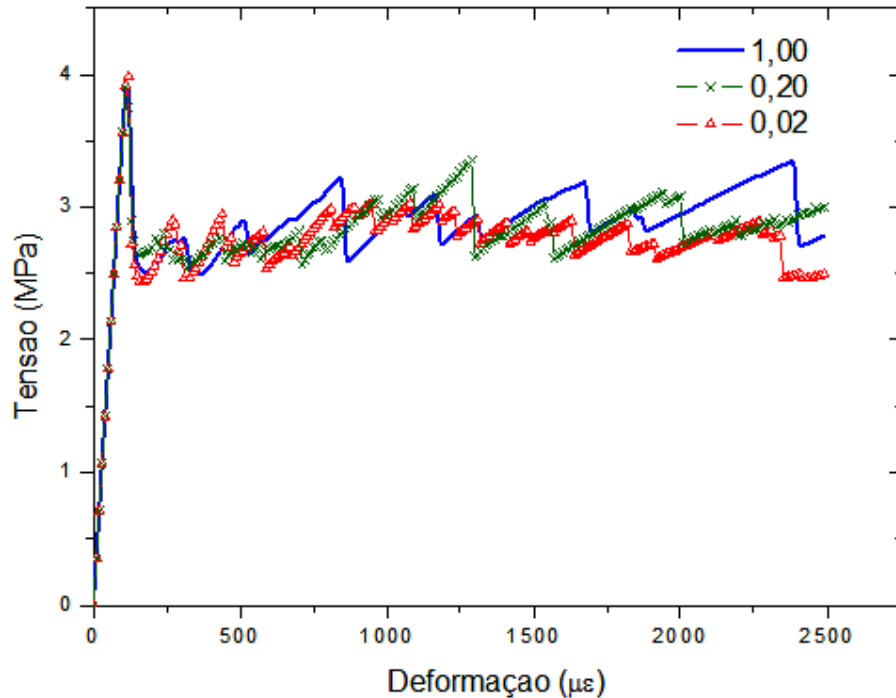


Figura 4.3 - Influência do fator de retenção do cisalhamento transversal – β

A variação não é significativa na trajetória de esforços para a placa variando β . Isto é explicado pelo fato de que, neste tipo de ensaio, estas estruturas não sofrem mudanças drásticas na orientação dos eixos principais a partir da formação da primeira fissura, reduzindo a intensidade da componente cisalhante na trinca. Assim, o valor utilizado para o fator de retenção ao cisalhamento pouco influencia na qualidade dos resultados. Entretanto, verificou-se que valores extremos, tais como 0,02 e 1, aumentavam significativamente o esforço computacional comparado com valores intermediários.

Usualmente o valor de β utilizado é 0,2 (BAŽANT, 1997), o que foi adotado no presente trabalho com o objetivo de reduzir o esforço computacional.

4.1.3 Fibra com comportamento linear elástico

As primeiras análises foram realizadas considerando-se comportamento linear elástico para a fibra. Os resultados estão apresentados nas Figuras 4.4 a 4.7, na forma tensão versus deformação.

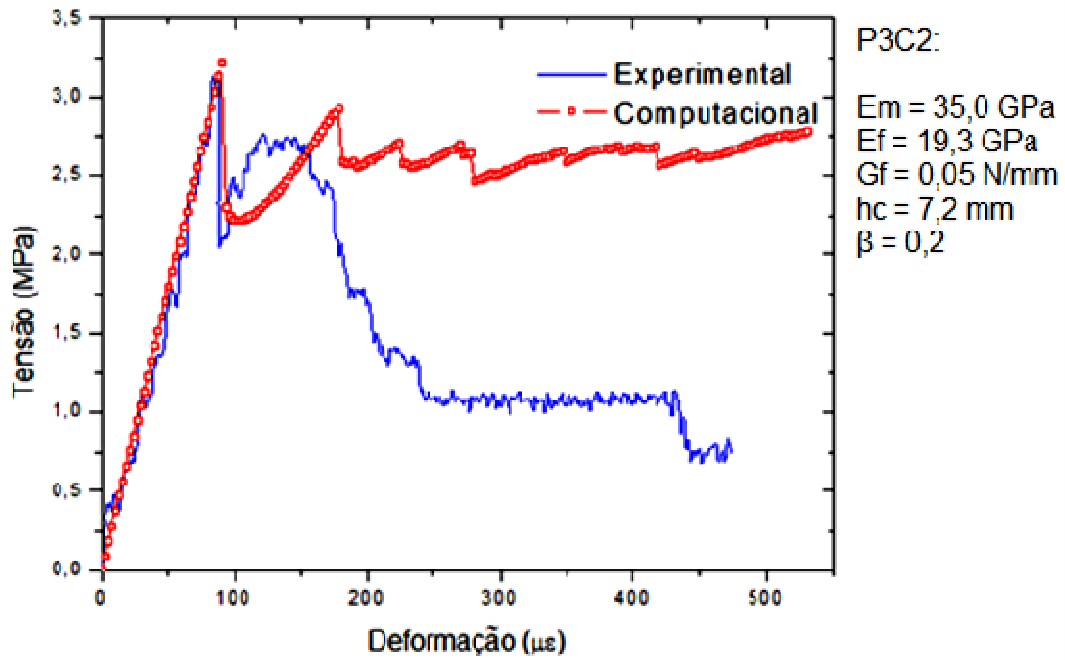


Figura 4.4 – Resultados da modelagem da placa P3C2 na tração direta em comparação com o resultado experimental

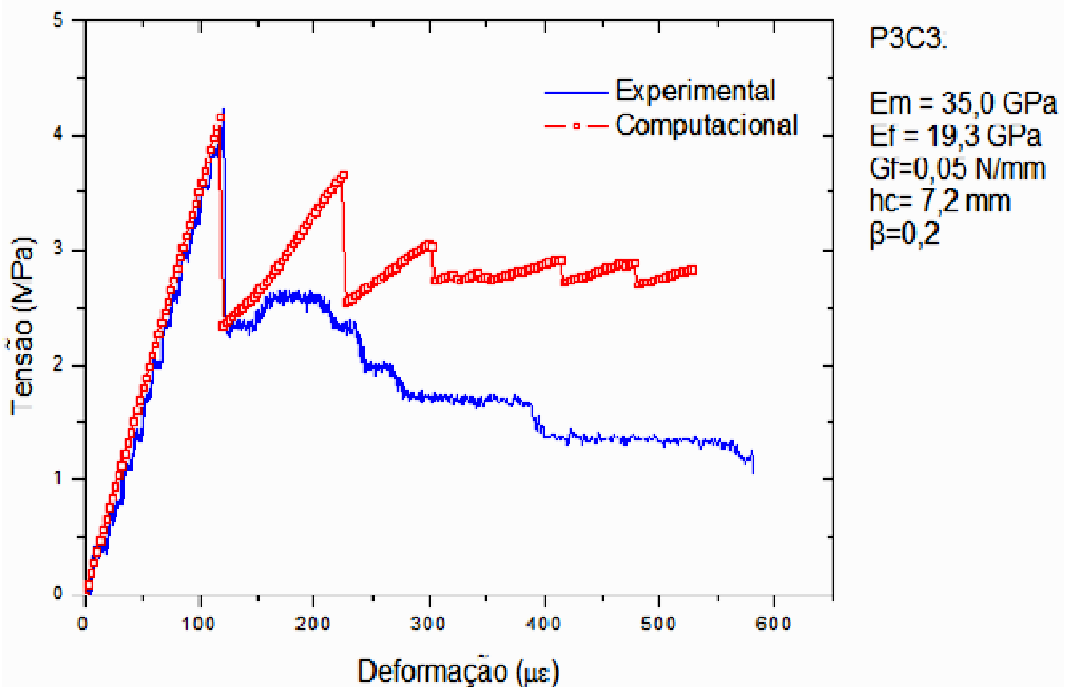


Figura 4.5 – Resultados da modelagem da placa P3C3 na tração direta em comparação com o resultado experimental

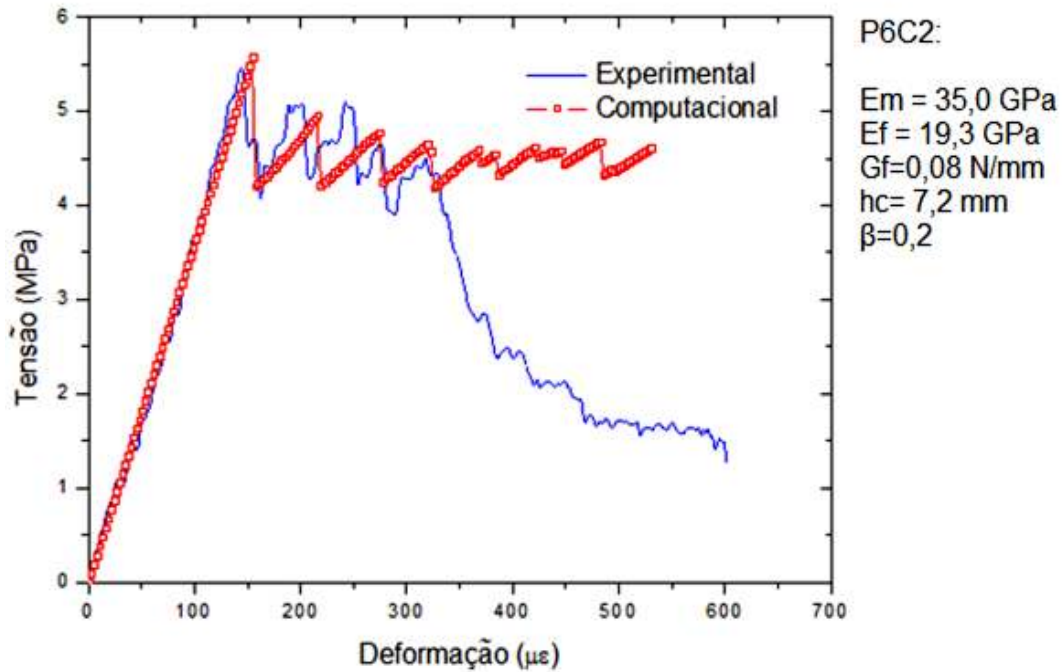


Figura 4.6 – Resultados da modelagem da placa P6C2 na tração direta em comparação com o resultado experimental

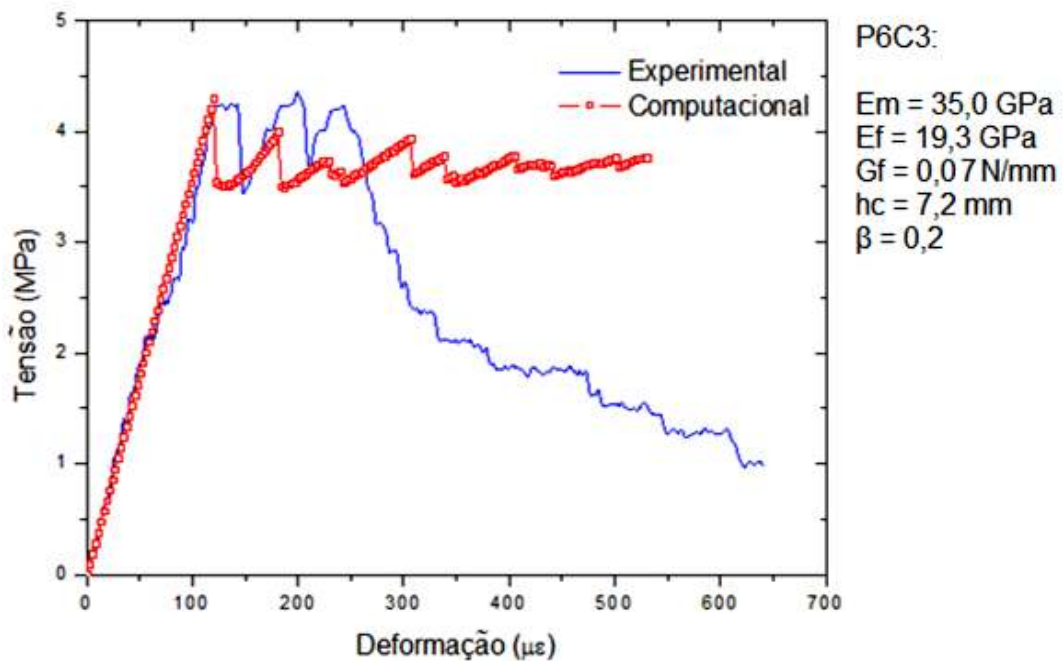
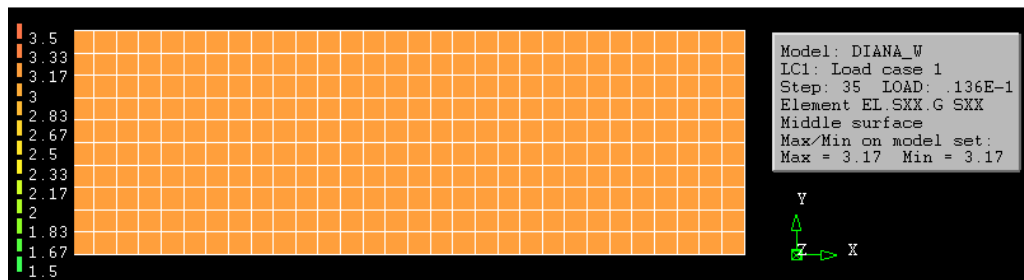


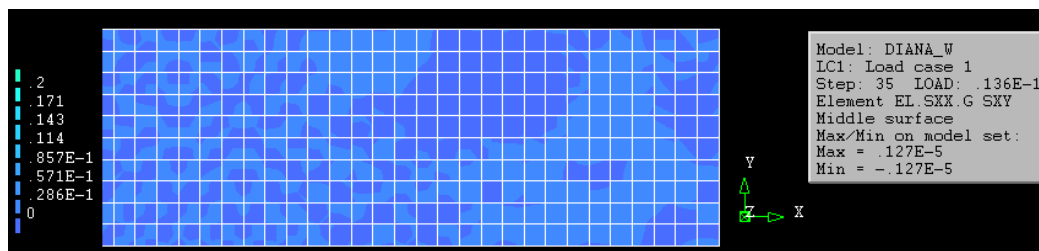
Figura 4.7 – Resultados da modelagem da placa P6C3 na tração direta em comparação com o resultado experimental

Nesses resultados, pode ser observado que a tenacidade obtida a partir da resposta computacional foi sempre superior àquela determinada para a resposta experimental. Isso seria explicado pelo possível arrancamento da fibra da matriz. Segundo Lima (2004), quando as tensões de cisalhamento atingem o valor de 0,6 MPa, começa o processo de decoesão e posterior arrancamento das fibras, o que pode explicar a ocorrência do “softening” nas curvas experimentais.

Para entender melhor o comportamento destes laminados, é apresentado agora uma análise sobre o desenvolvimento das tensões de tração e cisalhamento da matriz de uma das placas produzidas por Lima (2004), a P3C2, além das tensões de tração nas grades do reforço e padrão de fissuração deste laminado, com o objetivo de entender melhor seu processo de fissuração. Foram monitorados três passos de carga, o primeiro antes da fratura inicial da matriz, o segundo imediatamente após a fratura inicial da matriz e o último, no momento em que ocorre decoesão de uma quantidade significativa de reforço.



(a)

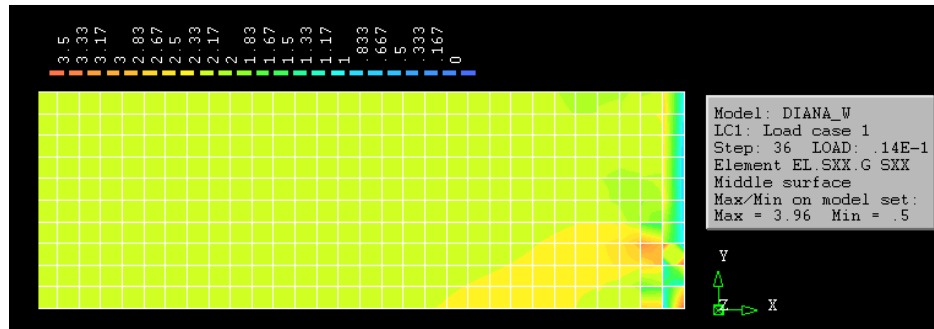


(b)

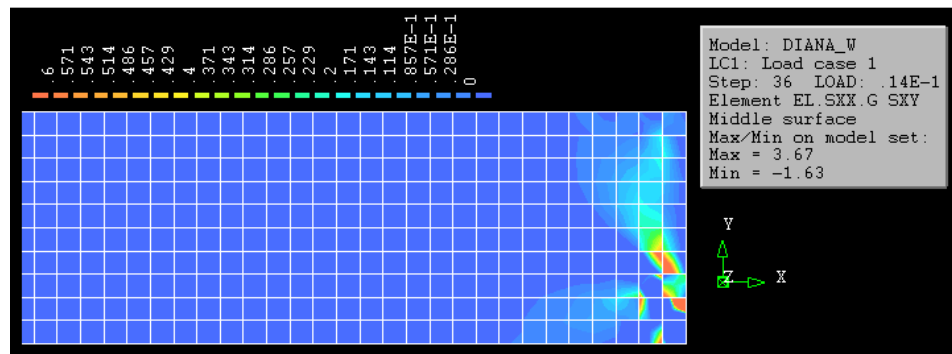
Figura 4.8 – Distribuição de tensões na tração direta para o laminado P3C2 para um carregamento de 0,0136 mm: (a) tensões de tração; (b) tensões de cisalhamento

Na Figura 4.8 é apresentada a distribuição de tensões na matriz do laminado P3C2 para um carregamento de 0,0136 mm, onde percebe-se que ainda não há formação de fissuras, pois as tensões de tração não atingiram o limite de

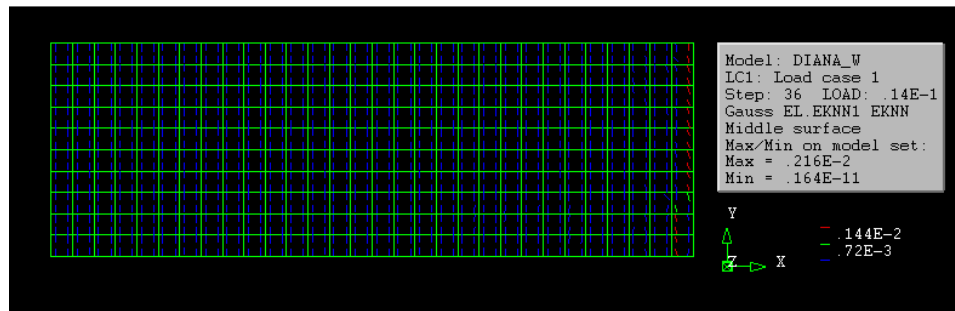
resistência da matriz para este laminado que é de 3,2 MPa (Figura 4.8a), o comportamento da matriz neste instante pode ser considerado linear-elástico. Quanto as tensões de cisalhamento, estas ainda são inferiores a 0,6 MPa (Figura 4.8b).



(a)



(b)



(c)

Figura 4.9 – Distribuição de tensões na tração direta para o laminado P3C2 para um carregamento de 0,014 mm: (a) tensões de tração; (b) tensões de cisalhamento e (c) padrão de fissuração

Para uma carga de 0,014 mm é iniciado o processo de fissuração (Figura 4.9c), pois as tensões de tração superaram a resistência da matriz em algumas regiões da placa (Figura 4.9a). Para este passo de carga as tensões de cisalhamento

superaram o limite de 0,6 MPa começando assim o processo de decoesão e conseqüente arrancamento da fibra (Figura 4.9b). Conclui-se então que a fissuração da matriz é preponderante para o início do processo de decoesão.

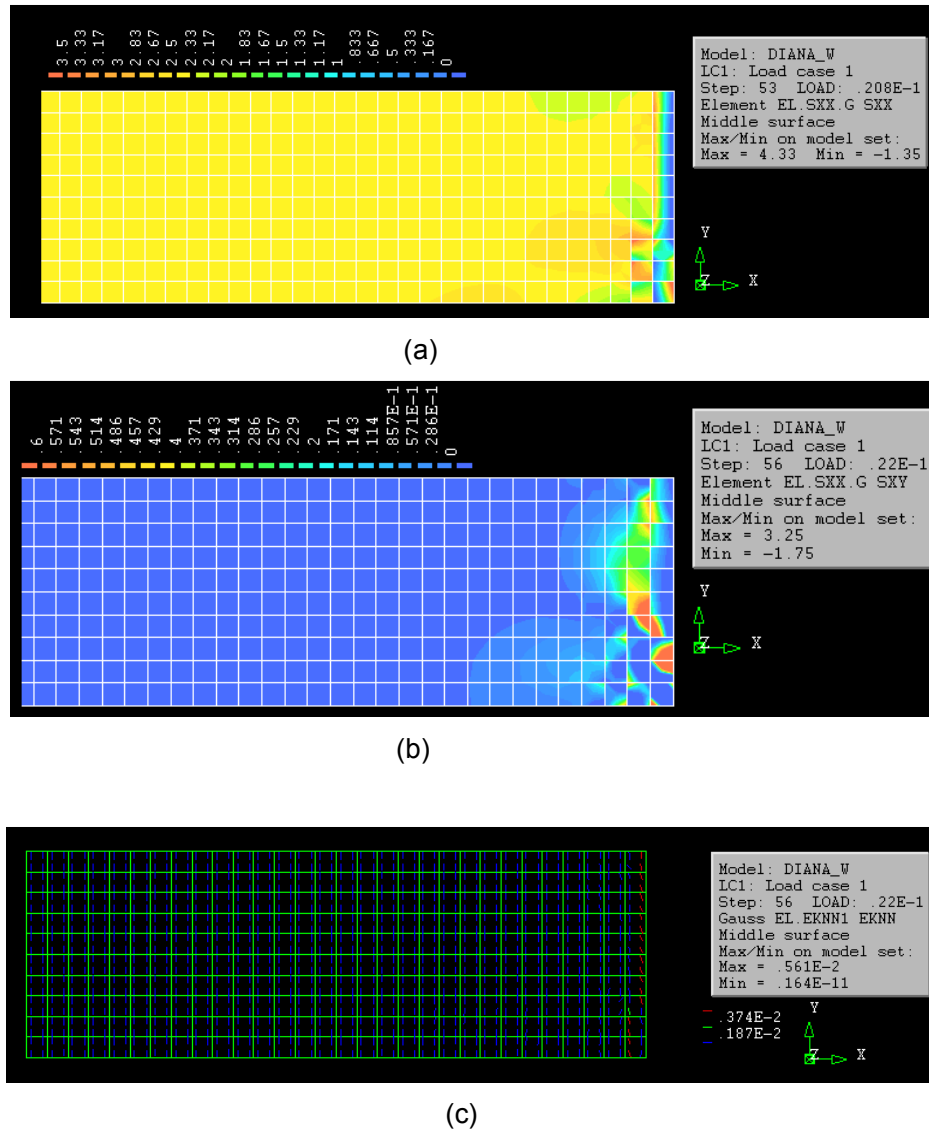


Figura 4.10 – Distribuição de tensões na tração direta para o laminado P3C2 para um carregamento de 0,022 mm: (a) tensões de tração; (b) tensões de cisalhamento e (c) padrão de fissuração

Ao aplicar um deslocamento de 0,022 mm (Figura 4.10) o processo de arrancamento da fibra de sisal da matriz é mais significativo, pois grande parte da matriz já atingiu uma tensão de cisalhamento superior à 0,6 MPa (Figura 4.10b), o que comprova o arrancamento da fibra de sisal nas regiões onde a matriz cimentícia

fissurou (Figura 4.10c). Este fenômeno ocorre a uma deformação de aproximadamente $150 \mu\epsilon$ para o compósito P3C2 (primeiro ramo ascendente pós-pico)

Para simular o arrancamento das fibras adotou-se o modelo de comportamento para as fibras do tipo “softening” incorporado ao programa através de arquivo externo (Figura 4.11), reduz-se assim a capacidade da fibra de absorver esforços de tração para representar a perda de capacidade da matriz de transferir esforço para a fibra.

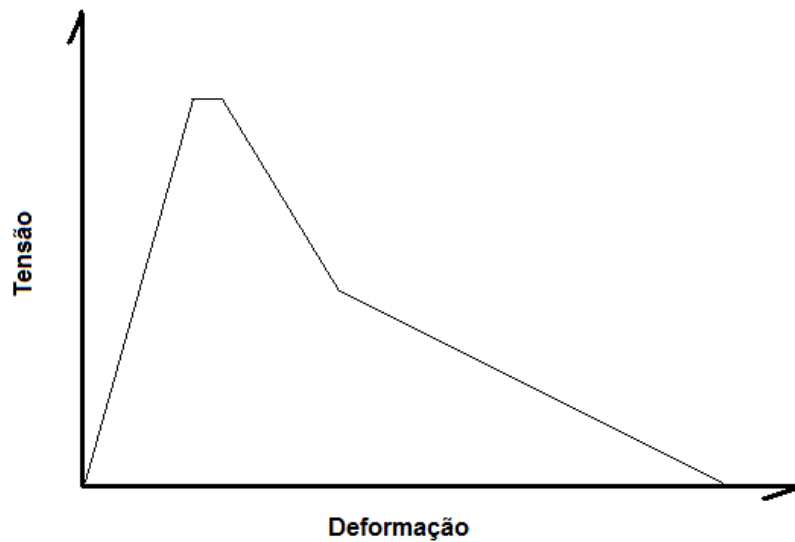
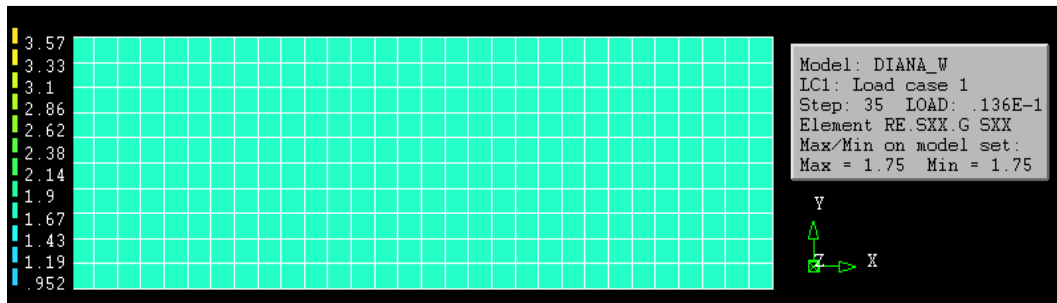
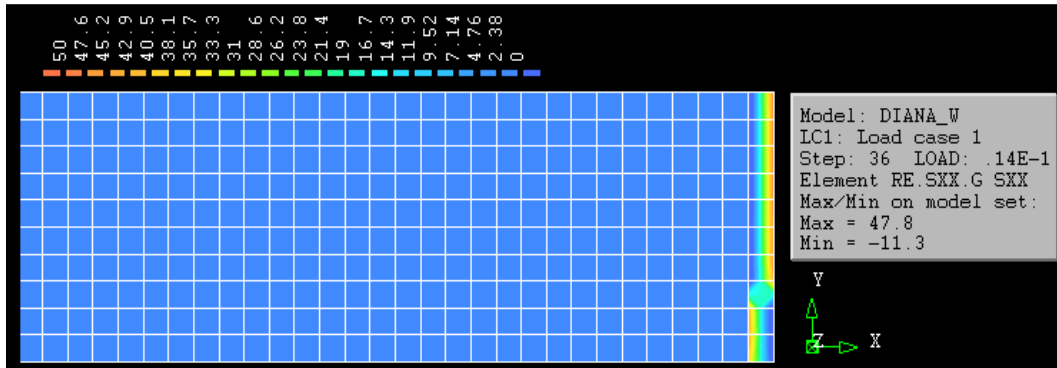


Figura 4.11 – Comportamento típico adotado para a fibra de sisal para representar seu arrancamento da matriz

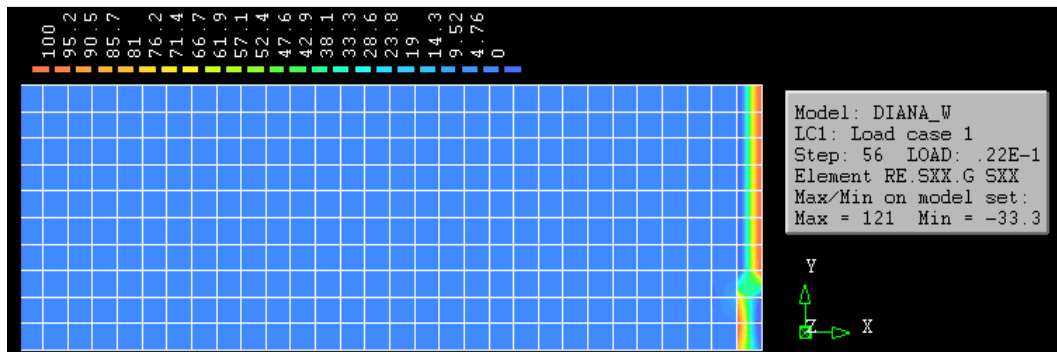
Para criar o modelo de comportamento da fibra adequado para cada placa, foi necessário verificar em que nível de tensões normais inicia-se o arrancamento, monitorando as respectivas tensões de cisalhamento na matriz, para cada incremento de carregamento (Figura 4.11). Após esta análise verificou-se que as tensões normais variavam de 90 MPa a 120 MPa aproximadamente (Figura 4.12a) para um cisalhamento de 0,6 MPa (Figura 4.10b). Em seguida realizou-se uma retro-análise para determinar os melhores modelos de comportamento para a fibra, afim de simular este arrancamento.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.12 – Distribuição de tensões na tração no reforço do laminado P3C2: (a) deslocamento de 0,0136; (b) deslocamento de 0,014 mm e (c) deslocamento de 0,022 mm

Após a análise das tensões na placa P3C2, chegou-se à conclusão que o comportamento típico de compósitos reforçados com baixo teor de fibras sisal, submetidos à tração simples pode ser representado pela curva explicitada na Figura 4.13.

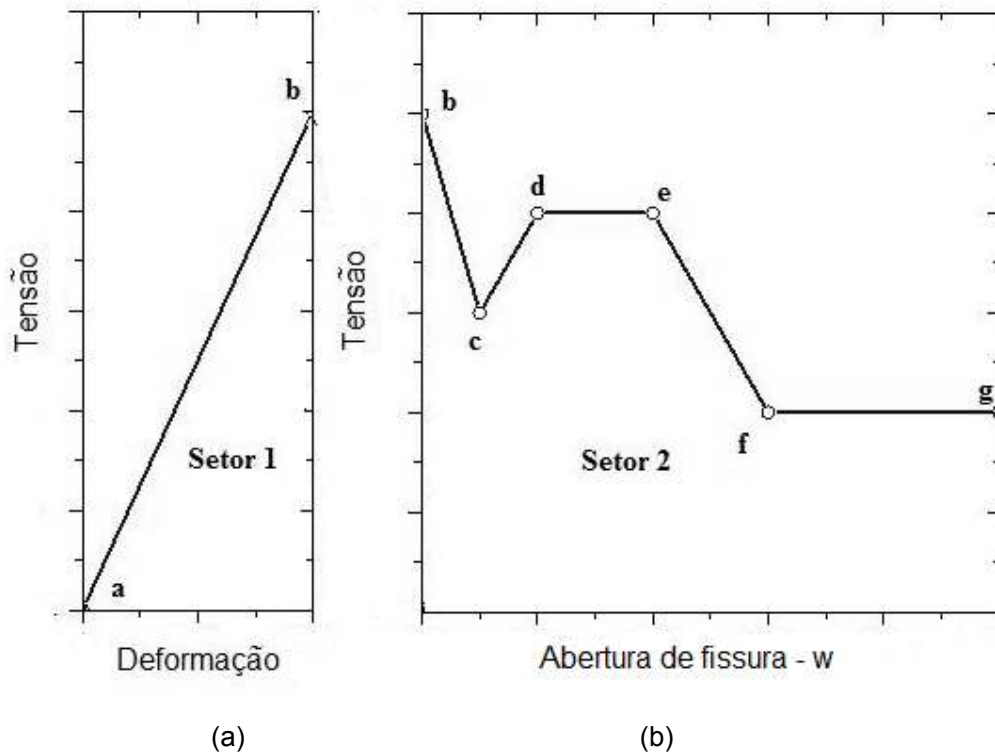


Figura 4.13 - Comportamento típico de compósitos tracionados reforçados com baixo teor de fibras sisal: (a) material íntegro; (b) material fissurado

No setor 1 da Figura 4.13, que compreende o seguimento \overline{ab} , os materiais componentes do compósito possuem um comportamento linear-elástico (Figura 4.13a), acarretando em um comportamento também linear-elástico para o compósito. Nesta fase, o reforço não influencia significativamente o comportamento do compósito, por estar submetido ainda a baixos níveis de tensão (Figura 4.8). O ponto “b” representa a tensão máxima suportada pelo compósito que é praticamente a mesma da matriz. Na tração direta, quando o compósito atinge sua resistência máxima, a seção se rompe por completa, pois todos os pontos da seção estão sob o mesmo estado tensional. O setor 2 (Figura 4.13b) representa as regiões em que a matriz encontra-se fissurada, sendo esta então governado pelos parâmetros da mecânica da fratura, sendo, agora, o comportamento do material representado por gráficos que relacionam tensão abertura de fissura (w) (Figura 4.13b) e pelo comportamento da fibra. A inclinação do segmento \overline{bc} é influenciada, predominantemente, pela relação G_f/h , enquanto que a inclinação dos segmentos \overline{cd} , \overline{de} , \overline{ef} , \overline{fg} pelo comportamento da fibra. A área do setor 2 é influenciada tanto pela relação G_f/h quanto pelo comportamento da fibra.

4.1.4 Fibra com comportamento “softening”

Os modelos de comportamento assumidos como ajustados para simular o fenômeno de arrancamento das fibras para estes laminados, estão apresentados na Figura 4.14. É importante lembrar que estão representados apenas os comportamentos pós-pico (“softening”) das fibras, sendo que o comportamento pré-pico continua sendo o linear-elástico com módulo de 19,3 GPa.

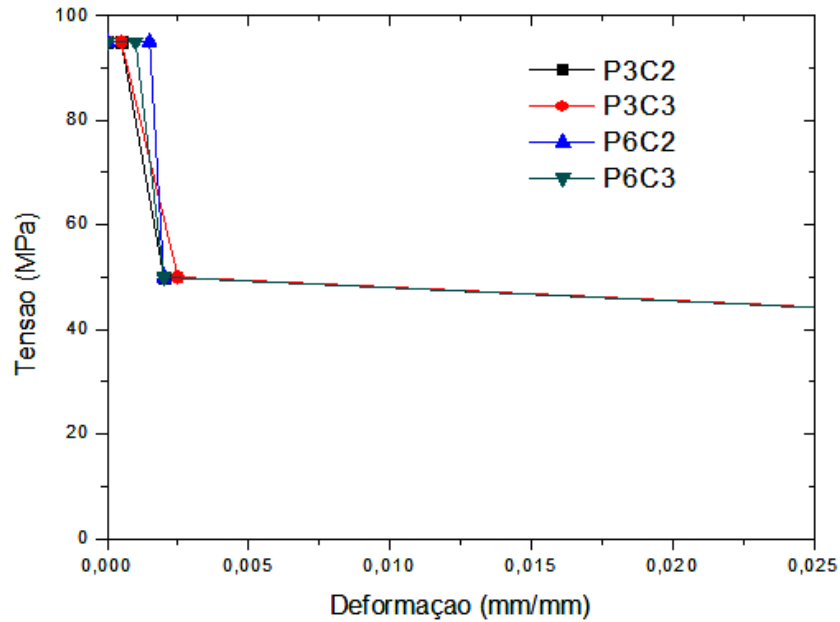


Figura 4.14 – Comportamento “softening” para a fibra de sisal para simular seu arrancamento da matriz

Utilizando como referência o modelo proposto por NAAMAN et al (1991), o patamar e o primeiro ramo descendente, em todos os modelos de comportamento adotados para a fibra, representam o processo de decoesão e o outro ramo descendente o arrancamento, sendo todos os resultados obtidos por retro-análise. Para todas as placas a tensão máxima suportadas pela fibra foi de 95 MPa e o processo de arrancamento iniciou-se em 50 MPa, sendo o patamar inicial a única diferença entre os modelos encontrados para representar o processo de arrancamento da fibra em cada placa, ou seja, parte da energia necessária para completar o processo de decoesão.

É importante ressaltar que não somente a fibra influencia no comportamento pós-pico dos compósitos mais também a energia de fratura G_f . Desta forma, esta retro-análise levou também à determinação de G_f para cada laminado.

Nas Figuras 4.15 a 4.18, a seguir, estão representados os correspondentes resultados tensão versus deformação para os corpos-de-prova estudados na presente análise, já introduzidos os comportamentos “softening” aplicados às fibras.

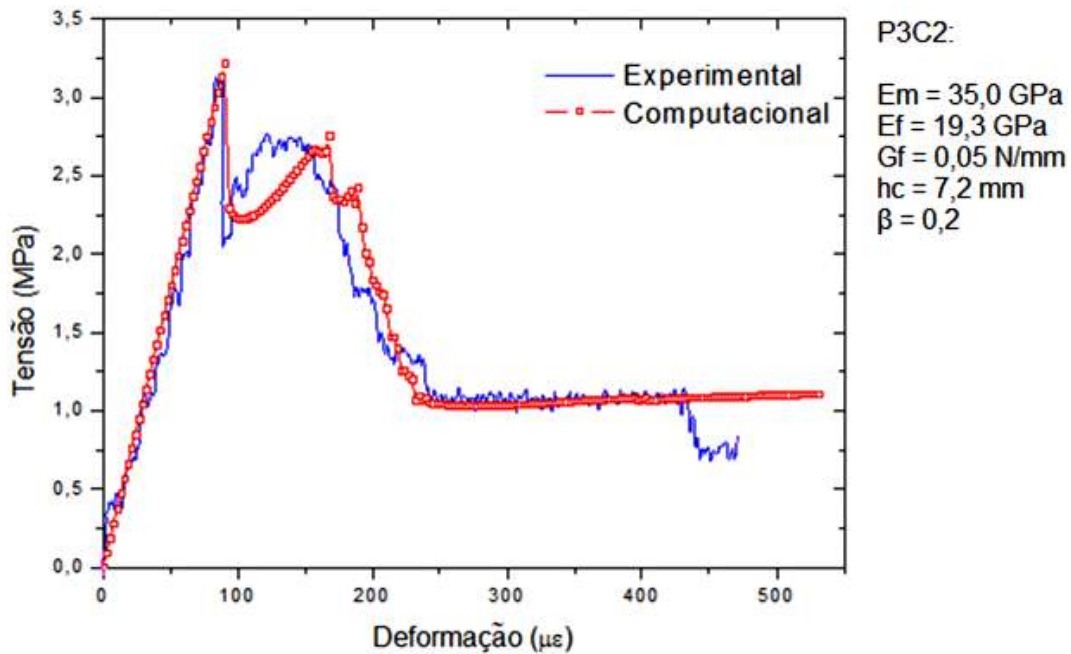


Figura 4.15 – Resultados da modelagem da placa P3C2 na tração direta aplicando um comportamento “softening” na fibra em comparação com o resultado experimental

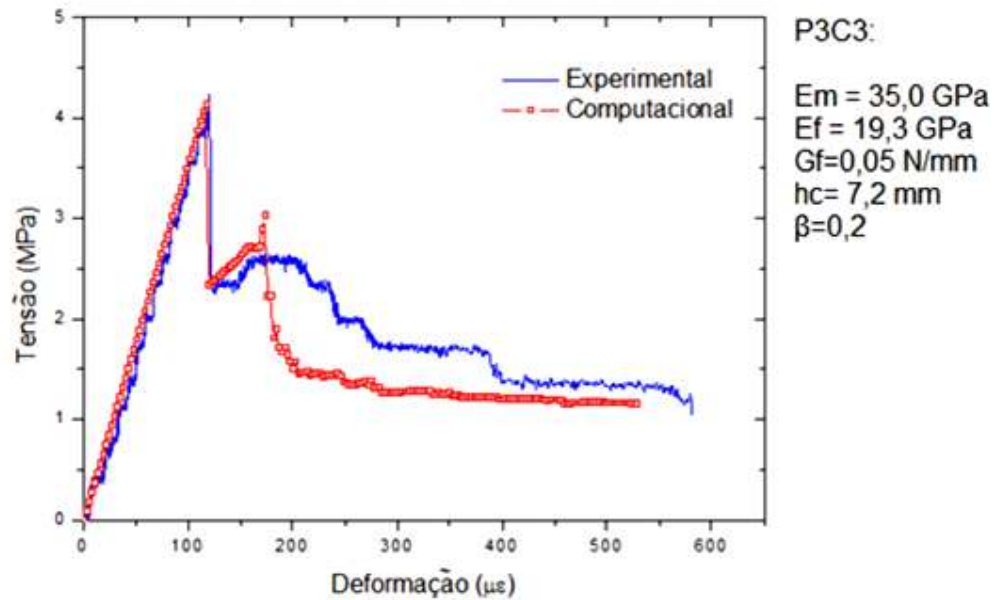


Figura 4.16 – Resultados da modelagem da placa P3C3 na tração direta aplicando um comportamento “softening” na fibra em comparação com o resultado experimental

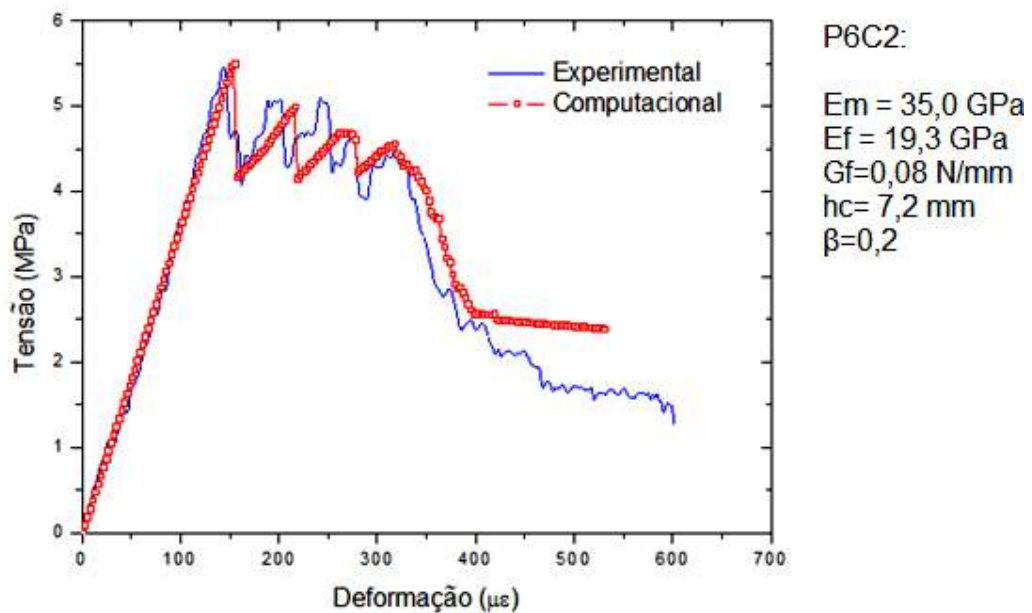


Figura 4.17 – Resultados da modelagem da placa P6C2 na tração direta aplicando um comportamento “softening” na fibra em comparação com o resultado experimental

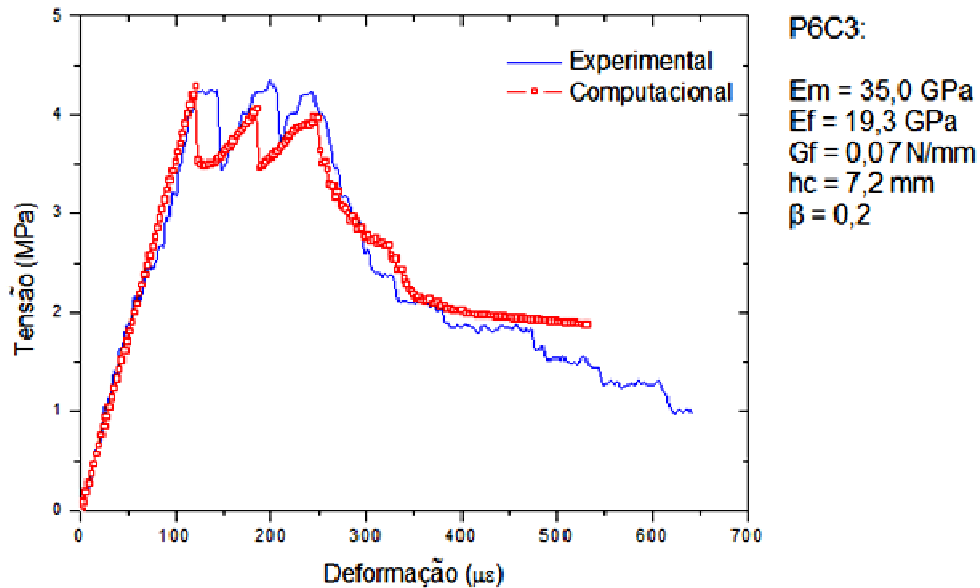


Figura 4.18 – Resultados da modelagem da placa P6C3 na tração direta aplicando um comportamento “softening” na fibra em comparação com o resultado experimental

Nesses resultados percebe-se uma aproximação entre as curvas experimental e numérica com aperfeiçoamento significativo do modelo, que é comprovado quando se analisa a tenacidade de cada amostra em comparação com os resultados computacionais (Tabela 4.2).

Tabela 4.2 – Tenacidade computacional e experimental dos laminados produzidos por Lima (2004) na tração

<i>Placa</i>	<i>Tenacidade experimental</i> <i>(kN/m³)</i>	<i>Tenacidade</i> <i>computacional (kN/m³)</i>	<i>Variação (%)</i>
P3C2	693,64	707,37	1,94
P3C3	983,03	859,43	14,38
P6C2	1684,15	1783,71	5,91
P6C3	1377,37	1386,91	0,69

O compósito P3C2 possui uma tenacidade de 693,64 kN/m³ enquanto na modelagem este valor foi de 707,37 kN/m³, um acréscimo de 1,94%. Para o P3C3 a tenacidade é de 983,03 kN/m³ contra 859,43 kN/m³ do modelo, uma variação de 14,38%, sendo este o pior resultado. O P6C2 tem uma tenacidade de 1684,15 kN/m³ contra 1783,71 kN/m³ do modelo, diferença de 5,91%. Por último, o corpo-de-prova P6C3 possui uma tenacidade de 1377,37 kN/m³, já o modelo computacional é de 1386,91 kN/m³, um diferença percentual de apenas 0,69% (melhor resultado).

Com relação ao parâmetro G_f , o P3C2 e o P3C3 obtiveram um valor de 0,05N/mm, já para o P6C2 este valor foi de 0,08 N/mm e o P6C3 de 0,07 N/mm. Ao comparar estes valores com os recomendados pelo CEB/90 (equação (2.73)), observa-se que para este compósito a estimativa fornecida pelo CEB/90 é satisfatória (Tabela 4.3).

Tabela 4.3 – G_f segundo o CEB 1990 e os resultados da modelagem na tração

<i>Placa</i>	<i>G_f segundo o CEB 1990 (N/mm)</i>	<i>G_f resultados numéricos (N/mm)</i>	<i>Variação (%)</i>
P3C2	0,056	0,05	12,9
P3C3	0,067	0,05	34,25
P6C2	0,081	0,08	1,08
P6C3	0,068	0,07	2,47

Quando se compara o G_f com a porcentagem de fibra percebe-se que esse é influenciado pelos teores de reforço. Isto é explicado pelo fato de que quanto maior a quantidade de fibra melhor é o processo de distribuição de tensões, reduzindo assim a fragilidade da matriz e aumentando, conseqüentemente, a tenacidade da amostra (Figura 4.19). O parâmetro G_f de placas com teores de fibra menor que 2,5% não é influenciado, ou seja, para taxas inferiores a esta a fibra não melhora o processo de fissuração da matriz.

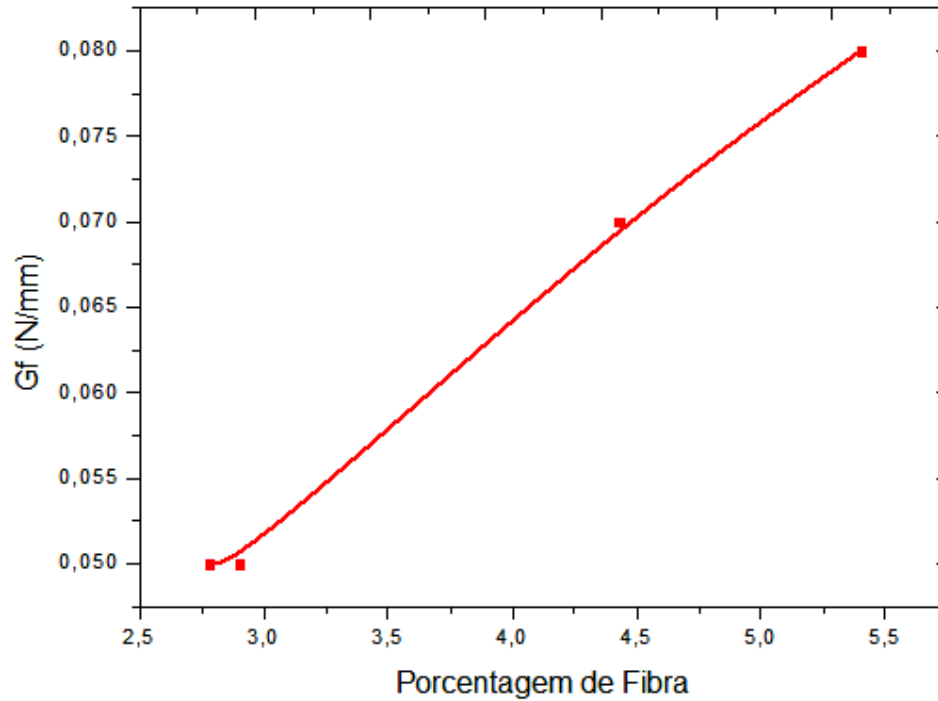
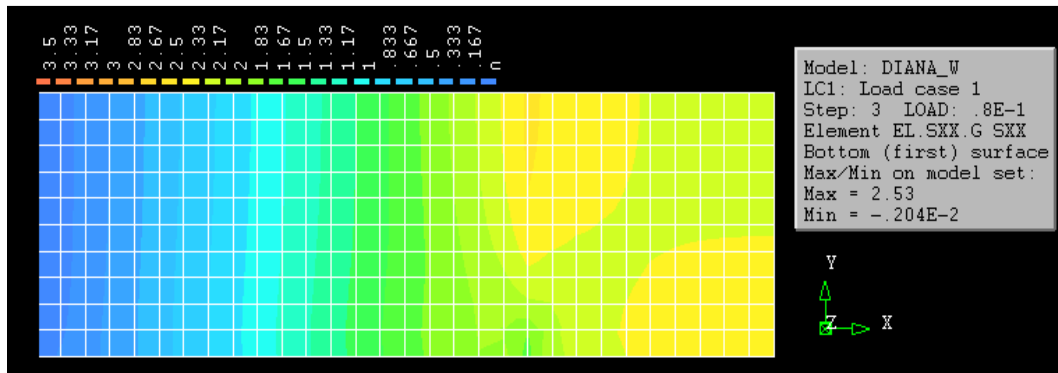


Figura 4.19 – Gf em comparação com a porcentagem de fibras

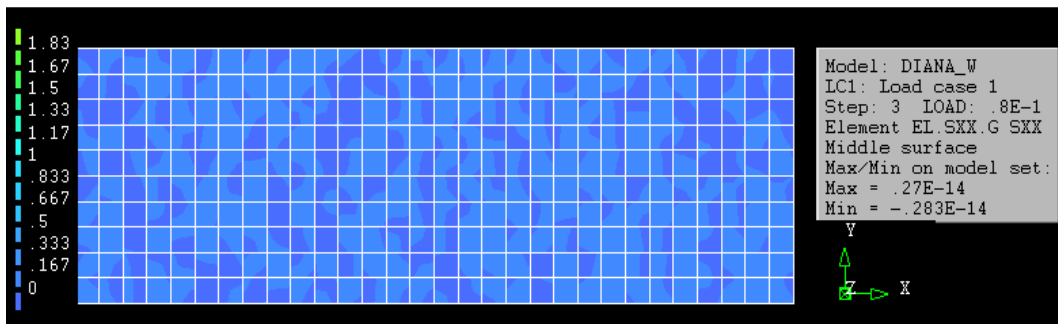
4.2 FLEXÃO EM QUATRO PONTOS

Na modelagem da flexão utilizaram-se os mesmos modelos de comportamento e parâmetros de materiais obtidos através da modelagem na tração direta. Antes de apresentar os resultados referentes às simulações computacionais da flexão, será apresentado um estudo sobre o desenvolvimento das tensões axiais e cisalhantes em algumas camadas da matriz, além das tensões axiais nas grades de reforço e o padrão de fissuração. Este procedimento tornou-se necessário para permitir uma melhor compreensão do comportamento desses compósitos sob flexão, além de legitimar os resultados encontrados. Cabe observar, que a placa escolhida para esta análise foi à mesma da tração direta, P3C2.

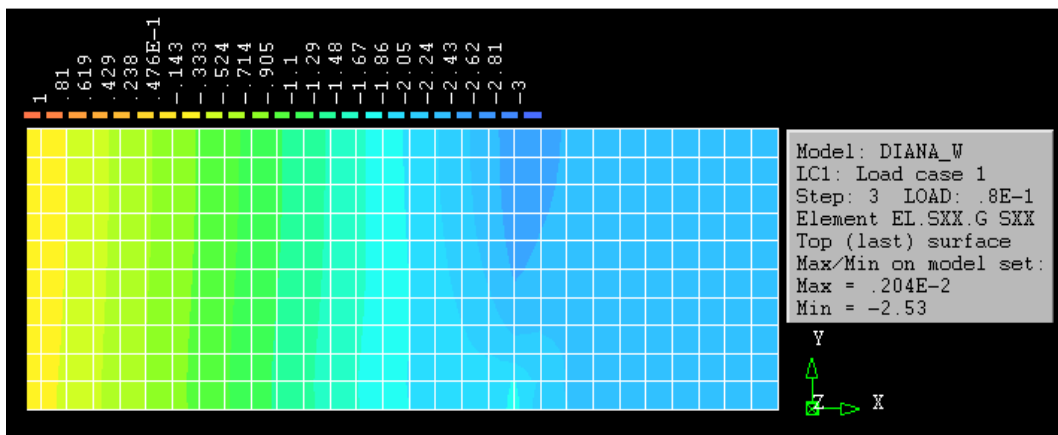
A Figura 4.20 representa as tensões axiais nas camadas inferior, média e superior da placa P3C2 para uma deflexão de 0,138 mm no centro da placa. Para este nível de carregamento não há formação de fissuras, sendo que a camada inferior da matriz encontra-se tracionada e as demais, comprimidas.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.20 – Tensões axiais na matriz da placa P3C2 para uma deflexão de 0,138 mm no centro da placa: (a) tensões axiais na superfície inferior da placa; (b) tensões axiais na superfície média da placa; (c) tensões axiais na superfície superior da placa

Após a deflexão no centro da placa P3C2 alcançar o valor de 0,185 mm, começa o processo de fissuração da matriz do compósito (Figura 4.21). Nesse caso a camada que fatura é a inferior iniciando o comportamento não linear do compósito

(Figura 4.20a). A partir deste ponto, a camada média de matriz também passa a ser tracionada (Figura 4.20b).

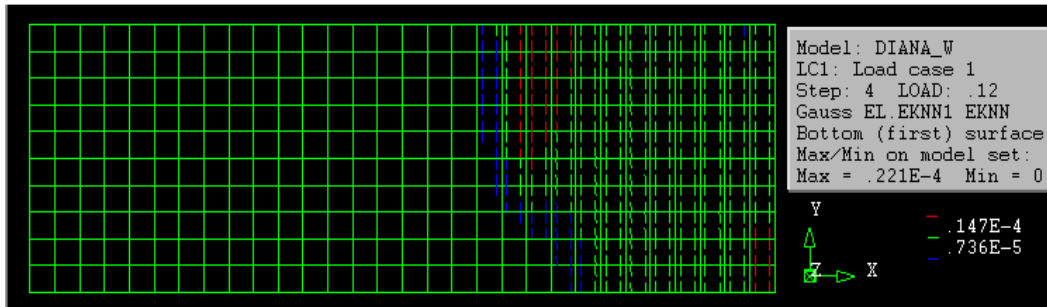
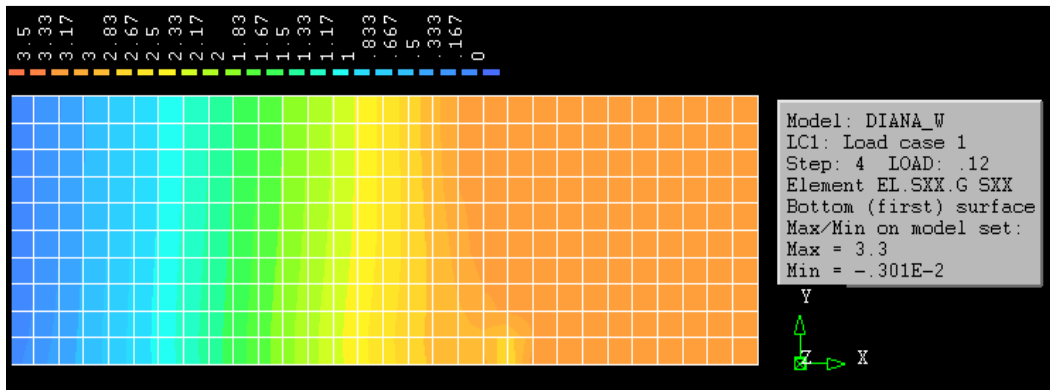
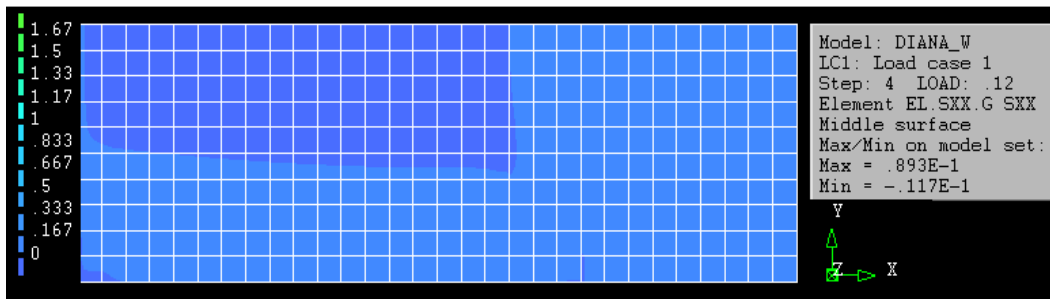


Figura 4.21 - Padrão de fissuração para a camada inferior de matriz da placa P3C2 para um deflexão de 0,185 mm no centro da placa

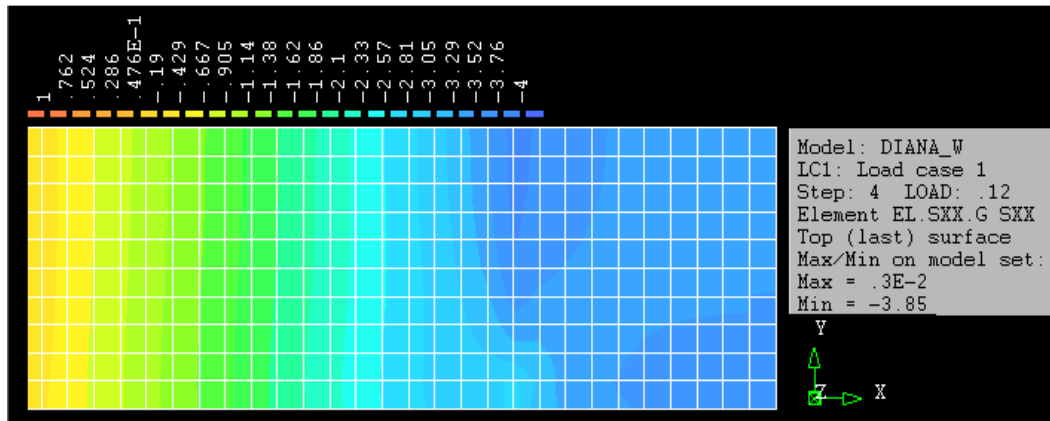
Ao analisar a Figura 4.21, percebe-se claramente que as fissuras preponderantes encontram-se sobre o ponto de aplicação do carregamento e no centro da placa, como esperado. Já com base na Figura 4.22, percebe-se que as tensões axiais possuem valores superiores no centro da placa, tendendo a zero próximo aos apoios para a camada inferior de matriz (Figura 4.22a). Quanto à camada média de matriz, esta também já se encontra tracionada, porém em níveis de tensões baixos, não suficientes para causar fissuração (Figura 4.22b). A camada superior de matriz continua sob compressão, sendo o valor mais elevado no centro, em torno de 4 MPa (Figura 4.22c).



(a)



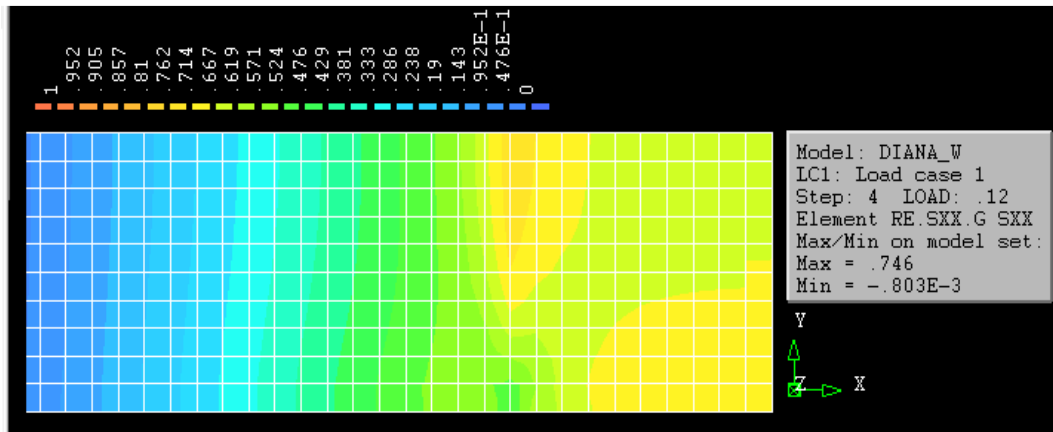
(b)



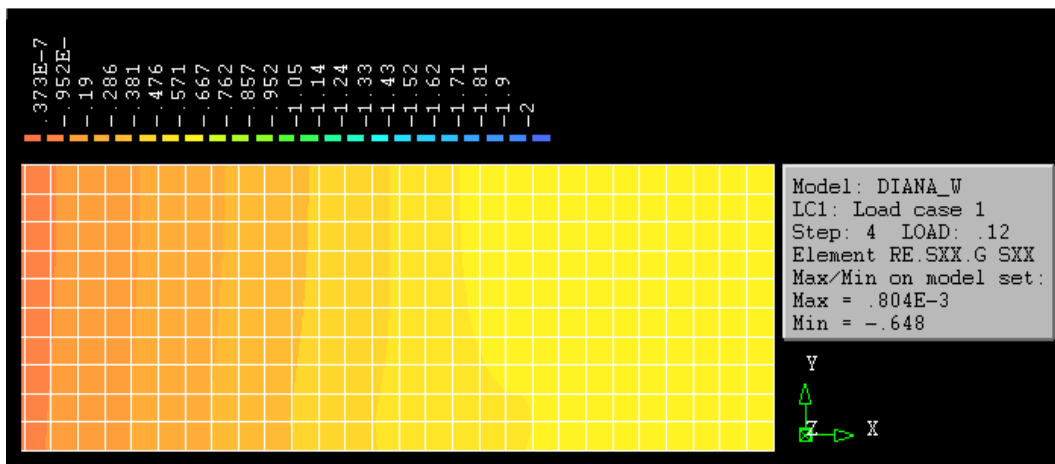
(c)

Figura 4.22 – Tensões axiais na matriz da placa P3C2 para uma deflexão de 0,185 mm no centro da placa: (a) tensões axiais na superfície inferior da placa; (b) tensões axiais na superfície média da placa; (c) tensões axiais na superfície superior da placa

Quanto às grades de reforço, para esta deflexão, não se encontram sob níveis de tensões axiais importantes (Figura 4.23), não ultrapassando o valor de 1 MPa. Isto ocorre pelo fato de uma pequena parte da matriz apresentar fissuração.



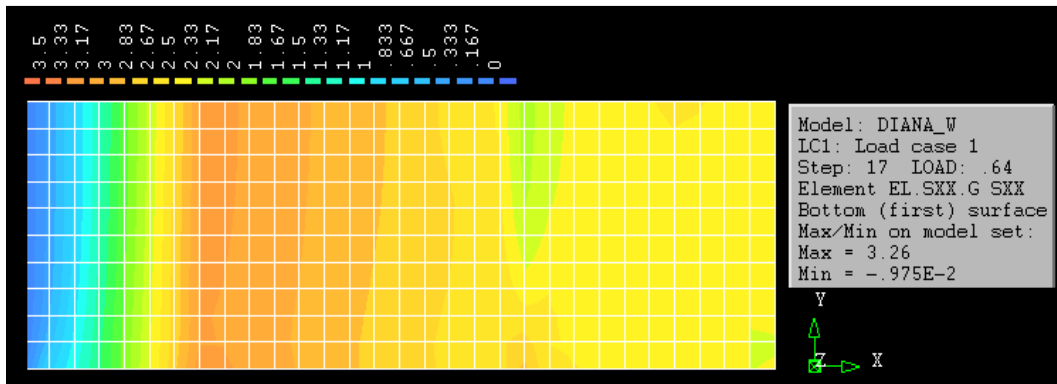
(a)



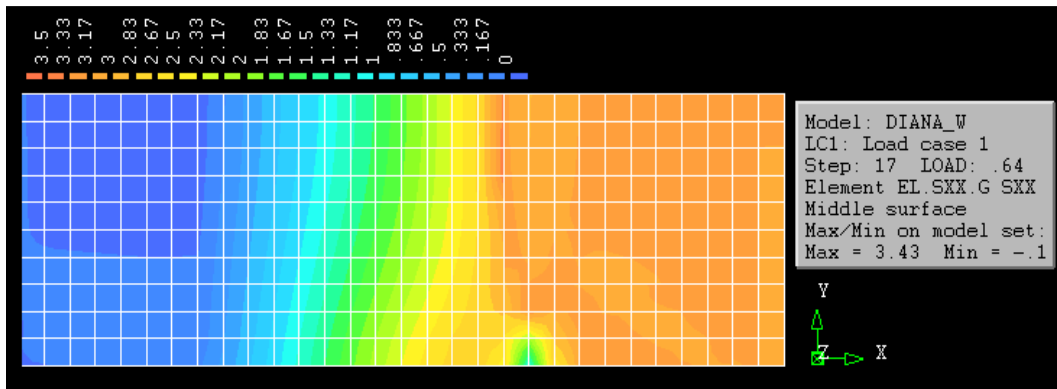
(b)

Figura 4.23 – Tensões axiais nas grades de reforço da placa P3C2 para uma deflexão de 0,185 mm no centro da placa: (a) tensões axiais na grade de reforço inferior da placa; (b) tensões axiais na grade de reforço superior da placa

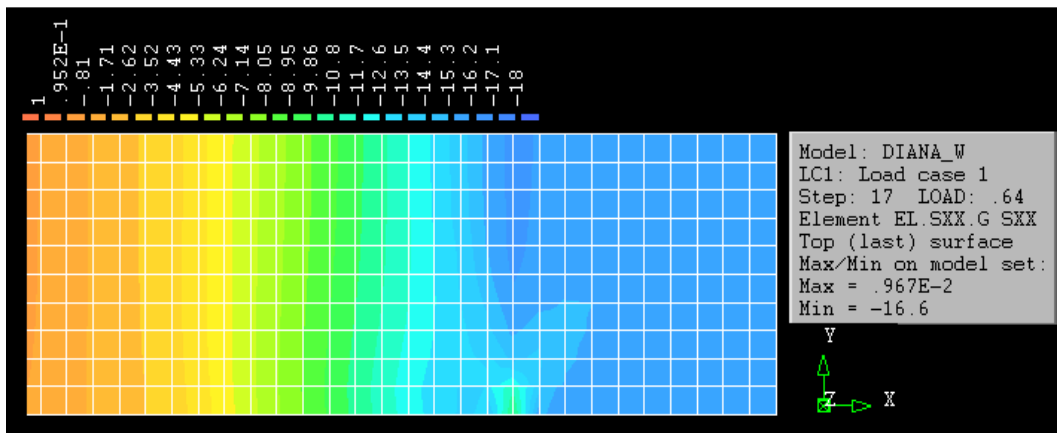
Analisaram-se também as tensões para uma deflexão de 0,787 mm no centro da placa (Figura 4.24). Percebe-se que a partir dessa carga inicia-se a fissuração da camada central de matriz (Figura 4.25), pois os níveis de tensão de tração já alcançaram a resistência da matriz no centro da placa para essa camada, e uma propagação das fissuras da camada inferior da matriz, ou seja, o compósito passa a apresentar um comportamento predominantemente não-linear. A camada superior da matriz encontra-se sob um nível de tensão baixo, se comparada com a sua resistência à compressão de 32 MPa, já que não ultrapassou 16,6 MPa (Figura 4.24c).



(a)

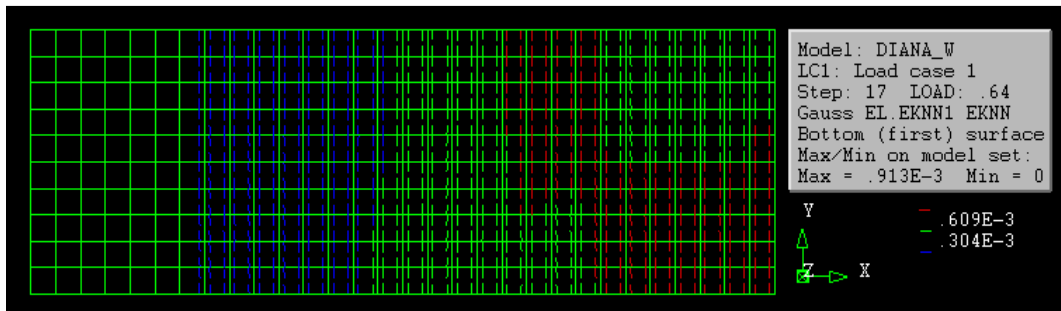


(b)

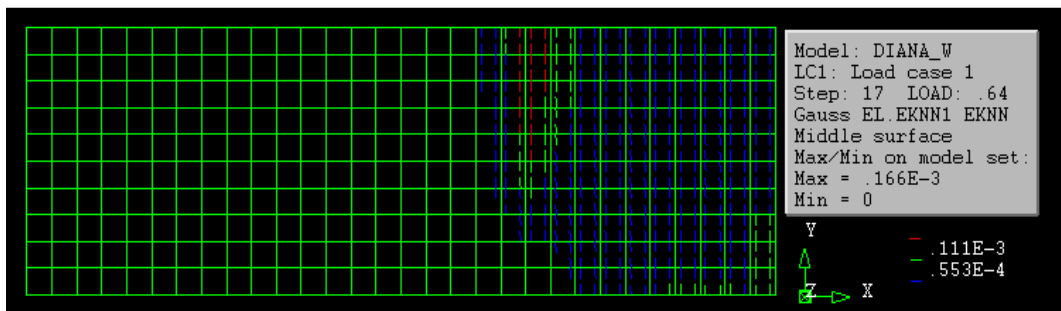


(c)

Figura 4.24 – Tensões axiais na matriz da placa P3C2 para uma deflexão de 0,787 mm no centro da placa: (a) tensões axiais na superfície inferior da placa; (b) tensões axiais na superfície média da placa; (c) tensões axiais na superfície superior da placa



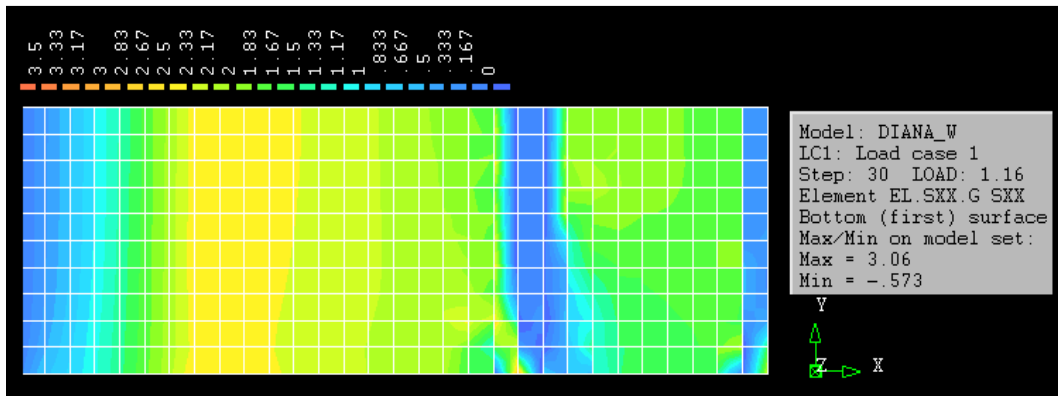
(a)



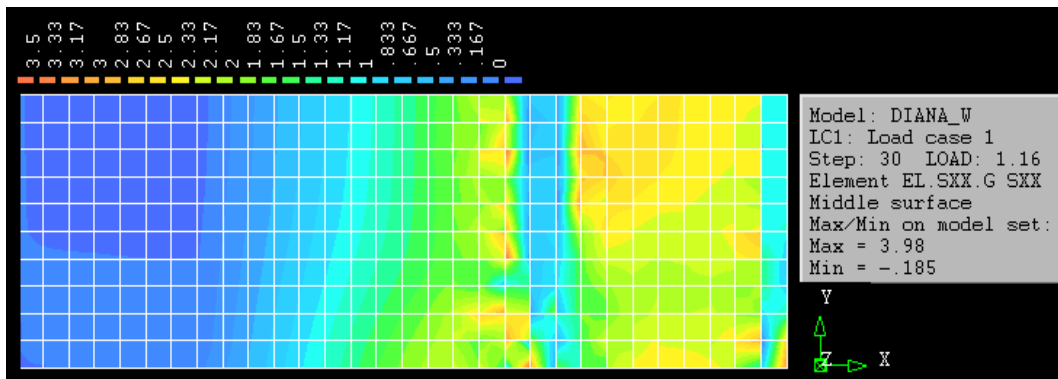
(b)

Figura 4.25 - Padrão de fissuração da matriz da placa P3C2 para um deflexão de 0,787 mm no centro da placa: (a) camada inferior; (b) camada superior

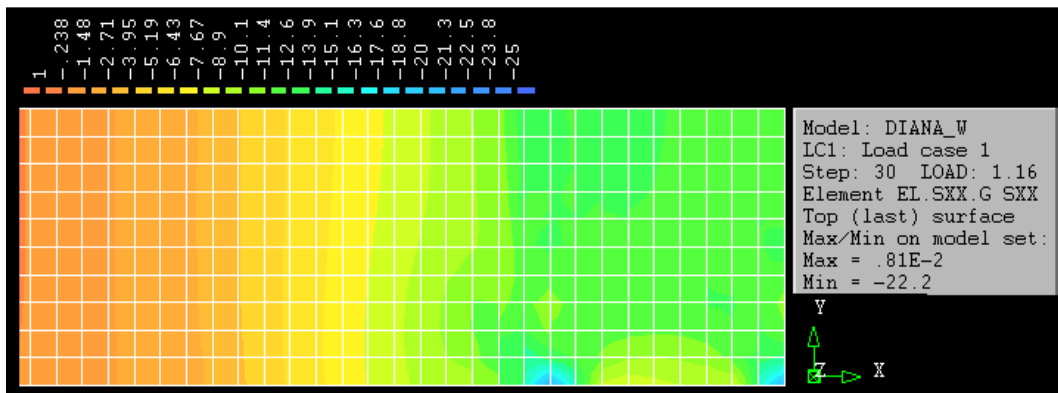
Para finalizar a análise de tensões da placa, estudou-se seu comportamento para uma deflexão de 1,391 mm no centro da placa. Neste sentido, são apresentadas a seguir as tensões axiais na região inferior (Figura 26a), média (Figura 26b) e superior (Figura 26c) da matriz. Para a região inferior da matriz, percebe-se que esta não é mais capaz de transferir tensões nos pontos de aplicação de carregamento e no centro da placa, devido à abertura excessiva de fissuras (Figura 27a). Na região média encontra-se uma situação semelhante, porém com aberturas de fissuras não tão expressivas (Figura 27b). A região superior continua íntegra, já que os níveis de tensões de compressão estão abaixo de sua resistência, não superando o valor de 22,2 MPa.



(a)

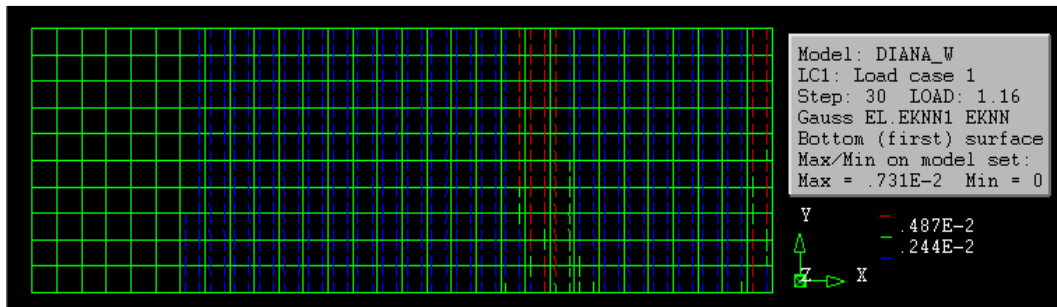


(b)

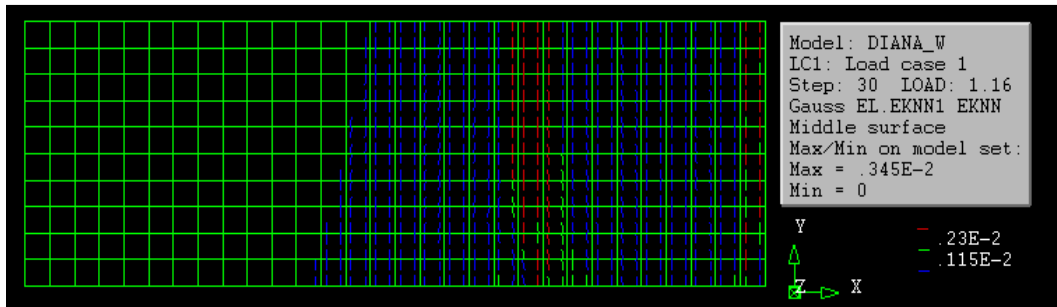


(c)

Figura 4.26 – Tensões axiais na matriz da placa P3C2 para uma deflexão de 1,391 mm no centro da placa: (a) tensões axiais na superfície inferior da placa; (b) tensões axiais na superfície média da placa; (c) tensões axiais na superfície superior da placa



(a)

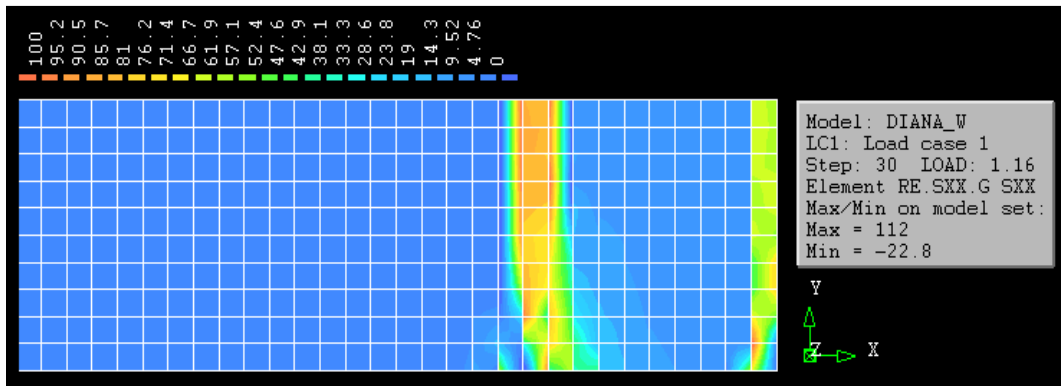


(b)

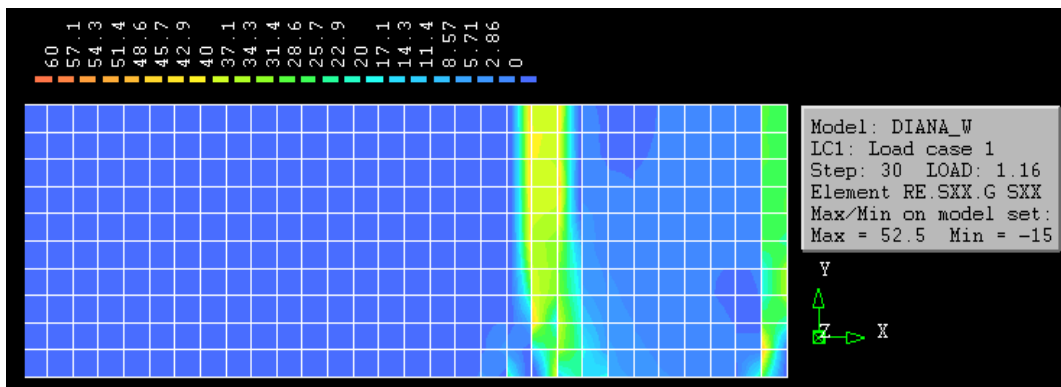
Figura 4.27 - Padrão de fissuração da matriz da placa P3C2 para uma deflexão de 1,391 mm no centro da placa: (a) camada inferior; (b) camada superior

Para o reforço, os pontos onde a matriz não consegue mais transferir tensões devido à alta fissuração (pontos de carregamento e no centro da placa), são as regiões onde o reforço é mais solicitado, já que se torna o único mecanismo de transferência de tensões, conforme comprovado ao se comparar a distribuição de tensões apresentadas nas Figuras 26 e 28.

Nesses pontos o reforço atinge tensões muito elevadas, superando o valor de 100 MPa para a camada inferior e 50 MPa na camada superior do reforço.



(a)



(b)

Figura 4.28 – Tensões axiais nas grades de reforço da placa P3C2 para uma deflexão de 1,391 mm no centro da placa: (a) tensões axiais na grade de reforço inferior da placa; (b) tensões axiais na grade de reforço superior da placa

Com base no que foi apresentado anteriormente, conclui-se que é possível determinar uma curva típica para o comportamento de compósitos reforçados com baixos teores de fibras, de baixo módulo, submetidos à flexão, conforme apresentado na Figura 4.29.

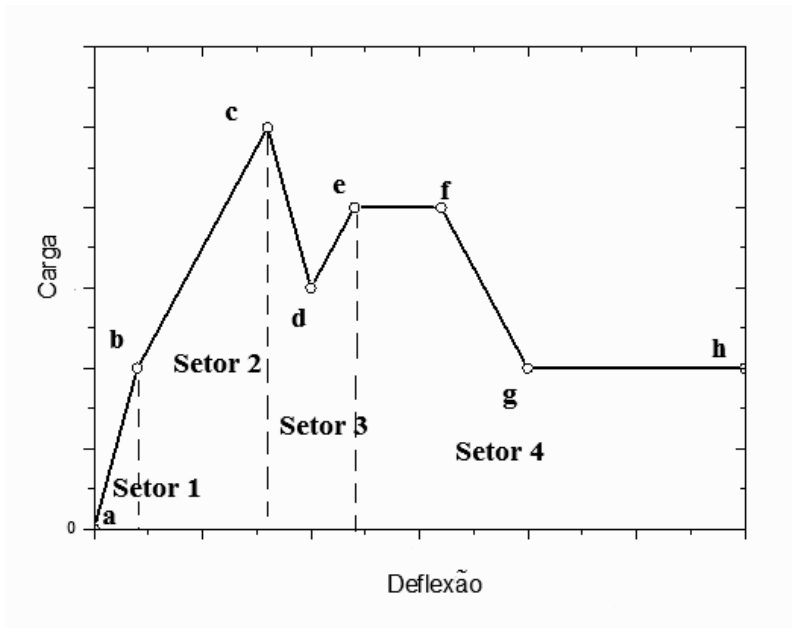


Figura 4.29 - Comportamento tipo de compósitos fletidos reforçados com fibras de baixo módulo

No setor 1 dessa figura, que compreende o seguimento \overline{ab} , os materiais componentes do compósito podem ser representados por um comportamento linear-elástico. Nesta fase o comportamento do reforço não influencia significativamente no comportamento do compósito, sendo o ponto “b” a tensão máxima suportada pela matriz. Após o ponto b (seguimento \overline{bc}) a matriz da camada inferior, na parte central da placa, atinge sua resistência máxima à tração e o “softening” é ativado, ou seja, parte da matriz já possui comportamento não linear. Quando a carga aplicada atinge o ponto “c” a segunda camada de matriz, também na parte central da placa, atinge sua resistência máxima à tração e começa a ser fissurada (comportamento “softening” ativado). O mesmo ocorre no ponto “e”, onde a terceira camada inicia o processo de fissuração. No caso da flexão, com exceção do setor 1, em que a fibra não influencia significativamente no comportamento, a energia necessária para superar cada setor de carregamento é dependente do comportamento e características tanto da matriz quanto do reforço. É importante ressaltar, que neste caso, o comportamento da fibra não influencia na carga máxima suportada pelo compósito, pois, como a resistência à tração da matriz é muito inferior a da fibra, quando esta alcançar sua resistência máxima, a matriz encontra-se totalmente fissurada (Figura 4.29 – Setor 3).

Nas Figuras 4.30 a 4.33 estão representados resultados carga versus deflexão no centro das placas, para diversos compósitos, devendo ser ressaltado que

estes resultados foram obtidos considerando-se controle de deslocamentos, assim como executado nos ensaios experimentais de Lima (2004).

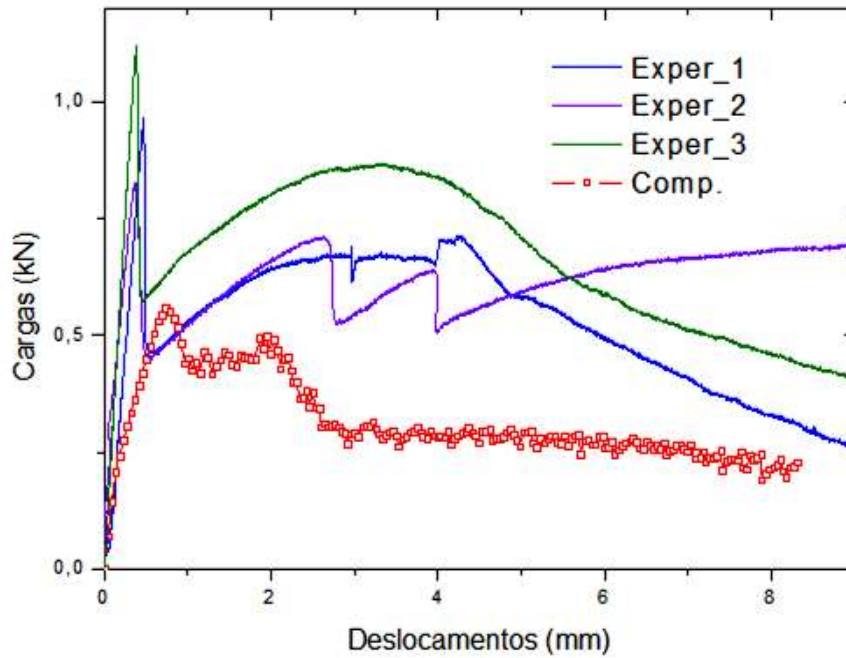


Figura 4.30 – Resultados da modelagem da placa P3C2 na flexão

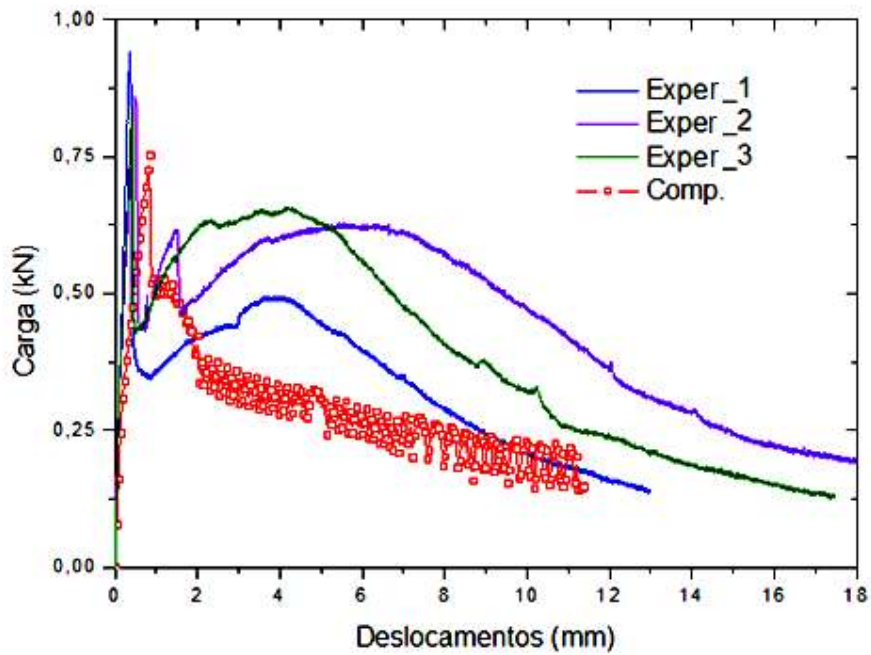


Figura 4.31 – Resultados da modelagem da placa P3C3 na flexão

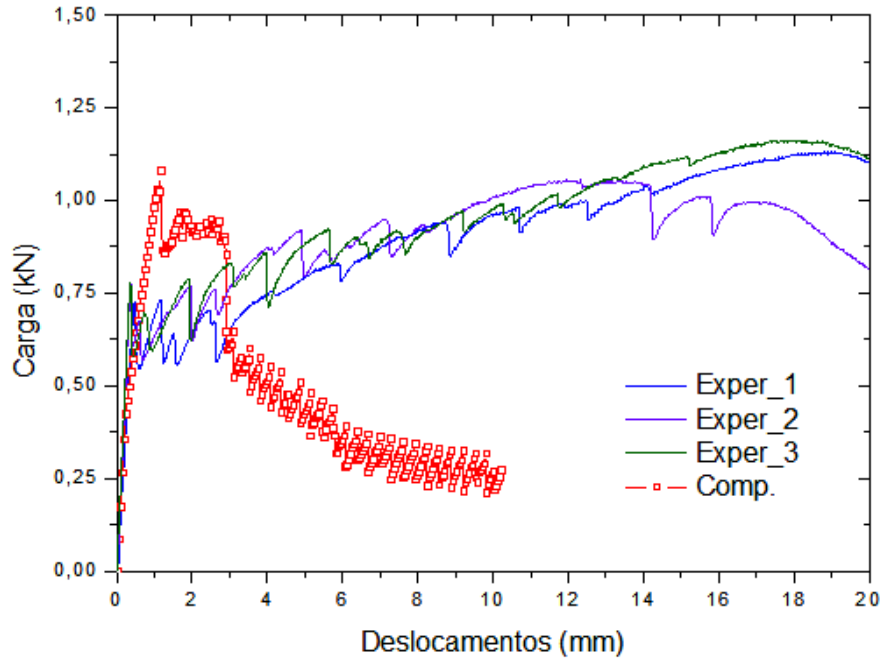


Figura 4.32 – Resultados da modelagem da placa P6C2 na flexão

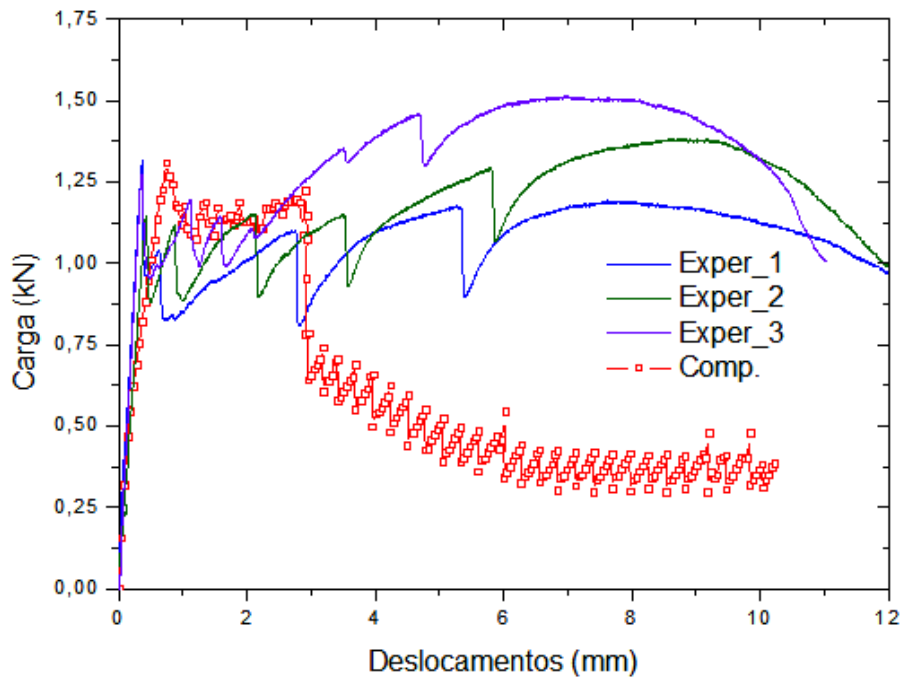


Figura 4.33 – Resultados da modelagem da placa P6C3 na flexão

Em todos esses casos, o modelo computacional apresentou uma energia de deformação inferior aos resultados experimentais. Esta redução na energia é decorrente do “softening” aplicado no modelo de comportamento da fibra para simular o processo de arrancamento. Verifica-se assim que a energia necessária para arrancar a fibra na flexão, neste caso, é muito maior que na tração. Com base neste conceito, modelou-se novamente o comportamento da fibra na flexão, estando os resultados obtidos explicitados nas Figuras 4.34 a 4.37 e quantificados na Tabela 4.4.

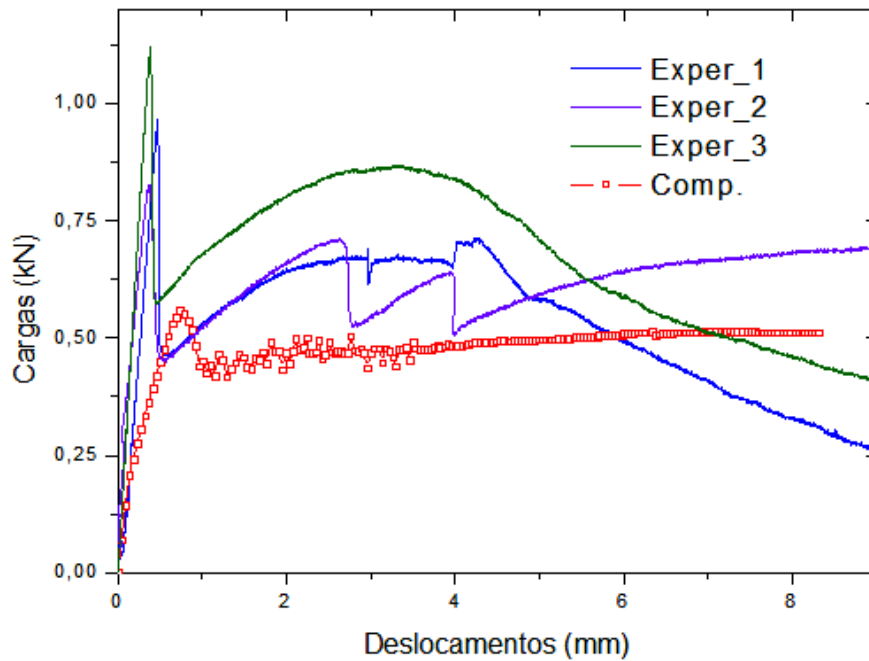


Figura 4.34 – Resultados da modelagem da placa P3C2 na flexão aplicando novo comportamento à fibra

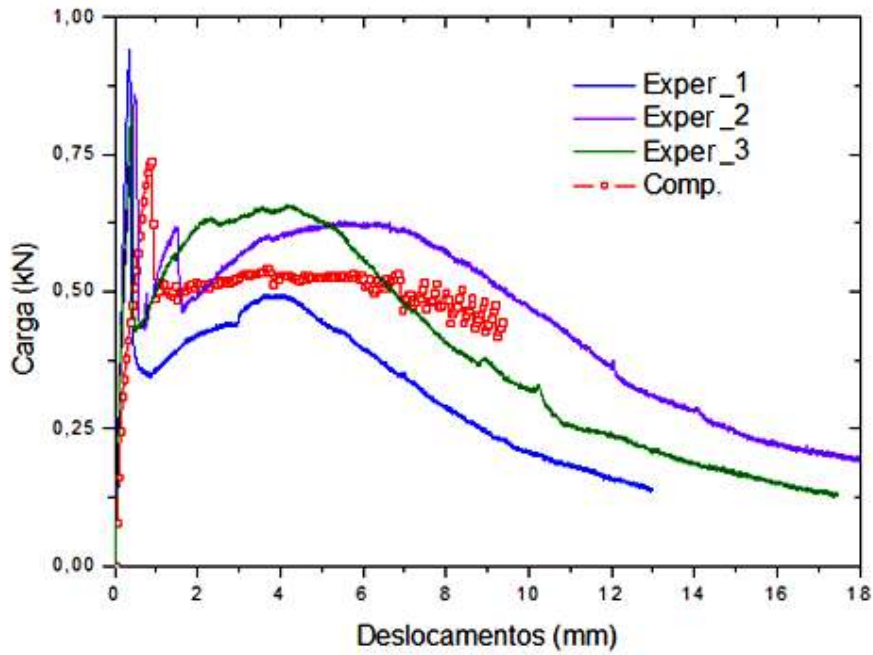


Figura 4.35 – Resultados da modelagem da placa P3C3 na flexão aplicando novo comportamento à fibra

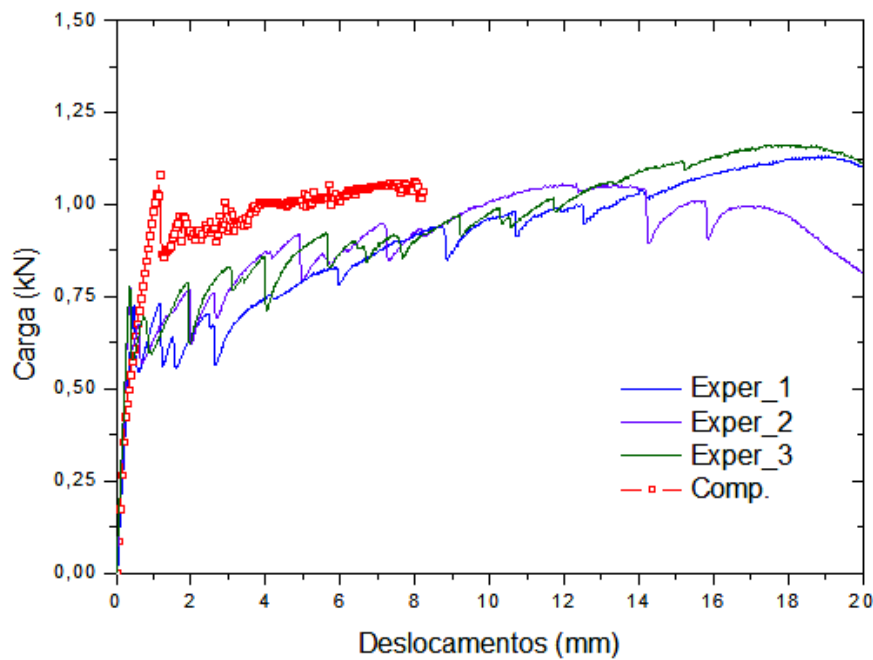


Figura 4.36 – Resultados da modelagem da placa P6C2 na flexão aplicando novo comportamento à fibra

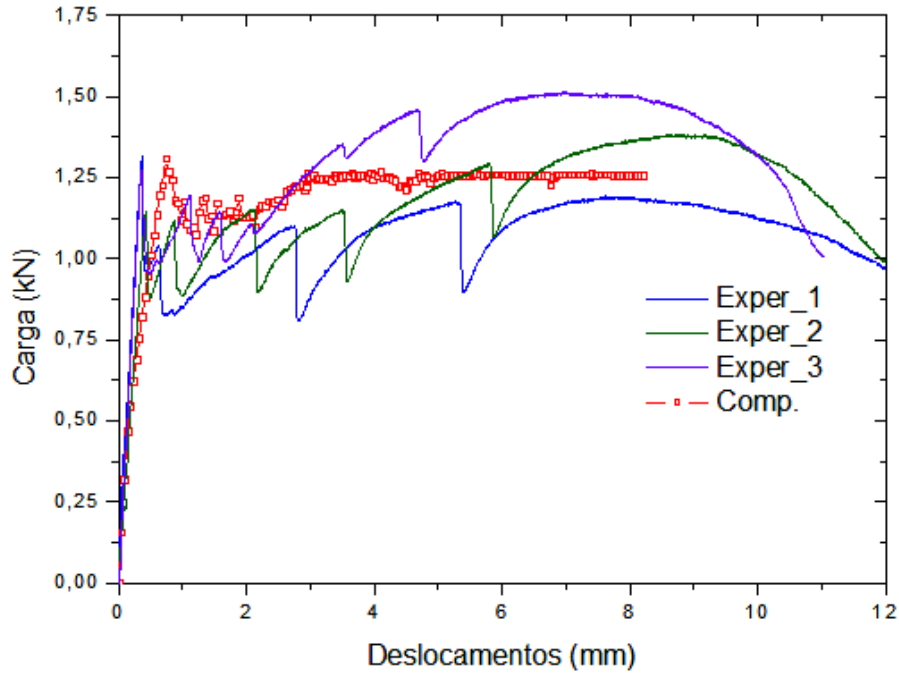


Figura 4.37 – Resultados da modelagem da placa P6C3 na flexão aplicando novo comportamento à fibra

Tabela 4.4 – Resultados das análises na flexão após correção do comportamento da fibra

<i>Placa</i>	<i>Carga de pico experimental (kN)</i>	<i>Carga de pico computacional (kN)</i>	<i>Var. (%)</i>	<i>Energia de deflexão Exper. (J)</i>	<i>Energia de deflexão Comp. (J)</i>	<i>Var. (%)</i>
P3C2	0,94	0,56	32,14	5,06	3,97	27,45
P3C3	0,90	0,75	20,00	4,66	4,71	1,06
P6C2	0,75	1,06	29,25	6,34	7,77	18,4
P6C3	1,25	1,31	4,58	9,53	9,75	2,26

A Tabela 4.4 mostra que a carga de pico média suportada pela placa P3C2 na flexão é 0,94 kN enquanto o modelo chega a um valor de 0,56 kN, cerca de 40,37% menor. Quanto à energia necessária para romper o compósito, as placas

experimentais necessitaram de 5,06 J, já o modelo necessitou de 28,35% a menos, cerca de 3,97 J. Por meio de uma análise qualitativa, com base nos resultados apresentados nas Figuras 4.34 a 4.37, verifica-se que a adoção de um novo comportamento para a fibra melhorou a estimativa para a energia necessária para romper o compósito, mas não foi capaz de melhorar a estimativa da carga máxima suportada, o que já era esperado, pois, como dito anteriormente, para estes compósitos não há influência da fibra na carga de pico.

No caso do P3C3, Figura 4.35, a carga de pico média suportada é de 0,90 kN enquanto o modelo chega a um valor de 0,75 kN, cerca de 16,28% menor. Quanto à energia necessária para romper o compósito, as placas experimentais necessitaram de 4,66J, já o modelo necessitou de 1,06% a mais, cerca de 4,71J. Nessa placa, os resultados computacionais chegaram bem próximos aos experimentais, principalmente na previsão da energia de deflexão.

Conforme mostra a Figura 4.36, a energia necessária para romper o compósito P6C2 foi de 6,34 J, enquanto o modelo necessitou de cerca de 7,77, 18,52% a mais, A carga de pico média suportada é de 0,75 kN enquanto o modelo chega a um valor de 1,06 kN, cerca de 41,66% maior.

Finalmente, para o corpo de prova P6C3, Figura 4.37, a carga de pico média suportada é de 1,25 kN enquanto o modelo chega a um valor de 1,31kN, cerca de 5,08% menor. Quanto à energia necessária para romper o compósito, as placas experimentais necessitaram de 9,53 J, já o modelo necessitou de 2,26% a mais, cerca de 9,75 J. A modelagem deste compósito foi a que apresentou os melhores resultados.

As curvas carga-deslocamento para as placas com maior número de camadas foram bem representadas pelo modelo computacional, principalmente no que se diz respeito à tenacidade. A melhor distribuição de fibras a longo da seção melhora o processo de distribuição de tensões no compósito, tendendo a gerar fissuração distribuída, que são bem representadas pelo “SMEARED CRACK MODELS” do programa DIANA.

No que se diz respeito à carga de pico, a única amostra que teve seu comportamento bem descrito foi o compósito com três camadas com maior teor de fibra (P6C3). Para tentar explicar este fenômeno, inicialmente foi determinado o módulo de elasticidade dos compósitos ensaiados experimentalmente. Para isso, utilizou-se a equação de deflexão de viga submetida à flexão em quatro pontos (ASTM 1018, 1992).

$$\delta = \frac{Pa}{24EI} (3L^3 + 4a^2) \quad (4.1)$$

onde δ é a deflexão no centro da viga, P é a carga, a é distância entre apoio e a carga centrada, L é o vão da viga e I é a inércia da seção homogeneizada. Cabe observar que, para o cálculo do módulo de elasticidade (Tabela 4.5) considerou-se apenas o setor 1 do gráfico carga-deslocamento típico para placas compósitas fletidas (Figura 4.29) onde o comportamento das amostras é linear-elástico.

Ao comparar os valores apresentados na Tabela 4.5 para o módulo de elasticidade longitudinal das placas, com o valor apresentado por Lima para a matriz cimentícia, qual seja 35 GPa, verificou-se uma discrepância entre esses, principalmente para as placas com menor teor de fibras, P3C2 e P3C3. Diante disso, para verificar a aplicabilidade da equação (4.1) estendeu-se seu uso para a geometria empregada na modelagem computacional de todas as placas, chegando-se aos demais valores explicitados na Tabela 4.5. Analisando agora estes resultados, concluiu-se que todos estão próximos do valor determinado por Lima (2004) para a matriz cimentícia (35 GPa), ou seja, o modelo está representando bem o comportamento inicial do compósito.

Tabela 4.5 – Módulo de elasticidade computacional e experimental das placas produzidos por Lima (2004) na flexão

<i>Placa</i>	<i>Módulo</i>	
	<i>experimental (GPa)</i>	<i>teórico (GPa)</i>
P3C2	51,8	34,5
P3C3	49,5	35,5
P6C2	41,5	35,8
P6C3	34,2	34,5

Com exceção do exemplar P6C3, todos os modelos apresentaram módulo de elasticidade superior ao esperado, o que pode indicar uma rigidez inicial adicional imposta às placas por meio de uma condição de contorno não satisfatória no ensaio,

ou simplesmente o mecanismo utilizado para medir as deformações não foi capaz de avaliar corretamente os deslocamentos iniciais da amostra. Ao aumentar o módulo de elasticidade de uma placa sob flexão, seja por meio de condições de contorno ou simplesmente melhorando a matriz, há conseqüentemente um aumento na carga máxima, pois é necessária uma carga maior para gerar uma mesma deformação.

Ao analisar o módulo experimental das placas P3C2, P3C3 e P6C3 esta hipótese é confirmada. Para a placa P3C2, que possui maior módulo de elasticidade experimental, sua carga teórica de pico é cerca de 40,37% menor que o experimental. No caso da amostra P3C3, o módulo de elasticidade é menor que do laminado P3C2, conseqüentemente, a diferença entre a carga teórica de pico e a experimental cai para 16,28%. No caso, do P6C3 este fenômeno fica mais evidente, para esta amostra o módulo de elasticidade teórico e experimental foram praticamente os mesmos, logo a diferença entre a carga de pico experimental e teórica é de apenas 5,08%. Entretanto, existe uma exceção, a placa P3C2 que possui um módulo de elasticidade experimental maior que o computacional deveria apresentar uma carga de pico maior que o numérico, mas isso não ocorreu. A placa P3C2 é a amostra com maior teor de fibras (Tabela 3.1) e segundo Lima (2004), o aumento do teor de fibra dificulta ainda mais o controle de produção dos laminados. Assim, é possível que durante o processo de moldagem mais “defeitos” podem ter sido incorporados à matriz ou na zona de transição matriz/reforço do que nas amostras anteriormente citadas, reduzindo a carga máxima suportada pelo laminado.

4.2.1 Comportamento da fibra na flexão

Na Figura 4.38 estão representados os modelos de comportamento adotado para a fibra na flexão, para representar o seu arrancamento, que obtiveram o melhor desempenho após a retro-análise. Estes modelos são comparados com os modelos aplicados na tração direta.

Os modelos de comportamento da fibra, tanto na tração quanto na flexão possuem a mesma tensão de pico e um processo semelhante de decoesão, porém, em diferentes níveis de tensão. Para a tração o processo de decoesão é encerrado a um tensão de 50 MPa, enquanto na flexão esta tensão é maior, 90 MPa, ou seja, é necessário mais energia para concretizar o processo de decoesão fibra/matriz durante a flexão em relação à tração. Outra questão importante diz respeito à energia necessária para arrancar a fibra. Na flexão o processo de arrancamento do reforço requer uma energia significativamente maior que na tração direta. Após esta análise, fica caracterizada uma melhor aderência fibra-matriz no caso da flexão (Figura 4.38)

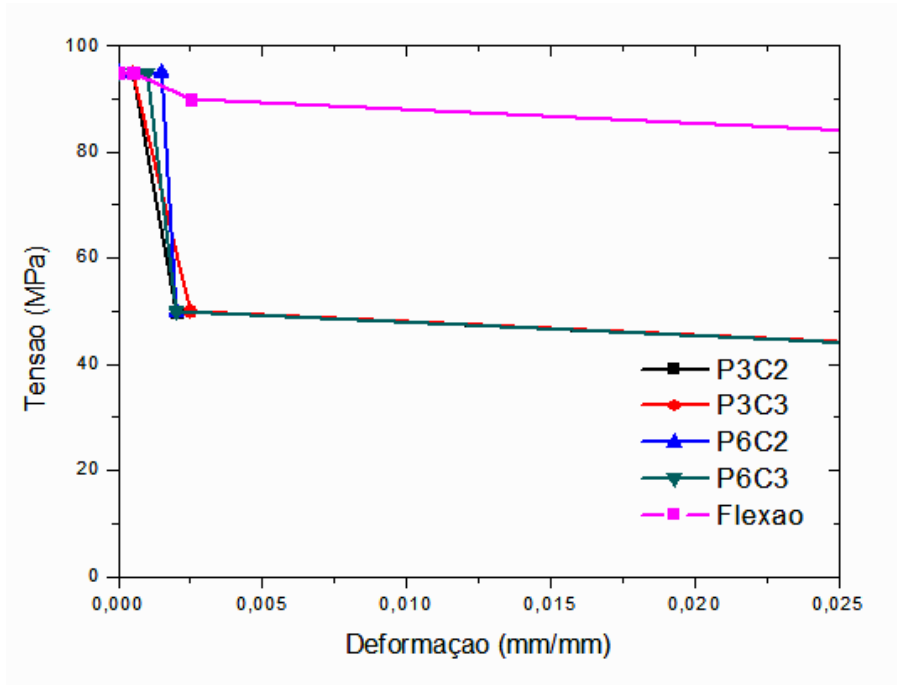


Figura 4.38 – Modelo de comportamento adotado para a fibra na flexão para representar o seu arrancamento da matriz

É possível que essa melhora na aderência fibra-matriz seja proveniente do fato da matriz poder transferir uma carga maior para a fibra devido à curvatura gerada na placa sob carregamento, pois a parte superior desta possui um contato melhor do que na tração direta (Figura 4.39). Imagina-se que esta curvatura produza um ganho no atrito entre a fibra e a matriz, elevando assim a tensão friccional na parte superior da fibra.

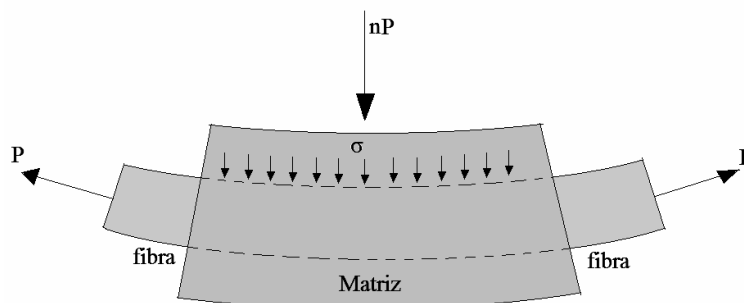


Figura 4.39 – Aumento do atrito na parte superior da fibra devido à curvatura da matriz

Não é possível precisar em que nível de tensão friccional a parte superior da fibra, para os compósitos submetidos à flexão, está submetida, pois não se sabe ao certo em que nível de tensão será concretizado o processo de decoesão. Com base no que foi dito, pode haver dúvida quanto ao valor “exato” da intensidade da tensão friccional na parte superior da fibra para os compósitos submetidos à flexão, porém, a diferença entre os níveis de tensão a que a fibra está submetida na tração em relação à flexão, evidencia a maior capacidade da matriz em transferir esforço para fibra, no caso da flexão, para estas placas.

4.3 ESTIMATIVA DO COMPORTAMENTO DOS COMPÓSITOS PARA OUTROS TEORES DE FIBRA

O objetivo da modelagem computacional é diminuir a necessidade da realização de experimentos, reduzindo assim o tempo para obtenção de resultados e o custo das pesquisas. Com base nos bons resultados obtidos na seção anterior, pretende-se aqui estimar o comportamento dos compósitos de matriz cimentícia reforçados com fibras de sisal na tração direta e na flexão. Neste item, será apresentada uma estimativa do desempenho da placa P6C3 para outros teores de fibra, 2%, 4%, 6%, 8% e 10%, utilizando os mesmos parâmetros das modelagens anteriores para este compósito. A escolha desta placa se justifica pelo fato de que os modelos de fissuração escolhidos juntamente com os modelos de comportamento adotados foram bem representados computacionalmente, tanto na tração quanto na flexão.

As primeiras análises foram realizadas na tração direta (Figura 4.43) e confirmam os comportamentos típicos apresentados na Figura 2.28 para compósitos com fibras de baixo módulo com teores abaixo e acima do crítico (V_f^{crit}). Ao analisar as respostas percebe-se claramente um ganho de energia dos compósitos com o aumento do teor de fibra, sendo mais significativo ao aumentar o teor de fibra de 2% para 4%. Ao se analisar a Figura 2.28c e confrontar com os dados apresentados na Figura 4.43, demonstra-se que 2% é um teor de fibra abaixo do crítico (equação 2.97), pois não há formação de múltiplas fissuras e o comprimento de ancoragem é maior que o crítico para compósito reforçado com fibras de sisal 170,80 mm (LIMA, 2004). Se for considerado que a resistência da fibra é de 95 MPa (tensão máxima que pode ser absorvida pela fibra), para o composto P3C2 o volume crítico de fibra é de aproximadamente 3,5 %, ou seja, neste caso para que haja múltipla fissuração é necessário um teor de fibra acima de 3,5 %.

Com estes resultados fica evidente que o reforço só influencia no comportamento pós pico dos laminados, pois não altera significativamente o módulo de elasticidade e a resistência a tração do compósito, ou seja, se o objetivo na concepção do laminado for elevar a resistência ou módulo de elasticidade do compósito pela introdução do reforço em laminados submetidos predominantemente à tração direta, o aumento do teor de fibra não gerará resultados satisfatórios. Caso o objetivo na concepção do laminado for elevar a tenacidade do elemento estrutural, o aumento do teor de reforço gera bons resultados.

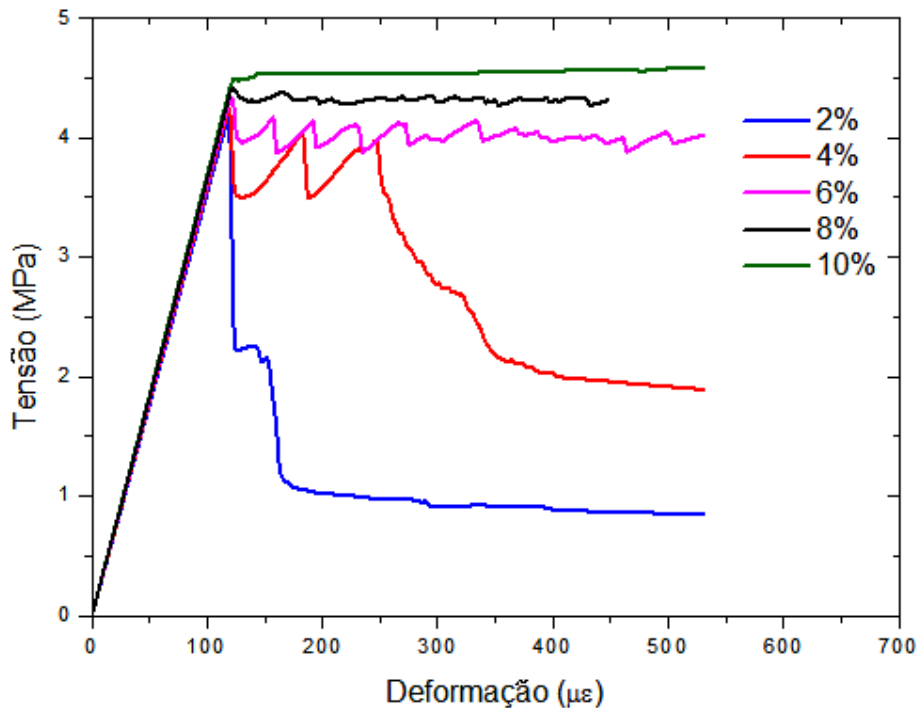


Figura 4.43 – Estimativa do comportamento dos compósitos de matriz cimentícia submetido a esforços de tração direta reforçados com três camadas de fibra de sisal com vários teores

Para a flexão, o aumento do teor de fibra reflete na carga máxima suportada e na energia de deflexão da placa (Figura 4.44), assim o aumento do teor de reforço gera bons resultados sob todos os aspectos. Entretanto, é importante ressaltar que altos teores de reforço dificultam o processo de produção desses compósitos. Assim, a escolha do teor ideal de reforço deve levar em consideração este aspecto.

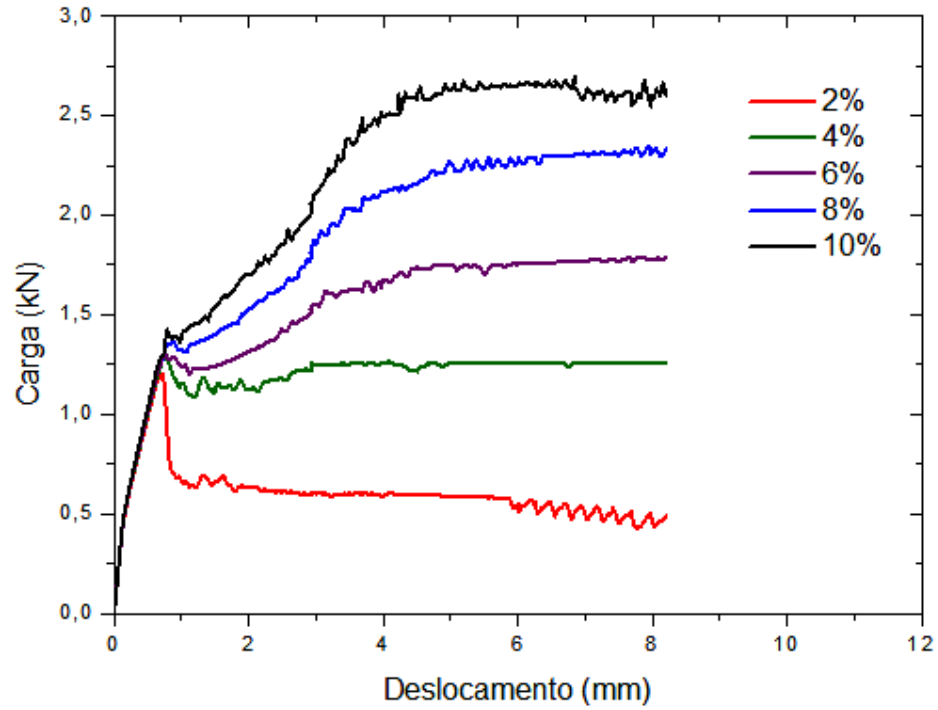


Figura 4.44 – Estimativa do comportamento dos compósitos de matriz cimentícia submetidos a esforços de flexão reforçados com três camadas de fibra de sisal com vários teores

5 CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi modelar, através do programa computacional DIANA, as placas compósitas de matriz cimentícia reforçadas com fibras de sisal produzidas experimentalmente por Lima (2004), com o intuito de contribuir para a compreensão do seu comportamento mecânico, possibilitando assim sua futura utilização estrutural. Para atingir este objetivo, durante a modelagem, foi necessário definir um modelo de fissuração adequado aos resultados experimentais e que fosse preferencialmente de fácil implementação. Além disso, foi imprescindível determinar o modelo de comportamento da matriz e do reforço que melhor representasse a trajetória de esforços do laminado, tanto do ponto de vista da precisão de resultados, quanto do tempo despendido para obter as respostas numéricas. Por fim, buscou-se encontrar equações na literatura que pudessem ser utilizadas para propiciar a determinação de alguns parâmetros experimentais, dispensando assim a realização de análise inversa em futuras modelagens.

5.1 MODELOS DE FISSURAÇÃO

Existem três tipos de modelos de fissuração disponíveis no DIANA, fixo, rotacional e multidirecional. No modelo fixo, assume-se que as fissuras são paralelas e possuem uma direção fixa durante o carregamento. Esta aproximação é razoável para os processos de carregamento em que os eixos principais de tensão e deformação não sofrem mudanças drásticas de direção a partir da formação da primeira fissura (ROTHS, 1988). No caso do modelo rotacional de fissuração, ao se iniciar o processo de fissuração, em uma direção primária, devido à formação de uma trinca preliminar, uma relação tensão-deformação “softening” é utilizada para simular o comportamento desta trinca (BAŽANT, 1997). Se a direção da máxima tensão principal rotacionar, esta trinca preliminar se fechará e novas fissuras são iniciadas na direção perpendicular a esta nova orientação, ou seja, o modelo rotacional não possui a limitação do modelo fixo de assumir que as fissuras têm uma direção fixa durante o carregamento. O modelo multidirecional é semelhante ao modelo fixo, porém é o único que permite a formação de fissuras concorrentes.

Para a determinação do modelo para a simulação numérica do problema, realizaram-se algumas análises utilizando-se o modelo fixo e o rotacional, onde se obteve resultados muito próximos, o que já era esperado, pois para estes tipos de ensaios (tração direta e flexão em quatro pontos) não se espera grandes rotações dos

eixos principais, aproximando a resposta do modelo fixo ao do rotacional. Sendo assim, o modelo de fissuração fixo foi adotado para o desenvolvimento do trabalho, o que é coerente para uma primeira análise, pois se trata de um modelo mais simples (ROTHS, 1988). O modelo multidirecional do DIANA não foi utilizado neste trabalho, pois emprega modelos plásticos para representar o comportamento à compressão, os quais necessitam de muitos parâmetros experimentais do material, que não foram determinados nos estudos de Lima (2004).

Como não se tinha informação suficiente sobre o padrão de fissuração dos laminados produzidos por Lima (2004), só foi possível avaliar o desempenho do modelo fixo para esta análise, com relação a sua influência no comportamento mecânico das amostras, com base nos resultados obtidos, pode-se dizer que consegue representar bem o comportamento do material. Logo, conclui-se que o modelo fixo de fissuração pode ser utilizado para descrever o comportamento mecânico deste tipo de laminado.

5.2 MODELOS DE COMPORTAMENTO

Para a utilização do modelo fixo de fissuração, o DIANA permite a utilização de vários modelos de comportamento para a matriz, tanto na tração (Figura 3.8) quanto na compressão (Figura 3.10), baseados em parâmetros da mecânica da fratura. Em análises prévias, utilizou-se o modelo linear (Figura 3.8d), o modelo exponencial (Figura 3.8e) e o modelo Hordijk (Figura 3.8f) sendo que o exponencial e o Hordijk apresentaram resultados similares, e o linear não obteve um bom desempenho. Como o modelo exponencial possui uma equação constitutiva (equação (3.2)) mais simples que o Hordijk (equação (3.3)), este foi preferido por sua simplicidade, sendo portanto, adotado nas análises apresentadas no Capítulo 4. Ao analisar os resultados apresentados nesse capítulo, concluiu-se que o modelo exponencial do DIANA consegue descrever bem o comportamento da matriz destes compósitos, sendo assim uma boa opção para trabalhos futuros.

Para definição do melhor modelo do comportamento na compressão para a matriz, realizaram-se análises específicas para este fim, variando-se os modelos de comportamento entre o elástico, ideal e Thorenfeldt (Figuras 3.10 a, b e c; respectivamente), onde se observou que o modelo adotado para representar o comportamento da matriz do compósito na compressão não alterava seu comportamento mecânico, sendo isto explicado pelo fato de que o carregamento não induziu a matriz a alcançar níveis de tensões associadas à resistência máxima, donde se conclui que qualquer modelo de comportamento adotado para o pós-pico na

compressão, produzirá sempre os mesmos resultados. Portanto, pode-se adotar qualquer modelo de comportamento à compressão disponível no DIANA sem que haja perda de qualidade dos resultados.

5.3 PARÂMETROS EXPERIMENTAIS

Os modelos de comportamento para materiais tracionados no DIANA dependem de parâmetros da Mecânica da Fratura como o G_f (equação (2.47)) e h_c (“crack-band width”). Entretanto, nem sempre se determinam estes parâmetros experimentalmente, o que torna necessário a obtenção de uma equação que possa estimar satisfatoriamente seus valores.

No caso do G_f que representa a energia consumida para a propagação de uma fissura por unidade de área de “crack-band”, com base nos resultados apresentados na Figura 4.14, conclui-se que a relação proposta pelo CEB 1990 (equação (2.67)) fornece bons resultados em comparação àqueles obtidos por análise inversa. Assim sendo, não há necessidade da realização de análises inversas para a determinação do G_f quando este não for obtido experimentalmente.

Para a determinação do h_c , a equação proposta por Bažant e Oh (1983), $h_c = d_a \cdot n_a$, onde d_a é o diâmetro máximo do agregado do concreto e n_a é uma constante empírica, para a qual foi utilizado o valor 3 para concreto, fornece uma boa estimativa para esta grandeza utilizando também este valor, mesmo a matriz sendo formada por argamassa.

No caso dos modelos fixo e multidirecional de fissuração, há ainda a possibilidade de minorar a rigidez ao cisalhamento transversal, através da redução do fator de retenção ao cisalhamento β (“shear retention factor”), que pode variar de 0 a 1. Porém, os resultados apresentados na Figura 4.2 mostraram que esta redução não altera a trajetória de esforços para os laminados produzidos por Lima (2004), mas influenciam significativamente no tempo de execução das análises. Bažant (1997) recomenda o valor de β igual a 0,2, sendo este o valor utilizado no desenvolvimento da pesquisa. Assim, conclui-se que a utilização de β igual a 0,2 fornece bons resultados na análise de placas através do modelo fixo de fissuração.

5.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS

Com base no que foi anteriormente descrito, é possível obter bons resultados na modelagem de placas de matriz cimentícia reforçadas com fibras de sisal, utilizando o software comercial DIANA, empregando o modelo de fissuração

“smeared crack” mais simples, o fixo, sem a necessidade da utilização de uma malha de elementos finitos muito refinada. Para a realização de simulações através do modelo fixo de fissuração é necessário definir o modelo de comportamento na tração e compressão, a resistência à tração e compressão do material, módulo de elasticidade (E), a energia de fratura para o modo I de carregamento (G_f), o “crack-band width” (h_c) além do fator de retenção ao cisalhamento (β). A resistência à tração e a compressão do material, além módulo de elasticidade longitudinal (E), devem ser obtidos experimentalmente. O parâmetro G_f pode ser obtido através da equação (2.47) do CEB 1990 e o parâmetro h_c pela equação proposta por Bažant e Oh (1983). Para o fator β deve-se utilizar o valor 0,2 proposto por Bažant (1997). Quanto ao modelo de comportamento na tração deve-se utilizar o exponencial no caso do DIANA ou similar no caso de modelagens através de outros “softwares”.

No que diz respeito ao comportamento da fibra, conclui-se, principalmente, que é possível representar o processo de arrancamento da fibra introduzindo um “softening” no modelo constitutivo da fibra de sisal. Além disso, constatou-se também que Lima (2004), estava correto ao afirmar que a tensão adesional máxima entre a fibra de sisal e a matriz cimentícia é de 0,6 MPa, valor compatível com os níveis de tensão obtidos numericamente. Porém, quanto à tensão friccional não se pode dizer o mesmo, pois o valor de 0,24 MPa, proposto por esse autor, não se mantém para qualquer situação de carregamento e condição de contorno, conforme observado para o caso de flexão em quatro pontos, quando houve uma variação deste valor ao longo da fibra, atingindo níveis mais elevados de tensão friccional (Figura 4.29), o que caracteriza uma melhor aderência fibra-matriz na flexão em relação à observada na tração direta, para as placas produzidas por Lima (2004).

Como o objetivo de verificar a generalidade das conclusões obtidas neste trabalho, sugere-se os seguintes estudos futuros:

- 1) modelar placas produzidas por outros autores, porém, com as mesmas características das produzidas por Lima (2004);
- 2) expandir as pesquisas para outros tipos de fibras vegetais;
- 3) aprofundar os estudos sobre os mecanismos de aderência entre a fibra de sisal e a matriz cimentícia, visando uma melhor compreensão na análise pós-fissuração da matriz.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARGON A, SHACK W, 1975. **Theories of fiber cement and fiber concrete.** In: **Fiber reinforced cement and concrete.** London.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AN MATERIALS, ASTM C 1018 – 92, **Standard Test Method foe Flexural Toughness and First-Crack Strength of Fibre-Reinforced Concrete** (Using bean with tree Third Point-Loading) Annual Book of ASTM Standard, Vol. 04.02, ASTM, Philadelphia.

AVESTON J, KELLY A, 1973. **Theory of multiple fracture of fibrous composites.** Journal of Materials Science, V.8, p.352-362.

BAŽANT ZP, PLANAS J, 1997. **Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials.** CRC Press LLC.

BAŽANT ZP, 2002. **Concrete fracture models: testing and practice.** **Engineering Fracture Mechanics**, 69 165-205.

BAŽANT ZP, OH BH, 1983. **Crack band theory for fracture of concrete.** **Materials and Structures (RILEM)**, 16 (93), pp.155-177.

BENTUR A, MINDESS, 1990. **Fibre reinforced cimentituios composites.** London: Elsevier Science Publishers LTD.

BRANDÃO JH, 2005. **Análise experimental e numérica de cascas de concreto de ultra-alto desempenho reforçado com fibras.** Tese Doutorado. Universidade Federal do Rio de Janeiro.

BREYSSE D, ATTAR A, SOULIER B, MESUREUR B, 1997. **Modélisation de la réponse en traction du béton renforcé de fibres métalliques.** **Materials and Structures/Matériaux et Constructions**, V.30, p.259-268.

CAETANO LF, GRAEFF AG, GARCEZ EO, BERNARDS TILC, SILVA PF, 2004. **Compósito de Matriz Cimentícea Reforçada com Fibras.** II Seminário de patologia das estruturas. Porto Alegre, RS.

CHENG YL, MOBASHER B, 1998. **Finite Element Simulations of Fiber Pullout Toughening in Fiber Reinforced Cement Based Composites**, Advn Cem Bas Mat;7:123132.

COOK RD, MALKUS DS, PLESHA ME, WITT RJ, 2002. **Concepts and Applications of Finite Element Analysis**; University of Wisconsin – Madison; John Wiley & Sons, Inc; Fourth Edition.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (CEB) & FEDERATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAITE (FIP). **Model Code 1990 – Design Code**, Lausanne: Thomas Telford Services Ltd, 1991.

COX HL, 1952. **The elasticity and strength of paper and other fibrous materials**. British journal of applied physics, V.3,p.72-79, march.

DEMENT JM, HEIN MJ, STAYNER LT, LEHMAN E, 2007. **Follow-up study of chrysotile textile workers: cohort mortality and exposure-response**. Occupational and Environmental Medicine. Vol. 64 pages 616-625.

DIANA, 2005. **User's Manual -- Release 9**. Last modified Fri Apr 29 13:34:17 CEST 2005.

FURLAN JE, MASCIA NT, 2006. **Considerações à respeito do uso de fibras naturais em compósitos laminados estruturais**. Conferência Brasileira sobre Materiais e Tecnologias não-convencionais na Construção Ecológica e Sustentável. BRASIL NOCMAT - Salvador,BA

GAMINO AL, 2007. **Modelagem física e computacional de estruturas de concreto reforçadas com CFRP**. Tese Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

GHAVAMI K ,TOLEDO FILHO RD, BARBOSA NP, 1998. **Behaviour of composite soil reinforced with natural fibres**. Cement & Concrete Composites 21 39 – 48.

GUTIÉRREZ RM, DÍAZ LN, DELVASTO S, 2005. **Effect of pozzolans on the performance of fiber-reinforced mortars**. Cement & Concrete Composites 27 593 – 598.

LEE HK, LIANG Z, 2004. **Computational modeling of the response and damage behavior of fiber reinforced cellular concrete**, Computers and Structures 82 581592.

LI VC, WANG Y, BACKER S, 1991. **A micromechanical model of tension-softening and bridging toughening of short random fiber reinforced brittle matrix composites**, Journal Mech. Phys.Solids, V.39, N. 5, p.607-625.

LI Z, Li F, CHANG TP, MAI Y, 1998. **Uniaxial tensile behaviour of concrete reinforced with randomly distributed short fibers**, ACI materials journal, V.95, N.5, September-October.

LIMA PRL, 2004. **Análise teórica e experimental de compósitos reforçados com fibras de sisal**. Tese Doutorado. Universidade Federal do Rio de Janeiro.

LIMA PRL, TOLEDO FILHO RD, 2001. **Stress-strain stress-strain behaviour of SISAL fiber-cement mortar composites in compression**, In: Conference On Science And Techonology Of Composites, Mar del Plata.

LIMA PRL, TOLEDO FILHO, 2006. **Determinação da tensão de aderência fibramatriz em compósitos à base de cimento reforçados com fibra de sisal**. Conferência Brasileira sobre Materiais e Tecnologias não-convencionais na Construção Ecológica e Sustentável. BRASIL NOCMAT – Salvador/BA

MACHADO ASM, TRAUTWEIN LM, CAMPOS FILHO A, BITTENCOURT TM, 2007. **Modelos de fissuração em estruturas de concreto armado via método dos elementos finitos**, CMNE/CILAMCE 2007, Porto, 13 a 15 de Junho, 2007

MELO FILHO JA, 2005. **Desenvolvimento e caracterização de laminados cimentícios reforçados com fibras longas de sisal**. Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ.

MENDONÇA, PTR, 2005. **Materiais Compostos e Estruturas-sanduiches: Projeto e Análise**. Ed. Manole, Barueri, SP.

MOBASHER B, OUYANG C, SHAH SP, 1991. **Modelling of fiber toughening in cementitious materials using an R-curve approach**, International Journal of fracture, V.50, 199-219.

NAGAHAMA KJ, LIMA PRL, MELLO AWFM, 2006. **Modelagem numérica da perda de rigidez de placas compósitas de matriz cimentícia reforçadas com fibras de sisal**. NOCMAT. Salvador/BA.

NAAMAN AE, NAMUR GG, ALWAN JM, NAJM HS, 1991. **Fiber pullout and bond slip**. I: Analytical study. Journal of structural engineering, V. 117, p.2769-2800.

NEN, 1995. **TGB 1990 Regulations for concrete - Structural requirements and calculation methods**. Tech. Rep. NEN 6720, Nederlands Normalisatie-instituut.

NILSSON L, 1975. **Reinforced of concrete with sisal and other vegetable fibers**. Swedish Council for Research, Document no. 12, Stockolm.

REDDY JN, 1993. **An introduction to the finite element method. Second Edition**. McGraw-Hill, Inc. Engineering Mechanics Series.

RICHARDSON DB, 2009. **Lung câncer in chrysotile asbestos workers: analyses based on two-stage clonal expansion model**. Original paper. Springer Science+Business Media B.V. 2009.

RODRIGUES V, 1997. **Pesquisas dos estudos e dados existentes sobre desertificação no Brasil**, PROJETO BRA 93/036, Plano nacional de combate à desertificação, Ministério do Meio Ambiente, dos Recursos Hídricos e da Amazônia Legal, Brasília/DF.

ROTS JG, 1988. **Computational modeling of concrete fracture**. Tese de Doutorado. Delft University of Technology, 129p.

ROTS JG, BLAAUWENDRAAD J, 1989. **Crack models for concrete: Discrete or smeared? Fixed, multi-directional or rotating**. HERON, v.34, n.1.

SANJUÁN MA, TOLEDO FILHO RD, 1998. **Effectiveness of crack control at early age on the corrosion of steel bars in low modulus sisal and coconut fiber-reinforced mortars**. Cement e Concrete Research, Vol. 28, No. 4, pp. 555-565.

SAVASTANO JR H, ROMA JR LC, MARTELLO LS, 2006. **Evaluation of mechanical, physical and thermal performance of cement-based tiles reinforced with vegetable fibers.** Construction and Building Materials 25 668-674

SHAH SP, SWARTZ SE, OUYANG C, 1995. **Fracture mechanics of concrete: applications of fracture mechanics do concrete, rock or other quasi-brittle materials.** New York, John Wiley & Sons inc..

SILVA FILHO LCP, CAETANO LF, GRAEFF AG, GARCEZ EO, BERNARDI ST, 2004. **Compósito de matriz cimentícea reforçada com fibras.** II Seminários de patologia das construções, UFRGS.

SILVOSO MM, SILVA FA, MELO FILHO JA, TOLEDO FILHO RD, FAIRBAIM EMR, 2007. **Inverse Analysis of the tensile stress-strain curve for sisal fiber textile cement composites.** 18th Engineering Mechanics Division Conference (END2007).

SUINAGA FA, SILVA ORRF, COUTINHO WM, 2006. **O cultivo do sisal.** ISSN 1678-8710 Versão Eletrônica.

TANESI J, AGOPYAN V, 1997. **Compósitos reforçados com fibras plásticas para construção civil.** II Encontro Tecnologia de Sistemas Plásticos na Construção Civil. EPSP. São Paulo.

GHAVAMI K, TOLEDO FILHO RD, ENGLAND GL, SCRIVENCER K, 2002. **Development of vegetable fibre-mortar composites of improved durability.** Cement & Concrete Composites 25 185-196.

TOLEDO FILHO RD, SILVA FA, FAIRBAIM EMR, MELO FILHO JA, 2007. **Durability of compression molded sisal fiber reinforced mortar laminates.** Construction and Building Materials, 23 2409 – 2420.

VAN MIER JGM, 1996. **Fracture Processes of Concrete.** Publisher: Crc Press. December 20.