Universidade Estadual de Feira de Santana

Departamento de Ciências Exatas

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Dissertação de Mestrado

UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA POR MEIO DA CONSTRUÇÃO DE PONTE DE PALITOS

Lilliane Araujo Lima Brito

Orientador: Prof. Dr. Marcos Grilo Rosa

Feira de Santana-Bahia

13 de Novembro de 2019

Universidade Estadual de Feira de Santana

Departamento de Ciências Exatas

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA POR MEIO DA CONSTRUÇÃO DE PONTE DE PALITOS

Lilliane Araujo Lima Brito

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT do Departamento de Ciências Exatas, UEFS, como requisito parcial para a obtenção do titulo de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcos Grilo Rosa.

Feira de Santana-Bahia

13 de Novembro de 2019

Ficha catalográfica – Biblioteca Central Julieta Carteado

B875 Brito, Lilliane Araujo Lima
Uma proposta de sequência didática para o ensino de função quadrática por meio da construção de ponte de palitos/ Lilliane Araujo Lima Brito .- 2019.
53 f.: il.

Orientador: Marcos Grilo Rosa

Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Feira de Santana, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2019.

1. Função quadrática (Matemática). 2. Matemática - Ensino. 3. Sequência didática. 4. Ponte de palitos. I. Rosa, Marcos Grilo, orient. II. Universidade Estadual de Feira de Santana. III. Título.

CDU: 517

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
Departamento de Ciências Exatas
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT

Ata da Sessão pública de defesa de dissertação da discente Lilliane Araujo Lima Brito do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual de Feira de Santana

Aos treze dias do mês de novembro de dois mil e dezenove às 9h no MT55 - Módulo 5, UEFS , ocorreu a Sessão pública de defesa de dissertação apresentada sob o título **"Uma Proposta de Sequência Didática para o Ensino de Função Quadrática por meio da Construção de Ponte de Palitos"**, da discente **Lilliane Araujo Lima Brito**, do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Estadual de Feira de Santana, para obtenção do título de MESTRE. A Banca Examinadora foi composta pelos professores: Marcos Grilo Rosa (Orientador, UEFS), Aldinete Silvino de Lima (UFRB), que participou por videoconferência, e Darlan Ferreira do Oliveira (UEFS). A sessão de defesa constou da apresentação do trabalho pela discente e das arguições dos examinadores.
Em seguida, a Banca Examinadora se reuniu em sessão secreta para julgamento final do trabalho e atribuiu o conceito: APROVADO.
Sem mais a tratar, foi lavrada a presente ata, que segue assinada pelos membros da Banca Examinadora e pelo Coordenador Acadêmico Institucional do PROFMAT. Feira de Santana, 13 de novembro de 2019.

Grilo

Prof. Dr. Marcos Grilo Rosa (UEFS)
Orientador

Profa. Dra. Aldinete Silvino de Lima (UFRB)

Darlan Ferreira de Oliveira

Prof. Dr. Darlan Ferreira de Oliveira (UEFS)

Visto do Coordenador:

Profª Drª Ana Carla Percontini da Paixão
Coordenadora do Profmat / UEFS

LILLIANE ARAUJO LIMA BRITO

Uma estratégia de ensino de função quadrática por meio da construção de ponte de palitos

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT do Departamento de Ciências Exatas, UEFS, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre.

Aprovada em Novembro de 2019.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Marcos Grilo Rosa
UEFS

Prof. Dr. Darlan Ferreira de Oliveira
UEFS

Prof. Dra.Aldinete Silvino de Lima
UFRB

Feira de Santana - BA

2019

Agradecimentos

Sempre achei está a parte da dissertação mais difícil de ser escrita, creio que por esse motivo foi umas das últimas, talvez porque a vida não se coloca em análise de regressão e não é pelo valor que descobrimos a significância das pessoas na nossa trajetória.

A Deus

Primeiro de tudo, gostaria de agradecer a Deus por me guiar, iluminar e me dar tranquilidade e perseverança para seguir em frente com os meus objetivos e não desanimar com as dificuldades.

A todos

Considerando esta dissertação como resultado de uma caminhada que não começou na UEFS - PROFMAT, agradecer pode não ser tarefa fácil, nem justa. Para não correr o risco da injustiça, agradeço de antemão a todos que de alguma forma passaram pela minha vida e trajetória acadêmica contribuindo para a construção de quem sou hoje.

Marcos Grilo Rosa

Ao Professor Dr. Marcos Grilo Rosa, por seu carinho, paciência, atenção, pelas contribuições teóricas, pela orientação na escolha do meu tema. Por ter sido companheiro na orientação desta dissertação, na realização dos trabalhos apresentados e nas recorrentes "discussões"que travámos, juntamente com sua esposa Jaqueline Grilo que em muitos encontros pôde nos presentear com sua presença e inserções.

Amigos

À amiga Eliene Rodrigues, pelo incentivo, força, amizade, carinho que partilhamos durante nosso caminhar... nas aulas, nas viradas de noite, nas conversas no "whatssap", nas "reuniões"no celular, nas viagens Feira – Berimbal. Às amigas, Verena e Brisa pela amizade que se construiu para além dos espaços da universidade e da cidade de Feira de Santana, pela paciência, compreensão e moradia. Aos amigos da turma PROFMAT – 2017, sem vocês posso dizer com certeza que esse dia não seria possível. Não posso esquecer dos colegas de trabalho e equipe gestora do Colégio Estadual Luis Navarro de Brito pelo apoio incondicional e compreensão pelas minhas ausências justificada.

Família

À minha família, especial minha mãe Telma que dividi comigo as angustias, as alegrias e por me mostrar como a diferença pode ser importante em nossas vidas. A meu pai Luis Gustavo (in memória) que infelizmente Deus não permitiu que presenciasse essa minha mais nova vitória. De onde estiver, ele está feliz e orgulhoso de sua filhota. À meu irmão, Luciano, e meu companheiro Klebson, pelo carinho e força que me oferecem, por estarmos sempre juntos nos momentos mais importantes, posso sempre "contar"com vocês e a minha amada filha Maria Luisa que Deus me trouxe ao final dessa caminhada acadêmica e com sua chegada só me fez ver a vida de uma maneira mais suave, mamãe sempre amará você.

Lista de Figuras

Sumário

Resumo

Tendo em vista as dificuldades apresentadas por alunos do primeiro ano do ensino médio no estudo de funções quadráticas baseado listas de exercícios conteúdo seguido de exemplos e resolução de exercícios - verificamos a necessidade de se investigar as contribuições de outras estratégias de ensino. O objetivo deste trabalho é propor uma sequência didática voltada ao ensino de funções quadráticas por meio da construção de ponte de palitos a partir do modelo de Gaebler e Veronez (2010),analisando após a construção, as características de uma parábola. Apresentando uma análise dos resultados obtidos por meio da elaboração e aplicação de uma sequência didática. Cabe ressaltar que esta Sequencia Didática foi desenvolvida numa turma do primeiro ano do ensino médio de uma escola pública localizada na cidade de Alagoinhas- Ba. Apoiado no diagnóstico realizado pela professora da turma, de um exercício proposto pelo livro didático de Matemática adotado na escola, e tendo como parâmetro um artigo sobre Modelagem Matemática elaboramos e aplicamos uma sequência didática que foi bem acolhida pelos alunos. Os resultados da pesquisa sugerem que a estratégia de confecção de ponte de palitos contribuiu significativamente no processo de ensino e aprendizagem de funções quadráticas da turma.

Palavras-chave: Sequência Didática, Ensino de Matemática. Funções quadráticas. Ponte de Palitos.

Abstract

In view of the difficulties presented by first-year middle school students in the study of quadratic functions based on exercise lists content followed by examples and exercise resolution - We noted the need to investigate the contributions of other teaching strategies. The purpose of this work and propose a didactic sequence focused on the teaching of quadratic functions through the construction of toothpick bridge from the model of Gaebler and Veronez (2010), analyzing after the construction, characteristic features of a pair abolishes. Presenting an analysis of the results obtained through the elaboration of and applying a didactic sequence. It is noteworthy that this didactic sequence was developed in a class of the first year of high school in a public school located in the city of Alagoinhas- Ba. Supported by the class teacher 's diagnosis of an exercise proposed by the textbook atomic Mathematics adopted at school, and taking as its parameter an article on Atomic Mathematical Modeling We designed and applied a didactic sequence that was well received by the students. The results of The research suggests that the strategy of toothpick bridging contributed significantly to the teaching and learning process of quadratic functions of the class. Keywords: Didactic Sequence, Atomic Mathematics Teaching. Quadratic functions. Bridge Toothpicks

Keywords: Didactic Sequence, Mathematics Teaching. Quadratic functions. Toothpick Bridge.

Capítulo 1

Introdução

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio apontam que a Matemática possibilita estabelecer relações e interpretar fenômenos, não se restringindo à descrição da realidade e da elaboração de modelos. O modo de pensar matemático envolve processos que lhe são peculiares, como o de construção e validação de conceitos, de construção de abstrações, de conjecturas, teste de hipóteses e refinamentos de conjecturas, de procedimentos e organização de argumentos para generalizações e conclusões. (BRASIL, 2000, p.9)). Contudo, é perceptível a desmotivação, demonstrada pela realidade da sala de aula, de alunos em todos os níveis (BZUNECK, 2009). Os alunos não conseguem lidar com problemas, formular conjecturas e enxergar padrões para a partir de conceitos e argumentos, elaborar estratégias de soluções.

Segundo Tapia (2001, p.14) "os alunos não estão motivados ou desmotivados abstratamente", mas "em função do significado do trabalho que têm a realizar". Percebe-se que esse sentimento de desmotivação do alunado pode mudar à medida que o professor transforma a sala de aula intervindo com outras estratégias de ensino. Uma possibilidade é a utilização de recursos computacionais para o ensino. Sousa (2014, p.20) aponta que a utilização do software Geogebra permite que o aluno veja "a Matemática em pleno movimento, garantindo com isso a possibilidade de perceber a importância e a essência da Matemática"

Outra possibilidade de estratégia de ensino envolve o uso de materiais concretos. Rodrigues e Mackedanz (2018) propõem a construção de espelhos parabólicos "como um tema gerador para a construção da representação matemática, permitindo a aproximação entre a Óptica Geométrica e o Estudo de Funções Matemáticas - no caso, a função quadrática - dando significado a estas". Ghisleni e Battisti (2018) analisaram aulas de matemática ministradas por uma licencianda em Matemática. As autoras encontraram "indícios de que houve significação do conceito função quadrática pelos estudantes" a partir de duas atividades. Na primeira, os estudantes associaram função quadrática à ideia de área. Na segunda, "a atividade de dobradura para a construção da parábola, a significação que considerou o campo geométrico ampliou o nível dos sentidos produzidos acerca do referido conceito".

Uliana (2013) descreveu a construção de um kit pedagógico nas aulas de Matemática para a inclusão de estudantes cegos. Para a autora "o uso de materiais concretos em sala de aula, principalmente nas aulas de Matemática, configura uma excelente oportunidade do aprendiz cego vivenciar situações corriqueiras, adquirindo informações que podem enriquecer o seu acervo de conhecimento além de reduzir a abstração nas situações de aprendizagem de diversos conteúdos matemáticos." Roratto (2009) "assumiu como conjectura inicial que a maneira essencialmente formal, rigorosa, abstrata e dedutiva com que se apresenta a Matemática aos estudantes pode ser um dos fatores que geram uma baixa compreensão dessa matéria, particularmente quando se trata do ensino de funções em que definições na forma final deste conceito constituem, quase sempre, o ponto de partida para seu ensino"

Geralmente, o conteúdo de funções quadráticas é trabalhado no último ano do Ensino Fundamental e no primeiro do Ensino Médio, seguindo a tradição da Matemática escolar: conteúdo carregado de várias fórmulas (vértice, raízes, etc), seguido de exemplos e resolução de exercícios de repetição. Uma implicação disso é que os alunos, quando se interessam, apenas memorizam o conteúdo sem estabelecer aplicações no seu cotidiano. Nesse sentido, a parábola aparece dentro do estudo do gráfico de funções quadráticas, sem uma apresentação adequada de sua definição como uma cônica, suas propriedades e suas aplicações práticas.

Ao trabalhar funções quadráticas sob a tradição da Matemática Escolar em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio de um escola pública situada na cidade de Alagoinhas, Bahia, obtive resultados insatisfatórios na avaliação da aprendizagem dos alunos. Nesta dissertação, objetivamos propor uma sequência didática de ensino de funções quadráticas por meio da construção de ponte de palitos. Mediante o estudo de autores como Boyer (1974), Braga (2003, 2006), Caraça (1984), Eves (1997) e Zabala (1998), foi então elaborada uma sequência didática em que cada conjunto de situações-problema abordava um conceito-chave que foi importante para o desenvolvimento epistemológico das Funções Quadrática em especial da identificação do gráfico da mesma

Uma das contribuições deste trabalho é o de servir de material de apoio para as aulas referentes ao ensino da função quadrática, de forma a propiciar o próprio aluno a oportunidade de construir conceitos e desenvolver procedimentos matemáticos de várias formas. Desta forma permite-se que o aluno compreenda o significado a partir do que ele está construindo, evitando simples memorização de conceitos técnicos.

Desse modo, esta dissertação está organizada da seguinte maneira: no Capítulo 2 tratamos da fundamentação matemática necessária para a compreensão deste trabalho; no Capítulo 3, apresentamos a proposta de sequencia didática para o ensino de funções quadrática por meio da construção de ponte de palitos a qual foi desenvolvida em 12 aulas, sendo as iniciais voltada a teórica da função quadrática, outras direcionadas a confecção das ponte de palitos tendo como parâmetro o artigo sobre modelagem matemática e as últimas apresentação das maquetes; no Capítulo 4, discutimos os resultados trazendo para o leitor os planos de aulas utilizados no decorrer da aplicação da sequencia didática e no Capítulo 5, tecemos considerações finais.

Capítulo 2

Funções Quadráticas

Neste capítulo apresentamos o referencial teórico adotado na nossa investigação, tendo a fundamentação teórica baseada na literatura adotada durante a minha jornada no PROFMAT, especificamente, nas obras de Delgado (2017) e Lima (2013), no livro didático adotado pela Unidade Escolar de Souza e Garcia (2016), em Lima (2016) e na experiência acadêmica e profissional da autora/professora desta dissertação.

2.1 O conceito de parábola

Nesta seção, apresentaremos a definição de parábola, a definição baseada na geometria analítica, a definição apresentada para os discentes a partir do livro didático e a definição apresentada pela autora/professora na sala de aula.

Boyer (1974) indica que embora existam registros de precursores de Apolônio, foi este quem tratou minuciosamente o estudo das cônicas, ao escrever:

> "[...] mas assim como Os Elementos de Euclides substituíram textos elementares anteriores, assim em nível mais avançado o tratado sobre *Cônicas de Apolônio* derrotou todos os rivais no campo das secções cônicas, inclusive *As Cônicas de Euclides*, e na antiguidade nenhuma tentativa parece ter sido feita para aperfeiçoá-lo. Se a sobrevivência é uma medida de qualidade, *Os Elementos de Euclides* e *As cônicas de Apolônio* foram claramente as melhores obras em seus campos"(BOYER, 1974, p.106-107).

Definição 2.1.1. Parábola é a cônica ou seja a curva intersecção de um plano com um cone, definida pela intersecção de um plano com um cone isto é, um sólido gerado pela revolução completa de um triângulo retângulo em torno de um dos lados do ângulo reto de tal forma que o plano seja paralelo a uma geratriz ou seja, segmento de linha que tenha uma extremidade no vértice do cone e a outra na curva que envolve a base deste.

De acordo com a Figura 2.1 a seguir, a parábola, P obtida ao secionarmos um cone reto C de vértice $\mathcal{V}$, por um plano α paralelo a uma de suas geratrizes g, é o lugar geométrico dos pontos do plano α que equidistam de um ponto $\mathcal{F}$ chamado foco e de uma reta r denominada diretriz.

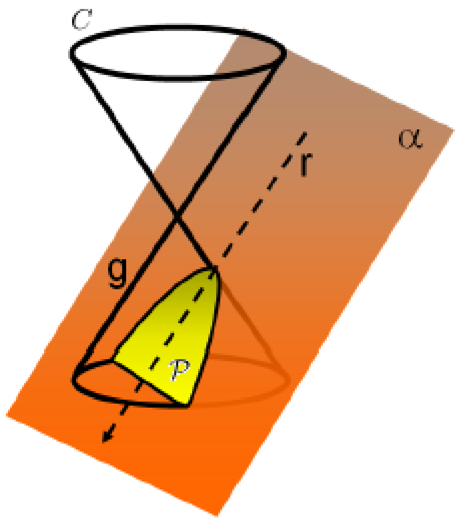


Figura 2.1: Visualização geométrica de uma parábola como uma secção cônica. Fonte: http://www.dm.ufrpe.br/sites/www.dm.ufrpe.br/files/tcc_kenji_chung_saldanha.pdf . Acesso em: 06 out. 2019.

Delgado (2017) apresenta a seguinte definição de parábola, equivalente à Definição 2.1.1 :

Definição 2.1.2. Sejam $\mathcal{L}$ uma reta e F um ponto do plano não pertencente a $\mathcal{L}$. A **parábola** $\mathcal{P}$ de **foco** F e **diretriz** $\mathcal{L}$ é o conjunto de pontos do plano cuja distância a F é igual à sua distância a $\mathcal{L}$

$$\mathcal{P} = \{\mathcal{P} \in d(P, F) = d(P, \mathcal{L})\}$$

Lima (2016) apresenta uma definição de parábola equivalente às Definições 2.1.1 e 2.1.2:

> ”Dados um ponto F e uma reta d que não o contém, a *parábola* de *foco* F e *diretriz* d é o conjunto dos pontos do plano que distam igualmente de F e de d. A reta perpendicular à diretriz, baixada a partir do foco,chama-se o eixo da parábola. O ponto da parábola mais próximo da diretriz chama-se o vértice dessa parábola. Ele é o ponto médio do segmento cujas extremidades são o foco e a interseção do eixo com a diretriz.”

O livro didático de Souza e Garcia (2016) possibilita que o professor apresente aos seus alunos uma definição de parábola centrada no eixo de simetria e no vértice da parábola, conforme Definição 2.1.3 e Figura 2.4:

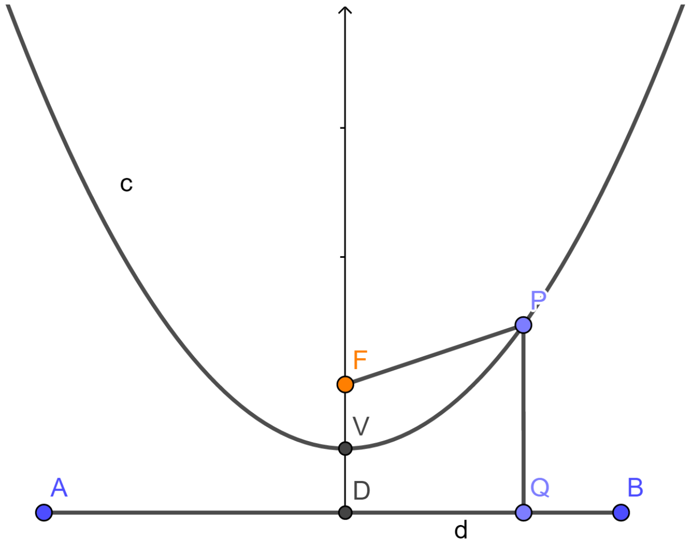


Figura 2.2: Visualização geométrica de uma parábola no plano

Definição 2.1.3. O gráfico da função $f = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ é uma curva denominada **parábola**. Toda parábola possui um **eixo de simetria**, que a intersecta em um único ponto, denominado de **vértice da parábola**.

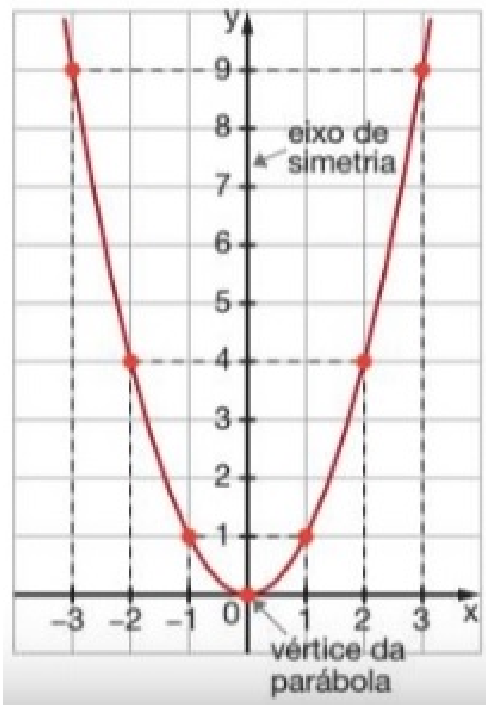


Figura 2.3: Gráfico de uma função quadrática com destaques para o eixo de simetria e para o vértice da parábola. Fonte: (SOUZA; GARCIA, 2016, p. 107)

A função f a que se refere Souza e Garcia (2016) é a função $f(x) = ax^2+bx+c$, $a \neq 0$. Nota-se que o livro didático opta por estabelecer um axioma: o gráfico de uma função quadrática é uma parábola. Neste sentido, o processo de construção do gráfico e de dedução de equações a partir da definição de parábola são desprezados, empurrando para o aluno a memorização de fórmulas e de regras.

2.2 Equações canônicas da parábola

Vamos apresentar as equações canônicas da parábola em relação a um sistema de coordenadas OXY, baseada na classificação de Delgado (2017). Nesses casos, tem-se que a reta focal l é a reta que contém o foco é perpendicular à diretriz.

Caso I: O foco F está **à direita** da diretriz $\mathcal{L}$. Nesse caso: a diretriz é paralela ao eixo vertical OY e o foco está no eixo horizontal OX; a diretriz está à esquerda do eixo vertical e o foco, à direita do eixo vertical; $F = (p,0)$ e $\mathcal{L}$: x = -p, onde $2p = d(F,\mathcal{L}\ )$. Como o vértice da parábola $\mathcal{P}$ é a origem V = (0,0), temos que o foco é o ponto $F = (p,0)$ e a diretriz é a reta $\mathcal{L}$: x = -p, onde 2p = $d(\mathcal{F}, \mathcal{L})$. A Figura 2.4 mostra a representação geométrica no plano cartesiano de uma parábola com o foco à direita da reta diretriz.

$$
\begin{aligned}
P = (x, y) \in \mathcal{P} \quad &\Leftrightarrow \quad d(P, F) = d(P, \mathcal{L}) \\
&\Leftrightarrow \quad \sqrt{(x-p)^2 + y^2} = |x + p| \\
&\Leftrightarrow \quad (x-p)^2 + y^2 = (x+p)^2 \\
&\Leftrightarrow \quad x^2 - 2px + p^2 + y^2 = x^2 + 2px + p^2 \\
&\Leftrightarrow \quad -2px + y^2 = 2px \\
&\Leftrightarrow \quad y^2 = 4px
\end{aligned}
$$

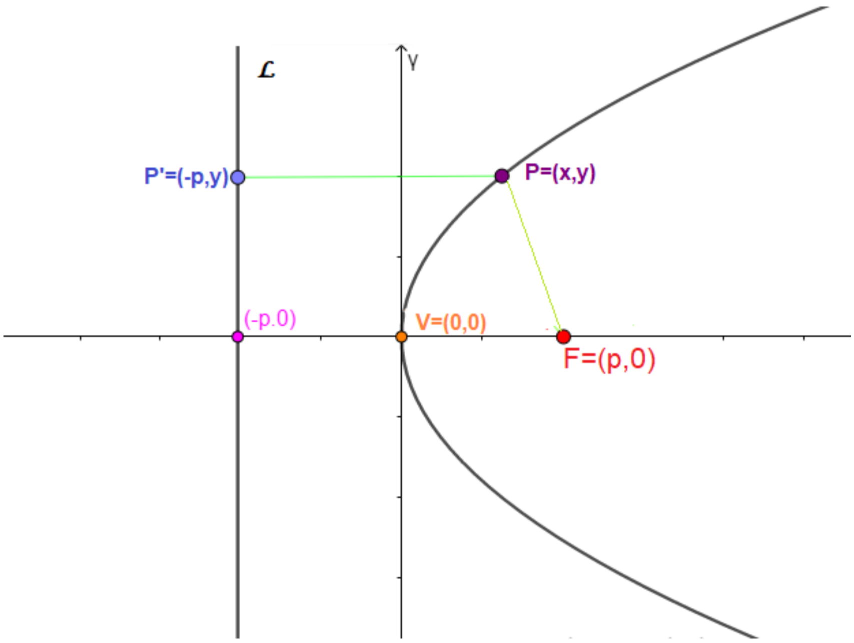


Figura 2.4: Parábola com foco à direita da diretriz.

Caso II: O foco F está à esquerda da diretriz $\mathcal{L}$. Nesse caso: a diretriz é paralela ao eixo vertical OY e o foco está no eixo horizontal OX; a diretriz está à direita do eixo vertical e o foco, à esquerda do eixo vertical; F = (-p,0) e $\mathcal{L}$: $x = p$, onde $2p = d(F,\mathcal{L}\ )$. A Figura 2.5 mostra a representação geométrica no plano cartesiano de uma parábola com o foco à esquerda da reta diretriz.

$$
\begin{aligned}
P = (x, y) \in \mathcal{P} \quad &\Leftrightarrow \quad d(P, F) = d(P, \mathcal{L}) \\
&\Leftrightarrow \quad \sqrt{(x+p)^2 + y^2} = |x - p| \\
&\Leftrightarrow \quad (x+p)^2 + y^2 = (x-p)^2 \\
&\Leftrightarrow \quad x^2 + 2px + p^2 + y^2 = x^2 - 2px + p^2 \\
&\Leftrightarrow \quad 2px + y^2 = -2px \\
&\Leftrightarrow \quad y^2 = -4px
\end{aligned}
$$

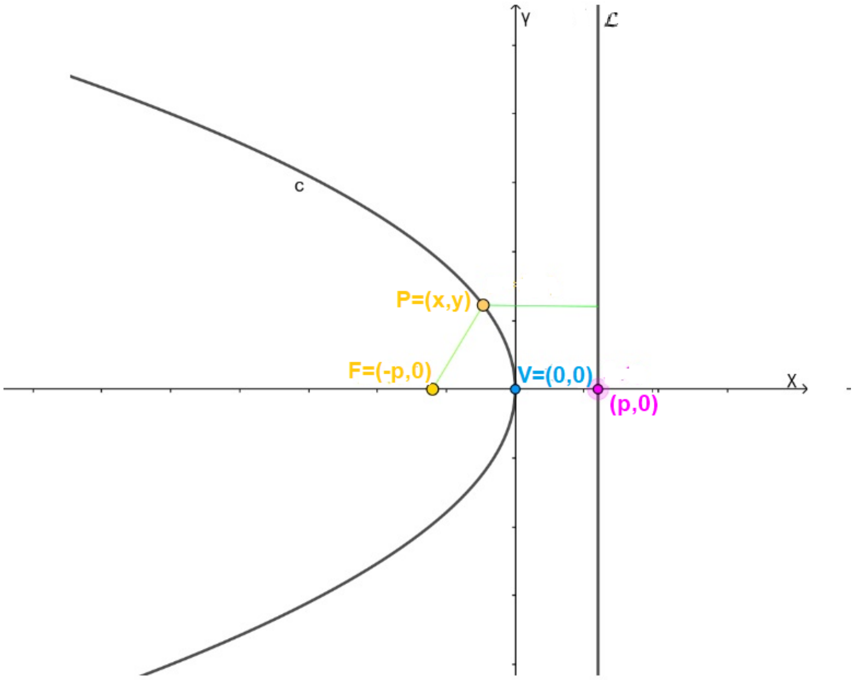


Figura 2.5: Parábola com foco à esquerda da diretriz.

Caso III: O foco F está **acima** da diretriz $\mathcal{L}$. Nesse caso: a diretriz é paralela ao eixo horizontal OX e o foco está no eixo vertical OY; a diretriz está abaixo do eixo horizontal e o foco, acima do eixo horizontal; F = (0,p) e $\mathcal{L}$: y = -p, onde $2p = d(F,\mathcal{L}\ )$. A Figura 2.6 mostra a representação geométrica no plano cartesiano de uma parábola com o foco acima da reta diretriz.

$$
\begin{aligned}
P = (x, y) \in \mathcal{P} \quad &\Leftrightarrow \quad d(P, F) = d(P, \mathcal{L}) \\
&\Leftrightarrow \quad \sqrt{x^2 + (y-p)^2} = |y + p| \\
&\Leftrightarrow \quad x^2 = 4py \\
&\Leftrightarrow \quad y = \frac{x^2}{4p}
\end{aligned}
$$

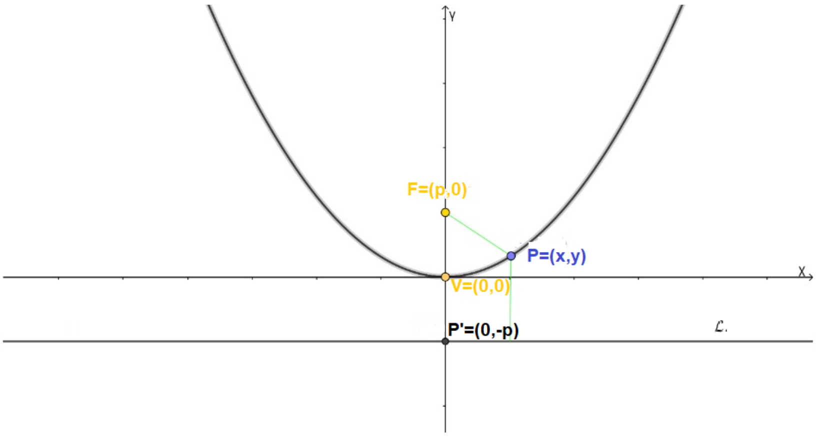


Figura 2.6: Parábola com foco acima da diretriz.

Caso IV: O foco F está **abaixo** da diretriz $\mathcal{L}$. Nesse caso: a diretriz é paralela ao eixo horizontal OX e o foco está no eixo vertical OY; a diretriz está acima do eixo horizontal e o foco, abaixo do eixo horizontal; $F = (0{,}\text{-}p)$ e $\mathcal{L}$: $y = p$, onde $2p = d(F{,}\mathcal{L}\ )$. A Figura 2.7 mostra a representação geométrica no plano cartesiano de uma parábola com o foco abaixo da reta diretriz.

$$\begin{aligned} P = (x, y) \in \mathcal{P} \quad &\Leftrightarrow \quad d(P, F) = d(P, \mathcal{L}) \\ &\Leftrightarrow \quad \sqrt{x^2 + (y+p)^2} = |y - p| \\ &\Leftrightarrow \quad x^2 = -4py \\ &\Leftrightarrow \quad y = -\frac{x^2}{4p} \end{aligned}$$

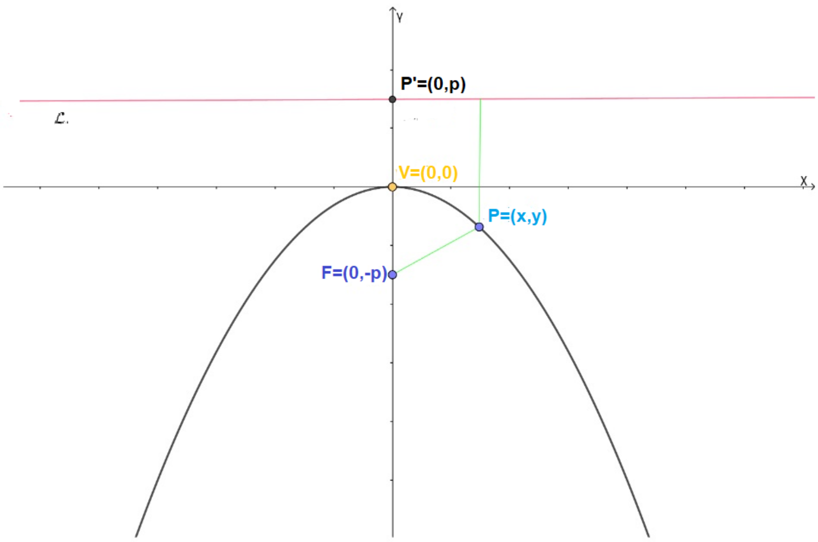


Figura 2.7: Parábola com foco abaixo da diretriz.

2.3 Função Quadrática

Lima (2016, p. 122) ressalta a importância do estudo de função quadrática ao escrever que "problemas das funções quadráticas recaem numa equação do segundo grau desde os textos cuneiformes escritos pelos babilônios há quase quatro mil anos".

Na sala de aula, levando em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes no estudo de equação quadrática em séries anteriores, a autora/professora dessa dissertação opta por apresentar a definição de função quadrática aos alunos, conforme o quadro a seguir:

> Uma função quadrática é uma função polinomial ou seja uma função que possui uma expressão polinomial em sua definição é do segundo grau, tal que o maior expoente da variável x possui valor igual a dois e é escrita da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, com coeficiente a $\neq 0$. Ou seja, uma função quadrática é uma função
>
> $$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
>
> $$x \mapsto f(x) = ax^2 + bx + c$$
>
> onde $a \in \mathbb{R}^*$, b e $c \in \mathbb{R}$.

Os estudantes são alertados de que funções do tipo $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ com $f(x) = bx + c$ não são quadráticas. Após alguns exercícios, em seguida, a autora/professora apresenta a definição de função quadrática segundo o livro didático adotado de Souza e Garcia (2016, p. 104)

Definição 2.3.1. Uma função $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ que a todo número $x \in \mathbb{R}$ associa o número $ax^2 + bx + c$ com a, b e c reais e $a \neq 0$ é denominada de função quadrática

$$x \mapsto ax^2 + bx + c$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

ou

$$y = ax^2 + bx + c$$

Dizemos que a,b e c são coeficientes da função.

Vamos mostrar que uma função quadrática pode ser escrita na forma $f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0$. A partir de manipulações algébricas, temos:

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

$$= a\left[x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}\right]$$

$$= a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right]$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$= a(x - x_0)^2 + y_0$$

onde $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$ e $y_0 = \dfrac{4ac - b^2}{4a}$. Através da forma $f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0$, é possível compreender propriedades importantes como o valor que maximiza ou minimiza uma função quadrática. Por exemplo, notemos que, o ponto da parábola mais próximo da diretriz é o vértice da parábola, que possui abscissa $x_v = -\dfrac{b}{2a}$ e ordenada $y_v = -\dfrac{\delta}{4a} = -\dfrac{b^2 - 4ac}{4a}$.

Assim, a abscissa e a ordenada do seu vértice são respectivamente iguais a $x_v = x_0$ e ordenada $y_v = y_0$. Assim, considerando $a > 0$, percebemos que $f(x)$ atinge seu valor mínimo em $x = x_0$, conforme Figura 2.6. Quando $a < 0$, $f(x)$ atinge seu valor máximo em $x = x_0$, conforme Figura 2.7. A reta vertical $x = x_0 = -\dfrac{b}{2a}$ é o eixo de simetria do gráfico de $f(x)$, conforme Figura 2.8.

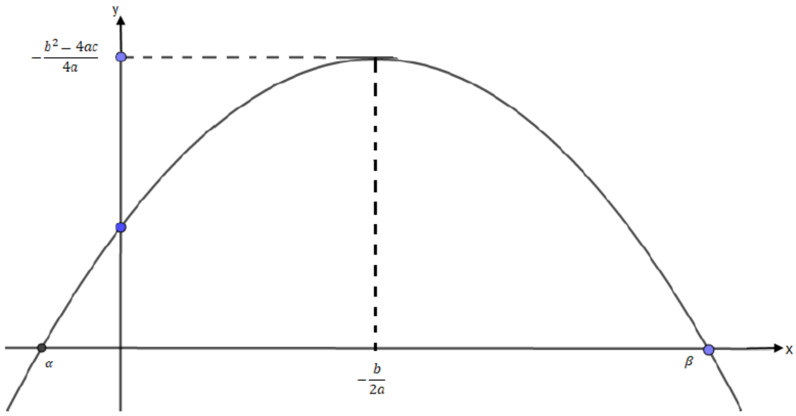


Figura 2.8: Representação do eixo de simetria no gráfico de uma função quadrática.

A Figura 2.8 permite visualizar a relação entre o eixo de simetria e os zeros da função quadrática. De fato, a média aritmética dos zeros de uma função quadrática, caso existam, é igual a $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$. Ou seja, pela Figura 2.8:

$$x_0 = \frac{\alpha + \beta}{2} = -\frac{b}{2a}$$

Capítulo 3

Construindo ponte de palitos para aprender funções quadráticas

Neste capítulo, descrevemos a sequência de atividades que desenvolvemos com alunos do primeiro ano do Ensino Médio. Na Seção 3.1, relatamos o contexto que levou a autora/professora da turma perceber a necessidade de outra estratégia de ensino de funções. Na Seção 3.2, relatamos a experiência vivenciada pelos alunos que construíram pontes de palito para o aprendizado de funções quadráticas.

3.1 Contexto

A atividade foi aplicada para alunos de uma turma do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública situada na cidade de Alagoinhas - Bahia. O estudo de funções quadráticas integra o currículo de Matemática do primeiro ano do Ensino Médio.

O livro adotado pela unidade escolar Contato Matemática dos autores Joamir Roberto de Souza e Jacqueline da Silva Ribeiro Garcia, publicado pela editora FTD, 2016, traz para os alunos dois exemplos iniciais de funções quadráticas com ilustrações. O primeiro exemplo faz uma associação ao salto do canguru a uma curva que ainda não é denominada de parábola, conforme Figura 3.1.

Figura 3.1: Exemplo do salto do canguru do livro didático (SOUZA; Garcia, 2016, p. 103)

O segundo exemplo trata da área de uma horta comunitária no formato de retângulo, conforme Figura 3.2, demostrando assim que o aluno deve ter um conhecimento prévio do cálculo da área de figuras geométricas. Outros exemplos com abordagem geométrica são apresentados aos alunos, como o cálculo da área do losango, de retângulos, de triângulos, de círculos, fórmula de diagonais, dentre outros.

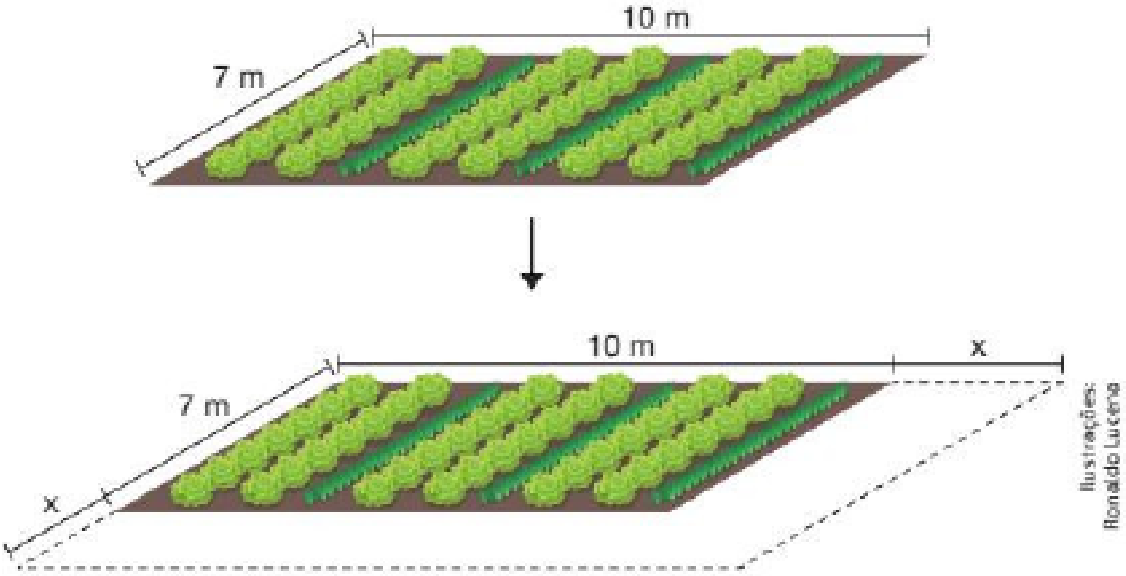


Figura 3.2: Exemplo do livro didático (SOUZA; Garcia, 2016, p. 104)

O livro didático apresenta o conceito de função quadrática acompanhado de muitos exercícios. Em seguida, o livro didático trata da construção do gráfico da função quadrática, retomando a ilustração do início do capítulo sobre o salto do canguru. O livro didático aborda o significado dos coeficientes a, b e c, através de explicações por meio de gráficos. Os zeros da função quadrática e o vértice da parábola são apresentados em seções específicas. Na sequência, o livro didático associa o vértice da parábola com os pontos de máximos e mínimos de uma função quadrática, encerrando o conteúdo com o estudo do sinal.

A professora iniciou o estudo das funções quadráticas, dando ênfase aos conhecimentos prévios dos alunos sobre equações do segundo grau, estudada em anos anteriores. Foi feita uma revisão do estudo e do cálculo das raízes de uma equação do segundo grau. Muitas das questões eram contextualizada retiradas do próprio livro texto adotado pela Unidade de Ensino. A professora prosseguiu com aulas teóricas sobre funções quadráticas. Em seguida, aplicou uma atividade avaliativa, conforme mostra a Tabela 3.1, na qual exigiu-se dos alunos o reconhecimento de uma função quadrática e a identificação de características específicas, a exemplo do vértice da parábola.

Após a aplicação da atividade avaliativa, a professora percebeu que muitos alunos ainda não conseguiam fazer uma interlocução entre os conhecimentos da equação do segundo grau com funções quadráticas. Muitos alunos não conseguiram interpretar o enunciado das questões 3 e 4, as quais esperava-se serem respondidas a partir de conhecimentos prévios e do que foi explicado nas aulas.

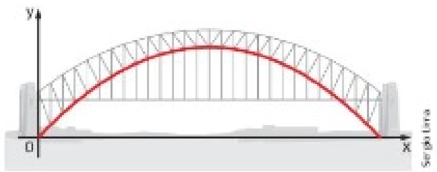
Tabela 3.1: Atividade avaliativa parcial

Teste de Matemática - III Unidade

1. Em cada um dos itens abaixo, determine o vértice da função dada.
   (a) $f(x) = x^2 + 8x + 9$
   (b) $f(x) = 9 - x^2$
   (c) $f(x) = 9x - x^2$
2. Quantos zeros possui cada uma das funções abaixo?
   (a) $f(x) = x^2 + 4$
   (b) $f(x) = x^2 + 4x + 4$
   (c) $f(x) = -x^2 + 4x + 4$
3. (ANGLO) Qual o valor de m para que a parábola definida por $y = x^2 + mx + 9$ possui um único zero?
   (a) $m = 6$ ou $m = -6$
   (b) $-6 \leq m \leq 6$
   (c) $m \leq 6$
   (d) $-6 < m < 6$
   (e) $m \geq 6$
4. (GV) A função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, dada por $f(x) = ax^2 - 4x + a$ tem um valor máximo e admite dois zeros reais e iguais. Nessas condições $f(-2)$ é igual a:
   (a) 4 (b) 2 (c) 0 (d) $\frac{-1}{2}$ (e) -2
5. Dada a função definida por $f(x) = (2x - 1)(3 - x)$, calcule:
   (a) $f(0)$
   (b) $f(1)$
   (c) $f(-2)$
   (d) $f(-1)$

Diante da dificuldade relatada pelos alunos na resolução das questões, a professora compreendeu que a turma necessitava de outra estratégia de ensino de funções quadráticas. A Figura 3.3 mostra um dos exercícios presentes no livro didático. A atividade trata do gráfico de uma função quadrática contextualizada em uma estrutura de uma ponte. Desta forma, a professora idealizou a construção de uma sequência de atividades que envolveu a utilização de material manipulável confeccionado pelos próprios alunos.

[...] Algumas pontes, por exemplo, apresentam em sua estrutura um arco em forma de parábola. Observe o esquema de uma ponte sobre um rio cujo arco lembra uma parábola.



Esse arco pode ser representado matematicamente pela função $y = -0{,}0021x^2 + 1{,}0563x$, na qual y representa a distância em linha reta a partir de uma extremidade do arco no nível do rio, ambos expressos em metros.

a) Supondo que uma pessoa escale a ponte representada no esquema, qual será a maior altura que ela poderá atingir, em relação ao nível do rio?
b) Qual é a distância entre as extremidades do arco formado pela ponte, representada no esquema, no nível do rio?

Figura 3.3: Atividade do livro didático (SOUZA; GARCIA, 2016, p. 123)

Como pode-se notar, a questão da Figura 3.3 aborda a construção de uma ponte cuja estrutura é um arco em forma de parábola. Para a construção de gráficos de funções quadráticas, a professora recorreu à abordagem de construção a partir da união de pontos. Assim, foi solicitado que os alunos trouxessem para a sala de aula papel milimetrado no qual foi confeccionado dois exemplos distintos de gráficos: um com concavidade para cima e outro com concavidade para baixo, dando-se ênfase ao valor numérico do coeficiente a. Em seguida, a professora solicitou aos alunos que realizassem uma pesquisa para que os mesmos pudessem perceber outras pontes no Brasil e no mundo que continham a mesma característica. Com a pesquisa dos alunos em mãos, a professora deslocou a turma para a sala de multimídia localizada na instituição de ensino.

Com o auxílio de uma apresentação no Power Point, a professora pôde mostrar fotos de diversas pontes localizadas no Brasil e no mundo que possuíam em sua estrutura um desenho que se aproxima de uma parábola. A professora mostrou para os alunos uma descrição detalhada da ponte sobre o rio Iguaçu na cidade União da Vitória, PR, destacada do artigo de Gaebler e Veronez (2010), o qual observa parâmetros específicos da parábola anteriormente já estudados pela turma. Esses elementos favoreceram a implementação do projeto de construção de ponte de palitos conforme detalharemos na Seção 3.2.

3.2 Descrição da atividade

Este trabalho foi realizado em doze aulas, com duração de 50 minutos cada aula. A escolha da turma deu-se pelo fato da autora/professora ter percebido a dificuldade dos alunos na aprendizagem do conteúdo funções quadráticas. Ademais, a turma tem disposição para a realização de atividades que rompem com a tradição da Matemática Escolar. As aulas foram ministradas durante o mês de setembro, no ano de 2018, no turno matutino. Foram feitas seis aulas teórico-explanatórias e três aulas práticas para a confecção das parábolas no papel. Nas três últimas aulas, deu-se a confecção da ponte de palitos seguida da socialização dos objetos construídos entre os alunos.

Neste tipo de atividade, a problematização, a observação, a reflexão, a resolução e a materialização de um problema oportuniza ao aluno a percepção da evolução de seu próprio aprendizado. Na confecção da ponte, o próprio aluno identificou elementos de uma função quadrática explicados nas aulas teóricas, visualizando de forma palpável algumas características da parábola. Outro aspecto que reforçou o desejo de propor a construção de ponte de palitos foi a possibilidade de buscar respostas significativas para indagações básicas e repetitivas que os alunos sempre apresentam na introdução de cada assunto matemático como, por exemplo, "Por que estudar isto?", "Onde vou aplicar esse assunto no dia a dia?".

3.2.1 Aulas teórico-explanatórias

As duas primeiras aulas foram dedicadas a uma revisão de equação de segundo grau, já que os alunos estudaram esse conteúdo no 9º Ano do Ensino Fundamental. Em seguida, foram ministradas três aulas sobre função quadrática, com ênfase na construção e análise do seu gráfico. Os exemplos estudados em sala de aula para aplicação do conteúdo estudado foram retirados do livro didático de Souza e Garcia (2016), adotado pela instituição de ensino no ano letivo de 2018. A Figura 3.4 mostra um dos exemplos que foram aplicados aos alunos.

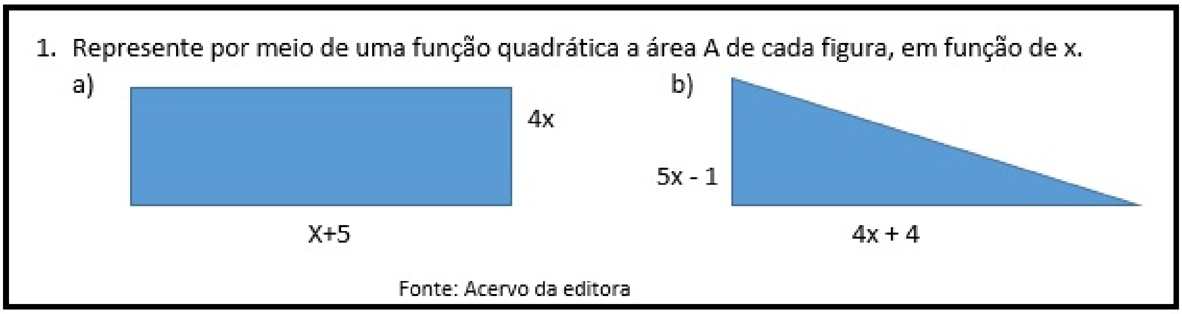


Figura 3.4: Atividade do livro didático (SOUZA; GARCIA, 2016, p. 106)

Chamando de $B(x)$ a medida da base do retângulo e $h(x)$ a medida da altura, a letra a) do exemplo da Figura 3.4 tem como solução:

$$A(x) = B(x)h(x) \quad \Leftrightarrow \quad A(x) = (x+5)(4x)$$

$$\Leftrightarrow \quad A(x) = 4x^2 + 20x$$

A letra b) do exercício da Figura 3.4 tem como solução:

$$A(x) = \frac{B(x)h(x)}{2} \quad \Leftrightarrow \quad A(x) = \frac{(4x+4)(5x-1)}{2}$$

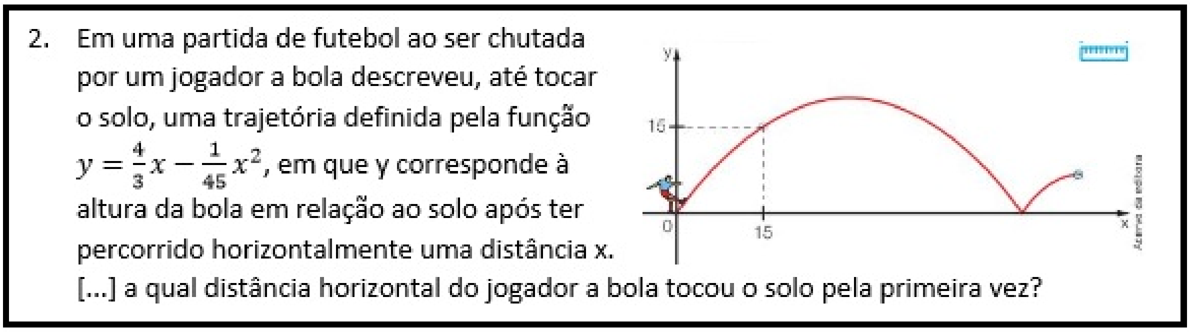
$$\Leftrightarrow \quad A(x) = \frac{20x^2 - 4x + 20x - 4}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad A(x) = \frac{20x^2 - 16x - 4}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad A(x) = 10x^2 - 8x - 2$$

Com a resolução do exemplo da Figura 3.4, a professora pôde notar que o livro didático enfatiza conhecimentos geométricos atrelados aos de conteúdos algébricos. Isso demonstra a importância dos professores explorarem a geometria com mais ênfase, principalmente pelo fato de ser possível a utilização de ilustrações, situações do cotidiano ou até mesmo visualizações de fácil entendimento e compreensão do alunado. Em seguida, os alunos continuaram a resolver questões similares do livro didático.

O próximo exemplo, conforme mostra a Figura 3.5, é um exercício do livro didático que traz a função quadrática de forma contextualizada:



2. Em uma partida de futebol ao ser chutada por um jogador a bola descreveu, até tocar o solo, uma trajetória definida pela função $y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{45}x^2$, em que y corresponde à altura da bola em relação ao solo após ter percorrido horizontalmente uma distância x. [...] a qual distância horizontal do jogador a bola tocou o solo pela primeira vez?

Figura 3.5: Atividade do livro didático (SOUZA; GARCIA, 2016, p. 118)

Dada a função $y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{45}x^2$, tem-se os coeficientes, $a = -\frac{1}{45}$, $b = \frac{4}{3}$ e $c = 0$. Conforme o enunciado da questão, é razoável que consideremos o valor de x em metros. Sendo assim, a distância horizontal do jogador ao ponto onde a bola tocou o chão, será dada em metros. Desta forma, temos que encontrar o ponto $(x, 0)$, ou seja, basta calcularmos os zeros da função $(y = 0,)$. Logo,

$$\frac{4}{3}x - \frac{1}{45}x^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{1}{45}x^2 + \frac{4}{3}x + 0 = 0$$

Disso, temos que $\triangle = \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 4\left(-\frac{1}{45}\right).0 = \frac{16}{9}$. Para o cálculo dos zeros da função, temos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\triangle}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-\frac{4}{3} \pm \sqrt{\frac{16}{9}}}{2.\left(-\frac{1}{45}\right)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-\frac{4}{3} + \sqrt{\frac{16}{9}}}{2.\left(-\frac{1}{45}\right)} = 0$$

ou

$$x = \frac{-\frac{4}{3} - \sqrt{\frac{16}{9}}}{2.\left(-\frac{1}{45}\right)} = 60$$

Assim temos então que a distância horizontal do jogador ao ponto que a bola tocou o solo pela primeira vez será de 60 metros. Esse tipo de questão explora situações de aprendizagem que leva o estudante a resolver problemas de localização e deslocamento de pontos no espaço, estimulando a comparação de distâncias.

3.2.2 Construindo gráficos de funções quadráticas

Após a apresentação de outros exemplos contextualizados encontrados no livro didático, a professora dividiu a turma em equipes de no máximo quatro alunos, para que tentassem resolver questões sobre construção de gráficos. A professora propôs a seguinte atividade:

Dada a função $f(x) = -x^2 + x + 6$, preencha a tabela para determinar os pares (x, y):

x	$f(x) = -x^2 + x + 6$	(x, y)
-3	$f(x) = -(3)^2 + (-3) + 6$	$(-3, -6)$
-2	$f(x) = -(-2)^2 + (-2) + 6$	$(-2, 0)$
-1	$f(x) = -(-1)^2 + (-1) + 6$	$(-1, 4)$
0	$f(x) = -0^2 + 0 + 6$	$(0, 6)$
1	$f(x) = -1^2 + 1 + 6$	$(1, 6)$
2	$f(x) = -2^2 + 2 + 6$	$(2, 4)$
3	$f(x) = -3^2 + 3 + 6$	$(3, 0)$

Em seguida, os alunos localizaram esses pontos no plano cartesiano e com a ajuda da professora, perceberam que o conjunto de todos os pontos (x, y), com x real e $y = -x^2 + x + 6$, pertencem ao gráfico da função $f(x) = -x^2 + x + 6$. A professora conduziu a atividade de maneira que os estudantes enxergassem que o gráfico da função $f(x) = -x^2 + x + 6$ é representado por uma curva chamada parábola, conforme Figura 3.6.

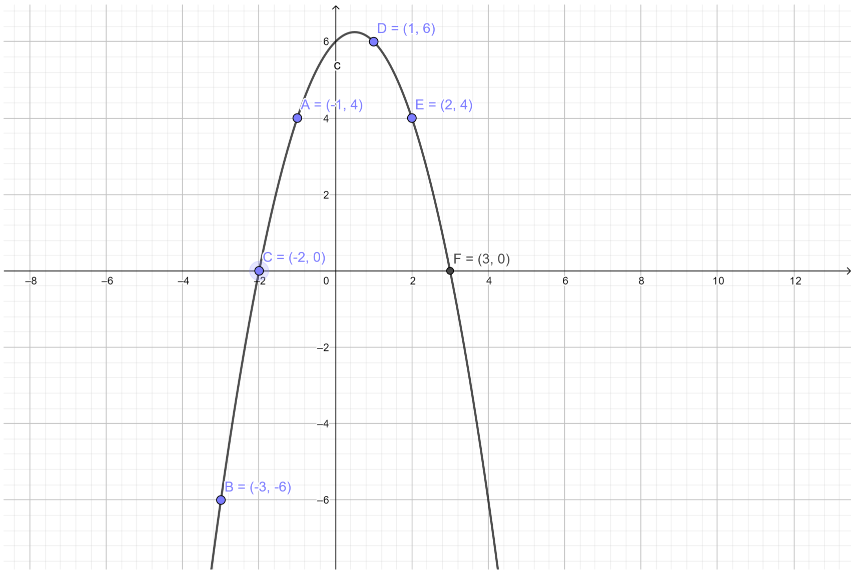


Figura 3.6: Gráfico da função $y = -x^2 + x + 6$

Após conseguirem construir o gráfico da função $f(x) = -x^2 + x + 6$ com o auxílio da professora, os alunos foram desafiados a confeccionar sozinhos gráficos de outras funções, como mostra a atividade da Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Atividade para construção de gráficos

1. Construa os gráficos das funções definidas por:
   (a) $f(x) = x^2 + 2x - 3$
   (b) $f(x) = -x^2 - 4x + 4$

A professora pôde perceber que esse tipo de explanação, ou seja, a construção de gráficos a partir de pontos no plano cartesiano, é uma abordagem utilizada principalmente pelos livros didáticos. A experiência da professora no Profmat a fez perceber que a construção do gráfico de uma função quadrática na Educação Básica é estabelecida através de um axioma: "O gráfico de uma função quadrática é uma parábola". Os alunos são "induzidos" a ligarem pontos no plano cartesiano que satisfazem uma função quadrática, gerando uma curva denominada de parábola nem sempre com a preocupação de outras questões como o domínio da função, a escolha dos pontos, dentre outros. Leva-se em consideração três características principais: 1) as raízes da equação do segundo grau associada à função quadrática, ou seja, os zeros da função quadrática; 2) o vértice da parábola; 3) o sinal do coeficiente a.

Para o cálculo dos zeros de uma função quadrática, o livro didático faz uma correlação com a fórmula resolutiva de uma equação do segundo grau: "Para determinar os zeros de uma função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, fazemos $f(x) = 0$ e resolvemos a equação do segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$" (SOUZA; GARCIA, 2016, p. 115). O livro didático apresenta para o aluno uma tabela ilustrativa, conforme Figura 3.7:

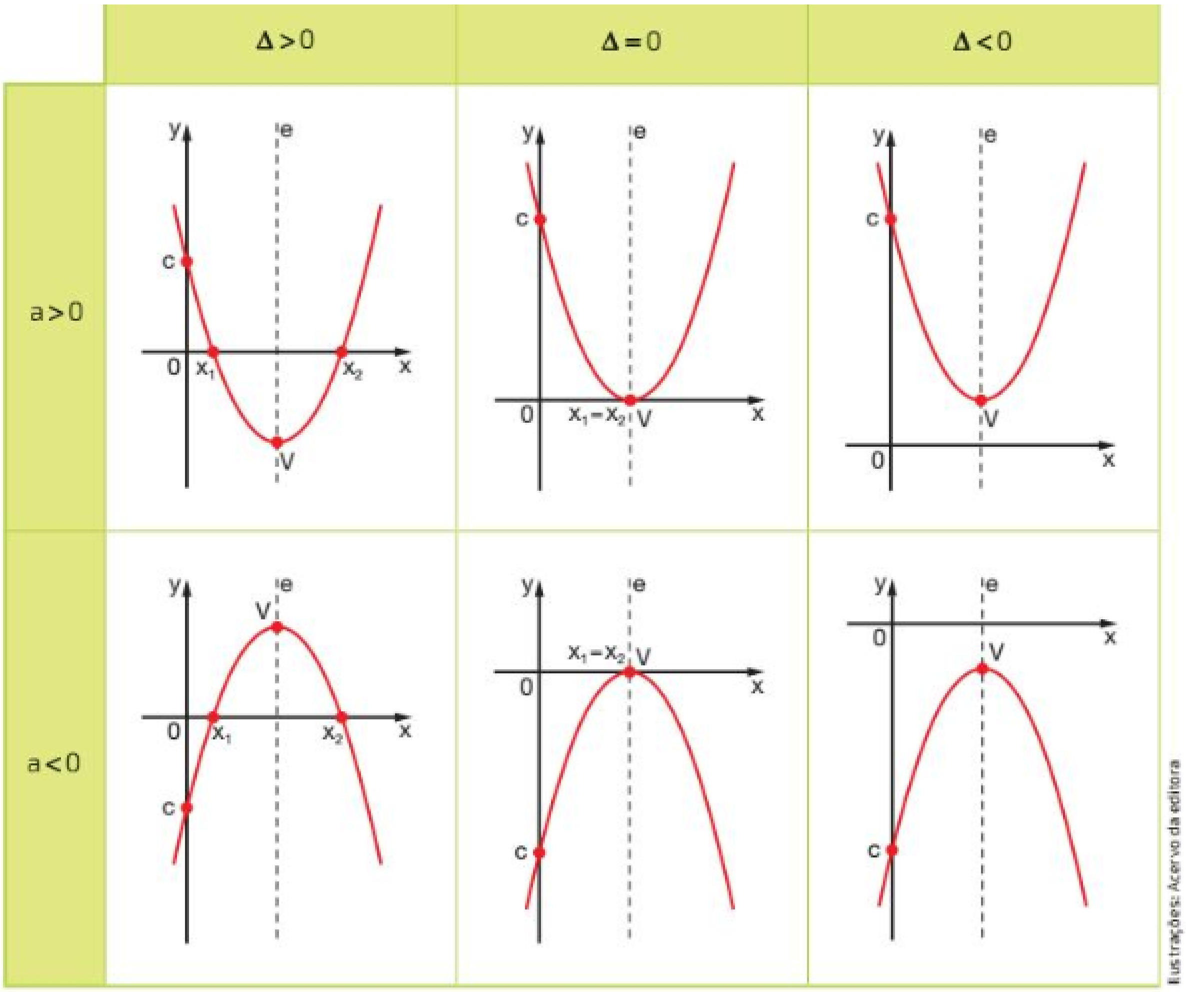


Figura 3.7: Possibilidades de gráficos de uma função quadrática (SOUZA; GARCIA, 2016, p. 116)

A Figura 3.7 pode ser resumida da seguinte forma:

∗ Quando $\triangle > 0$, a função $y = ax^2 + bx + c$ tem dois zeros reais diferentes;

∗ Quando $\triangle = 0$, a função $y = ax^2 + bx + c$ tem um único zero real;

∗ Quando $\triangle < 0$, a função $y = ax^2 + bx + c$ não tem zeros reais;

Com essas condições, tem-se a análise da relação do discriminante $\triangle$ com o gráfico de uma função quadrática:

∗ Quando $\triangle > 0$, a parábola corta o eixo x em dois pontos distintos;

∗ Quando $\triangle = 0$, a parábola e o eixo x têm apenas um ponto em comum, ou seja, a parábola tangencia o eixo x;

∗ Quando $\triangle < 0$, a parábola não corta o eixo x;

A análise da influência do coeficiente a da função quadrática é estabelecida pelo livro didático como um axioma:

$*$ Quando $a > 0$, a parábola possui concavidade voltada para cima
$*$ Quando $a < 0$, a parábola possui concavidade voltada para baixo

Para a realização da atividade descrita na Tabela 3.2, a professora solicitou que os gráficos fossem confeccionados em papel milimetrado, na posição horizontal, para que os alunos pudessem perceber o comportamento da parábola quando o coeficiente a da função quadrática possui valor numérico positivo ou negativo. Para tanto, foi solicitado pela professora que os alunos consultassem a tabela da Figura 3.7, apresentada pelo livro didático. A intenção é que a turma pudesse identificar o traçado do gráfico levando em consideração os valores do discriminante, do coeficiente a, dos zeros e das coordenadas do vértice. Os gráficos foram confeccionados a partir de uma tabela de pontos da parábola em questão no plano cartesiano. Os pontos foram identificados no plano cartesiano e, em seguida, a professora pediu aos alunos que efetuassem uma verificação a partir das fórmulas anteriormente demonstradas na sala de aula.

Levando em consideração a dinâmica da aula, a professora optou em não apresentar a demostração formal das fórmulas das coordenadas do vértice, apesar de constar no livro didático.

Com o auxílio dos gráficos construídos pelos próprios alunos, a professora demonstrou quando um valor de uma função quadrática pode ser classificado como valor máximo ou valor mínimo. A professora observou para a turma que o livro didático (SOUZA;GARCIA, 2016, p. 124) traz ambas as definições:

> Na função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, quando $a > 0$, a parábola que a representa tem concavidade voltada para cima. Portanto:
> • $V(x_v, y_v)$ é o **ponto de mínimo de f**
> • $y_v = -\frac{\triangle}{4a}$ corresponde ao **valor mínimo de f**

De forma analóga, após um exemplo, o livro didático traz para o aluno a definição de valor máximo:

> Na função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, quando $a < 0$, a parábola que a representa tem concavidade voltada para baixo. Portanto:
> • $V(x_v, y_v)$ é o **ponto de máximo de f**
> • $y_v = -\frac{\triangle}{4a}$ corresponde ao **valor máximo de f**

3.2.3 Maquete de ponte de palitos

Após analisar todos os parâmetros presentes no livro didático para a construção e análise de uma função quadrática, a professora notou que o assunto não deveria ser abordado somente sob a tradição da Matemática Escolar. Deveria se buscar uma estratégia de ensino que despertasse no aluno uma melhor compreensão desse tópico, tanto do ponto de vista da maturidade matemática quanto de implicações diretas no nosso cotidiano. O intuito primordial é de transformar o conteúdo "funções quadráticas" mais interessante e divertido de aprender, sem a recorrência da mera memorização de fórmulas.

Os conteúdos, assim como a Sequência Didática trabalhada na turma, tiveram como objetivo principal melhorar o aprendizado dos alunos, solucionando as dúvidas e possibilitando a reflexão sobre o conteúdo proposto.

A professora comentou com a turma que funções quadráticas podem ser utilizadas na construção civil, citando como exemplo a construção de pontes. Retornando ao exercício 40, p. 123, do livro didático (ver Figura 3.3), pode-se explorar conceitos como altura máxima (valor máximo), distância entre as extremidades do arco (zeros), análise do coeficiente a ($a < 0$), análise do valor do discriminante ($\triangle > 0$).

Gaebler e Veronez (2010) propuseram uma atividade de Modelagem Matemática para uma ponte sobre o rio Iguaçu, na cidade de União da Vitória no Paraná, conforme mostra a Figura 3.8:

Figura 3.8: Ponte sobre rio Iguaçu, União da Vitória, PR. Fonte: (GAEBLER; VERONEZ, 2010, p. 5)

A estrutura da ponte foi modelada por Gaebler e Veronez (2010) por meio de uma função quadrática. Para tanto, a partir de dados obtidos da análise da foto, os autores representam a ponte no plano cartesiano, conforme mostra a Figura 3.9. A Tabela 1 da Figura 3.9 foram os dados obtidos pelos autores para a modelagem matemática da ponte sobre o rio Iguaçu. Gaebler e Veronez (2010) tomaram como hipótese de que o arco da ponte é o desenho de uma parábola. Desta forma, os autores inseriram o desenho desse arco em um plano cartesiano, conforme a Figura 3.9, onde os dados da Tabela 1 foram considerados como pontos de uma função quadrática. Logo, o modelo matemático que foi empregado para a construção desses arcos foi o de uma função quadrática. Gaebler e Veronez (2010) destacaram as características da ponte que são enxergadas em uma função quadrática como a altura do arco (vértice da parábola), o comprimento do vão da ponte (distância entre os zeros da função quadrática) e a simetria da estrutura da ponte (eixo de simetria).

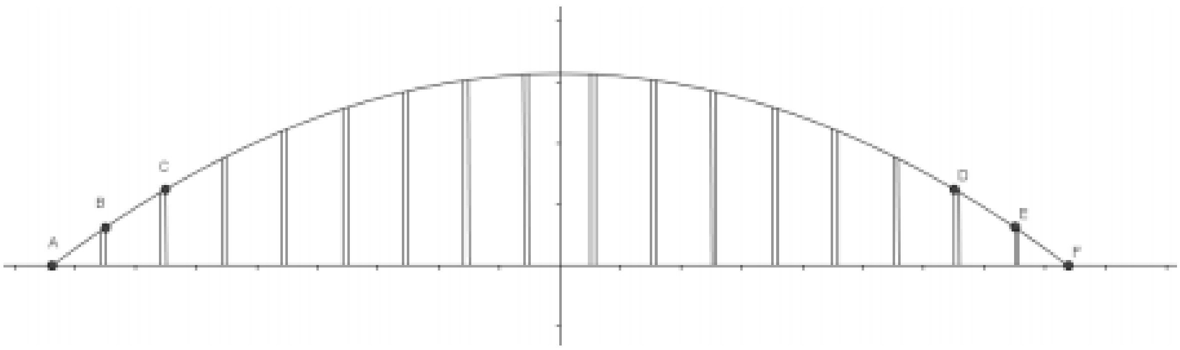


Tabela 1: Representação dos pontos no plano cartesiano

Ponto	Coordenada x	Coordenada y
A	-41, 585	0
B	-37, 485	2, 95
C	-32, 465	5, 81
D	32, 465	5, 81
E	37, 485	2,95
F	41, 585	0

Figura 3.9: Representação da ponte no plano cartesiano. Fonte: (GAEBLER; VERONEZ, 2010, p. 7)

Baseando-se no trabalho de Gaebler e Veronez (2010), a professora preparou uma apresentação em PowerPoint para a turma com exemplos de pontes nas quais seria possível aproximar o desenho de sua estrutura a uma parábola. Ao final dessa aula, os alunos foram incentivados a pesquisar outras pontes que poderiam ser representadas por funções quadráticas, como a Ponte Rakotzbrücke em Berlim, conhecida Ponte do Diabo, representada na Figura 3.10.

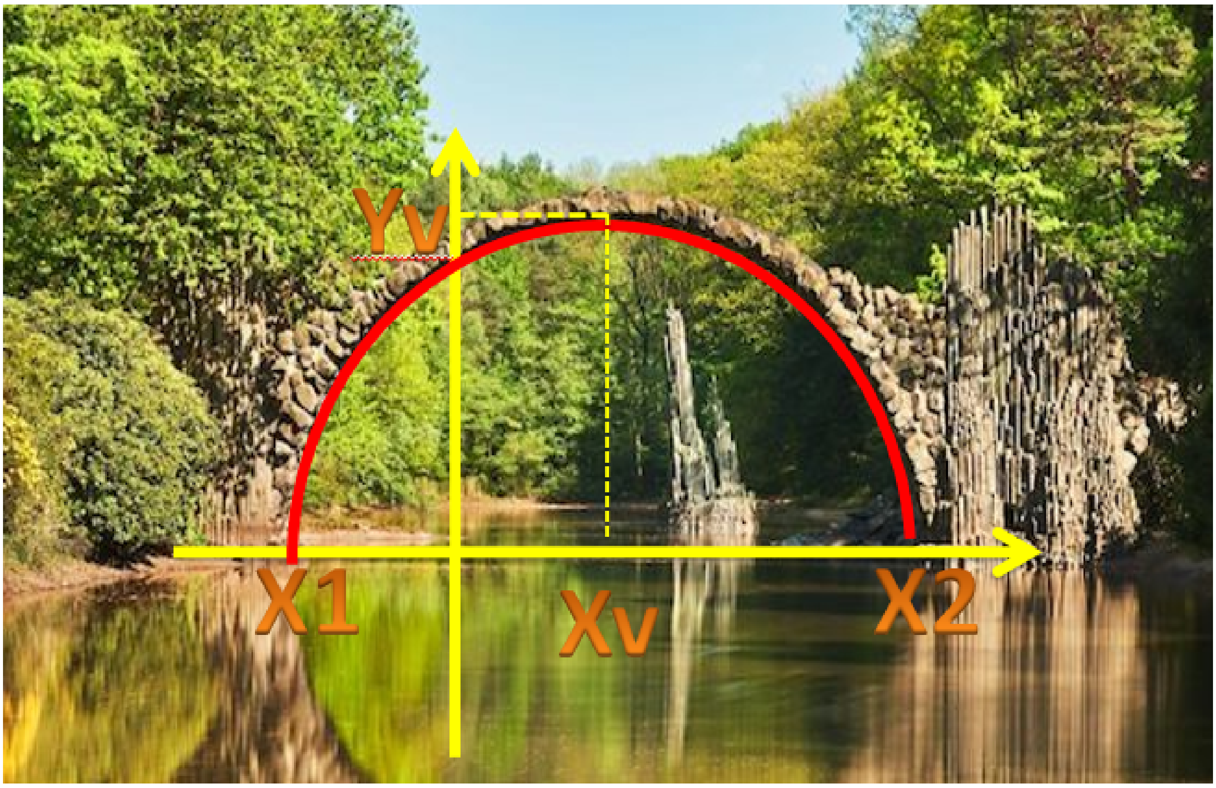


Figura 3.10: Ponte Rakotzbrücke - Berlim. Fonte: https://www.dicasdeberlim.com.br/2017/12/ponte-do-diabo-em-kromlau-na-alemanha.html. (SOARES,2017). Acessado em 06 jun. 2019

A maquete de ponte de palitos foi confeccionada pelos próprios alunos nas três últimas aulas. Os alunos foram agentes ativos de sua aprendizagem, cabendo à professora atuar como uma mediadora pedagógica. Na aula subsequente à apresentação do trabalho de Gaebler e Veronez (2010), a professora trouxe para o conhecimento da turma o objetivo do trabalho a ser realizado: a partir do modelo de Gaebler e Veronez (2010), confeccionar uma ponte de palitos, analisando após a construção, as características de uma parábola.

A turma foi dividida em equipes de no máximo cinco alunos. De posse de fotos de pontes que foram solicitados anteriormente pela professora, os alunos foram estimulados a identificarem o formato da parábola, seu valor máximo ou mínimo, suas intersecções com o eixo das abcissas e com o eixo das ordenadas, o sinal do discriminante e o sinal do coeficiente a. Com a mediação da professora, cada equipe foi instruída a determinar uma possível função quadrática na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ para cada ponte escolhida. Em seguida, os alunos calcularam pontos específicos para, então, procederem a confecção de cada ponte escolhida com palitos.

Após cada equipe mostrar à professora a função quadrática escolhida para modelar a ponte escolhida, foram realizados os cálculos referentes a elementos de uma função quadrática estudados na sala de aula, conforme mostra a Figura 3.11.

Este momento foi muito importante pois, a professora pôde perceber que cada equipe já conseguia interpretar os cálculos realizados de maneira mais adequada, explicando os elementos de uma função quadrática anteriormente estudados em sala de aula. Ao final das explicações, a professora solicitou que

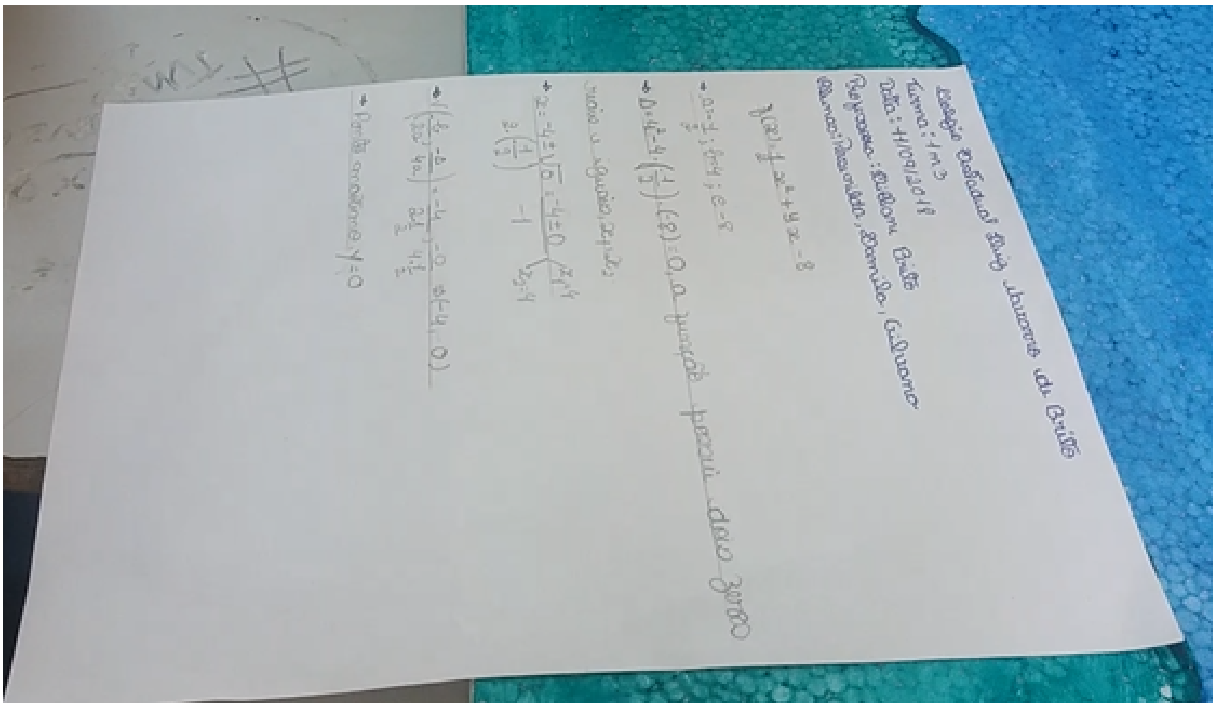


Figura 3.11: Cálculos de elementos de uma função quadrática.

cada equipe, com auxílio de lápis e régua, desenhasse as parábolas referentes a cada função utilizada para modelar a respectiva ponte. Os alunos identificaram também os elementos da função quadrática após a realização do desenho.

Pelo fato do tempo planejado não ter sido suficiente, as equipes foram estimuladas a confeccionarem as pontes em um horário fora das aulas, com o auxilio da professora. No final da construção, as equipes socializaram as suas pontes, apresentando para os demais alunos da turma.

3.2.4 Discussões

Após a realização de todas as etapas da atividade foi percebido que os alunos conseguiram assimilar o conteúdo, identificando todos os elementos importantes presentes em uma parábola. Os alunos conseguiram reconhecer em uma maquete de ponte de palitos, conforme ilustra a Figura 3.12, um conteúdo matemático anteriormente considerado difícil pela turma. Percebemos que o sucesso em um processo de construção do conhecimento matemático depende, dentre outras coisas, de uma tendência motivacional que prevalece entre os alunos: a percepção do conteúdo matemático no cotidiano.

A opção pela construção de ponte de palitos contribuiu para a elaboração de uma estratégia de ensino de função quadrática que difere da tradição da Matemática Escolar. Neste aspecto, é importante ressaltarmos a importância do Profmat no aprofundamento de conhecimentos teórico-matemáticos ao mesmo tempo em que demarcamos, aqui, a distância do programa com o contexto da sala de aula da Educação Básica.

Figura 3.12: Apresentação das pontes

Em seu regimento geral, o PROFMAT estabelece que tem como “objetivo proporcionar formação matemática aprofundada e relevante ao exercício da docência na Educação Básica, visando dar ao egresso a qualificação certificada para o exercício da profissão de professor de Matemática”(SBM, 2016). A concepção do exercício da profissão de professor de Matemática do Profmat está fortemente atrelada à tradição da Matemática Escolar, conforme ilustramos na seta cinza da Figura 3.13.

Ou seja, a seta cinza indica que o alicerce fundamental do Profmat é a tradição da Matemática Escolar. Por sua vez, a seta preta indica que a tradição da Matemática Escolar é reforçada pelo Profmat

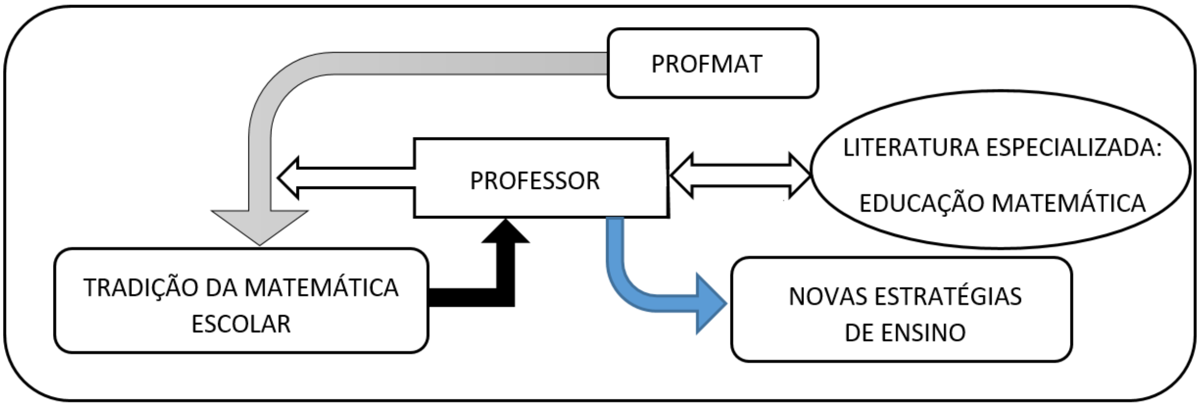


Figura 3.13: Transformação da prática educativa do professor de Matemática egresso do Profmat.

na práxis do professor de Matemática. Contudo, o professor de Matemática deve ter a percepção clara de que diversos fatores interferem decisivamente em sua sala de aula. O contexto da sala de aula, em que os alunos não apresentam maturidade matemática suficiente para serem abordados com a estratégia de ensino ofertada pelo Profmat, deve fazer com que o professor de Matemática busque novas diretrizes e estratégias de ensino, baseados tanto em sua própria prática pedagógica como fundamentada em uma literatura especializada, conforme ilustram, respectivamente, a seta azul e a seta branca da Figura 3.13.

Desta forma, o que estamos argumentando é que o aprofundamento dos conhecimentos matemáticos adquiridos no decorrer do PROFMAT são extremamente relevantes para o professor de Matemática. Mas, a formação no PROFMAT deve estar fortemente atrelada à prática educativa do professor de Matemática em sala de aula. Possíveis transformações da formação matemática oferecida pelo PROFMAT devem ser estimuladas a partir da recorrência à literatura especializada na Educação Matemática, a fim de que se tenha reflexos significativos na prática educativa do professor de Matemática.

Capítulo 4

Proposta de sequência didática

Uma sequência didática, segundo Zabala (1998, p.18), é "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos". Conforme Zabala (1998,64-66) , uma sequência didática consiste de conhecimentos prévios, significância, desenvolvimento, conflito cognitivo, auto-estima e aprender a aprender. Zabala(1998, p. 54) afirma que "a opção da sequência se justifica se, levamos em conta a importância da definição dos conteúdos de aprendizagem e o papel das atividades que se propõem". Sendo assim, o importante é que se perceba que os alunos envolvidos "saibam fazer" a análise e a resolução de problemas sobre funções quadráticas compreendendo a construção de ponte de palitos, sendo capazes de "saber" cada conceito associado ao conteúdo.

A nossa proposta foi organizada em seis etapas:

1) aulas teórico-explanatórias;
2) construção de gráficos de funções quadráticas;
3) modelagem de estruturas de pontes por meio de funções quadráticas;
4) construção da maquete de ponte de palitos;
5) verificações teóricas da função quadrática escolhida;
6) socialização das maquetes construídas.

Outro ponto importante foi em relação ao tempo de duração da Sequência Didática proposta, uma vez que não foi pensada levando em consideração somente a quantidade de tarefas propostas, e sim a complexidade dos conteúdos e objetivos apresentados. Portanto, para determinar o tempo de duração de cada sequência (conteúdo), foi preciso levar em conta os objetivos que se tinha pretendido alcançar no aprendizado dos alunos.

Baseado em Zabala (1998), elaboramos tabelas para cada uma das etapas descritas acima. Cada etapa vem acompanhada de planos de aula, conforme apresentaremos a seguir. A Tabela 4.1 trata da primeira etapa, na qual o professor, por meio de duas aulas teórico-explanatórias, revisará os elementos da parábola vistos anteriormente que são necessários para a construção do gráfico de uma função quadrática.

Tabela 4.1: Primeira etapa: aulas teórico-explanatórias

Conhecimentos prévios	O professor deve revisar os elementos da parábola necessários para a construção do gráfico de uma função quadrática
Significância	O professor deve mostrar aos alunos exemplos de pontes cujas estruturas podem ser modeladas por meio de funções quadráticas.
Desenvolvimento	O professor deve verificar se os alunos conseguem identificar os elementos de uma parábola.
Conflito Cognitivo	Nesse momento, se torna imprescindível para o docente poder mensurar o conflito cognitivo de cada discente, avaliando individualemente a sua capacidade em identificar os elementos de uma parábola
Auto estima	Na correção da atividade, levando em consideração a quantidade de acertos, o docente poderá avaliar a auto estima do discente.
Aprender a aprender	Só na resolução de problemas que envolvam o assunto o docente poderá mensurar a capacidade auto didática do discente

Para a primeira etapa, sugerimos duas aulas, conforme mostram as Tabelas 4.2 e 4.3.

Tabela 4.2: Plano de Aula 1

AULA 01

Carga horária: 50 minutos

Objetivos:

Reconhecer e representar uma função quadrática;

Conteúdo: Função Quadrática

Metodologia:

Nessa aula, o professor por meio de uma aula explanatória, mostra aos discentes que toda função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$ com $a \neq 0$, é uma função quadrática. Para tanto, o professor apresentará alguns exemplos nos quais os alunos deverão escrever a função na forma geral, reconhecendo os coeficientes a, b e c.

Recursos:

Exemplos do livro didático.

Avaliação:

Analisar a disponibilidade do alunos em realizar o exercício proposto e a possibilidade de colocar em prática o que foi visto em sala de aula

Referências:

JOAMIR, Roberto de S., GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016.

Tabela 4.3: Plano de Aula 2

AULA 02
Carga horária: 50 minutos
Objetivos: Identificar os coeficientes de uma função quadrática; Estudar a resolução de equações de segundo grau através de exemplos do cotidiano;
Conteúdo: Função Quadrática
Metodologia: Dando continuidade à explanação da Aula 1, o professor recorrerá a exercícios baseados em situações no cotidiano como, por exemplo, plantação de hortaliças, cálculo da área da sala de aula, trajetória da bola em uma cobrança de pênalti, dentre outros. Tais exercícios devem envolver conceitos anteriormente estudados, como a equação do segundo grau. Assim, os discentes poderão reconhecer e identificar os coeficientes de uma equação do segundo grau, estudando a resolução dessas equações por meio do cálculo do discriminante utilizando a fórmula de Bhaskara.
Recursos: Exemplos do livro didático.
Avaliação: Analisar a disponibilidade do alunos em realizar o exercício proposto e a possibilidade de colocar em prática o que foi visto em sala de aula
Referências: JOAMIR, Roberto de S., GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016.

A Tabela 4.4 trata da segunda etapa, na qual o professor, trabalhará com os alunos a construção de gráficos de funções quadráticas. Para a segunda etapa, sugerimos duas aulas, conforme mostram as Tabelas 4.5 e 4.6. Nessas aulas, o aluno fará a construção do gráfico de uma função quadrática no papel milimetrado, identificando os pontos que pertencem à parábola/função quadrática. Serão feitas duas construções distintas: uma baseada na localização de pontos no plano, tomando valores da função em alguns pontos; a outra, a partir da localização de parâmetros específicos de uma parábola como, por exemplo zeros, vértice e valor máximo ou mínimo.

Tabela 4.4: Segunda etapa: construção de gráficos de funções quadráticas

Conhecimentos prévios	O professor deve fazer uma revisão dos elementos necessários para a construção do gráfico de uma função quadrática em um papel milimetrado.
Significância	O professor deve mostrar a importância de se identificar pontos de um gráfico de uma função quadrática.
Desenvolvimento	O professor deve verificar se os alunos conseguem traçar o contorno do gráfico da função quadrática.
Conflito Cognitivo	É importante que se perceba que cada aluno consegue realizar um processo construtivo de aprendizagem individualmente no traçado do gráfico.
Auto estima	O professor deve avaliar o aluno pela sua capacidade de realizar a atividade, não levando em consideração a estética do gráfico.
Aprender a aprender	No preenchimento da tabela de valores das coordenadas dos pontos a serem localizados no plano cartesiano, o professor pode mensurar a capacidade do aluno em realizar diversas operações matemáticas em uma única expressão.

Tabela 4.5: Plano de Aula 3

AULA 03

Carga horária: 50 minutos

Objetivos:

Localizar e reconhecer os pontos no plano cartesiano;

Conteúdo:

Gráfico da Função Quadrática

Metodologia:

Nessa aula, o professor iniciará a confecção no papel milimetrado do gráfico da função quadrática com a construção de uma tabela. Nesta tabela, se atribuirá alguns valores reais para x, os quais foram substituídos na fórmula geral da função dada para determinar os pares (x, y).

Recursos:

Papel milimetrado.

Avaliação:

Confecção do gráfico.

Referências: JOAMIR, Roberto de S., GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016.

Tabela 4.6: Plano de Aula 4

AULA 04

Carga horária: 50 minutos

Objetivos:

Estudar o vértice do gráfico da função quadrática.

Conteúdo:

Elementos do gráfico da Função Quadrática.

Metodologia:

Nessa seção do livro didático, o autor traz conceitos como coordenadas, distância entre dois pontos e média aritmética a fim de determinar as coordenadas do vértice da parábola. O professor pode mostrar que é possível calcular algebricamente as coordenadas do vértice, ponto no qual a parábola muda de comportamento, isto é, de crescente para decrescente ou vice-versa. Contudo, o professor pode optar apenas pela apresentação da fórmula acompanhada de algumas aplicações. O professor deve ressaltar para os alunos que no livro didático, encontra-se uma demonstração que determina as coordenadas do vértice da parábola. É importante ressaltar que essas fórmulas podem ser melhor entendidas a partir da noção de simetria, caso já seja conhecida pelos alunos.

Recursos:

Livro didático;

Marcador de quadro branco;

Quadro branco;

Material do aluno;

Avaliação:

Resolução de atividades em equipe;

Cálculo das coordenadas do vértice;

Localização correta do vértice nas diferente parábolas;

Referências:

JOAMIR, Roberto de S., GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016.

A Tabela 4.7 trata da terceira etapa, na qual o professor, trabalhará com os alunos a modelagem de estruturas de pontes por meio de funções quadráticas. Para a terceira etapa, sugerimos quatro aulas, conforme mostram as Tabelas 4.8 e 4.9.

Tabela 4.7: Terceira etapa: modelagem de estruturas de pontes por meio de funções quadráticas

Conhecimentos prévios	O professor deve enfatizar os pontos primordiais para a confecção do gráfico de uma função quadrática. Com a construção do gráfico, o professor deve fazer uma exposição-dialogada, abordando alguns conceitos anteriormente já trabalhados como, por exemplo, valor máximo/mínimo, vértice da parábola, estudo dos zeros, concavidade da parábola e simetria dos zeros.
Significância	O professor deve mostrar aos alunos que com a modelagem matemática podemos aplicar conceitos matemáticos em diversas situações do cotidiano. O professor deve fazer com o aluno perceba que assimilou o conteúdo quando realizou a construção dos gráficos das parábolas no papel milimetrado.
Desenvolvimento	O professor deve verificar se os alunos conseguem visualizar uma parábola no arco de uma ponte por meio de uma análise que envolve o ensino, a aprendizagem e o próprio processo de apropriação do significado do conceito de função quadrática.
Conflito Cognitivo	O professor deve perceber a associação feita por parte do aluno entre o gráfico da função e a estrutura de uma ponte. Assim a partir da intervenção do professor, é possível que o aluno chegue ao desenvolvimento real, mas, para isso, é necessário que sejam instituídos processos de internalização do conteúdo por parte do aluno para que o mesmo atinja o desenvolvimento esperado pelo professor.
Auto estima	No envolvimento do trabalho em equipe, o professor deve levar em consideração a participação individual de cada aluno na construção do conhecimento.
Aprender a aprender	Na resolução dos problemas, o professor pode perceber se o aluno apropriou-se do significado de cada um dos aspectos/elementos presentes no estudo da função quadrática e estimulá-los a enxergar generalizações.

Tabela 4.8: Plano de Aula 5 e 6

AULAS 05 e 06

Carga horária: 100 minutos

Objetivos:

Introduzir o estudo das pontes;

Apresentar desenhos de pontes;

Conteúdo:

Pontes em forma de arco

Metodologia:

Após quatro aulas teóricas, o professor deve iniciar a explanação abordando o assunto funções quadráticas no cotidiano, intervindo assim em questões do tipo: “Em qual situação do cotidiano utiliza-se os conhecimentos adquiridos referentes à função quadrática?”. O professor poderá obter por parte dos alunos respostas como “jogo de futebol, antena parabólica, salto do canguru, pontes em forma de arco, etc”. O professor mostrará para os alunos imagens de pontes em forma de arco ao redor do Brasil e do mundo, destacando características como, por exemplo, altura, largura, localização e arquitetura. Em seguida, mostra-se a análise detalhada da ponte sobre o rio Iguaçu, na cidade de União da Vitória, PR, baseando-se na análise feita por Gaebler e Veronex (2010). O professor pode seguir os passos da análise de Gaebler e Veronex (2010), mostrando com fórmulas e figuras, relações entre a função quadrática e a estrutura da ponte, localizando vértice, zeros, valor máximo. Por meio da modelagem, o professor já deve apontar que é possível obter uma lei da função que descreve o arco da ponte, estimulando os alunos a confeccionarem maquetes de pontes de arco.

Recursos:

Data Show;

Material do aluno;

Avaliação:

Analisar a disponibilidade do alunos em realizar o exercício proposto e a possibilidade de colocar em prática o que foi visto em sala de aula

Referências:

JOAMIR, Roberto de S., GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016.

GAEBLER, Robson, VERONEX, Michele Regiane Dias, Modelagem Matemática na análise da estrutura de uma ponte, IV EPMEM - Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, Maringá, 2010.

Tabela 4.9: Plano de Aula 7 e 8

AULA 07 e 08

Carga horária: 100 minutos

Objetivos:

Introduzir o estudo das pontes;

Esboçar a lei da função quadrática que caracterizará o arco da ponte;

Conteúdo:

Lei da função quadrática;

Cálculo dos elementos que caracterizam a função quadrática.

Metodologia:

Dando continuidade às aulas anteriores, o professor lançará uma atividade na qual os alunos, reunidos em equipe e com o auxílio do livro didático, selecionarão alguns exemplos de funções quadráticas. Em seguida, os alunos calcularão/identificarão elementos anteriormente estudados em sala de aula como, por exemplo, coeficientes, discriminante, zeros e coordenadas do vértice. O professor deve criar um ambiente de reflexão e de discussão, estimulando os alunos a conjecturarem como poderia ser feito a comparação da função quadrática escolhida com a figura de uma determinada ponte. Após a escolha da função, os alunos deverão fazer esboços dos gráficos dessas funções escolhidas. Em seguida, com a ajuda do professor, os alunos deverão pesquisar exemplos de arcos de pontes que poderiam ser modeladas por uma função quadrática.

Recursos:

Piloto;

Quadro branco;

Livro Didático;

Material do aluno;

Avaliação:

Resolução da atividade;

Referências:

JOAMIR, Roberto de S., GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016.

GAEBLER, Robson, VERONEX, Michele Regiane Dias, Modelagem Matemática na análise da estrutura de uma ponte, IV EPMEM - Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, Maringá, 2010.

A Tabela 4.10 trata da quarta etapa, na qual o professor, trabalhará com os alunos a construção da maquete de ponte de palitos. Para a quarta etapa, sugerimos duas aulas, conforme mostra a Tabela 4.11.

Tabela 4.10: Quarta etapa: construção da maquete de pontes de palito

Conhecimentos prévios	Uma etapa de discussões e críticas sobre a atividade, retomando por parte do professor a resolução da função quadrática com o intuito de se construir um gráfico.
Significância	Com o auxílio da modelagem matemática, o aluno pode perceber que assuntos matemáticos podem ser aplicados em situações vistas no cotidiano.
Desenvolvimento	A modelagem matemática tem a função de deixar de lado o quadro-negro e o giz, ou seja, possibilita trocar as atividades habituais por outras que possam vir a motivar o aluno. Consequentemente, com a confecção da ponte de palitos, propicia um ambiente favorável à aprendizagem.
Conflito Cognitivo	A partir da construção das maquetes, o professor pode perceber o comportamento de cada aluno, verificando se conseguem associar conhecimentos teóricos com a maquete.
Auto estima	Pode ocorrer devido à análise da ponte e da identificação dos conteúdos matemáticos anteriormente estudado.
Aprender a aprender	O professor poderá avaliar o processo de aprendizagem com a construção da maquete juntamente com a identificação dos conteúdos matemáticos.

Tabela 4.11: Plano de Aula 9 e 10

AULAS 09 e 10
Carga horária: 100 minutos
Objetivos: Construção da ponte de palitos.
Conteúdo: Pontes em forma de arco.
Metodologia: Essa aula é destinada à construção das maquetes. Com o auxílio do professor e com a sala dividida em equipes, os alunos poderão confeccionar suas respectivas maquetes de acordo com a função quadrática escolhida na aula anterior. Assim, com o professor em sala de aula, os alunos poderão dirimir dúvidas sobre a estrutura e identificação dos elementos das parábolas presente em cada maquete.
Recursos: Palitos; Isopor; Cola quente; Material do aluno;
Avaliação: Analisar a disponibilidade do alunos em realizar o exercício proposto e a possibilidade de colocar em prática o que foi visto em sala de aula
Referências: JOAMIR, Roberto de S., GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016. GAEBLER, Robson, VERONEX, Michele Regiane Dias, Modelagem Matemática na análise da estrutura de uma ponte, IV EPMEM - Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, Maringá, 2010.

A Tabela 4.12 trata da quinta etapa, na qual o professor, trabalhará com os alunos verificações teóricas da função quadrática escolhida. Para a quinta etapa, sugerimos uma aula, conforme mostra a Tabela 4.13.

Tabela 4.12: Quinta etapa: verificações teóricas da função quadrática escolhida

Conhecimentos prévios	A retomada dos assuntos anteriores deve ser sempre prioridade por parte do professor para que o aluno perceba as conexões entre os conteúdos estudados.
Significância	O trabalho em sala de aula com a utilização do material concreto influencia na aprendizagem dos alunos, favorecendo a concentração necessária para a compreensão e resolução de problemas matemáticos e do cotidiano.
Desenvolvimento	O acompanhamento contante do professor em todo processo de aprendizagem faz com que o aluno se torne mais autoconfiante.
Conflito Cognitivo	O trabalho através da construção de objetos por parte do próprio aluno possibilita o desenvolvimento de habilidades como discriminação e memória visual.
Auto estima	Cabe ao professor perceber a necessidade de enriquecer a sua metodologia, utilizando materiais concretos para que a aula possa ser mais dinâmica. Além de conciliar teoria e prática, o professor deve instigar os alunos a participarem da aula, expondo suas opiniões e interagindo nos grupos.
Aprender a aprender	Cabe ao professor conduzir o desenvolvimento desse trabalho de forma dirigida para que o aluno possa realmente alcançar o conhecimento.

Tabela 4.13: Plano de Aula 11

AULA 11

Carga horária: 50 minutos

Objetivos:

Realizar verificações teóricas da função quadrática escolhida;

Conteúdo:

Função Quadrática;

Metodologia:

Nessa aula o professor observará se o aluno conseguiu construir o gráfico da função de forma correta e se o esboço assemelha-se ao contorno do arco da ponte escolhida pela equipe. Para dirimir as dúvidas que poderão surgir no processo, o professor deve fazer o gráfico no quadro, para que os alunos acompanhem melhor a construção e façam corretamente as devidas verificações.

Recursos:

Material do aluno;

Avaliação:

Analisar a disponibilidade do alunos em realizar o exercício proposto e a possibilidade de colocar em prática o que foi visto em sala de aula

Referências:

JOAMIR, Roberto de S., GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016.

A Tabela 4.14 trata da sexta etapa, na qual dar-se-á a socialização das maquetes construídas. Para a sexta etapa, sugerimos uma aula, conforme mostram a Tabela 4.15.

Tabela 4.14: Sexta etapa: socialização das maquetes construídas

Conhecimentos prévios	Com a socialização das maquetes, o professor poderá perceber como os conhecimentos prévios influenciam no entendimento do conteúdo.
Significância	Através da manipulação de materiais concretos, o aluno desenvolve habilidades e internaliza conceitos de forma lúdica.
Desenvolvimento	Com as apresentações das maquetes, o professor poderá perceber se o assunto foi bem assimilado pelo aluno.
Conflito Cognitivo	O professor sabe que os alunos aprendem melhor por meio de suas próprias experiências. Assim, percebe-se que a ponte de palitos é de grande utilidade para o aprendizado do aluno, favorecendo o raciocínio ao passar gradativamente do concreto para o abstrato.
Auto estima	A partir da socialização das maquetes, o professor percebe que o aluno adquire autonomia intelectual.
Aprender a aprender	Nas apresentações, muitos alunos podem surpreender positivamente, explicando a resolução dos exercícios de maneira clara e com boa entonação. Outros, mais despojados, poderão explicar de uma maneira mais informal.

Tabela 4.15: Plano de Aula 12

AULA 12

Carga horária: 50 minutos

Objetivos:

Socializar as maquetes de ponte de palitos;

Conteúdo: Maquetes de ponte de palitos em forma de arco;

Metodologia: Nessa aula, as equipes socializarão para a turma suas maquetes, frisando principalmente os elementos da função quadrática presentes.

Recursos: Maquete da ponte de palitos

Avaliação:

Analisar a disponibilidade do alunos em realizar o exercício proposto e a possibilidade de colocar em prática o que foi visto em sala de aula

Referências:

JOAMIR, Roberto de S., GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016.

Capítulo 5

Considerações finais

Os conceitos, resoluções e análise do assunto função quadrática não é algo inicialmente de fácil visualização e entendimento para o aluno, principalmente, caso se faça opção pela memorização de fórmulas. Torna-se imprescindível uma abordagem de ensino, por parte do professor, que facilite o entendimento do aluno. Assim, ensinar Matemática com o auxílio de materiais concretos confeccionados pelos próprios alunos, tornando-os parte ativa na busca por conhecimento, constitui-se uma estratégia de aprendizagem importante.

No processo de aprendizagem, deve-se dar sentido ao que o estudante está aprendendo, a partir de situações de suas próprias vivências. No decorrer das atividades, os estudantes declararam que a forma como o conteúdo foi desenvolvido, por meio da construção de ponte de palitos, auxiliou a compreensão dos conceitos envolvidos na análise dos gráficos da função quadrática. Assim, a aplicação da proposta desta pesquisa mostrou-se desafiadora, pois os estudantes não estavam estimulados a pensar matematicamente e sim, a memorizar uma série de fórmulas e técnicas. Os alunos não estavam preparados para responderem perguntas sobre funções quadráticas, demonstrando apatia pelo conteúdo matemático.

O objetivo principal desse trabalho foi o de elaborar uma estratégia de ensino de funções quadráticas por meio da construção de ponte de palitos. A estratégia demonstrou-se satisfatória no decorrer da execução dessa proposta, nos resultados da avaliação de atividades e nas questões respondidas ao longo do processo. Durante a construção da ponte, na apresentação em sala de aula e na "Mostra de Matemática" que ocorreu no colégio, percebemos entusiasmo e satisfação dos alunos ao conseguirem relacionar o conteúdo matemático com situações do cotidiano.

Levando em consideração a busca constante dessa nova estratégia de ensino na práxis educativa, torna-se necessário que o professor rompa com paradigmas tradicionais e se alie a uma prática reflexiva e crítica. A busca do professor a novas estratégias de ensino deve ter o diálogo com os alunos como alicerce, para que a atividade do docente transcenda o ensinar e se torne uma aprendizagem significativa para si e para a turma.

Por fim, não enxergamos a formação continuada do docente no PROFMAT em um contexto de práxis educativa bem como reconhecemos a importância do programa no aprofundamento de conteúdos matemáticos. Partimos do pressuposto que o ensino associado à aprendizagem são alicerces para que a formação docente seja significativa, com reflexões à sua prática na sala de aula. Percebemos também que através da mediação do professor na sala de aula, é possível tornar a construção do conhecimento matemático pelo aluno robusto, favorecendo o exercício de sua criticidade e habilidade de abstração. Por meio da socialização em sala de aula, o professor consegue dar sentido à sua formação continuada e à sua profissão, pois é neste momento que pode-se verificar que a aprendizagem foi significativa.

Referências Bibliográficas

[1] AMARAL,João Tomas do. Método de Viète para Resolução de Equações do 2^o grau. Disponível em:http: www.rprm.org.br/cdrpm/13/4.htm.

[2] BOYER, Carl Benjamin. História da Matemática.Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgar Blucher, Editora da Universidade de São Paulo, 1974

[3] BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros curriculares para o ensino Médio (PCNEM). ParteIII - Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEMT, 2000b

[4] BOYER, C. B. História da Matemática. São Paulo: Edgard Blücher, 1974

[5] BRAGA, C. O processo inicial de disciplinarização de função no ensino secundário brasileiro. 2003. 117f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

[6] BRAGA, C. Função: a alma do ensino da Matemática. São Paulo: Anablume, 2006.

[7] BZUNECK, J. A. A motivação do aluno: aspectos introdutórios. In: BORUCHOVITCH, E.; BZUNECK, J. A. (Org.). Motivação do aluno: contribuições da psicologia contemporânea. Petrópolis, RJ: Vozes, 2009

[8] CARACA, B. J. Conceitos fundamentais da Matemática. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1984.

[9] CHUNG,Kenji, A parábola, sua propriedade refletora e aplicações, Trabalho de Conclusão - Departamento de Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco, 32 páginas,Recife, 2013.

[10] DELGADO,Jorge,Katia Frensel, Lhaylia Crissaff, Geometria Analítica, Rio de Janeiro, SBM, 2017.

[11] EVES, H. Introdução a história da matemática. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 1997.

[12] GAEBLER, Robson, VERONEX, Michele Regiane Dias, Modelagem Matemática na análise da estrutura de uma ponte, IV EPMEM - Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, Maringá, 2010

[13] GHISLENI, Luiza de Paula; BATTISTI, Isabel Koltermnann, ALEXANDRIA: R. Educ. Ci. Tec., Florianopolis, v. 11, n 1,p. 237-259, maio 2018, disponivel em htttp://dx.doi.org/10.50007/1982-5153.2018v11n1p237

[14] GRAHAM, R.L.; KNUTH, D.E.; PATASHNIK, O. *Matemática concreta: Fundamentos para a ciência da computação.* Rio de Janeiro: LTC, 2008. Tradução Valéria de Magalhães Iorio.

[15] LIMA, Elon Lages, A matemática do Ensino Médio, SBM, 2016

[16] LIMA, Elon Lages, Números e Funções Reais. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

[17] NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius, REZENDE, Veridiana Investigando o campo conceitual das funções:PRIMEIROS RESULTADOS, ReBECEM, Cascavel, (PR), v.2, n.3, p. 411-431, dez. 2018

[18] , RODRIGUES,Marco AUrelio Torres, MACKEDANZ Luiz Fernando,Produção deespelhos parabólicos e contrução do conceito de função poinomial do 2°grau;Revista Brasileira de Ensino de Fisica, 2018

[19] RORATTO, C. A história da matemática como estratégia para o alcance da aprendizagem significativa do conceito de função. 199f. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2009.

[20] SOUZA, Joamir Roberto de, GARCIA, Jacqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, Primeira edição. São Paulo: FTD, 2016.

[21] SOUARES, Bruna, https://www.dicasdeberlim.com.br/2017/12/ponte-do-diabo-em-kromlau-na-alemanha.html, 2017. Acessado em: 06 junho. 2019

[22] SOUSA, R.M, O uso do geogebra no ensino de função quadrática. Dissertação de Mestrado Profissional em Matematica, UFOPA, 2014.

[23] SBM, Regimento Geral do PROFMAT. SBM: Rio de Janeiro, 2016.

[24] TAPIA ALONSO, Jesús; FITA, Enrique Caturla. A motivação em sala de aula. São Paulo: Loyola, 2001

[25] TROVON ALEXANDRE, A Equação Quadrática, Departamento de Matemática – UFPR 2012, disponível em https: docs.ufpr.br: trovon, cursos 2012: Tópicos de Historia: A Equação Quadrática.pdf.

[26] ULIANA, Marica Rosa, Inclusão de estudantes cegos nas aulas de matemática; a construção de um kit pedagógico.Bolema, Rio Claro (SP),v.27,n.46, p.597-612, ago 2013

[27] ZABALA, Antoni, A prática educativa:como ensinar, Porto Alegre, ArtMed, 1998.

Apêndice