



Pós-Graduação em **Astronomia**
MESTRADO PROFISSIONAL
UEFS



WELBERTON RIOS DA SILVA

**UMA PROPOSTA DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA
NO ENSINO DE MATEMÁTICA
CONTEXTUALIZADA NA ASTRONOMIA**

FEIRA DE SANTANA-BA

2023

WELBERTON RIOS DA SILVA

**UMA PROPOSTA DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA
NO ENSINO DE MATEMÁTICA
CONTEXTUALIZADA NA ASTRONOMIA**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Astronomia – Mestrado Profissional, Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Astronomia.

Orientador : Profº Dr. Marildo Geraldête Pereira

**Coorientador: Profº Dr. Jean Paulo dos Santos
Carvalho**

FEIRA DE SANTANA-BA

2023

Ficha Catalográfica – Biblioteca Central Julieta Carteado

S584p Silva, Welberton Rios da
Uma proposta de intervenção pedagógica no ensino de matemática contextualizada na astronomia./ Welberton Rios da Silva. Feira de Santana, 2023.
143f.: il.

Orientador: Marildo Geraldete Pereira
Coorientador: Jean Paulo dos Santos Carvalho

Dissertação (mestrado profissional) – Universidade Estadual de Feira de Santana. Programa de Pós-Graduação em Astronomia, 2023.

1.Astronomia. 2.Matemática. 3.Planetas. 4.Interdisciplinaridade.
I.Pereira, Marildo Geraldete, orient. II.Carvalho, Jean Paulo dos Santos, coorient. III.Universidade Estadual de Feira de Santana. IV.Título.

CDU : 52(07)

Maria de Fátima de Jesus Moreira - Bibliotecária - CRB-5/1120



ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CANDIDATO (A): WELBERTON RIOS DA SILVA

DATA DA DEFESA: 19 de agosto de 2023 **LOCAL:** Auditório III (Módulo IV) - UEFS

HORÁRIO DE INÍCIO: 10h

MEMBROS DA BANCA		FUNÇÃO	TÍTULO	INSTITUIÇÃO DE ORIGEM
NOME COMPLETO	CPF			
JEAN PAULO DOS SANTOS CARVALHO	685.355.035-87	Presidente	DR	UFRB
JOSÉ VIEIRA DO NASCIMENTO JÚNIOR	195.357.835-72	Membro Interno	DR	DEXA - UEFS
ODAIR VIEIRA DOS SANTOS	590.884.785-20	Membro Externo	DR	UFRB

TÍTULO DEFINITIVO DA DISSERTAÇÃO*:

UMA PROPOSTA DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA CONTEXTUALIZADA NA ASTRONOMIA.

*Anexo: produto(s) educacional(is) gerado(s) neste trabalho.

Em sessão pública, após exposição de 44 min, o(a) candidato(a) foi argüido(a) oralmente pelos membros da banca, durante o período de 40 min. A banca chegou ao seguinte resultado**:

- APROVADO(A)
 INSUFICIENTE
 REPROVADO(A)

** Recomendações!: CORREÇÕES ENVIADAS POR E-MAIL

Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata, que é abaixo assinada pelos membros da banca, na ordem acima relacionada, pelo candidato e pelo coordenador do Programa de Pós-Graduação em Astronomia da Universidade Estadual de Feira de Santana.

Feira de Santana, 19 de AGOSTO de 2023

Presidente: [Assinatura]
Membro 1: [Assinatura]
Membro 2: [Assinatura]
Membro 3: _____
Candidato (a): Welberton Rios da Silva
Coordenador do PGAstro: Carlos Alberto de Lima Ribeiro

¹ O aluno deverá encaminhar à Coordenação do PGAstro, no prazo máximo de 60 dias a contar da data da defesa, os exemplares definitivos da Dissertação, após realizadas as correções sugeridas pela banca.



**ANEXO DA ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO:
PRODUTO(S) EDUCACIONAL(IS) GERADO(S) NO TRABALHO FINAL DE CURSO**

CANDIDATO (A): WELBERTON RIOS DA SILVA

DATA DA DEFESA: 19 de agosto de 2023 LOCAL: Auditório III (Módulo IV) - UEFS

HORÁRIO DE INÍCIO: 20h

PROPOSTAS DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA CONTEXTUALIZADA NA ASTRONOMIA

Feira de Santana, 19 de AGOSTO de 2023.

Presidente: [assinatura]

Membro 1: [assinatura]

Membro 2: [assinatura]

Membro 3: _____

Candidato (a): Welberton Rios da Silva

Coordenador do PGAstro: Carlos Alberto de Lima Ribeiro

DEDICATÓRIA

A Deus pela graça de estar com saúde e vencer cada obstáculo na vida, a minha esposa e filho pela paciência, incentivo e dedicação.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Professor Dr. Marildo Geraldete Pereira pela dedicação, paciência, motivação, pelas sugestões assertivas e empenho para construção deste projeto.

Ao meu Coorientador Professor Dr. Jean Paulo dos Santos Carvalho, pela dedicação, paciência, pelas sugestões nas correções e orientações neste período de aprendizado.

Aos professores do MPASTRO, pela contribuição, dedicação, incentivo e aprendizado.

Aos professores, Dr. José Vieira do Nascimento Junior e Dr. Dagoberto da Silva Freitas pelas sugestões e contribuições nas bancas de qualificação.

Aos meus colegas de MPASTRO, pela interação, incentivo e aprendizado.

Aos colegas e professores Amarildo Lima, Steve Wander e James Cloy pelo incentivo, e pela parceria para realização do trabalho.

A gestão do CIEAC, pelo apoio e logística para realização deste projeto.

RESUMO

O presente trabalho, tendo a percepção de que o ensino de Matemática ainda é oferecido de forma abstrata e distante da realidade dos estudantes, nos remete à pergunta norteadora: “como tornar mais atrativas as aulas de Matemática, ressignificando-as por meio de uma contextualização na Astronomia?”. Atendendo a este questionamento, esta pesquisa intervenção busca fazer uma abordagem histórica sobre o uso da Matemática relacionada com a evolução das descobertas e observações de planetas no Sistema Solar, correlacionando com os conteúdos matemáticos geralmente vistos de forma abstrata no Ensino Médio. Esta pesquisa tem como público alvo 154 estudantes do 1º ao 3º ano do Ensino Médio em uma escola da rede pública, e 30 estudantes do curso de graduação em Licenciatura em Matemática da UEFS, os quais foram submetidos a atividades práticas na forma de oficinas e minicursos, que envolveram ferramentas de tecnologia da informação e comunicação (TIC), modelagem e prototipagem de experimentos contextualizados na Astronomia. O projeto, baseado em intervenções pedagógicas envolveu a realização de 05 oficinas abordando os conteúdos de funções e geometria, para os estudantes do ensino médio, enquanto que para os estudantes de licenciatura em Matemática, 02 minicursos: um mostrando a importância histórica da Matemática na descoberta dos planetas Netuno e do planeta anão Plutão; o outro minicurso apresentou atividades práticas relacionando Astronomia e Matemática. Como resultado das oficinas e minicursos, destacam-se a incorporação de um vocabulário mais amplo dentro de um contexto interdisciplinar, juntamente com o desenvolvimento de aparatos experimentais de apoio, simulações matemáticas e astronômicas, os quais foram condensados na forma do **produto educacional** desta pesquisa, intitulado “Propostas de Atividades para o Ensino de Matemática Contextualizada na Astronomia”.

Palavras-chave: Astronomia, Matemática, Planetas, Interdisciplinaridade.

ABSTRACT

The present work, having the perception that Mathematics teaching is still offered in an abstract way and distant from the students' reality, leads us to the guiding question: “how to make Mathematics classes more attractive, giving them a new meaning through contextualization in Astronomy?” In response to this question, this intervention research seeks to take a historical approach to the use of Mathematics related to the evolution of discoveries and observations of planets in the Solar System, correlating with mathematical content generally seen in an abstract way in High School. This research targets 154 students from the 1st to 3rd year of high school in a public school, and 30 students from the undergraduate course in Mathematics at UEFS, who were subjected to practical activities in the form of workshops and mini-courses, which involved information and communication technology (ICT) tools, modeling and prototyping of experiments contextualized in Astronomy. The project, based on pedagogical interventions, involved carrying out 05 workshops covering the contents of functions and geometry, for high school students, while for Mathematics degree students, 02 short courses: one showing the historical importance of Mathematics in the discovery of the planets Neptune and the dwarf planet Pluto; the other mini-course presented practical activities relating Astronomy and Mathematics. As a result of the workshops and short courses, the incorporation of a broader vocabulary within an interdisciplinary context stands out, along with the development of experimental support apparatus, mathematical and astronomical simulations, which were condensed in the form of the educational product of this research, entitled “Activity Proposals for Teaching Contextualized Mathematics in Astronomy”.

Key words: Astronomy, Mathematics, Planets, Interdisciplinary

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1: Foto da fachada do CIEAC.....	31
Figura 3.2: Foto da entrada principal da UEFS.....	31
Figura 3.3: Mapa mental para a sequência metodológica	33
Figura 3.4: Ilustração das secções cônicas em um cone reto.....	49
Figura 3.5: Imagem da parábola representada no Geogebra.....	50
Figura 3.6: Representação da descrição da relação entre raio e corda feito por Híparco	53
Figura 3.7: Modelo utilizado por Aristarco para observar o eclipse lunar.....	56
Figura 3.8: Modelo utilizado por Aristarco para descrever o ângulo e distância Terra-Sol.....	56
Figura 3.9: Modelo de utilização da semelhança de triângulos para cálculo de distâncias.....	57
Figura 3.10: Ilustração da medida da distância dos planetas superiores.....	60
Figura 3.11: Descrição geométrica dos elementos da elipse.....	63
Figura 4.1: Nuvem de palavras com as respostas da 1º questão do questionário Ensino Médio.....	71
Figura 4.2: Nuvem de palavras com as respostas da 2º questão do questionário Ensino Médio.....	72
Figura 4.3: Nuvem de palavras com as respostas da 3º questão do questionário Ensino Médio.....	73
Figura 4.4: Gráfico das disciplinas mais pontuadas nas respostas pela turma da EJAVII (EJA)	74
Figura 4.5: Gráfico das disciplinas mais pontuadas nas respostas pela turma do 1º A.....	74
Figura 4.6: Gráfico das disciplinas mais pontuadas nas respostas pela turma do 1º B.....	75
Figura 4.7: Gráfico das disciplinas mais pontuadas nas respostas pela turma do 1º C.....	75
Figura 4.8: Gráfico das disciplinas mais pontuadas nas respostas pela turma do 2º C.....	76
Figura 4.9: Gráfico das disciplinas mais pontuadas nas respostas pela turma do 3º B.....	76
Figura 4.10: Gráfico geral das disciplinas citadas pelas quatro turmas na questão 4.....	78
Figura 4.11: Nuvem de palavras com as respostas da 6º questão do questionário Ensino Médio.....	79
Figura 4.12: Nuvem de palavras com as respostas da 7º questão do questionário Ensino Médio.....	79
Figura 4.13: Gráfico com a porcentagem da utilização da Matemática na Astronomia na turma do EJA VII (EJA)	80
Figura 4.14: Gráfico com a porcentagem da utilização da Matemática na Astronomia na turma do 1º A.	80
Figura 4.15: Gráfico com a porcentagem da utilização da Matemática na Astronomia na turma do 1º B.	81
Figura 4.16: Gráfico com a porcentagem da utilização da Matemática na Astronomia na turma do 1º C.	81
Figura 4.17: Gráfico com a porcentagem da utilização da Matemática na Astronomia na turma do 2º C.	82
Figura 4.18: Gráfico com a porcentagem da utilização da Matemática na Astronomia na turma do 3º B.	82
Figura 4.19: Gráfico com a porcentagem da sobre a utilização da luneta ou telescópio na turma do 1º B.	83
Figura 4.20: Gráfico que representa os locais de estudo em Astronomia em Feira de Santana citados no questionário.....	84
Figura 4.21: Nuvem de palavras com as respostas da 1º questão do questionário Ensino Superior.....	85
Figura 4.22: Nuvem de palavras com as respostas sobre os fenômenos astronômicos.....	85
Figura 4.23: Nuvem de palavras com as respostas sobre observação do céu no questionário Ensino	

Superior.....	86
Figura 4.24: Gráfico sobre a utilização de uma luneta ou telescópio.....	86
Figura 4.25: Nuvem de palavras com as respostas para causa da órbita planetária do questionário Ensino Superior.....	86
Figura 4.26: Imagens de algumas respostas da questão 6 do questionário de Ensino Superior.....	87
Figura 4.27: Imagens de algumas respostas da questão 7 do questionário de Ensino Superior.....	88
Figura 4.28: Imagens de algumas respostas da relação matemática na descoberta de planetas do questionário de Ensino Superior.....	88
Figura 4.29: Nuvem de palavras com as respostas sobre aplicativos e software do questionário Ensino Superior.....	89
Figura 4.30: Gráfico sobre o nível de interesse sobre o tema proposto no projeto.....	89
Figura 4.31: Gráfico grau de aprendizado do conteúdo de parábola após a oficina.....	91
Figura 4.32: Gráfico sobre o interesse sobre o tema após a oficina.....	91
Figura 4.33: Avaliação da maneira como foi relacionado a Astronomia no conteúdo matemático prevista na questão 7.....	92
Figura 4.34: Imagem da aplicação da oficina utilizando o experimento da parábola de MDV e a gude.	93
Figura 4.35: Utilização dos lasers para mostrar a convergência e a divergência da luz conforme figura 3.08 e 3.09.....	93
Figura 4.36: Imagem do aluno contornando o papel com um pincel para mostrar o formato da curva em cada corte do cone.....	94
Figura 4.37: Imagem dos alunos fazendo uso da luneta e do telescópio aberto na sala de aula.....	95
Figura 4.38: Imagem da observação da lua ocorrida no pátio da escola com telescópio refrator.....	95
Figura 4.39: Imagem da observação da lua ocorrida no pátio da escola com telescópio refletor.....	96
Figura 4.40: Imagem da Lua fotografada por um aluno no telescópio refletor com o celular.....	96
Figura 4.41: Imagens dos comentários dos alunos sobre a oficina de parábola quanto a apresentação...	97
Figura 4.42: Imagens dos comentários dos alunos sobre a oficina de parábola quanto ao interesse no tema.....	97
Figura 4.43: Imagem da aplicação da oficina de semelhança de figuras planas.....	99
Figura 4.44: Imagem da aplicação da oficina de semelhança de figuras planas, mostrando os triângulos utilizados.....	99
Figura 4.45: Representação das relações entre os triângulos e as distâncias utilizados por Aristarco.....	100
Figura 4.46: Imagem do experimento previsto na figura 3.21, aluno A utilizando uma moeda e uma trena métrica.....	100
Figura 4.47: Imagem do experimento previsto na figura 3.21, aluno B utilizando uma moeda e uma trena métrica.....	101
Figura 4.48: Imagem do experimento previsto na figura 3.21, aluno C utilizando uma moeda e uma trena métrica.....	102

Figura 4.49: Imagem da aplicação da projeção por pin-hole. Figura 3.22, no pátio da escola.....	102
Figura 4.50: Imagem sobre a explicação do conceito de marés.....	103
Figura 4.51: Imagem de como os alunos fizeram os cálculos para resolver a questão 9 da avaliação. Apêndice 2.....	103
Figura 4.52: Imagem da utilização do astrolábio caseiro e projeção das posições do Sol em cada estação do ano.....	105
Figura 4.53: Imagem das respostas do questionário de avaliação sobre recurso que mais impactou.....	105
Figura 4.54: Utilização do Stellarium para definir a estrela de referência do polo celeste norte.....	106
Figura 4.55: Utilização do Stellarium para mostrar a estrela de referência do polo celeste norte muda de posição pelo movimento de precessão da Terra.....	106
Figura 4.56: Reprodução no Stellarium da escala de magnitudes de Híparco.....	107
Figura 4.57: Comentário dos alunos sobre o método de observação das estrelas por Híparco.....	108
Figura 4.58: Aplicação da lei do inverso do quadrado da distância.....	108
Figura 4.59: Comentário dos alunos sobre a relação brilho-distância dos astros.....	109
Figura 4.60: Comentário sobre a relação da matemática com o desenvolvimento da Astronomia.....	110
Figura 4.61: Imagem de uma projeção dos modelos geocêntrico e heliocêntrico.....	110
Figura 4.62: Comentário do aluno A, sobre o movimento retrógrado de Marte.....	111
Figura 4.63: Comentário do aluno E, sobre a visão das órbitas dos planetas.....	111
Figura 4.64: Comentários do aluno F e G, sobre a visão das órbitas dos planetas.....	112
Figura 4.65: Comentário dos alunos B, C, H e I sobre a visão das órbitas dos planetas.....	112
Figura 4.66: Imagem do experimento de reprodução em escalas do sistema solar.....	113
Figura 4.67: Comentário geral sobre a aplicação da oficina.....	114
Figura 4.68: apresentação dos modelos planetários.....	115
Figura 4.69: Imagem da simulação da órbita da Lua com Terra.....	116
Figura 4.70: Comentário dos alunos sobre software.....	116
Figura 4.71: Imagem da órbita do cometa Oumuamua no software Universe Sandbox.....	117
Figura 4.72: Comentário dos alunos sobre software.....	117
Figura 4.73: Imagem dos alunos realizando o experimento de reflexão da elipse.....	118
Figura 4.74: Imagem do aluno desenhando as órbitas dos planetas.....	118
Figura 4.75: Imagem do aluno representando os focos da elipse no papel.....	119
Figura 4.76: Imagem da colagem do barbante nos focos desenhados no papel e explicação do método.	119
Figura 4.77: Imagem do aluno representando os focos da elipse no papel.....	120
Figura 4.78: Comentário dos alunos sobre o experimento de construção das órbitas.....	120
Figura 4.79: Avaliação dos alunos sobre a oficina.....	121
Figura 4.80: Imagem da apresentação do minicurso uso da Astronomia para ressignificar as aulas de Matemática no Ensino Médio.....	122
Figura 4.81: Comentário sobre a 1º pergunta do questionário avaliativo indicando a escolha.....	122

Figura 4.82: Comentário sobre a 1º pergunta do questionário avaliativo relação temática.....	123
Figura 4.83: Comentário sobre a 2º pergunta do questionário avaliativo.....	123
Figura 4.84: Comentário sobre a 3º pergunta do questionário avaliativo.....	124
Figura 4.85: Imagem da utilização da luneta e outros experimentos.....	124
Figura 4.86: Comentário sobre a 4º pergunta do questionário avaliativo.....	125
Figura 4.87: Comentário sobre a 5º pergunta do questionário avaliativo.....	125
Figura 4.88: Imagem do público do minicurso “Um novo olhar para o estudo dos cálculos vetorial e integral e a importância da Matemática na descoberta dos planetas Netuno e Plutão”.....	126
Figura 4.89: Comentário sobre a 1º pergunta do questionário avaliativo indicando escolha para o minicurso.....	127
Figura 4.90: Comentário sobre a 2º pergunta do questionário avaliativo minicurso de Ensino Superior.	127
Figura 4.91: Comentário sobre a 3º pergunta do questionário avaliativo minicurso de Ensino Superior.	128
Figura 4.92: Comentário sobre a 4º pergunta do questionário avaliativo.....	128

LISTA DE TABELAS

Quadro 3.1: Quadro organizacional sobre o conteúdo de Matemática a ser abordado.....	35
Quadro 3.2: Quadro organizacional sobre o conteúdo de Matemática a ser abordado.....	36
Quadro 3.3: Experimentos utilizados na oficina 01.....	37
Quadro 3.4: Experimentos utilizados na oficina 02.....	40
Quadro 3.5: Experimentos utilizados na oficina 03.....	42
Quadro 3.6: Experimentos utilizados na oficina 04.....	43
Quadro 3.7: Experimentos utilizados na oficina 05.....	44
Quadro 3.8: Plano de aula para oficina 01.....	47
Quadro 3.9: Plano de aula para oficina 02.....	51
Quadro 3.10: Plano de aula para oficina 03.....	54
Quadro 3.11: Plano de aula para oficina 04.....	57
Quadro 3.12: Plano de aula para oficina 05.....	61
Quadro 3.13: Plano de aula para minicurso 01.....	65
Quadro 3.14: Plano de aula para minicurso 02.....	66
Quadro 4.1: Relação do número de estudantes que responderam aos questionários e oficinas.....	68
Quadro 4.2: Relação do número de estudantes que responderam aos questionários e oficinas.....	69
Quadro 4.3: Síntese das oficinas e minicursos realizados.....	69
Quadro 4.4: Distribuição das respostas quantitativas referentes as quatro primeiras questões da avaliação da oficina de parábola.....	90
Quadro 4.5: Relação dos valores descritos por Aristarco e os valores atuais.....	100
Quadro 4.6: Quadro com quantidade de acertos nas questões relacionadas a temática da oficina (apêndice 5).....	103
Quadro 4.7: Relação entre a distância médio dos planetas e a escala para o Sistema Solar.....	114

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	17
2. REFERÊNCIAL TEÓRICO	21
2.1 Dificuldades inerentes à natureza dos objetos matemáticos	21
2.2 Interdisciplinaridade e o Ensino de Matemática	23
2.3 Uso interdisciplinar da Astronomia no Ensino de Matemática	24
2.4 História da Matemática e Astronomia	25
2.5 Ferramentas Educacionais	27
3. METODOLOGIA	30
3.1 Tipo da pesquisa e abordagem	30
3.2 Definição do local de execução da pesquisa	30
3.3 Definição do público alvo	32
3.4 Metodologia de intervenção	32
3.4.1 Pesquisa diagnóstica	33
3.4.1.1 Questionário para o ensino médio	33
3.4.1.2 Questionário para o ensino superior.....	34
3.4.2 Planejamento das ações de intervenção.....	34
3.4.3 Definição e construção do material didático.....	37
3.4.4 Elaboração da oficina/ minicurso.....	46
3.4.4.1 Oficinas para o ensino médio.....	47
3.4.4.2 Minicursos para o ensino superior.....	64
4. APRESENTAÇÃO DAS AÇÕES, ANÁLISE E RESULTADOS	68
4.1 Ações desenvolvidas	68
4.2 Análise dos questionários	70
4.3 Apresentação, Avaliação e Resultados das Oficinas	90
4.3.1 Estudo da parábola com a contextualização da Astronomia	90
4.3.2 Ângulos e a trigonometria: A contribuição de Híparco no desenvolvimento da Matemática e Astronomia	98
4.3.3 Uso da semelhança de figuras planas para determinação de distâncias astronômicas por Aristarco de Samos	104
4.3.4 Relações trigonométricas e progressões: Como Copérnico influenciou na descoberta de novos planetas	111

4.3.5 Estudo da elipse e suas relações com as leis de Kepler	115
4.4 Apresentação, Avaliação e Resultados dos Minicursos.....	121
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	130
REFERÊNCIAS	132
APÊNDICES	137

INTRODUÇÃO

As histórias das observações astronômicas fascinam a qualquer pessoa que tenha um pouco de contato com elas, tais como explicar as aplicações e previsões que os povos antigos foram capazes de fazer apenas observando o céu. Como justificar se essas observações não passavam de hipóteses sem serem comprovadas? Inicialmente utilizada para tentar responder a estas perguntas, entra em cena uma das ciências mais antigas e importantes da humanidade, a Matemática.

As ideias matemáticas aparecem ao longo de toda a história das civilizações, na busca de estratégias para resolução dos problemas da época, bem como para explicar fenômenos da natureza e da vida em sociedade. Compreender a evolução das ciências é associá-las à evolução da Matemática, assim descreve D'Ambrósio (1999, p.97). Outro papel importante da Matemática se relaciona com o desenvolvimento da metodologia científica ou origem da ciência moderna, que segundo Koyré (2000), diz respeito à relação das teorias com os fatos, e estabelece condições que uma teoria deve reunir para ser aceita através de métodos (verificação e falsificação) que permitam decidir se ela é válida ou não. Neste sentido o uso da Matemática para formular teorias e experimentos para sua “verificação” ou sua “falsificação” foi utilizado desde os filósofos Gregos, Platão, Eudoxo, Híparco e Aristarco no século XIII, chegando aos métodos de investigações científicas de Galileu, Kepler e Newton no século XVII.

Mesmo com essa importância histórica, o ensino de Matemática na educação básica, sempre foi alvo de críticas por muitas vezes ser apresentado de forma abstrata e de difícil entendimento para os estudantes do Ensino Fundamental e Médio, conforme Starepravo (2004, p.19) “enquanto o trabalho com a Matemática continuar privilegiando o ensino de fórmulas e de técnicas que serão usados posteriormente para resolver os exercícios propostos, a escola não passará de uma instituição transmissora de informações”. Contrária a essa prática, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), aponta para a elaboração de currículos que abordem a contextualização dos componentes curriculares, conectando e tornando-os significativos descrito em (Brasil, 2018).

Tendo em vista a forma abstrata que muitas vezes estes conteúdos de Matemática são abordados, o que a torna distante da realidade do estudante de hoje, cada vez mais conectado, indaga-se “como a ressignificação da Matemática, utilizando a interdisciplinaridade e a contextualização proporcionada pela Astronomia, podem melhorar a forma com que os

educandos se relacionam com a disciplina e aproximar essa ciência do seu meio sociocultural”?

O questionamento levantado se justifica, pela maneira com que os conteúdos matemáticos são abordados em sala de aula, de modo que o estudante não vê relação do conceito estudado com o seu cotidiano, conforme Lorenzato (2006, p.1), quando descreve que “o papel que o professor desempenha é fundamental na aprendizagem dessa disciplina, e a metodologia de ensino por ele empregada é determinante para o comportamento dos estudantes”. Essa escolha metodológica distante das relações sociais e digitais que vivem os estudantes faz com que a disciplina se distancie cada vez mais dele, e conforme Silveira (2011), faz com que os estudantes se apropriem do discurso de que a Matemática é difícil, isso reflete diretamente nos resultados do Brasil em avaliações externas como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) no ano de 2018, que o país ficou mais de 100 pontos abaixo da média dos países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) na prova de matemática, fato este que é corroborado com os indicadores de avaliações internas, como a prova do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) no ano de 2021, que em matemática continua no nível 3 em uma escala de 1 a 10.

Sabe-se que este insucesso dos estudantes nestas avaliações não é causado apenas pelo fator da não contextualização dos conteúdos de matemática, mas não deixa de nos indicar que algo precisa ser modificado em sala de aula para amenizar esse impacto. Na busca por um elo de contextualização e ressignificação para o ensino de Matemática, se fez uso de alguns conteúdos de Astronomia, associados a conteúdos matemáticos de funções e geometria, como ciência interdisciplinar, buscou-se interligá-los aos conceitos e desenvolvimento histórico das observações astronômicas, criando relações entre os conteúdos do ensino básico e sua importância no desenvolvimento da matemática, de modo em que compartilhamos da ideia de Langui (2009), que descreve o papel da Astronomia como promoção e apropriação da ciência em geral, além de ser um motivador para os estudantes, pois há nela um caráter altamente interdisciplinar.

Tendo em vista estes argumentos torna-se necessário um processo de ressignificação seguindo sua definição quando se refere a um novo sentido, valor ou forma, para nossa temática, se utiliza para um novo sentido ao mesmo conceito matemático, utilizando da Astronomia como ferramenta interdisciplinar, como aponta Ausubel (2000, p. 17), quando descreve que a aprendizagem por recepção significativa envolve, a aquisição de novos significados a partir de material de aprendizagem apresentado. E Moreira (2012, p.3) quando

descreve que a “maneira mais típica de aprender significativamente é a aprendizagem significativa subordinada, na qual um novo conhecimento adquire significado na ancoragem interativa com algum conhecimento prévio especificamente relevante”. Concordamos com Ausebel e Moreira sobre a aprendizagem significativa proporcionar ao estudante as conexões entre as disciplinas, considerando os conceitos pré-estabelecidos no intuito de mostrar novos significados a conceitos matemáticos apresentados de maneira tradicional com exposição e repetição de exercícios.

Em busca deste processo de ressignificação do ensino de Matemática no cenário da Astronomia, objetos matemáticos, tais como: cônicas, relações trigonométricas, semelhança de figuras planas, potenciação e função logarítmica, presentes nos conteúdos dos três anos do Ensino Médio, se apresentam como oportunidades de proposta de intervenções interdisciplinares.

Desta forma, com uma perspectiva de relacionar tais conteúdos com o papel da matemática num cenário de desenvolvimento da Astronomia, este trabalho irá realizar intervenções, numa concepção da ressignificação matemática, destinadas a estudantes da educação básica e superior abordando tópicos de geometria e funções, contextualizadas em temas relacionados com a Astronomia, buscando dar sentido aos conteúdos de matemática, e promovendo uma maior aproximação dos estudantes do conhecimento científico.

Os objetivos específicos do trabalho constam dos seguintes:

- Estabelecer relação entre a importância dos cálculos matemáticos para o desenvolvimento da Astronomia que temos hoje.
- Popularizar e disseminar o estudo da Astronomia através do estudo do método científico.
- Desenvolver e aplicar oficinas e minicursos para o público alvo da pesquisa.
- Usar a da experimentação prática nas aulas de matemática.
- Utilizar tecnologias existentes (software, simuladores).
- Incentivar os professores a utilizarem experimentos para tornar aulas mais dinâmicas.
- Contextualizar o experimento ao conteúdo estudado, como forma de aplicação direta deste conteúdo.
- Propor ao professor formas de diversificar e significar a sua aula, aproveitando a interdisciplinaridade que o ensino de Astronomia requer.

Por fim este trabalho também visa o desenvolvimento de um **Produto Educacional**, na forma de um caderno de atividades, proveniente das ações desenvolvidas ao longo do processo de implementação dessa proposta de pesquisa educacional.

2- REFERÊNCIAL TEÓRICO

Como apresentado na introdução, a proposta desenvolvida busca caminhos para uma contextualização do ensino de Matemática promovido pela interdisciplinaridade que a Astronomia propicia. Na busca de referenciar o trabalho, dividimos este referencial teórico em cinco seções nas quais vamos dialogar com Sanchez (2004), Almouloud (2010), Barquero, Bosch e Gascón (2007) sobre as dificuldades inerentes à natureza dos objetos matemáticos. Com Paviani (2008), BNCC (2018) e BRASIL (2006) sobre conceitos de interdisciplinaridade e documentos oficiais que norteiam os currículos escolares. Para a relação do uso interdisciplinar da Astronomia, referenciamos com Langui e Nardi (2014), sobre a importância da história da Matemática e da Astronomia na evolução destas ciências, o utilizamos Nieto (1970) e Rosa (2012) e na última onde discutimos a melhor maneira de por em prática as ideias do trabalho, dialogamos sobre a inserção de ferramentas educacionais como simuladores e softwares matemáticos com Anastasiou e Alves (2004), Bento (2010) e Genuino (2014).

2.1 - DIFICULDADES INERENTES À NATUREZA DOS OBJETOS MATEMÁTICOS

Sabe-se que a matemática sempre foi considerada uma das disciplinas mais difíceis para os estudantes, por exigir deles um grau de abstração um pouco diferente das demais ciências, como descrito por Sanchez (2004, p. 174) “Dificuldades relativas à própria complexidade da matemática, como seu alto nível de abstração e generalização, a complexidade dos conceitos e algoritmos, a hierarquização dos conceitos matemáticos, nem sempre é possível para muitos estudantes”. Além disso, muitas vezes a forma como ela é abordada em sala de aula também não ajuda os estudantes a perceberem a sua importância para o desenvolvimento de outras ciências e da própria sociedade.

Um ponto que na nossa percepção agrava as dificuldades no ensino de Matemática está associado a separação dela das outras ciências, mesmo que nos documentos oficiais apareçam indicadores destacando o papel interdisciplinar da Matemática, a própria BNCC separa as áreas de conhecimento em quatro, Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza e Ciências Humanas, sendo reforçado por Barquero e Bosch (2007), quando descreve que uma visão separada das disciplinas científicas cria barreiras para o desenvolvimento de atividades aplicadas. Outro ponto que as autoras criticam é a ideia de que a Matemática é independente de outras disciplinas, o que impede de considerá-la uma ferramenta de desenvolvimento de

outras ciências como a Física e a Astronomia. Esse grau de separação causa impacto no ensino aprendizagem dos estudantes a medida que não conseguem perceber que um mesmo objeto didático, está sendo ensinado em duas disciplinas simultâneas, como exemplo, no primeiro ano do ensino médio, o conteúdo de cinemática (Física) se apoia fortemente em conhecimentos sobre funções (Matemática).

Outro fator que podemos acrescentar é a maneira que muitos professores descrevem a Matemática para seus alunos, com base no pensamento Pitagórico, no qual ela descreve a natureza, mas esses mesmos professores não conseguem criar pontes, no sentido de mostrar que o método de produção da ciência estão presentes a observação, a experimentação e a descrição matemática precisa, criando obstáculos de aprendizagem matemática no qual destacamos segundo Almouloud (2010 apud Brousseau, 1983) os **obstáculos epistemológicos**, constituído de um conhecimento já adquirido que faz resistência a um novo conceito. Nesse ponto se relaciona a nossa temática quando se resgata conceitos históricos sobre a dificuldade de aceitação das teorias para os movimentos planetários de Ptolomeu (Geocêntrico) e Copérnico (Heliocêntrico).

Outro obstáculo descrito por Almouloud, diz respeito ao **obstáculo Ontogênico**, referente ao desenvolvimento cognitivo do educando, considerando a teoria de Piaget para a aprendizagem. Esse tipo de obstáculo nos ajudou no desenvolvimento das propostas didáticas aplicadas na pesquisa, em pensar que cada estudante aprende à sua maneira, construindo etapas de aprendizagem. E **obstáculo didático** que na concepção do referido autor está associado à opção metodológica que professor ou sistema de ensino, e da escolha dos livros didáticos apresentam e discutem os conteúdos, gerando conhecimentos incompletos ou superficiais. Nesse contexto, esse obstáculo se relaciona com os demais, tanto no aparecimento, quanto na superação dos mesmos, pois está ligado ao planejamento das aulas, e nesse momento o professor pode adequar sua metodologia e a forma como escolher os problemas a serem aplicados em sala de aula.

Pensar nos caminhos da aprendizagem, sobre tudo nas dificuldades em aprender os objetos matemáticos, nos ajudou a refletir uma perspectiva para a pesquisa, de modo que no planejamento das ações e atividades, tomou-se cuidado em diversificar mostrar a relação da Matemática como ferramenta constitutiva de outra ciência, em especial a Astronomia de modo a ampliar os saberes tanto para professores quanto para estudantes.

2.2 - INTERDISCIPLINARIDADE E O ENSINO DE MATEMÁTICA

A interdisciplinaridade é uma temática que é compreendida como uma forma de trabalhar em sala de aula, no qual se propõe um tema com abordagens em diferentes disciplinas, segundo PAVIANI (2008, p.14):

“A origem da interdisciplinaridade está nas transformações dos modos de produzir a ciência e de perceber a realidade e, igualmente, no desenvolvimento dos aspectos político administrativos do ensino e da pesquisa nas organizações e instituições científicas. Mas, sem dúvida, entre as causas principais estão à rigidez, a artificialidade e a falsa autonomia das disciplinas, as quais não permitem acompanhar as mudanças no processo pedagógico e a produção de conhecimentos novos”.

Nesse sentido a interdisciplinaridade é uma nova atitude diante da questão do conhecimento, de abertura à compreensão de fatos históricos, textos filosóficos, comportamento humano, e fenômenos da natureza, implicando em uma ação em movimento constante.

Esse papel interdisciplinar da Matemática nos direcionou ao que descrevem os documentos oficiais para cada etapa de ensino, tendo em vista que esse documento é norteador para formação dos currículos. Nesse sentido a BNCC (2018, p.522) descreve que um dos desafios para a aprendizagem da Matemática é proporcionar aos estudantes a visão de que ela está inserida no dia-dia e faz parte de nossa cultura e de nossa história, descrita na competência 5, segundo a BNCC (2018, p.524).

“Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas”.

Nesse sentido se percebe que a BNCC orienta para uma proposta de ressignificação do ensino de Matemática, e pode-se ainda destacar pesquisas que se correlacionam esse contexto, como, por exemplo as experiências apresentadas por Cordeiro (2017) que utiliza de experimentos de fácil construção pelos estudantes para contextualizar o ensino de Matemática. Amorin (2020) que descreve o uso do conteúdo de funções com o uso do Geogebra, Narvaz (2006) relata o uso de ideias ressignificadas para o ensino de geometria, e Machado (2020) descreve o uso da ressignificação do ensino de matemática através de jogos.

Outro destaque conferido a BNCC é buscar relacionar a matemática como fruto do desenvolvimento da experiência humana ao longo da história, mostrando a ligação dela com outras ciências. Essa relação fica mais clara na competência específica 1, que descreve segundo a BNCC (2018, p. 524).

“Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas, ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral”.

Nesta orientação, pode-se perceber que o documento já relaciona os conceitos matemáticos as Ciências da Natureza, entre elas deve-se incluir a Astronomia, e que dentro desta mesma perspectiva já existiam recomendações para associá-las aos conceitos matemáticos como previsto nas Orientações Curriculares de Matemática para o Ensino Médio (BRASIL, 2006, p.92), onde norteia que a formação do currículo deve buscar a integração de forma interdisciplinar com outras ciências, citando como exemplo, o ensino das cônicas com os movimentos planetários, e o uso em telescópios de espelhos hiperbólicos e parabólicos.

2.3 – INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE ASTRONOMIA E MATEMÁTICA.

Descrever a interdisciplinaridade usando a Astronomia, são elencadas duas características, sendo a primeira à articulação com outras disciplinas, como Física, Química, Biologia, Geografia, História e Matemática, em que esta ciência se articula de maneira transdisciplinar, no sentido que no qual Dos Santos (1995), descreve a transdisciplinaridade como ocasiões em que são necessárias cruzar as fronteiras de sua própria disciplina e estabelecer uma ponte que permita estudar fenômenos. Na carta da transversalidade, em seu artigo 3, descreve:

“A Transdisciplinaridade é complementar à abordagem disciplinar; ela faz emergir novos dados a partir da confrontação das disciplinas que os articulam entre si; ela nos oferece uma nova visão da Natureza e da Realidade. A transdisciplinaridade não procura o domínio de várias disciplinas, mas a abertura de todas as disciplinas ao que as une e as ultrapassa.

Neste ponto a Astronomia ao nosso ver torna a educação transdisciplinar, pois podemos descrever como uma ponte entre as disciplinas se opondo às práticas de ensino

descontextualizadas da realidade e que impedem a compreensão dos conteúdos de maneira ampla.

A segunda é a utilização para espaços e realidades além da sala de aula e presentes no mundo que cerca os estudantes ou que permitam a eles ampliarem sua visão de mundo. Seguindo essa relação da Astronomia no ensino, LANGUI E NARDI (2014, p.53) descrevem:

“Ela contribui para uma visão de conhecimento científico enquanto processo de construção histórica e filosófica; representa um exemplo claro de que a ciência e a tecnologia não estão distantes da sociedade; desperta a curiosidade e a motivação nos alunos e nas pessoas em geral; potencializa um trabalho docente voltado para a elaboração e aplicação autônoma de atividades práticas contextualizadas”.

Reforçando a ideia de Langui e Nardi, destaca-se ainda a afinidade entre Astronomia e a Matemática quando fizemos um levantamento de estudos e experiências que usam a Astronomia como tema interdisciplinar para o ensino de Matemática, a citar: Piovezan e Gama (2019) o papel da Astronomia e da matemática como ferramenta interdisciplinar, Araújo (2013) o uso da Astronomia aplicados à geometria Euclidiana, Amorin (2018) o cálculo de distâncias astronômicas relacionado com a Matemática, e Lopes (2017) a utilização do relógio de sol e estudos relacionados a outras disciplinas como Geografia.

Nesse sentido se percebe que a Matemática como ciência é fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, e contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos que alicerçaram descobertas em vários campos da ciência entre elas a Astronomia.

2.4 - HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ASTRONOMIA

Relacionar essas ciências para os estudantes é perguntar a eles como são usados os aplicativos de localização contidos nos celulares de hoje. O simples abrir de um aplicativo tem muitos anos de estudo e desenvolvimento relacionados, e para entendê-los é preciso interligar a história de ambas. Para tanto, nesta seção será abordada a relação direta entre a História da Matemática e o desenvolvimento das observações e teorias astronômicas sobre o nosso Sistema Solar e a necessidade de se formular e comprovar as teses observacionais através de cálculos matemáticos. Para isso, se descreve o que é proposto em documentos oficiais sobre esse tópico, bem como a maneira como autores abordam esta temática.

Nos temas complementares das Orientações Curriculares de Matemática para o Ensino Médio, se destaca o espírito investigativo dos povos da antiguidade para resolver problemas astronômicos, como o cálculo do raio da terra, a distância relativa entre a Terra, Lua e Sol, e também o uso de espelhos hiperbólicos usados nos telescópios. (BRASIL,2006, pág.93).

No percurso do desenvolvimento das observações dos planetas do Sistema Solar, uma das primeiras discussões históricas é envolvendo os modelos geocêntrico de Cláudio Ptolomeu (150 d.C) em sua obra “Almagesto”. Segundo o Modelo Geocêntrico de Ptolomeu, um planeta está em movimento num pequeno círculo denominado epiciclo, cujo centro se move ao redor da Terra em grandes 8 circunferências denominadas deferentes e o Modelo heliocêntrico de Nicolau Copérnico (1530), em sua obra “De Revolutionibus Orbium Coelestium”, propõe o Sol como centro imóvel do Universo, à sua volta giraria os planetas, no qual, exceto a Lua que giraria em torno da Terra.

Nesse momento histórico a Astronomia foi o ramo da ciência que mais se desenvolveu no período, devido à sua base matemática e observacional, além do desenvolvimento da mecânica celeste e o progresso tecnológico com a invenção da luneta em 1608 pelo holandês Hans Lippershey (FERNANDES, acesso em 30 de agosto de 2022) a partir das lentes dos primeiros óculos. Galileu soube dos detalhes da criação de Lippershey e, com utensílios semelhantes (tubos e lentes), construiu um modelo três vezes mais poderoso que o do holandês.

Nesse sentido Rosa (2012, pág.100) descreve:

A Astronomia do século XVII, dado seu grande desenvolvimento observacional e conceitual, pode ser examinada, para fins expositivos, em três períodos: o primeiro, marcado pelas obras de Kepler e de Galileu, de confirmação do sistema heliocêntrico, o segundo, com os avanços na Astronomia de observação, e o terceiro, dominado por Newton, que encerra o ciclo iniciado por Copérnico e inaugura uma nova etapa da Astronomia com a criação da Mecânica Celeste.

Essas citações dialogam com o desenvolvimento na busca de entender o método científico, através da experimentação se relaciona diretamente com a evolução do entendimento do Sistema Solar na busca e descoberta de mais planetas, além dos seis conhecidos à época.

Nessa busca, a Matemática tem um papel fundamental, através da relação de Titius-Bode (1766), no qual expressa que o raio orbital dos planetas segue uma progressão

matemática expressa por números associados a posição dos planetas em relação ao Sol previsto até o número 10. Sendo $-\infty$ para Mercúrio, 0 para Vênus, 1 para Terra e assim até Saturno no qual era o mais distante até então (Nieto,1970).

Com o uso da relação de Titius-Bode, o melhoramento dos telescópios proveniente da luneta de Galileu, junto com os conhecimentos das Leis de Órbitas de Kepler e o conceito da Lei de Gravitação Universal de Newton, instigaram muitos astrônomos a observarem os planetas descrevendo suas órbitas aplicando as leis acima citadas. Assim, observando-os em 1781 o planeta Urano é descoberto por William Herschel. Com a descoberta de Urano, os olhos se voltavam para a observação e definição de sua órbita, na busca de identificar se o mesmo também tinha órbita elíptica descrita pela Lei de Órbita de Kepler.

Utilizando a Lei de Gravitação Universal de Newton (1687) onde, cada objeto no universo puxava todos os outros objetos com uma força que dependia das massas dos vários objetos e as distâncias entre eles, os astrônomos esperavam ser capazes de calcular a órbita de Urano com exatidão medindo a atração do Sol, de Júpiter e de Saturno. Porém, em 1821 o astrônomo francês Alexis Bouvard descobriu que Urano não estava se movendo em sua órbita exatamente como deveria, percebendo apresentar perturbações em sua órbita (Asimov, 1990). Esse acontecimento levou muitos a pensar se tratar de um novo planeta, previsto na relação de Titius-Bode como o planeta 8, mas como procurá-lo ao meio de milhões de estrelas, para assim provar a teoria, entra então em cena mais uma vez a Matemática, através de cálculos de registro do arco da órbita de Urano por John Adams (1843) e Urbain Le Verrier (1845). Mesmo em lugares distintos, eles fizeram cálculos matemáticos parecidos, que previam uma posição possível para o qual o suposto novo planeta estaria, e assim, graças a essa previsão Netuno foi descoberto por Johann G. Galle em 23 de setembro de 1846. Usando a posição prevista calculada por Le Verrier.

2.5 - FERRAMENTAS EDUCACIONAIS

Para operacionalizar a pesquisa se recorreu a duas abordagens educacionais interligadas entre o uso de oficinas temáticas associando acontecimentos históricos das descobertas e observações dos Planetas, com a Matemática do ensino médio, atrelando a essas oficinas um caráter prático de uma abordagem com ferramentas tecnológicas, como softwares e simuladores online que por si só atraem os estudantes pelo seu formato diversificado e criativo. A primeira etapa desta pesquisa se concentrou na utilização de oficinas temáticas para conteúdos de Matemática do ensino médio, usando contextualização fornecida pela

Astronomia. As oficinas didáticas têm um papel facilitador no ensino aprendizagem como descreve ANASTASIOU e ALVES (2004, pág. 95).

“A oficina se caracteriza como uma estratégia do fazer pedagógico onde o espaço de construção e reconstrução do conhecimento são as principais ênfases. É lugar de pensar, descobrir, reinventar, criar e recriar, favorecido pela forma horizontal na qual a relação humana se dá. Pode-se lançar mão de músicas, textos, observações diretas, vídeos, pesquisas de campo, experiências práticas, enfim vivenciar ideias, sentimentos, experiências, num movimento de reconstrução individual e coletiva”.

A abordagem através de oficinas, além do uso prático que valoriza a criatividade e as relações pessoais entre o professor e os estudantes, traz para a sala de aula ferramentas que despertam a curiosidade, por se tratar de formas de ensino com o papel de contextualizar os conteúdos abstratos. Outra vantagem de oficinas para à pesquisa é a liberdade de ser aplicada em várias unidades de ensino, não apenas nas turmas em que o autor é regente.

Para aproximar os conteúdos das oficinas ao mundo cada dia mais tecnológico dos estudantes, vamos incorporar nas oficinas o uso de novas tecnologias através de softwares educacionais, como é destacado por Bento (2010), os softwares educacionais estão sendo incorporados ao processo de ensino e aprendizagem como ferramenta de mediação entre o indivíduo e o conhecimento. Estes permitem a exploração, visualização e experimentação com várias possibilidades. Como apresentado na definição sobre softwares educacionais de Bento, usa-se o software GeoGebra, para as simulações de órbitas e estudo das cônicas que o próprio Bento define como um ambiente de aprendizagem que possibilita interação entre os usuários e o ensino de geometria.

Outros programas usados na proposta no intuito de aproximar os conceitos astronômicos e a realidade virtual dos estudantes é o simulador online Universe Sandbox, e o software Stellarium, este último nas palavras de GENUINO (2014, p. 20):

“O software oferece ferramentas para lidar com imagens como estrelas cintilantes e estrelas cadentes, chuva de meteoros, controle do tempo e zoom, interface em diversos idiomas, projeção olho de peixe para redomas de planetários, controle de telescópios, dentre outros”.

Com relação aos simuladores online, temos vantagens e desvantagens, a primeira é não precisar instalar o dispositivo no celular ou computador dos participantes da pesquisa, outra

vantagem é que existem muitos tutoriais ensinando a manusear essas ferramentas, que possuem uma interface muito amigável e funções bem dinâmicas para o desenvolvimento das oficinas. A desvantagem é a dependência da internet, especificamente no caso do Universe Sandbox, já que o Stellarium pode ser instalados e fazer uso no modo off-line.

3 – METODOLOGIA

Neste capítulo apresenta-se o tipo de pesquisa, a escolha do local e público alvo, além de apresentar a descrição da metodologia de intervenção da pesquisa. Realiza-se uma descrição do planejamento das ações e elaboração das atividades a serem executadas em resposta ao objetivo do projeto, e a elaboração do produto educacional.

3.1 TIPO DA PESQUISA E ABORDAGEM

Este projeto utiliza uma metodologia calcada na pesquisa intervenção pedagógica, no qual segundo Damiani (2013), este tipo pesquisa é definida “como uma pesquisa que envolve o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações pedagógicas) – destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam”. A pesquisa busca após o levantamento por meio de questionário investigativo sobre o conhecimento dos estudantes sobre a temática da Matemática utilizada na Astronomia, e assim como descreve Gil (2010), quando afirma que esse tipo de pesquisa busca ampliar os conceitos com a finalidade contribuir para a solução de problemas, que objetivam ampliar conhecimentos, utilizando os benefícios práticos.

3.2 DEFINIÇÃO DO LOCAL DE EXECUÇÃO DA PESQUISA

Foi definido o local de realização da pesquisa o Centro Integrado de Educação Assis Chateaubriand (CIEAC), localizado no bairro Sobradinho, na cidade de Feira de Santana – BA. É considerado uma escola de porte especial, devido ao elevado número estudantes matriculados, que atualmente encontra-se com um total de 2.940 alunos, funciona nos três turnos: matutino, vespertino e noturno; e nas modalidades: ensino fundamental (anos finais), ensino médio e educação de jovens e adultos (EJA). A escolha desta unidade escolar seguiu seguintes critérios, o primeiro ser o colégio de lotação do pesquisador, dando a ele maior liberdade no planejamento e apoio logístico na execução das atividades propostas, segundo pela escola se encontrar nas proximidades do Observatório Astronômico Antares, terceiro contar com mais de 6 profissionais que realizaram o mestrado em ensino de Astronomia, e também por ser considerada uma escola de referência na cidade por desenvolver uma educação pública de qualidade e competência como mostra a Figura 3.1.

Figura 3.1: Foto da fachada do CIEAC



Fonte: <https://www.acordacidade.com.br/noticias/educacao/assis-chateaubriand-e-colegio-estadual-carmen-andrade-podem-se-tornar-complexo-educacional/>.

Outro local explorado na pesquisa foi a Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), mais especificamente o curso de licenciatura em Matemática. O referido curso funciona desde 1986, sendo a principal formadora de professores para atuarem no ensino fundamental (anos finais) e ensino médio, para Feira de Santana e região, tendo o próprio pesquisador um dos seus egressos, ver Figura 3.2.

A proposta da pesquisa em ambientar esse universo, surge justamente do resgate que o pesquisador fez da sua formação acadêmica, no qual não se recorda do uso da Astronomia como ferramenta interdisciplinar para o ensino de Matemática no ensino básico e nem tão pouco da graduação.

Figura 3.2: Foto da entrada principal da UEFS



Fonte: <https://www.uefs.br/2022/05/4451/25-mil-alunos-ja-se-formaram-pela-Uefs-em-46-anos.html>

3.3 DEFINIÇÃO DO PÚBLICO ALVO

Esta pesquisa se destina aos estudantes da unidade de ensino anteriormente citada, nos três anos do ensino médio, na faixa etária entre 15 a 18 anos, sendo três turmas de 1º ano regular, uma turma do 2º ano, uma turma do 3º ano, e uma turma de EJA do noturno com faixa etária entre 18 e 40 anos, onde foram aplicadas 5 oficinas temáticas durante as aulas de Matemática.

Motivado pela minha carência, mencionada na seção anterior, de formação no meu curso de graduação, a segunda abordagem da pesquisa é direcionada ao público do ensino superior, mais precisamente estudantes de licenciatura em matemática.

3.4 METODOLOGIA DE INTERVENÇÃO:

Para a sequência metodologia, buscou-se a partir da identificação da problemática, de como a ressignificação da Matemática, utilizando a interdisciplinaridade e a contextualização proporcionada pela Astronomia, providenciar relações para esta questão da pesquisa dividindo-a em duas dimensões de ensino. De modo a atacar este problema, a presente proposta tem como meta realizar uma transformação da práxis didática do professor pesquisador, impactando tanto os estudantes do ensino médio, quanto estudantes em formação no curso de licenciatura em Matemática da UEFS. Dentro desta perspectiva esta pesquisa é estruturada nas seguintes etapas: Elaboração de um questionário diagnóstico para cada dimensão escolar da pesquisa com o objetivo de levantar informações sobre o público alvo, depois será feito o planejamento das ações de intervenção, para definir que tipo de abordagem será apresentada, após essa etapa faremos a definição e construção do material didático ver Figura 3.3, com objetivo de subsidiar a abordagem escolhida, para torná-la mais dinâmica e por fim, a elaboração das oficinas/Minicursos, com planejamento pensado para cada uma delas, conforme seções 3.4.1, 3.4.2, 3.4.3 e 3.4.4.

Figura 3.3: Mapa mental para a sequência metodológica



Fonte: Próprio do autor

3.4.1 Pesquisa Diagnóstica

Com a intenção de diagnosticar percepções e interesses do público alvo da pesquisa é necessária a implementação de uma investigação qualitativa, fundamentada num questionário do tipo ROSE (The Relevance of Science Education), que segundo Rose (2010), sua característica é coletar e analisar informações dos estudantes sobre vários fatores que influenciam suas atitudes em relação à Ciência & Tecnologia, e sua motivação para aprender diferentes tópicos em diferentes contextos. Reforçando esta característica de questionário investigativo, Tolentino (2008) descreve que este tipo de questionário busca reunir informações vindas dos estudantes sobre diversos fatores que têm influenciado aprender conteúdos relacionados à ciência, explorando as experiências prévias e extraescolares, interesses, expectativas e aspirações.

3.4.1.1 Questionário para o Ensino Médio

Para os questionamentos levantados no questionário, buscou-se utilizar perguntas de respostas curtas (ver Apêndice 1), com o objetivo de verificar os diferentes posicionamentos dos entrevistados, de acordo com a série no qual foi aplicado. O segundo objetivo do questionário, no ensino médio, foi buscar informações preliminares sobre o interesse pela ciência, em especial pela Astronomia e a Matemática, tentando reconhecer nas respostas se os estudantes relacionam ambas. Outro objetivo foi buscar norteadores para à criação das oficinas temáticas, tendo em vista que foram perguntados sobre a relação da Astronomia com a Matemática, a relação interdisciplinar da Astronomia, usos de equipamentos como lunetas e telescópios.

3.4.1.2 Questionário para o Ensino Superior

Para o ensino superior o questionário (ver Apêndice 2), também buscou conhecer o perfil de interesse do público alvo quanto a temática da Astronomia, ressaltando os fenômenos e sua interdisciplinaridade, mas também uma busca mais direta quanto a percepção deles sobre a relação do ensino de matemática utilizando a Astronomia, bem como o conhecimento sobre softwares matemáticos e astronômicos. Essas informações serviram de aparato teórico para a formulação e direcionamento dos minicursos, de modo que o objetivo era atrair os graduandos a participarem dele, tendo em vista que eles escolhem em qual participar.

3.4.2 Planejamento das Ações de Intervenção

Com base nos dados da aplicação dos questionários, pretende-se traçar o perfil dos participantes nas duas dimensões educacionais da pesquisa, o qual é destacado na seção de análise e resultados. De posse dos resultados dos questionários, delimita-se quais conteúdos de Matemática, deverá nortear as oficinas, e quais os tipos de ferramentas e conteúdos de Astronomia deve ser abordado de modo a tornar as aulas de matemática mais atrativa e dinâmicas.

Com a análise do questionário de ensino superior, decide-se qual a temática a ser abordada em cada minicurso para esse público.

Com isto, na proposta de aplicação, apresentada no Quadro 3.1, a organização dos conteúdos escolhidos e os conteúdos de Astronomia que serviram de ponte interdisciplinar para a exposição das oficinas e no Quadro 3.2, indicou-se a quais tópicos abordar nos minicursos.

Quadro 3.1: Quadro organizacional sobre o conteúdo de Matemática a ser abordado

OFICINA	CONTEÚDOS MATEMÁTICOS	BNCC HABILIDADES	SERIE	EXPECTATIVA DE APRENDIZADO	CONTEÚDOS DE ASTRONOMIA
Estudo da parábola com a contextualização da Astronomia	<ul style="list-style-type: none"> - Estudo geométrico das cônicas. - Estudo da parábola - Elementos e construção geométrica da parábola. - Função do 2º grau 	(EM13MAT302)	1º ano	<ul style="list-style-type: none"> - Consiga perceber a importância da Matemática. -Relacionar a Matemática a outras ciências. -Perceba a relevância da parábola na Astronomia. -Estabelecer a relação teoria e prática. -Aumentar a curiosidade sobre o tema. 	<ul style="list-style-type: none"> -Refração em lentes parabólicas associada a luneta de Galileu. -Reflexão de espelhos parabólicos no estudo do telescópio newtoniano. -Classificação dos tipos de órbitas
Ângulos e a trigonometria: A contribuição de Hiparco no desenvolvimento da Matemática e Astronomia.	<ul style="list-style-type: none"> - Estudo dos ângulos - Estudo do círculo trigonométrico. - Elementos da circunferência (corda e raio e diâmetro) -Estudo dos logaritmos. -Potenciação 	(EM13MAT305) (EM13MAT404) (EM13MAT403)	1º ano	<ul style="list-style-type: none"> - Consiga perceber a importância da Matemática. -Relacionar a Matemática a outras ciências. -Perceba a relevância da trigonometria para a Astronomia. -Associar o brilho das estrelas com o logaritmo. -Estabelecer a relação teoria e prática. -Aumentar a curiosidade sobre o tema. 	<ul style="list-style-type: none"> -Eclíptica -Precessão dos equinócios -Escala de magnitudes -Intensidade de radiação de uma fonte de luz
Uso da semelhança de figuras planas para determinação de distâncias astronômicas por Aristarco de Samos.	<ul style="list-style-type: none"> - Razão e proporção - Semelhança de figuras planas 	(EM13MAT103) (EM13MAT308)	1º ano	<ul style="list-style-type: none"> - Consiga perceber a importância da Matemática. -Relacionar a Matemática a outras ciências. -Perceba a relevância do estudo de semelhança de triângulos para a Astronomia. -Estabelecer a relação teoria e prática. -Aumentar a curiosidade sobre o tema. 	<ul style="list-style-type: none"> -Óptica geométrica da câmara escura - Distância entre Terra-Lua –Sol
Relações trigonométricas e	-Progressão Geométrica	(EM13MAT103)	2º ano	- Consiga perceber a importância da	-Movimento retrógrado

progressões: como Copérnico influenciou na descoberta de novos planetas.	-Relações trigonométricas -Estudo geométrico da circunferência -Potenciação	(EM13MAT301) (EM13MAT306) (EM13MAT508)		Matemática. -Relacionar a Matemática a outras ciências. -Perceba que a curiosidade ajuda a desenvolver a ciência. -Estabelecer a relação teoria e prática.	-Movimentos planetários -Distância entre os planetas e Sol -Período sinódico e sideral
Estudo da elipse e suas relações com as leis de Kepler	-Estudo das cônicas -Estudo da elipse e seus elementos	(EM13MAT509)	3º ano	- Consiga perceber a importância da Matemática. -Relacionar a Matemática a outras ciências. - Reconheça a importância das cônicas na Astronomia. -Perceba de questionar resultados para desenvolver a ciência. -Estabelecer a relação teoria e prática. -Aumentar a curiosidade sobre o tema.	-Classificação dos tipos de órbitas -Excentricidade das órbitas planetárias -Leis de Kepler

Fonte: Próprio do autor

Quadro 3.2: Quadro organizacional sobre o conteúdo de Matemática a ser abordado

MINICURSO	CONTEÚDOS MATEMÁTICOS	SERIE	EXPECTATIVA DE APRENDIZADO	CONTEÚDOS DE ASTRONOMIA
Um novo olhar para o estudo dos cálculos vetorial e integral e a importância da matemática na descoberta dos planetas Netuno e Plutão	Cálculos derivadas e integrais.	Graduação em Matemática	-Reconhecer a importância da matemática para a Astronomia. -Relacionar os conteúdos da graduação com feitos astronômicos. -Aumentar a curiosidade sobre o tema.	-Leis de Kepler
Uso da astronomia para ressignificar as aulas de matemática no ensino médio	Conceitos matemáticos desenvolvidos nas oficinas do ensino médio.	Graduação em Matemática	-Relacionar a Matemática a outras ciências. -Perceba a relevância do experimento na sala de aula. -Estabelecer a relação teoria e prática. -Aumentar a curiosidade sobre o tema.	

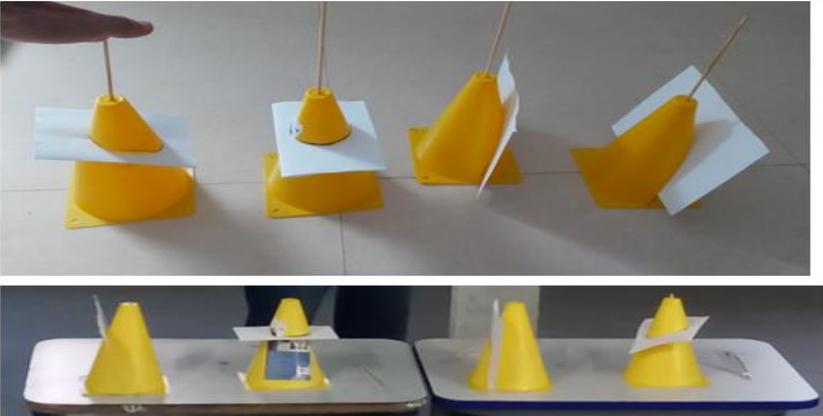
Fonte: Próprio do autor

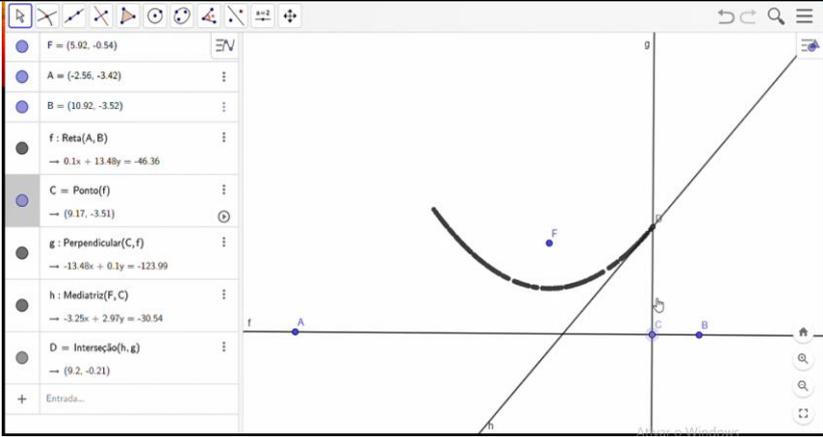
3.4.3 Definição e Construção do Material Didático

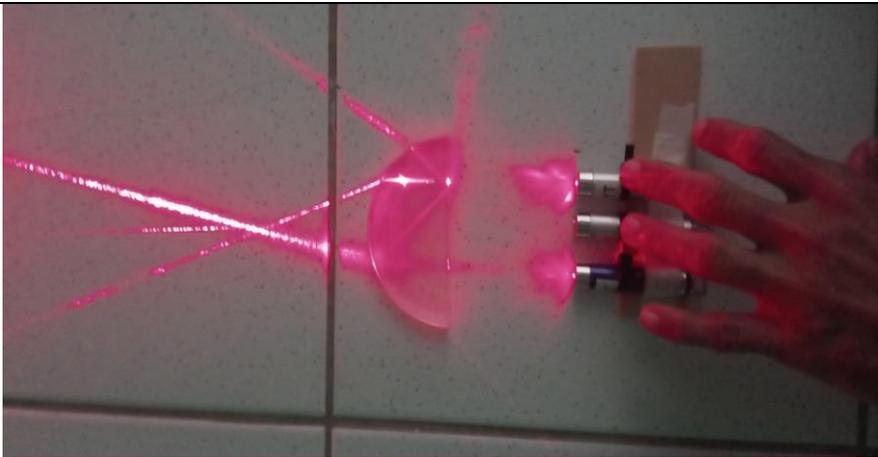
Como se descreve na Seção 3.4.2, o questionário do ensino médio, indicou que seria necessária a construção de oficinas atrativas e dinâmicas, como forma de despertar no estudante a curiosidade e interesse na nova maneira de apresentar o conteúdo matemático. Pensando nisto, desenvolveu-se experimentos práticos com materiais físicos, como lentes, cones, caixa de papelão, e cano de PVC. Junto a estes experimentos, também se determinou a utilização de softwares de simulações astronômicas, físicas e matemáticas, tais como o Stellarium, Geogebra e Universe SandBox, para a reprodução de fenômenos ligados ao contexto matemático de estudo. Os objetivos para esses experimentos foram relacionar ao estudante a teoria com a prática, mostrando a aplicação direta do conteúdo matemático estudado, como também servir de teste para o nosso produto educacional desta pesquisa que se baseia nas experiências realizadas nas oficinas para montagem de um manual de atividades que possam subsidiar os professores a utilizarem a Astronomia como instrumento interdisciplinar no ensino de Matemática.

Nos Quadros 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, mostramos cada experimento pensado para sua respectiva oficina temática, e no produto dessa pesquisa que consta o passo a passo desde a construção de cada experimento, bem como sua relação com o conteúdo matemático.

Quadro 3.3: Experimentos utilizados na oficina 01

EXPERIMENTO	IMAGEM DA CONSTRUÇÃO
<p style="text-align: center;">01</p> <p>Secção do cone, para formação geométrica das cônicas</p>	 <p style="text-align: center;">Fonte: Próprio do autor</p>

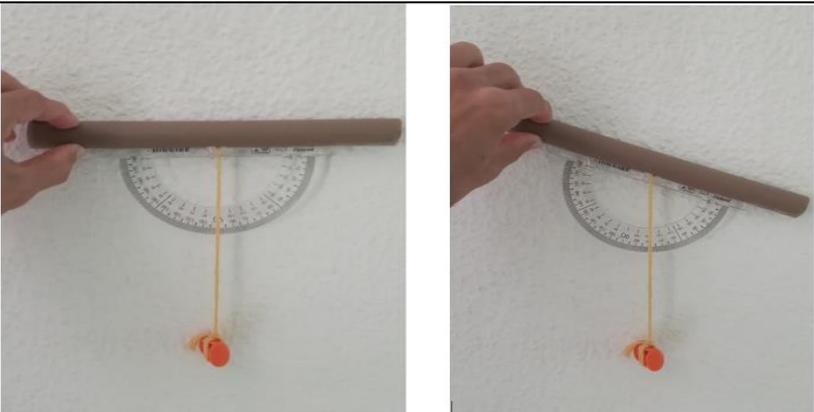
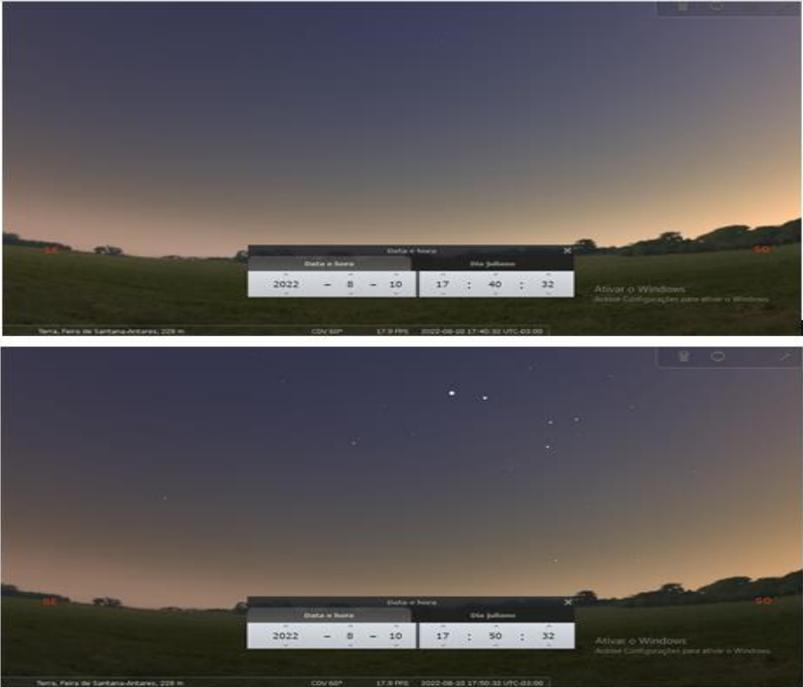
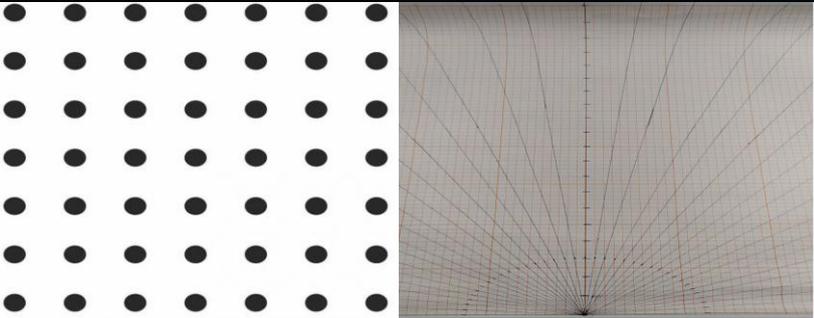
<p>02</p> <p>Construção geométrica da parábola no Geogebra</p>	 <p>Fonte: Obtida do Geogebra pelo próprio do autor</p>
<p>03</p> <p>Reprodução da propriedade reflexiva da parábola em um sólido de madeira e uma gude.</p>	 <p>Fonte: Próprio do autor</p>
<p>04</p> <p>Reprodução da propriedade reflexiva da parábola utilizando um refletor parabólico mecânico.</p>	 <p>Fonte: Próprio do autor</p>

<p>05</p> <p>Construção do experimento que reproduz o caminho da luz quando projetada em lentes divergentes, convergentes e retas.</p>	 <p>Fonte: Próprio do autor</p>
<p>06</p> <p>Demonstração do caminho da luz quando atravessa uma lente convergente.</p>	 <p>Fonte: Próprio do autor</p>
<p>07</p> <p>Uso de telescópios refrator (luneta de cano PVC) e refletor, para explicar suas diferenças e características.</p>	 <p>Fonte: Próprio do autor</p>
<p>08</p> <p>Telescópios refletor (azul) e refrator (preto) utilizados para observações com</p>	

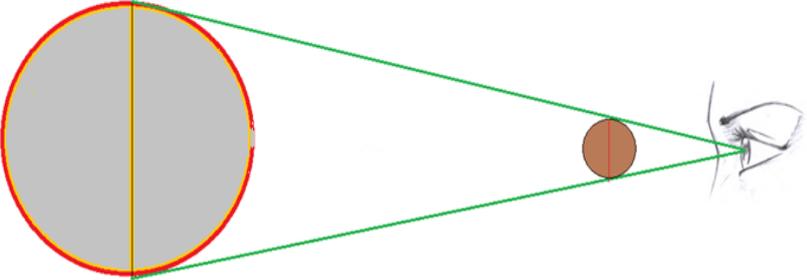
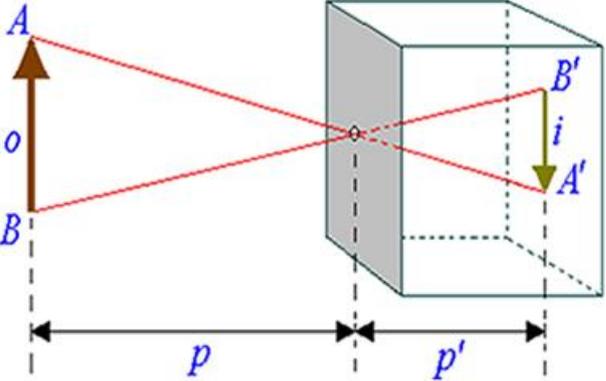
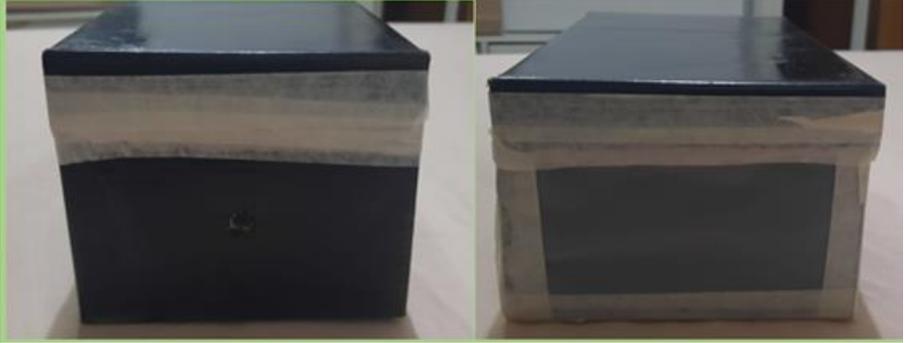
os estudantes.	Fonte: Próprio do autor
----------------	-------------------------

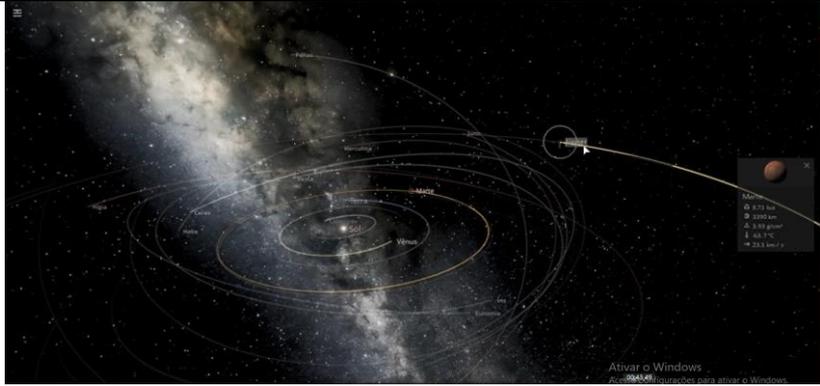
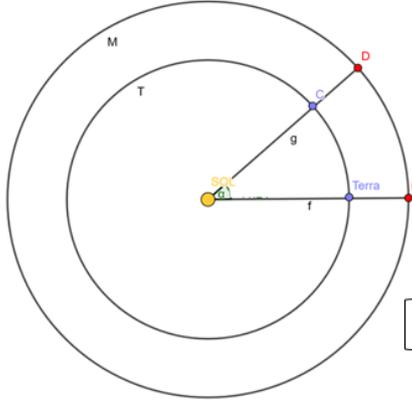
Quadro 3.4: Experimentos utilizados na oficina 02

EXPERIMENTO	IMAGEM DA CONSTRUÇÃO
<p>01</p> <p>Demonstração da posição aparente do Sol ao meio-dia no início de cada estação do ano, para exemplificar identificar o ângulo da eclíptica, utilizando o Stellarium.</p>	 <p>Fonte: Obtida do Stellarium pelo próprio do autor</p>
<p>02</p> <p>Demonstração da mudança de posição aparente da estrela de referência do polo norte celeste (Polaris) para exemplificar o movimento de precessão, também com uso do Stellarium utilizando o Stellarium.</p>	 <p>Fonte: Obtida do Stellarium pelo próprio do autor</p>

<p>03</p> <p>Construção do astrolábio caseiro, instrumento para medição angular de objetos.</p>	 <p>Fonte: Próprio do autor</p>
<p>04</p> <p>Reprodução do observação feita por Híparco para criação da escala de magnitudes de estrelas, reprodução no Stellarium.</p>	 <p>Fonte: Obtida do Stellarium pelo próprio do autor</p>
<p>05</p> <p>Reprodução de uma escala logarítmica associada a lei do inverso do quadrado da distância.</p>	 <p>Fonte: Próprio do autor</p>

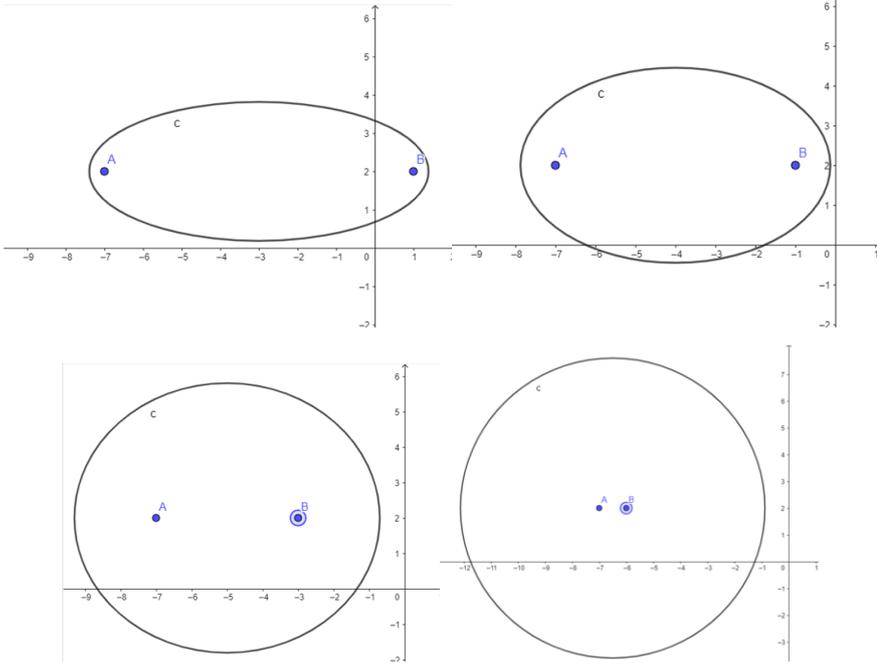
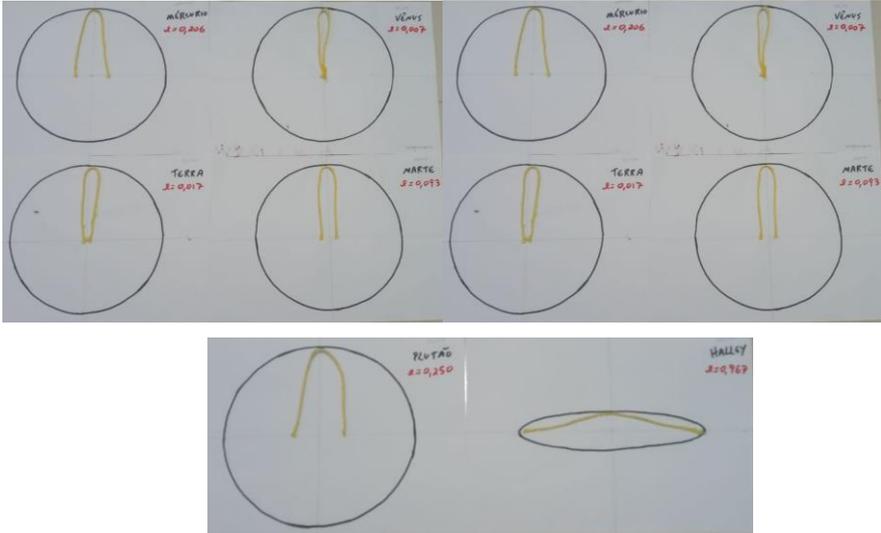
Quadro 3.5: Experimentos utilizados na oficina 03

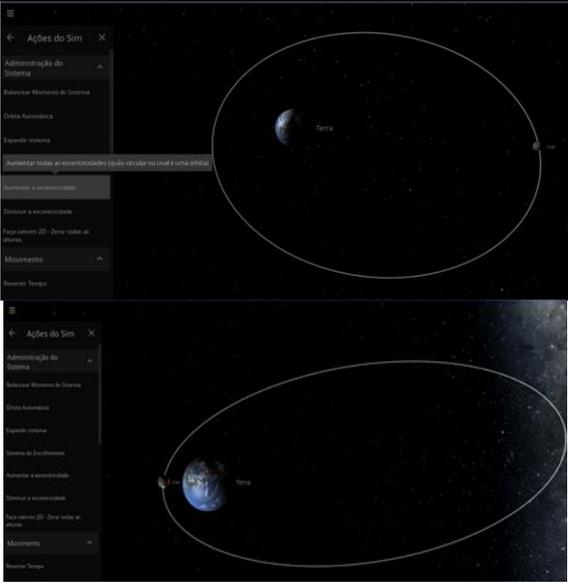
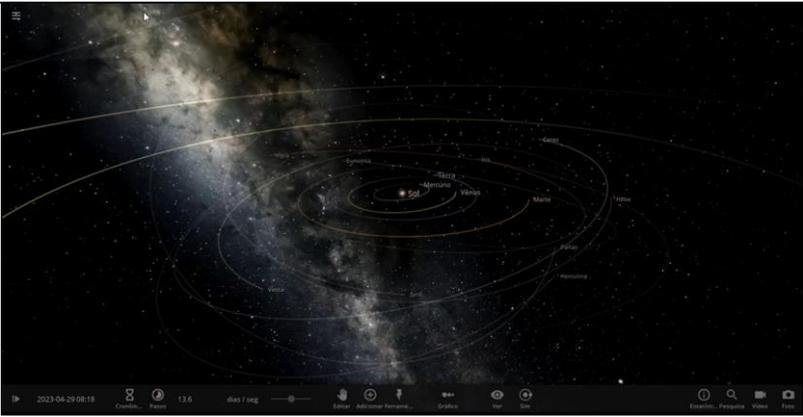
EXPERIMENTO	IMAGEM DA CONSTRUÇÃO
<p>01</p> <p>Sobreposição da moeda, para mostrar a relação de proporção.</p>	 <p>Fonte: Próprio do autor</p>
<p>02</p> <p>Construção do projetor “pin-hole”, para estimar o diâmetro do Sol</p>	 <p>Fonte: Próprio do autor</p>
<p>03</p> <p>Esquema que mostra o caminho da luz para formação da imagem na cara escura.</p>	 <p>Fonte: https://brasilecola.uol.com.br/fisica/camara-escura-orificio.htm</p>
<p>04</p> <p>Construção de uma câmara escura com uma caixa de sapato.</p>	 <p>Fonte: Próprio do autor</p>

<p>03</p> <p>Reprodução no Universe SandBox das posições e velocidades dos planetas no nosso Sistema solar.</p>	 <p>Fonte: Obtida do Universe Sandbox pelo próprio do autor</p>
<p>04</p> <p>Dedução utilizando o Geogebra dos movimentos de conjunção e revolução dos planetas Terra e Marte.</p>	 <p>$\alpha_T = \alpha_M + 2\pi$, sendo α_T a distância angular percorrida pela Terra α_M a distância angular percorrida por Marte</p> <p>Tomando $\alpha = w \cdot t$, w velocidade angular temos $w = \frac{2\pi}{p}$, e p período sideral</p> <p>$w_T \cdot t = w_M \cdot t + 2\pi$</p> <p>Temos: $\frac{2\pi}{pT} \cdot t = \frac{2\pi}{pM} \cdot t + 2\pi$, isolando o 2π, e colocando t em evidência, $\left[\frac{2\pi}{pT} - \frac{2\pi}{pM} \right] t = 2\pi$, dividindo ambos por $\frac{2\pi}{t}$, temos. $\frac{1}{pT} - \frac{1}{pM} = \frac{1}{t}$, em que t é o período sinódico</p> <p>Fonte: Obtida do Geogebra pelo próprio do autor</p>

Quadro 3.7: Experimentos utilizados na oficina 05

EXPERIMENTO	IMAGEM DA CONSTRUÇÃO
<p>01</p> <p>Construção de uma elipse para simular a propriedade de reflexão dessa cônica.</p>	 <p>Fonte: Próprio do autor</p>

<p>02</p> <p>Reprodução no Geogebra dos diferentes tipos de elipse, e suas relações com a excentricidade.</p>	 <p>Fonte: Obtida do Geogebra pelo próprio do autor</p>
<p>03</p> <p>Construção das órbitas dos planetas do nosso Sistema Solar, simulando um mesmo tamanho para o eixo maior da elipse, e calculando a partir da excentricidade.</p>	 <p>Fonte: Próprio do autor</p>
<p>04</p> <p>Simulação do Universe SandBox do que aconteceria se a excentricidade aumentasse entre a Terra e a Lua.</p>	

	 <p>Fonte: Obtida do Universe SandBox pelo próprio do autor</p>
<p>05 Reprodução das órbitas dos objetos celestes no Universe SandBox.</p>	 <p>Fonte: Obtida do Universe SandBox pelo próprio do autor</p>

3.4.4 Elaboração da Oficina/Minicurso

Oficinas pedagógicas se encaixam nesta metodologia deste trabalho, pois elas constituem numa possibilidade de acessar o conhecimento dos estudantes por meio da participação, interesse, autonomia, criatividade, o desejo em conhecer e o prazer de aprender, como descrito na Seção 2.5. A abordagem utilizando oficinas, além do uso interativo, valoriza as relações pessoais entre o professor e os estudantes, trazendo para a sala de aula ferramentas que despertam o interesse e curiosidade.

Essa etapa da pesquisa diz respeito ao planejamento destas oficinas temáticas com conteúdos matemáticos levantados através do questionário mencionado na Seção 3.4.1, com foco na interdisciplinaridade e na contextualização de tais conhecimentos. Para a proposta deste trabalho é definida a realização de cinco oficinas para o ensino médio, com os temas de estudo, habilidades da BNCC, expectativas de aprendizado e conteúdos de Astronomia

conforme o Quadro 3.1. A ideia para cada conteúdo é relacionar um contexto histórico da Astronomia aos conceitos matemáticos estudados no ensino médio, mostrando um potencial de interdisciplinaridade para o desenvolvimento desta ciência, e assim ressignificar as aulas de Matemática.

3.4.4.1 Oficinas para o Ensino Médio

A proposta da oficina, conforme a seção 2.5, é relacionar conteúdo matemático do ensino médio com o estudo da Astronomia, de modo a apresentar aos estudantes uma maneira prática e científica para um conceito matemático. Com o objetivo de trazer conceitos e experimentos astronômicos em que se utiliza a matemática com uma abordagem contextualizada e interdisciplinar, mostrando algumas aplicações que ajudaram no desenvolvimento da Astronomia que temos hoje. O planejamento pensado para execução de cada oficina é distribuído em 5 planos de aula, conforme apresentados nos Quadros 3.8, 3.9, 3.10, 3.11 e 3.12.

Quadro 3.8: Plano de aula para oficina 01

OFICINA 01: ESTUDO DA PARÁBOLA COM A CONTEXTUALIZAÇÃO DA ASTRONOMIA	
Competências e Habilidades	<p style="text-align: center;">COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3</p> <p>Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.</p> <p style="text-align: center;">(EM13MAT302)</p> <p>Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais.</p>
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar a oficina como disparador do conteúdo de função do 2º grau mostrando sua aplicabilidade. • Associar os conceitos de parábola com desenvolvimento de outra ciência. • Analisar os elementos geométricos da parábola e sua relação com as cônicas. • Entender a importância da matemática que se estuda no ensino médio. • Compreender o uso da parábola no cotidiano.
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> • Estudo geométrico das cônicas. • Estudo da parábola • Elementos e construção geométrica da parábola. • Função do 2º grau.
Duração	6 aulas
Recursos didáticos	Experimentos descritos no quadro 3.2
Recursos material	<ul style="list-style-type: none"> • Computador • Projetor multimídia. • Pincel atômico

	<ul style="list-style-type: none"> Folha de papel ofício
Metodologia	<p>1º momento: Identificação e construção geométrica do cone, depois mostrar que com cortes estratégicos e uma folha de papel se consegue mostrar a ideia de uma secção cônica e com base nos formatos representados quando o papel secciona o cone, diferenciamos as curvas formadas nas cônicas.</p> <p>2º momento: Após a diferenciação das cônicas com os cones apresentados no Quadro 3.2, experimento 01, reproduzimos dois vídeos sobre as órbitas dos cometas Borisov e Oumumua como forma de exemplificar as cônicas no contexto da Astronomia. A partir dessa associação partimos para a definição matemática de uma parábola referente a equação geral das cônicas, e usando destes conceitos construímos essa referida curva no software Geogebra, conforme apresentado no Quadro 3.2, experimento 02.</p> <p>3º momento: Após a construção gráfica realizamos um experimento do lançamento de uma esfera em uma superfície de anteparo parabólico e um furo que simula o foco dessa parábola, relacionando a propriedade física de reflexão dessa curva, conforme Quadro 3.2, experimento 03.</p> <p>4º momento: Na sequência também a aplicação de um isqueiro solar, no qual se utiliza de um espelho parabólico para convergir a luz do Sol na direção do foco, que possui um suporte para colocação de cigarros ou chumaços de lã que entram em combustão, como descrito no Quadro 3.2, experimento 04.</p> <p>5º momento: A ideia destes experimentos é mostrar aos estudantes uma aplicação direta do conceito de raios paralelos convergindo para um ponto (foco), mostrando a aplicabilidade desse conceito matemático em sala de aula. Além disso, interligar a Matemática com o desenvolvimento da Astronomia a partir das lentes parabólicas convergentes e divergentes como qual Galileu Galilei utilizou para aperfeiçoar a luneta, além de destacar o impacto dela, na evolução da Astronomia da época. Para estabelecer essa relação, usa-se lasers e lentes convergentes, retas e convergentes para simular o que acontece com os raios de luz quando passam por essas lentes descritos no Quadro 3.2, experimento 05 e 06.</p> <p>6º momento: Este experimento serve de base para a explicação de como funciona a luneta de Galileu, a relação da distância focal e formação da imagem, além de exemplificar a evolução dos telescópios, classificando-os e diferenciando os mesmos em refratores (lentes) e refletores (espelhos). Para isso levamos para a aula uma luneta feita com cano PVC e telescópio refletor, conforme Quadro 3.2, experimento 07.</p> <p>7º momento: Por fim após essa explicação sobre a diferença entre os telescópios, destacando as vantagens e desvantagens de cada modelo, nas turmas do vespertino se planejou observações de objetos distantes no pátio da unidade escolar, e aproveitando para instigar neles o porquê da formação da imagem invertida. Na turma do noturno planejamos uma observação da Lua, de preferência na fase cheia também na área externa com os estudantes da referida turma mais também para outros que tenham interesse na observação do astro, utilizando os telescópios do Quadro 3.2, experimento 08.</p>
Avaliação	<ul style="list-style-type: none"> Participação dos estudantes na oficina Escrita no formato de um questionário descrito no apêndice 3

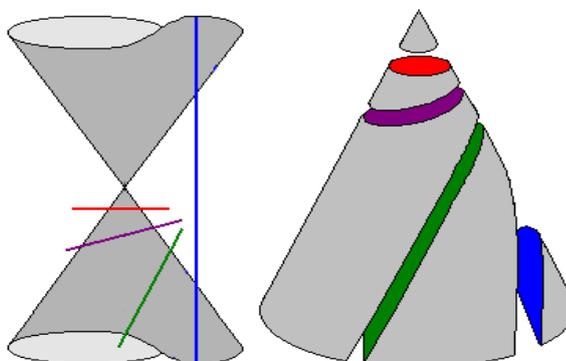
Fonte: Própria do autor

Objetos de aprendizagem para a oficina 01:

Para a abordagem do estudo da parábola nesta oficina, começamos a diferenciá-la das demais cônicas, para isto, descrevemos a construção geométrica das cônicas, definidas a partir da intersecção de um cone duplo de revolução com um plano. Para obter uma parábola o ângulo do plano tem que ser paralelo à geratriz do cone, para a hipérbole o ângulo é paralelo

a reta vertical (altura) do cone. No caso da elipse, o ângulo varia entre as limitações para a parábola e a hipérbole, e nos casos especiais o ângulo de secção é perpendicular à reta vertical, formando assim uma circunferência. Modelo descrito na Figura 3.4.

Figura 3.4: Ilustração das secções cônicas em um cone reto



Fonte: https://www.ufrgs.br/espma/disciplinas/geotri2014/modulo6/cont_conicas.html

Pode-se obter a curva também utilizando a equação geral das cônicas, descrita na equação 1.1.

$$d(p,r) = e \cdot d(p,f) \quad (1.1)$$

Em que $d(p,r)$ é a distância um ponto da curva e r a reta geratriz, $d(p,f)$ distancia um ponto da curva seu foco e e , a excentricidade, assim satisfazendo as condições descritas temos: elipse $0 \leq e < 1$, parábola $e = 1$, hipérbole $e > 1$. A circunferência como caso especial de elipse, tem $e = 0$.

Com base na equação 1.1, temos $e = 1$, o que gera equação da parábola:

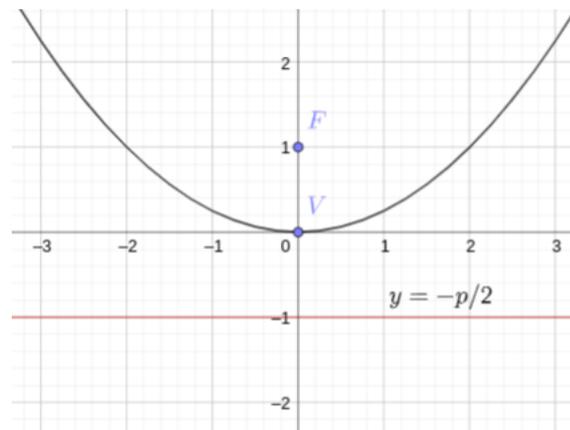
$$d(P,f) = d(P,r) \quad (1.2)$$

Partindo da equação 1.2 e utilizando a equação de distância entre pontos temos:

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad (1.3)$$

Utilizando a imagem descrita na Figura 3.5, substituímos os valores de x e y na equação, e descrevendo p como distância do foco até a reta diretriz, com isto temos:

Figura 3.5: Imagem da parábola representada no Geogebra



Fonte: Obtida do Geogebra pelo próprio do autor

Temos a dedução da equação da parábola, de concavidade verticalmente para cima.

$$\begin{aligned}
 d_{AB} &= \sqrt{(x-0)^2 + (y-2p)^2} = \sqrt{(x-0)^2 + (y+p/2)^2} \\
 (x-0)^2 + (y-2p)^2 &= (x-0)^2 + (y-p/2)^2 \\
 x^2 + y^2 - py + p^2/4 &= x^2 + y^2 + py + p^2/4 \\
 x^2 &= 2py \\
 y &= \frac{x^2}{2p} \tag{1.4}
 \end{aligned}$$

A equação 1.2 serve de base conceitual para explicar as relações na contextualização com a Astronomia, para isto descreve a propriedade física de reflexão desta curva. Nosso objetivo nesta oficina é subsidiar os estudantes para o estudo da função parabólica, definida na equação 1.4, no qual se estuda na série do público alvo. Após a definição da curva, identificação dos elementos que a compõem a parábola, como vértice, máximos e mínimos, zeros da função. Além dos conceitos voltados, a função do 2º grau, que se estuda o que cada coeficiente da equação do 2º grau representa na equação 1.5:

$$(Ax^2 + Bx + C = 0) \tag{1.5}$$

O coeficiente C, determina o ponto de intersecção do gráfico com o eixo das ordenadas (y), o coeficiente B indica posição do gráfico em relação ao eixo x, e por fim o coeficiente A indica a relação da distância, do foco da parábola com a sua reta diretriz, porém, o conceito normalmente visto nessa série se estuda o coeficiente A, como indicação da direção de abertura do gráfico, sendo o exemplo exposto com concavidade (abertura) para cima ou para

baixo. Além desse conceito destacado o mesmo coeficiente indica também o tamanho dessa abertura, mais fechada ou aberta.

Quadro 3.9: Plano de aula para oficina 02

OFICINA 02: ÂNGULOS E A TRIGONOMETRIA: A CONTRIBUIÇÃO DE HÍPARCO NO DESENVOLVIMENTO DA MATEMÁTICA E ASTRONOMIA.	
Competências e Habilidades	<p style="text-align: center;">COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3</p> <p>Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.</p> <p style="text-align: center;">(EM13MAT305)</p> <p>Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.</p> <p style="text-align: center;">COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 4</p> <p>Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.</p> <p style="text-align: center;">(EM13MAT403)</p> <p>Comparar e analisar as representações, em plano cartesiano, das funções exponencial e logarítmica para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada uma, com ou sem apoio de tecnologias digitais, estabelecendo relações entre elas.</p> <p style="text-align: center;">(EM13MAT404)</p> <p>Identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p>
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar a interdisciplinaridade da Astronomia com a Matemática • Relacionar a utilização e importância do desenvolvimento da trigonometria para ambas as ciências • Mostrar a relação direta no conceito de ângulos e as relações trigonométricas • Entender a importância da matemática que se estuda no ensino médio.
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> • Estudo dos ângulos • Estudo do círculo trigonométrico. • Elementos da circunferência (corda e raio e diâmetro) • Estudo dos logaritmos. • Potenciação
Duração	5 aulas
Recursos didáticos	Experimentos descritos no quadro 3.3
Recursos material	<ul style="list-style-type: none"> • Computador • Projetor multimídia. • Pincel atômico • Folha de papel ofício
Metodologia	<p>1º momento:</p> <p>Começamos a oficina abordando a relação entre as descobertas astronômicas de Híparco de Niceia e o desenvolvimento de teorias matemáticas que pudessem comprovar tais observações. Descrevemos a evolução da Matemática em especial da trigonometria desenvolvida por Híparco para observação da eclíptica, exemplificando a altura do Sol nas estações do ano, solstícios e equinócios usando o software Stellarium, projetando em uma tela</p>

a altura do Sol no mesmo horário, em datas iniciais de cada estação, e com o auxílio de um transferidor ou teodolito caseiro expressar o ângulo de inclinação das posições indicadas e assim estimar o ângulo da eclíptica, conforme Quadro 3.3, experimento 01.

2º momento:

Após esse experimento da eclíptica se aborda os principais movimentos da Terra, para investigar dos estudantes se eles conhecem o movimento de precessão, que também foi previsto por Híparco, tomando como referências medições de astrônomos anteriores ao comparar observações da posição da estrela Spica (α Virgem), ele percebeu que ela mudava de posição com um determinado tempo, para exemplificar fizemos uso mais uma vez do Stellarium, escolhendo estrela Polaris, que hoje é a estrela de referência do polo celeste norte e variando o tempo a cada 2000 anos, afim de mostrar o que acontece com essa estrela e assim conceituar o movimento de precessão, com as forças e cálculos matemáticos envolvidos, conforme mostrado no Quadro 3.3, experimento 02.

3º momento:

Outra descoberta astronômica de Híparco, e que tem relação direta com o desenvolvimento da Matemática, foi a criação do catálogo de estrelas feito através da escala de magnitudes. Para catalogar era preciso desenvolver um instrumento capaz de calcular a posição dos astros a partir de princípios geométricos, foi então que Híparco criou o astrolábio. Entre as funções de um astrolábio estão, a primeira já citada, a localização geográfica de embarcações, muito utilizada na expansão marítima do século XVI, época do nosso descobrimento, e como aplicação direta no ambiente escolar dos nossos estudantes na medição de alturas de prédios, árvores, entre outros objetos utilizando a trigonometria de Híparco. A nossa ideia é mostrar aos alunos como funciona um astrolábio caseiro da (ver Quadro 3.3, experimento 03) e solicitar que os estudantes construam os seus próprios instrumentos, para realização de experimentos de medições dos prédios e árvores no pátio da unidade escolar.

4º momento:

Outra vertente deste tema é relacionar a escala de magnitudes desenvolvida por Híparco, feito a olho nu e que tentamos reproduzir com o software Stellarium ajustando seu horário para as 17:40hs e variando o horário a cada 10 minutos, assim reproduziremos como foi feito a época para classificar na escala de magnitudes de Híparco. As primeiras estrelas que aparecem classificadas como magnitude 1, e a medida que outras vão surgindo, são classificadas, como descrito no Quadro 3.3, experimento 04.

5º momento:

O experimento anterior busca a ligação da descoberta de Híparco como o desenvolvimento da Astronomia, pois com o advento da luneta e dos telescópios se conseguia ver cada vez mais estrelas e era necessário aperfeiçoar a escala. Então entra em cena a matemática utilizada por Robert Pogson com a utilização de escalas logarítmicas que classificava o brilho dentro de uma escala numérica e criando uma expressão para definir uma escala para estrelas de altas e baixas magnitudes. Para relacionar este conteúdo de forma prática pelos estudantes, realizamos um experimento relacionado com a lei do inverso do quadrado da distância, para isso usamos uma projeção de várias bolinhas em um fundo branco conforme Quadro 3.3, experimento 05. Nela o estudante vai perceber que o número de bolinhas que aparece na projeção depende da distância da fonte de luz, e que a quantidade de bolinhas segue uma escala logarítmica e foi solicitado dos estudantes que estimem e expressem essa escala.

6º momento:

Outro experimento similar para reforçar o conceito é a construção de fluxo de luminosidade, a partir de uma folha de papel milimetrado em que se simula o fluxo de luz de uma estrela no centro do papel emitindo raios com ângulos de 5° entre cada raio, e utilizando uma régua ir aproximando da extremidade oposta ao ponto descrito como estrela e calculando quanto destes raios tocariam nessa régua. A medida que se aproxima a régua os raios aumentam em uma escala logarítmica, conforme descrito no mesmo Quadro 3.2, experimento 05.

Avaliação

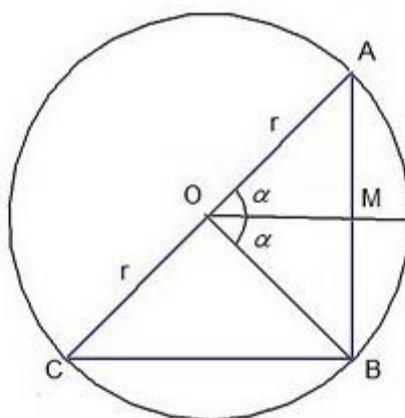
- Participação dos estudantes na oficina
- Escrita no formato de um questionário descrito no apêndice 3

Fonte: Própria do autor

Objetos de aprendizagem para oficina 02:

A temática de estudo desta oficina tem como objeto matemático o estudo dos ângulos, como previsto no planejamento conforme Quadro 3.9, com a utilização do astrolábio feito com transferidor nesta oficina (ver Quadro 3.4, experimento 03), e sua relação com a Astronomia de Híparco. A definição de um ângulo se caracteriza pela abertura formada no encontro de duas semirretas em um ponto comum, denominado vértice do ângulo. Híparco foi o primeiro a realizar medições estabelecendo relações na circunferência entre raios e cordas, como visto na Figura 3.6

Figura 3.6: Representação da descrição da relação entre raio e corda feito por Híparco



Fonte: Obtida do Geogebra pelo próprio do autor

Essa relação gerou o que hoje é conhecido como seno de um ângulo, a partir da equação:

$$\text{sen}\alpha = \frac{AM}{OA} = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{corda de } 2\alpha}{2r} \rightarrow \text{corda de } 2\alpha = 2r \text{ sen}\alpha \quad (2.1)$$

Outro objeto matemático utilizado na oficina diz respeito, ao logaritmo utilizado na escala de magnitudes de Robert Pogson. Ele utilizou o logaritmo para matematizar o fluxo luminoso recebido pela lente de telescópio por unidade de área. Para isto, partimos da relação de William Dawes, que descreve uma razão inversa dos quadrados das aberturas limites de detecção de uma estrela, como conforme equação 2.2.

Chegando nesta equação:

$$\frac{\text{Brilho da estrela 2}}{\text{Brilho da estrela 1}} = \frac{D_1^2}{D_2^2} \quad (2.2)$$

Esse Resultado era utilizado para determinar uma razão R, entre os brilhos, definindo assim uma magnitude. Porém, os valores para essa razão não eram uniformes, como descrito na equação 2.3.

$$(m_2 - m_1) = \frac{D_1^2}{D_2^2} \Rightarrow (2 - 1) \cdot R = \frac{D_1^2}{D_2^2} \quad (2.3)$$

Pogson então, utilizando a relação de Dawes, percebe que poderia aplicar o logaritmo e essa razão, obtendo a equação 2.4.

$$\log R = \log \frac{D_1^2}{D_2^2} \quad (2.4)$$

E sabendo que a diferença entre os brilhos de duas estrelas de magnitude 1 e 6 é de 100 vezes, utilizando as medições de John Herschel, ele consegue calcular o logaritmo da equação 2.4, chegando a equação 2.5 e 2.6.

$$(m_6 - m_1) \cdot \log R = \log \frac{D_1^2}{D_2^2} \quad (2.5)$$

$$5 \cdot \log R = \log 100 \quad (2.6)$$

Resolvendo os logaritmos chega-se no valor esperado $R = \sqrt[5]{100} = 2,511..$,

Quadro 3.10: Plano de aula para oficina 03

OFICINA 03: USO DA SEMELHANÇA DE FIGURAS PLANAS PARA DETERMINAÇÃO DE DISTÂNCIAS ASTRONÔMICAS POR ARISTARCO DE SAMOS.	
Competências e Habilidades	<p style="text-align: center;">COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 1</p> <p>Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.</p> <p style="text-align: center;">(EM13MAT103)</p> <p>Interpretar e compreender o emprego de unidades de medida de diferentes grandezas, inclusive de novas unidades, como as de armazenamento de dados e de distâncias astronômicas e microscópicas, ligadas aos avanços tecnológicos, amplamente divulgadas na sociedade</p> <p style="text-align: center;">COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3</p> <p>Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.</p> <p style="text-align: center;">(EM13MAT308)</p> <p>Resolver e elaborar problemas em variados contextos, envolvendo triângulos nos quais se aplicam as relações métricas ou as noções de congruência e semelhança.</p>
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar a modelagem matemática referente a resposta mais comum da pergunta 8 do questionário, “como a Matemática é utilizado na Astronomia”? • Relacionar os cálculos de distâncias entre astros. • Mostrar a importância no desenvolvimento do conceito de semelhança de triângulos para ambas as ciências. • Entender a importância da matemática que se estuda no ensino médio.
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> • Razão e proporção • Semelhança de figuras planas

Duração	4 aulas
Recursos didáticos	Experimentos descritos no quadro 3.4
Recursos material	<ul style="list-style-type: none"> • Computador • Projetor multimídia. • Pincel atômico • Folha de papel ofício
Metodologia	<p>1º momento: Pensamos em relacionar a história da Astronomia e um dos pioneiros em estimar distâncias astronômicas foi Aristarco de Samos. A ideia é descrever como ele fez para expressar através da Matemática tais distâncias e quais os fenômenos, astros e conceitos matemáticos do ensino médio ele utilizou.</p> <p>Primeiro vamos explicar o fenômeno do eclipse lunar que Aristarco usou para estimar diâmetro da Lua, para isso usamos imagens do projetor que descrevem esse movimento e relaciona-lo ao triângulo formado por ele, depois tentar mostrar a forma que ele utilizou para expressar os cálculos de distância Terra-Sol. Mais uma vez usamos imagens no projetor que representem a ideia de Aristarco ao observar as fases da Lua minguante e crescente em relação ao Sol, mostrando a posição relativa de cada ângulo que forma o triângulo Terra-Sol-Lua. Após essa abordagem vamos construir um triângulo retângulo semelhante ao exposto na projeção e com a ajuda de um transferidor calcular a medida aproximada de cada ângulo. O objetivo é reproduzir a proporção que Aristarco usou na distância Terra-Sol.</p> <p>2º momento: Depois dessa explicação falamos de dois experimentos, o primeiro corresponde ao estudante estimar a distância Terra-Lua usando uma moeda e uma fita métrica, onde o círculo maior representa a Lua na fase cheia, ou objeto circular e o menor uma moeda como ilustrada no Quadro 3.4, experimento 01.</p> <p>3º momento: Os resultados deste experimento serão discutidos em aula, juntamente com o segundo experimento de se estimar o diâmetro do Sol, sem olhar diretamente para ele. Nesse experimento utilizamos uma projeção por “pin-hole”, que consiste em um pedaço de papelão com um recorte no centro fechado com papel alumínio e um furo de alfinete no centro, por isso o nome pin-hole ou buraco de alfinete (Ver Quadro 3.4, experimento 02). Com ela a projeção da sombra do Sol varia de tamanho de acordo com a distância do papelão ao chão. O furo serve como vértice comum aos dois cones semelhantes, podendo assim expressar o diâmetro do Sol a partir da sua projeção no chão, e usando como referência a distância de 1(U.A) unidade astronômica ou aproximadamente 150.000.000km.</p> <p>4º momento: Outro experimento nesse foco de aplicação ao conceito de semelhança de triângulos é a utilização da câmara escura (Ver Quadro 3.4, experimento 04), nela se propõe mostrar um dos princípios de propagação da luz, em que se propaga em linha reta, conforme Ver Quadro 3.4, experimento 03. Na oficina aproveitamos esse momento para contextualizar sobre a criação das máquinas fotográficas, como funcionavam e com imagens das mesmas, e descrever que elas foram inspiradas no funcionamento do olho humano. Em nossos olhos a córnea funciona como a lente da câmera, permitindo a entrada de luz no olho e a formação da imagem na retina. Localizada na parte interna do olho, a retina seria o filme fotográfico, onde a imagem se reproduz. Para a matemática, essas imagens formam dois triângulos semelhantes, em que podem ser calculados, as distâncias objeto-observador, e comprimentos da imagem real e a projetada, como vimos no Quadro 3.4, experimento 03.</p> <p>5º momento: Nesse momento aproveitamos para falamos um pouco sobre o nosso satélite natural que foi muito utilizado por Aristarco nos seus cálculos, descrevendo algumas curiosidades, como a distinção de suas fases, o efeito das marés, os eclipses solares e lunares, diferenciando cada um e por último falamos de uma notícia veiculada atualmente que o nosso satélite está se distanciando da Terra cerca de 4cm por ano (BBC News Brasil, Acesso em 20 de junho de 2022). Para exemplificar foi realizado duas simulações feitas no jogo Universe Sandbox que ilustra o resultado de um afastamento e uma aproximação entre a Lua e à Terra, conforme</p>

	Quadro 3.4, experimento 05.
Avaliação	<ul style="list-style-type: none"> • Participação dos estudantes na oficina • Foi aplicada uma avaliação escrita no formato de avaliação escolar conforme apêndice 5.

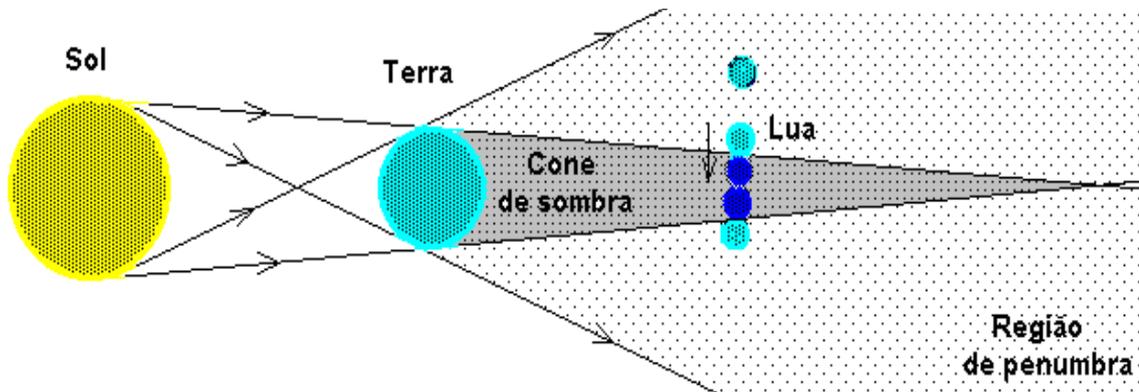
Fonte: Própria do autor

Objetos de aprendizagem para a oficina 03:

Esta oficina consiste em aproximar o estudante de como foram feitos os primeiros cálculos de distância, entre Terra, o Sol e a Terra e a Lua, desenvolvidas por Aristarco, com o conteúdo matemático de proporção e semelhança de triângulos.

Aristarco criou uma relação entre triângulos semelhantes ao observando o trânsito da Lua durante um eclipse lunar, chegando a conclusão de que cabem dois diâmetros da Lua no cone de sombra, como descrito na Figura 3.7.

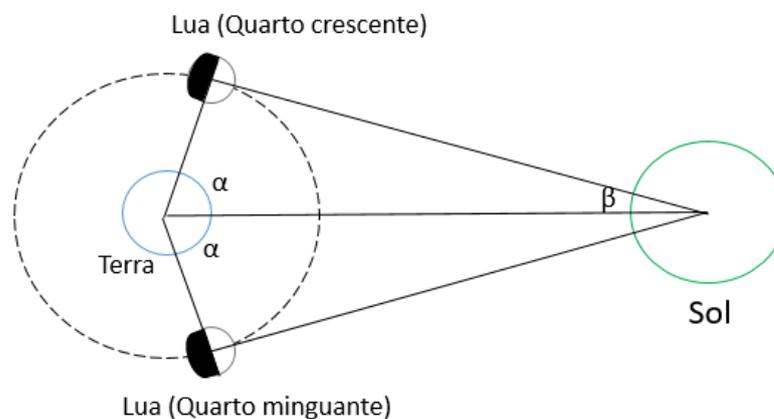
Figura 3.7: Modelo utilizado por Aristarco para observar o eclipse lunar



Fonte: http://www.if.ufrgs.br/~lang/Textos/Dimensoes_cosmologicas.pdf

Em outro momento Aristarco observando novamente a Lua, percebeu que ela formava um ângulo de 90° nos períodos quarto crescente e quarto minguante entre ela o Sol e à Terra, conforme Figura 3.8.

Figura 3.8: Modelo utilizado por Aristarco para descrever o ângulo e distância Terra-Sol



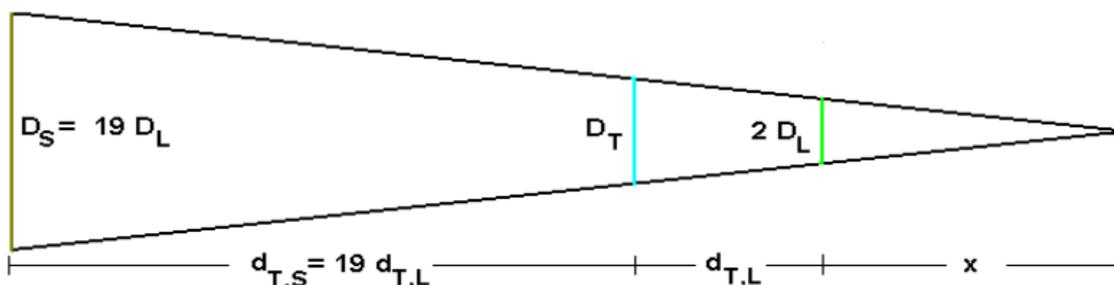
Fonte: Própria do autor

Para calcular o valor do ângulo α basta observar o tempo de um ciclo lunar (tempo gasto para a distância angular de 360°), que é de 29,5 dias e o tempo gasto para Lua passar de Minguante a Crescente (percurso angular de 2α), 14,25 dias. Assim, levando-se novamente em conta o critério de proporção, tem-se descrito na equação 3.1:

$$\frac{360^\circ}{29,5} = \frac{2\alpha}{14,25} \rightarrow \alpha = 86,95^\circ \quad (3.1)$$

Nessas condições o ângulo formado é $\beta \approx 3^\circ$. Com isto Aristarco construiu um triângulo semelhante e estimou que a distância Terra-Sol era 19 vezes a distância Terra-Lua. De posse desses dados, Aristarco relacionou as posições dos três astros com triângulos semelhantes, conforme Figura 3.9

Figura 3.9. Modelo de utilização da semelhança de triângulos para cálculo de distâncias



Fonte: http://www.if.ufrgs.br/~lang/Textos/Dimensoes_cosmologicas.pdf

Desenvolvendo as seguintes equações 3.2, 3.3 e 3.4:

$$\frac{19 D_L}{2 D_L} = \frac{20 D_L + x}{x} \rightarrow x = 2,35 d_{T,L} \quad (3.2)$$

Para o Diâmetro da Lua em relação a Terra, obteve-se a equação:

$$\frac{3,35 d_{T,L}}{2,35 d_{T,L}} = \frac{D_T}{2 D_L} \rightarrow D_L = 0,35 D_T \quad (3.3)$$

Para o Diâmetro do Sol em relação a Terra, obteve-se a equação:

$$D_S = 19 D_L \rightarrow D_S = 6,7 D_T \quad (3.4)$$

Quadro 3.11: Plano de aula para oficina 04

OFICINA 04: RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS E PROGRESSÕES: COMO COPÉRNICO INFLUENCIOU NA DESCOBERTA DE NOVOS PLANETAS	
Competências e Habilidades	<p>COMPETÊNCIAS GERAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA</p> <p>Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.</p> <p>(EM13MAT103)</p>

	<p>Interpretar e compreender o emprego de unidades de medida de diferentes grandezas, inclusive de novas unidades, como as de armazenamento de dados e de distâncias astronômicas e microscópicas, ligadas aos avanços tecnológicos, amplamente divulgadas na sociedade</p> <p style="text-align: center;">(EM13MAT301)</p> <p>Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, incluindo ou não tecnologias digitais.</p> <p style="text-align: center;">(EM13MAT306)</p> <p>Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais, como ondas sonoras, ciclos menstruais, movimentos cíclicos, entre outros, e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.</p> <p style="text-align: center;">(EM13MAT508)</p> <p>Identificar e associar sequências numéricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.</p>
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar a história da Astronomia para mostrar os modelos matemático nas discussões dos modelos planetários • Relacionar os cálculos de distâncias entre os planetas até o Sol usando as relações trigonométricas. • Mostrar a importância no desenvolvimento dessas distancias como uma P.G, para a descoberta novos planetas. • Entender a importância da matemática que se estuda no ensino médio.
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> • Progressão Geométrica (P.G) • Relações trigonométricas • Estudo geométrico da circunferência • Potenciação
Duração	5 aulas
Recursos didáticos	Experimentos descritos no quadro 3.5
Recursos materiais	<ul style="list-style-type: none"> • Computador • Projetor multimídia. • Pincel atômico • Folha de papel ofício
Metodologia	<p>1º momento: A oficina traz um resgate histórico sobre os modelos planetários, e usamos como disparador uma imagem dos dois modelos, o geocêntrico e o heliocêntrico. Após questionamento, mostramos através do aplicativo Stellarium a reprodução do movimento retrógrado de Marte (ver Quadro 3.5, experimento 01), aproveitando para explicar o que são esses movimentos e a influência deles, nos sistemas desenvolvidos por Ptolomeu e Copérnico, pois este movimento era visto no céu, mais nenhum dos modelos apresentava com exatidão as posições visíveis.</p> <p>2º momento: Depois dessa explicação sobre o movimento retrógrado, utilizamos um vídeo disponível no YouTube que ilustra a evolução dos modelos desde Eudoxo, passando por Ptolomeu, e chegando a Copérnico, destacando como cada modelo explica matematicamente este movimento, conforme ilustra o Quadro 3.5, experimento 02.</p> <p>3º momento: Após essa incursão histórica nos modelos planetários, falamos um pouco da biografia de Nicolau Copérnico, e suas descobertas para além do modelo heliocêntrico. Uma das descobertas dele foram os cálculos dos períodos sinódico e sideral dos planetas, sendo o primeiro o intervalo de tempo decorrido entre duas configurações iguais consecutivas. O período de revolução (translação) do planeta, em relação à Terra, e o segundo é o período real de revolução (translação) do planeta em torno do Sol, em relação a uma estrela fixa. Para esse</p>

cálculo Copérnico percebeu que os planetas têm velocidades diferentes sendo os mais próximos do Sol com velocidade maior e os mais distantes com velocidade menor em relação à Terra. Para exemplificar com os estudantes a ideia de Copérnico, usamos o software Universe SandBox, que é um simulador astronômico, que em sua interface mostra os movimentos planetários e quando se clica no planeta o software faz com que o observador acompanhe o movimento dele, e assim quando se seleciona os outros planetas se percebe uma nítida diferença na velocidade de cada um deles, conforme Quadro 3.5, experimento 03.

4º momento:

Após este experimento no Universe SandBox, tentamos demonstrar no Geogebra, destacando o conceito de velocidade angular como Copérnico percebeu e calculou os períodos sinódico e sideral, como mostrado no Quadro 3.5, experimento 04.

5º momento:

Ainda sobre Copérnico destacamos outra descoberta dele, que faz uma relação direta com a matemática no ensino básico, mais precisamente no 2º ano do ensino médio, foram os cálculos de distâncias entre os planetas inferiores (Mercúrio, Vênus) e superiores (Marte, Júpiter, Saturno) até o Sol, na época não se conhecia os outros planetas. Nesse cálculo ele utilizou as relações trigonométricas seno e cosseno, sendo a primeira para planetas inferiores. Observando o pôr do Sol, Copérnico visualizou que os planetas inferiores formavam um triângulo retângulo, de vértices Terra-Sol-Mercúrio, em que o ângulo reto está no planeta inferior, após a medição do ângulo entre à Terra e Mercúrio chegando a 28° e conhecendo a distância Terra-Sol, ele aplicou o conceito de seno de um ângulo, para o cateto oposto à distância de Mercúrio-Sol e a hipotenusa a distância Terra-Sol. A mesma relação foi estabelecida para o planeta Vênus, com a diferença do ângulo do vértice da Terra, sendo descrito em 47°, e da mesma forma utilizando o seno, se calculou a distância Vênus-Sol.

Para os planetas superiores, Copérnico calculou o ângulo de diferença entre os planetas e à Terra tendo o vértice no Sol, visto que à Terra daria mais voltas que o planeta por se mover mais rápido, para isso ele, percebeu que o intervalo de tempo decorrido entre uma oposição e uma quadratura é de 106 dias. Nesse período de 106 dias, à Terra percorre uma distância angular de 104°. Para Marte o período sideral de é de 687 dias, então a distância angular percorrida por Marte neste mesmo período de 106 dias será 55°, fazendo a diferença do ângulo entre os planetas se chaga a 49°. Porém, como o planeta é externo, a distância planeta-Sol, será a hipotenusa e à Terra será o ângulo reto do triangulo formado, sendo então necessário a utilização do cosseno do ângulo que no caso de Marte foi 49°. Assim se estabelece a relação para os planetas superiores como hipotenusa sendo a distância planeta-Sol e o cateto adjacente à distância Terra-Sol.

6º momento

Como citamos anteriormente na época eram conhecidos apenas seis planetas, e após a divulgação dos cálculos de Copérnico para as distâncias, surge uma relação empírica conhecida como lei de Titius-Bode que parte de uma progressão geométrica (P.G), outro conteúdo relacionado ao 2º ano do ensino médio, para determinar as distâncias dos planetas do Sistema Solar, dadas em unidades astronômicas, em relação ao Sol. Trata-se de uma regra que é muito próxima das escalas reais e que previu o cinturão de asteroides, assim como os planetas Urano e Netuno.

Essa fórmula de Titius-Bode apesar de estar equivocada, ajudou a aguçar os astrônomos a buscarem objetos que constavam na tabela de distâncias de Titius-Bode, mais não se tinha registro. Assim, aconteceu com a descoberta do cinturão de asteroides localizado entre Marte e Júpiter, e com as descobertas dos planetas Urano, Netuno e Plutão, sendo este último recentemente reclassificado como planeta anão. Na aplicação da oficina construímos a tabela de Titius-Bode com os estudantes com o uso da equação 3.5:

$$d_n = \frac{3 \times 2^n + 4}{10} \quad (3.5)$$

Seguindo a sequência das posições por ele destacada, como $n = \infty$ para Mercúrio, 0 para Vênus, 1 para Terra, 2 para Marte, 4 para Júpiter, 5 para Saturno. Os números 3 (Cinturão de asteroides), 6 (Urano), 7 (Netuno) e 8 (Plutão) eram desconhecidos na época, e d_n , é o valor distância em unidades astronômicas.

A ideia na sala de aula é construir a tabela usando a relação e comparamos aos valores reais

	conhecidos hoje, assim mostrar que os últimos planetas da fórmula se distanciam muito da realidade, a partir da tabela atual buscar uma maneira de mostrar usando a área externa da escola o Sistema Solar utilizando distâncias proporcionais.
Avaliação	<ul style="list-style-type: none"> • Participação dos estudantes na oficina • Escrita no formato de um questionário descrito no apêndice 3.

Fonte: Própria do autor

Objeto de aprendizagem para a oficina 04:

Para esta oficina, nossos objetos matemáticos são as relações trigonométricas, mais especificamente seno e cosseno de um ângulo, estabelecendo como Copérnico usou para calcular as distâncias dos planetas interiores (Mercúrio e Vênus), e exteriores (Marte, Júpiter e Saturno).

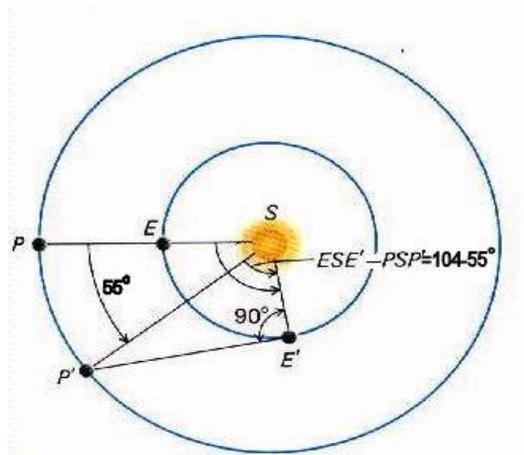
Por meio de observações, Copérnico conseguiu calcular as distâncias no Sistema Solar em termos da distância Terra-Sol, para isto ele percebeu que quando o Sol estava a se pôr no horizonte, os planetas Mercúrio e Vênus formavam ângulos de 28° e 47° respectivamente com o observador e eram retos em comparação ao Sol, com as relações trigonométricas ele calculou, usando o seno do ângulo.

$$\text{sen}(OP) = \frac{\text{Distância}(\text{planeta} - \text{Sol})}{\text{Distância}(\text{Terra} - \text{Sol})} \quad (4.1)$$

Sendo OP , o ângulo formado no observador como vértice, conforme mostra a Figura 3.10.

Para os planetas exteriores, Copérnico, observando Marte percebeu que o intervalo de tempo decorrido entre uma oposição e uma quadratura é de 106 dias. Nesse período de 106 dias, à Terra percorre uma distância angular de $ESE' = 104^\circ$ (pois em 365 dias ela percorre 360° , em 106 dias ela percorre $106/365 \times 360^\circ$), conforme Figura 3.10.

Figura 3.10: Ilustração da medida da distância dos planetas superiores



Fonte: <http://www.if.ufrgs.br/fis02001/aulas/Aula5-132.pdf>

Como o período sideral de Marte é de *687 dias*, então a distância angular percorrida por Marte nesse mesmo período de *106 dias* será: $PSP' = 55^\circ$ (pois em *687 dias* ele percorre $106/687 \times 360^\circ$). Agora, considerando o triângulo formado pelo Sol (S), Terra (E') e Marte (P') na quadratura, o ângulo entre o Sol e o planeta, visto da Terra, é *90 graus*, e o ângulo entre Terra e Marte, visto do Sol, é $ESE' - PSP' = 104^\circ - 55^\circ = 49^\circ$.

Então a distância (d) entre Marte e Sol é, descrita na Equação 4.2.

$$d(\text{Sol} - \text{Marte}) = \frac{1U.A.}{\cos 49^\circ} = 1,52 U.A. \quad (4.2)$$

U.A, unidades Astronômicas, uma das unidades de medição para distâncias muito grandes.

Sendo $1U.A \approx 150.000.000 \text{ km}$.

Quadro 3.12: Plano de aula para oficina 05

OFICINA 05: ESTUDO DA ELIPSE E SUAS RELAÇÕES COM AS LEIS DE KEPLER	
Competências e Habilidades	COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 5 Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia, como a cilíndrica e a cônica.
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> • Aproximar os conceitos estudados no 3º ano do ensino médio, quando se estuda as cônicas • Destaca a grande discussão em torno dos modelos planetários e o uso de círculos como figura geométrica das órbitas nos planetas • Mostrar a importância da matemática para o desenvolvimento de outra ciência. • Entender a importância da matemática que se estuda no ensino médio.
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> • Estudo das cônicas • Estudo da elipse e seus elementos
Duração	5 aulas
Recursos didáticos	Experimentos descritos no quadro 3.6
Recursos material	<ul style="list-style-type: none"> • Computador • Projetor multimídia. • Pincel atômico • Folha de papel ofício
Metodologia	<p>1º momento: Nesta oficina, descrevemos um pouco da história sobre os modelos planetários, relatando o uso de círculos desde Ptolomeu com o geocentrismo à Copérnico com o heliocentrismo, passando pelo modelo híbrido e contando um pouco da biografia de Tycho Brahe, até chegarmos a Johannes Kepler. Após este resgate histórico vamos mostrar aos estudantes que as cônicas não estão apenas relacionadas aos planetas e aproveitando as notícias de passagens de asteroides e cometas próximos à Terra, buscamos fazer a associação entre suas órbitas e as referidas cônicas, classificando-as em abertas ou fechadas.</p> <p>2º momento: Para isso vamos começar a estudar os elementos da elipse e buscando relaciona-los com a Astronomia, como eixo maior e menor, associando a periélio e afélio, os formatos dos</p>

meridianos do nosso planeta, a posição do Sol como um dos focos da elipse para movimentos planetários, as órbitas de baixa altitude (LEO), média altitude (MEO) e alta altitude (GEO) utilizadas pelos satélites artificiais, além de aplicações na exploração espacial. Após esse tópico vamos formalizar o conceito matemático da elipse que por definição, é o lugar geométrico dos pontos cuja soma das distâncias a dois pontos fixos é constante. Outra definição matemática é se uma cônica μ é uma elipse de focos F1 e F2, então $\text{dist}(P, F1) + \text{dist}(P, F2) = k$, para todo ponto $P \in \mu$. Onde k é uma constante real. A trajetória descrita por essa curva é fechada, e se assemelha a uma circunferência, porém apenas quando os focos coincidem é de fato a circunferência.

3º momento:

Aproveitando este contexto de definição da elipse, faremos um experimento que destaca a propriedade física refletora dessa cônica, no qual se descreve que se uma fonte de luz ou som é colocada ao mesmo tempo, no foco de uma superfície com seções transversais elípticas, então toda a luz ou som é refletido da superfície para o outro foco. No experimento construímos uma elipse (ver Quadro 3.6, experimento 01), utilizando madeira e outra com emborrachado, e usando uma pequena esfera (gude), simulamos o movimento de reflexão da elipse, direcionando a esfera que parte de um foco para o outro foco. Aproveitamos dessa atividade prática para explicar que as causas da reflexão, são os ângulos formados serem iguais.

4º momento:

Outro ponto a ser destacado na oficina é o conceito da excentricidade, pois quase sempre que se solicita de alguém que desenhe um Sistema Solar ela o faz com órbitas bastante excêntricas, ou seja, com eixo menor curto e eixo maior alongado, que sabemos que não é verdade, para isso vamos definir a excentricidade e com o uso do software Geogebra, vamos construir elipse e variar as distâncias focais conforme Quadro 3.6, experimento 02.

5º momento:

Depois dessa observação das formas da elipse com a relação da sua excentricidade, foram feitos dois experimentos que relacionam com às duas primeiras leis de Kepler, porém antes iremos apresentá-las e discutir um pouco sobre cada uma delas, a citar.

1ª lei de Kepler: lei das órbitas

“A primeira lei de Kepler afirma que a órbita dos planetas que giram em torno do Sol não é circular, mas sim elíptica. Além disso, o Sol sempre ocupa um dos focos dessa elipse”.

Nela Kepler percebe que as órbitas dos planetas se encaixam mais perfeitamente na elipse, e um fato curioso dessa lei que a prova matemática dela é realizada por Isaac Newton, e para este feito ele desenvolve o cálculo diferencial e integral, além das três leis da dinâmica e a lei de gravitação universal. Para contextualizar o conceito da 1ª lei, faremos um experimento com os estudantes para eles construírem as órbitas do nosso sistema solar em planos diferentes, usando como referência o método do jardineiro, que consiste em fixar pinos nos focos e amarrar cada ponta de uma corda ou barbante em cada um deles. E após esticá-los, realizar um movimento circular de modo a formar uma elipse, conforme apresentado no Quadro 3.6, experimento 03.

6º momento

2ª lei de Kepler: lei das áreas

“A segunda lei de Kepler afirma que a linha imaginária que liga o Sol aos planetas que o orbitam varre áreas em intervalos de tempo iguais. Em outras palavras, essa lei afirma que a velocidade com que as áreas são varridas é igual, isto é, a velocidade areolar das órbitas é constante”.

Para esta lei Kepler descreve que os planetas têm velocidades diferentes em sua trajetória, estando mais rápidos quando se aproximam do Sol e mais lentos ao se afastar dele, porém, a velocidade areolar é sempre a mesma. Nesse contexto usamos o software Universe Sandbox para uma simulação variando a excentricidade da órbita da Lua em relação à Terra, exemplificando assim a 2ª lei de Kepler sobre a lei das áreas. Para isso utilizando a distância de aproximadamente 60000 km entre a Terra e a Lua, sabemos que a distância média entre eles é 3 vezes maior, porém para uma melhor visualização no software escolhermos o valor citado. A primeira imagem do Quadro 3.6, experimento 04, mostra a órbita descrita pela Lua no experimento, e no software quase não se percebe variação em sua velocidade durante a trajetória.

Em seguida aumentamos a excentricidade dessa órbita, e nela pode-se perceber uma variação da velocidade da Lua entre o perigeu e o apogeu. Como previsto na lei de Kepler, conforme

segunda imagem do Quadro 3.6, experimento 04. O interessante dessa simulação é verificar o que poderia acontecer se continuar a aumentar a excentricidade dessa órbita?

Como resposta à pergunta descrita, seguimos aumentando a excentricidade da órbita até um ponto que a força de gravitacional da Terra, tivesse tanta intensidade que fez com que a Lua se desintegrasse conforme terceira imagem no Quadro 3.6, experimento 04.

Nesse experimento buscamos mostrar a aplicação das duas primeiras leis de Kepler, relacionando o fator da excentricidade para o formato da elipse, bem como os efeitos que poderiam mesmo que fictícios serem causados pela variação da excentricidade da órbita, seja da Lua ou de quaisquer outros objetos, ou astros, além de se perceber na simulação a variação da velocidade no apogeu e no perigeu conforme previsto na lei das áreas de Kepler.

7º momento

3ª lei de Kepler: lei dos períodos ou lei da harmonia: “ A terceira lei de Kepler afirma que o quadrado do período orbital (T^2) de um planeta é diretamente proporcional ao cubo de sua distância média ao Sol (R^3) ”. Conforme equação:

$$T^2 = k \cdot R^3,$$

onde k é constante, determinada pela constante gravitacional G e pela massa do sistema M .

Nessa lei Kepler descreve que o tempo de revolução dos objetos com órbitas elípticas pode ser calculado pela expressão dada. Essa lei é fundamental para a exploração espacial, bem como para prever passagens de cometas ou asteroides, que por ventura ponham em risco a vida na Terra. Para mostrar essa diferença do tempo de revolução, foi usado o jogo Universe SandBox, na sua interface, clicando em cada um dos planetas, podemos perceber a velocidade de revolução de cada um, mostrando assim a relação descrita na terceira lei de Kepler, e prevista por Copérnico, conforme Quadro 3.6, experimento 05.

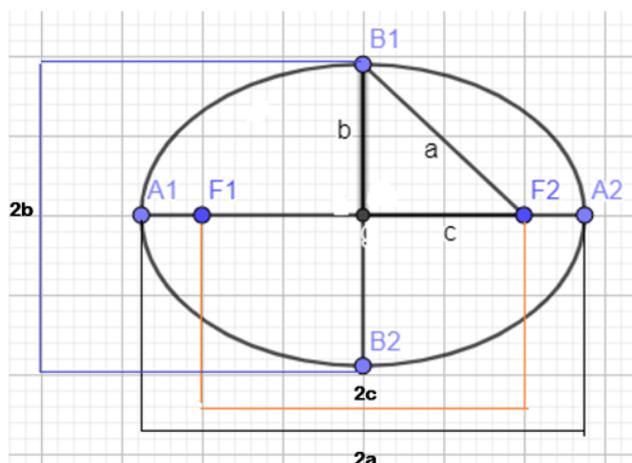
Avaliação

- Participação dos estudantes na oficina
- Escrita no formato de um questionário descrito no apêndice 3.

Objetos de aprendizagem para a oficina 05:

Para esta temática iniciamos com o mesmo contexto utilizado na oficina 01 deste tópico, descrevendo uma cônica e suas secções para classificar, nesse caso, uma elipse. Nesse contexto é importante destacar os elementos da elipse, não apenas para construções matemáticas, mais também para entender a nossa temática em relação a Astronomia, como mostrado na Figura 3.11.

Figura 3.11: Descrição geométrica dos elementos da elipse



Onde:

- F1 e F2 são os focos
- A distância focal é igual a 2c
- O comprimento do eixo maior é 2a
- O comprimento do eixo menor é 2b
- Os pontos A1, A2, B1 e B2 são os vértices

Fonte: Obtida do Geogebra pelo própria do autor

Após a definição geométrica dessa cônica, introduzimos sua definição, como um lugar geométrico dos pontos cuja soma das distâncias a dois pontos fixos é constante. Outra definição matemática é se uma cônica μ é uma elipse de focos F_1 e F_2 , então para todo ponto $P \in \mu$.

$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a \quad (5.1)$$

Tomando o centro da elipse na origem das coordenadas, temos:

$$\begin{aligned} \sqrt{(x+c)^2 + (y-0)^2} + \sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2} &= 2a \\ \sqrt{(x+c)^2 + y^2} &= 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} \\ (x+c)^2 + y^2 &= 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2 \end{aligned}$$

Simplificando e dividindo por 4, e depois elevando ao quadrado ambos termos:

$$a^2(x^2 - 2cx + c^2 + y^2) = a^4 - 2acx + c^2x^2$$

Separando os termos x e y de um lado da igualdade temos:

$$\begin{aligned} a^2x^2 - c^2x^2 + a^2y^2 &= a^4 - a^2c^2 \\ x^2(a^2 - c^2) + a^2y^2 &= a^2(a^2 - c^2) \end{aligned}$$

Como na Figura 3.11 a, b e c, formam um triângulo retângulo, e usando o teorema de Pitágoras, tem-se:

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow b^2 = c^2 + a^2$$

Utilizando a equação acima, temos:

$$\begin{aligned} x^2(a^2 - c^2) + a^2y^2 &= a^2(a^2 - c^2) \\ x^2b^2 + a^2y^2 &= a^2b^2 \end{aligned}$$

Dividindo por a^2b^2 temos:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (5.2)$$

Assim temos a equação da elipse, com eixo maior na abcissa x .

3.4.4.2 Minicursos para o Ensino Superior

Planejando a pesquisa para atingir o público alvo do ensino superior, otimizamos sua aplicação na semana de Matemática da UEFS, por ser um evento que envolve os estudantes da graduação, escolhem qual temática participar. Isto já nos garantiria o primeiro resultado que seria a aceitação da temática. Pensando nos minicursos dividimos em temática diversas, porém com o mesmo objetivo de aproximar ensino de Matemática da contextualização que a Astronomia proporciona, de modo a incentivá-los a conhecer mais sobre essa ciência e

mostrar como ambas estão ligadas ao desenvolvimento da humanidade. Nas subseções seguintes descrevemos o planejamento pensado para execução dos dois minicursos conforme Quadro 3.13 e 3.14.

Quadro 3.13: Plano de aula para minicurso 01

MINICURSO 01: USO DA ASTRONOMIA PARA RESSIGNIFICAR AS AULAS DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO	
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> • Aproximar o ensino de Matemática de outras ciências em especial a Astronomia. • Mostrar a interdisciplinaridade da Matemática • Destacar a importância da matemática para o desenvolvimento de outra ciência. • Entender a importância da matemática que se estuda no ensino médio. • Mostrar uma forma de ressignificar as aulas de Matemática.
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> • Estudo geométrico das cônicas. • Estudo da parábola • Elementos e construção geométrica da parábola. • Função do 2º grau • Estudo dos ângulos • Estudo do círculo trigonométrico. • Elementos da circunferência (corda e raio e diâmetro) • Estudo dos logaritmos. • Potenciação • Razão e proporção • Semelhança de figuras planas • Progressão Geométrica • Relações trigonométricas • Estudo geométrico da circunferência • Estudo das cônicas • Estudo da elipse e seus elementos
Duração	4 horas
Recursos didáticos	Experimentos descritos nos quadros 3.2, 3.3, 3.4, 3.5 e 3.6.
Recursos material	<ul style="list-style-type: none"> • Computador • Projetor multimídia. • Pincel atômico • Folha de papel ofício • Papel milimetrado • Régua e transferidor
Metodologia	<p>1º momento: Apresentação da proposta do minicurso de mostrar uma forma de relacionar o conteúdo matemático do ensino médio com a Astronomia. Em seguida começar a descrever a história do experimento de Aristarco para estimar as distâncias da Terra-Lua e Terra-Sol, além do diâmetro da Lua e do Sol. Nesse momento mostrar que esse experimento utilizou o conceito matemático de semelhança de triângulos. Após esse momento faremos o experimento da sobreposição da moeda da câmara escura.</p> <p>2º momento: Falaremos de outro personagem importante para ambas as ciências descritas, Híparco de Nicéia, mostrando suas descobertas e, porque muitos o consideram o pai da trigonometria. Para isso vamos reproduzir no Geogebra a relação entre corda e raio que ele utilizou para marcar a altura dos astros que visualizava no céu, e como essa relação foi criada a tabela do seno. Outro experimento que se aborda no minicurso é a criação também por Híparco do astrolábio, no qual descrevemos no Quadro 3.4, experimento 03. Esse experimento ajudou</p>

	<p>Híparco a criar sua mais conhecida descoberta Astronômica, a escala de magnitudes, que pode ser reproduzido usando o software Stellarium, conforme Quadro 3.4, experimento 04.</p> <p>3º momento: Aproveitando o conceito atribuído antes para a escala de magnitudes, pode associar outro conteúdo matemático a essa mesma temática, nesse caso falamos da escala de Pogson, que se utiliza de logaritmos para expressar valores mais precisos sobre a magnitude dos Astros, fazendo com que a de Híparco fosse revista. Nesse caso associamos esse cálculo matemático a lei do inverso do quadrado da distância, realizando dois experimentos, conforme descritos no Quadro 3.4, experimento 05.</p> <p>4º momento: Utilizamos mais uma vez de um personagem para associar uso da Matemática para o desenvolvimento da Astronomia, nesse caso falamos de Copérnico, que além do Heliocentrismo, também usou a matemática para explicar fenômenos astronômicos e realizar cálculos de distâncias. Ele conseguiu perceber que usando a relação de seno de um ângulo poderia calcular as distâncias entre os planetas inferiores, (Mercúrio e Vênus), e com o cosseno, as distâncias dos planetas superiores (Marte, Júpiter, Saturno) todos até o Sol. Mais uma vez mostrando a importância da Matemática do ensino médio para a Astronomia. Para contextualizar esse conceito realizamos um experimento usando o astrolábio caseiro do Quadro 3.4, experimento 03, para realizar medições de alturas.</p> <p>5º momento: Seguindo a associação da Matemática com a Astronomia, destacamos os conceitos das seções cônicas, e para isto usamos o experimento 01 do Quadro 3.3. Para relacionar com a Astronomia, mostramos uma simulação no Universe SandBox, previsto no Quadro 3.7, experimento 05, que mostra os tipos de órbitas e entre eles o cometa Oumuamua de órbita hiperbólica. Em seguida se apresenta o conceito matemático da equação geral das cônicas, com o objetivo de mostrar a relação das distâncias de um ponto da curva a reta diretriz e esse mesmo ponto ao foco da curva. Esse conceito visa mostrar como os astrônomos descrevem as trajetórias dos cometas, em elipses, hipérbolas ou parábolas.</p> <p>6º momento: Aproveitando a definição do conceito parábola descrita antes, para mostrar sua aplicabilidade em diversas áreas e também na temática da Astronomia, mostrando sua característica física de reflexão de raios paralelos a convergir para seu foco. Nesse momento destaco a utilização desse conceito para uma das grandes revoluções na Astronomia, que foi a Luneta de Galileu. Para exemplificar faremos três experimentos que mostram essa propriedade da parábola, descritos no Quadro 3.3, experimentos 03, 04, 05 e 06.</p> <p>7º momento: Neste momento destacamos a curva que mais se relaciona com a Astronomia, a elipse, ela segundo as Leis de Kepler rege as órbitas dos planetas, e satélites naturais. Aproveitando sua popularidade, pois desenhamos as órbitas dos planetas desde que ingressamos na escola, solicitamos que os participantes realizassem um desenho do sistema solar, com isso queremos confronta-los sobre a excentricidade que é normalmente representado, e contextualizando com a matemática do ensino médio, mostrar os elementos da elipse, e quais destes determinam essa excentricidade. Para isso usaremos os experimentos do quadro 3.7, experimentos 02 e 03.</p>
Avaliação	<ul style="list-style-type: none"> • Participação dos estudantes no minicurso • Escrita no formato de um questionário descrito no apêndice 4.

Fonte: própria do autor

Quadro 3.14: Plano de aula para minicurso 02

MINICURSO 02 : UM NOVO OLHAR PARA O ESTUDO DOS CÁLCULOS VETORIAL E INTEGRAL E A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA NA DESCOBERTA DOS PLANETAS NETUNO E PLUTÃO	
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> • Aproximar o ensino de Matemática de outras ciências em especial a Astronomia. • Mostrar a interdisciplinaridade da Matemática. • Destacar a importância do cálculo para o desenvolvimento de outra ciência. • Relacionar o cálculo diferencial e integral as leis de Kepler. • Mostrar a relação direta da Matemática para descoberta do planeta Netuno.

Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> • História do cálculo com as leis de Newton. • Cálculo diferencial e integral
Duração	4 horas
Recursos didáticos	História da Matemática e descoberta do planeta Netuno
Recursos material	<ul style="list-style-type: none"> • Computador • Projetor multimídia. • Pincel atômico • Folha de papel ofício
Metodologia	<p>1º momento: Destacamos o papel da matemática nos modelos planetários desde Eudoxo, Ptolomeu e Copérnico, até chegar nas três leis de Kepler. A partir deste ponto destacamos, que a comprovação matemática das leis de Kepler não foi feita pelo mesmo e sim por Isaac Newton, e que para alcançar êxito desenvolveu o cálculo diferencial e integral, além das suas três leis para dinâmica de corpos e a Lei de Gravitação Universal.</p> <p>2º momento: Resgatamos a história da disputa pela criação do cálculo diferencial e integral entre Newton e Leibniz.</p> <p>3º momento: Demonstramos às três leis de Kepler, com aplicações de derivadas e integrais, com o objetivo de relacionar o cálculo visto na graduação com Astronomia.</p> <p>4º momento: Relacionamos esses cálculos a descoberta dos planetas Netuno e Plutão que foram estudadas a partir de anomalias na órbita de Urano, e descobertos exclusivamente usando os cálculos matemáticos desenvolvidos por John Adams e Urban Le Verrier para indicar o local onde os astrônomos deveriam apontar os telescópios.</p>
Avaliação	<ul style="list-style-type: none"> • Participação dos estudantes no minicurso • Escrita no formato de um questionário descrito no apêndice 4.

Fonte: própria do autor

Para além dessas oficinas e minicursos foi planejado para o projeto a construção de um caderno de atividades contendo as experiências pensadas na seção 3.4.3, que será a origem do produto educacional deste referido trabalho intitulado “**Propostas de Atividades para o Ensino de Matemática Contextualizada na Astronomia**”.

4 – APRESENTAÇÃO DAS AÇÕES, ANÁLISE E RESULTADOS

Nesta seção são apresentadas as ações, análise e resultados referentes à proposta de pesquisa, dentro de uma perspectiva de ressignificação da prática de ensino, objetivando responder por meio destas ações a problemática deste trabalho, de modo a subsidiar a construção do caderno de atividades elaborado como produto didático da pesquisa.

4.1 Ações Desenvolvidas

Apresenta-se nessa subseção as ações realizadas nesta pesquisa, as quais se compõem aplicação de questionário investigativo descrevendo o alcance e as dimensões inferidas por ele, as aplicações das oficinas e minicursos, com uma síntese da quantidade de ações e datas de realizações, carga horaria, público e instituições contempladas.

4.1.1 Aplicação do Questionário

Nesta etapa aplicou-se dois questionários para coleta de informações prévias referente ao público da pesquisa, como objetivo subsidiar com informações sobre o público alvo a elaboração e aplicação de oficinas e minicursos com elaboração de experimentos e construção do produto didático fruto das oficinas. Estes questionários foram divididos entre estudantes do ensino médio, aplicados em seis turmas de 1º, 2º, 3º anos e educação de jovens e adultos (EJA), e estudantes de licenciatura em Matemática em uma turma de estágio supervisionado II, totalizando a participação de 160 estudantes, conforme distribuição no Quadro 4.1.

Quadro 4.1: Relação do número de estudantes que responderam aos questionários e oficinas

TURMAS	PARTICIPANTES QUESTIONÁRIO
1º ANO A VESPERTINO	27
1º ANO B VESPERTINO	25
1º ANO C VESPERTINO	33
EDUCAÇÃO JOVENS E ADULTOS (EJA) VII B NOTURNO	14
2º ANO C VESPERTINO	25
3º ANO B VESPERTINO	26
ESTUDANTES DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA (UEFS) ESTAGIO II	10
TOTAL DE PARTICIPANTES	160

Fonte: Próprio do autor

4.1.2 Aplicação das Oficinas e Minicursos

Utilizando as devolutivas dos questionários, aplicou-se cinco oficinas para o público do ensino médio, com a construção de vinte e um experimentos didáticos entre materiais físicos e simuladores, com o objetivo de contextualizar os conteúdos matemáticos, trazendo mais dinamismo as aulas de Matemática. Também se aplicou dois minicursos voltados para o ensino superior, cujo objeto principal era amenizar a carência da contextualização da Matemática na graduação com a Astronomia, como foi relatada por este pesquisador. Por fim se alcançou um total de 174 estudantes, conforme distribuição no Quadro 4.2.

Quadro 4.2: Relação do número de estudantes que responderam aos questionários e oficinas

TURMAS	PARTICIPANTES OFICINAS/MINICURSOS
1º ANO A VESPERTINO	27
1º ANO B VESPERTINO	25
1º ANO C VESPERTINO	33
EDUCAÇÃO JOVENS E ADULTOS (EJA) VII B NOTURNO	21
2º ANO C VESPERTINO	25
3º ANO B VESPERTINO	23
ESTUDANTES DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA (UEFS)	20
TOTAL DE PARTICIPANTES	174

Fonte: Próprio do autor

Na tabela 4.3, se apresenta uma síntese das aplicações de cada público destinado na pesquisa, como data de início da aplicação, sua respectiva carga utilizada, número de participantes em cada uma delas, com as suas respectivas turmas contempladas e instituição de ensino.

Quadro 4.3 – Síntese das oficinas e minicursos realizados.

Data	Atividade	Carga horária	Participantes	Público Atingido	Instituição
12/07/2022	Aplicação da oficina: Estudo da parábola com a contextualização da Astronomia	6 horas	21	EJA VII	CIEAC
13/07/2022	Aplicação da oficina: Estudo da parábola com a contextualização da Astronomia	6 horas	27	1º ano AV	CIEAC
01/11/2022	Aplicação da oficina: Ângulos e a trigonometria: A contribuição de Híparco no desenvolvimento da Matemática e Astronomia	5 horas	25	1º ano BV	CIEAC
07/11/2022	Aplicação da oficina: Ângulos e a trigonometria - A contribuição de Híparco no desenvolvimento da Matemática e Astronomia	5 horas	33	1º ano CV	CIEAC

17/08/2022	Aplicação da oficina: Uso da semelhança de figuras planas para determinação de distâncias astronômicas por Aristarco de Samos	5 horas	20	1º ano AV	CIEAC
15/08/2022	Aplicação da oficina: Uso da semelhança de figuras planas para determinação de distâncias astronômicas por Aristarco de Samos	5 horas	30	1º ano CV	CIEAC
26/10/2022	Aplicação da oficina: Relações trigonométricas e progressões - como Copérnico influenciou na descoberta de novos planetas.	5 horas	25	2º ano CV	CIEAC
05/06/2023	Aplicação da oficina: Estudo da elipse e suas relações com as leis de Kepler	5 horas	23	3º ano BV	CIEAC
08/11/2022	Apresentação do minicurso: Uso da astronomia para ressignificar as aulas de matemática no ensino médio	4 horas	15	SEMAT	UEFS
09/11/2022	Apresentação do minicurso: Um novo olhar para o estudo dos cálculos vetorial e integral e a importância da matemática na descoberta dos planetas netuno e plutão	4 horas	5	SEMAT	UEFS
Total de aplicações	Dez intervenções	50 horas	224	Oito turmas	Duas instituições de ensino

Fonte: Próprio do autor

4.2 Análise dos Questionários

Nesta seção se dividiu a análise dos questionários de duas formas, a primeira para as questões qualitativas de respostas curtas, escolheu-se como ferramenta a criação de nuvens que segundo Prais e Rosa (2017), consiste na análise lexical de um conjunto de palavras de um dado texto, no qual emerge uma nuvem em dado formato qualquer que apresenta as palavras em diferentes tamanhos, de acordo com a frequência de suas ocorrências no texto. Essa escolha objetivou a facilidade na visualização e entendimento das respostas mais comuns. Para analisar as respostas quantitativas, se utiliza a estatística descritiva na construção de gráficos de setores que auxiliam na interpretação quanto a frequência de uma determinada resposta.

Figura 4.2: Nuvem de palavras com as respostas da 2ª questão do questionário Ensino Médio



Fonte: Próprio do autor

Nessa resposta, o aparecimento de alguns termos se justifica, pela notícia ter sido difundida próxima à data de aplicação, como o eclipse que ocorreu semanas antes, também a notícia das primeiras imagens divulgadas pela NASA do telescópio James Webber na semana que ocorreu a apresentação e o áudio divulgado pela NASA do que seria o som de um buraco negro, conforme observado na Figura 4.2.

Questão 3: Quais fenômenos astronômicos se recorda?

O objetivo desta pergunta é saber quais fenômenos eles se recordam, tendo em vista que a proposta das atividades é buscar um resgate histórico de alguns destes fenômenos.

Figura 4.3: Nuvem de palavras com as respostas da 3ª questão do questionário ensino médio



Fonte: Próprio do autor

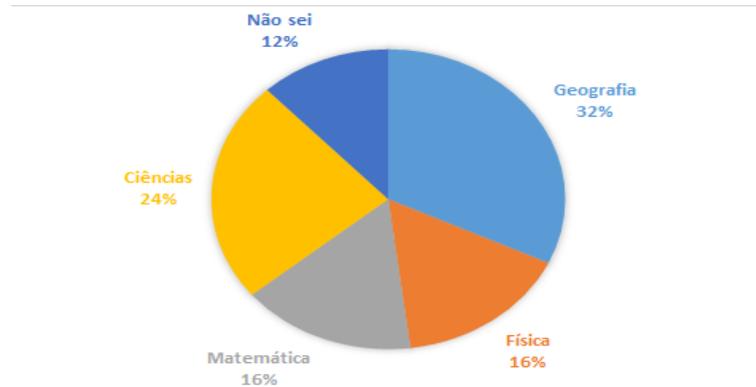
Nessa questão a palavra mais comum foi eclipse (ver Figura 4.3), não só por ocorrer um evento deste próximo a data de aplicação, mas também por ser um fenômeno muito conhecido quando se fala de Astronomia, outra palavra que se destacou foi meteoro, até mais do que a Lua em algumas turmas, acredito que o evento de chuva de meteoros que foi noticiado ajudou a lembrar os estudantes deste fenômeno comum em nosso céu.

Questão 4: Em quais disciplinas da escola você consegue visualizar a Astronomia?

Nesta pergunta busca-se saber o grau de interdisciplinaridade da Astronomia.

EJA VII

Figura 4.4: Gráfico das disciplinas mais pontuadas nas respostas pela turma da EJA VII (EJA)

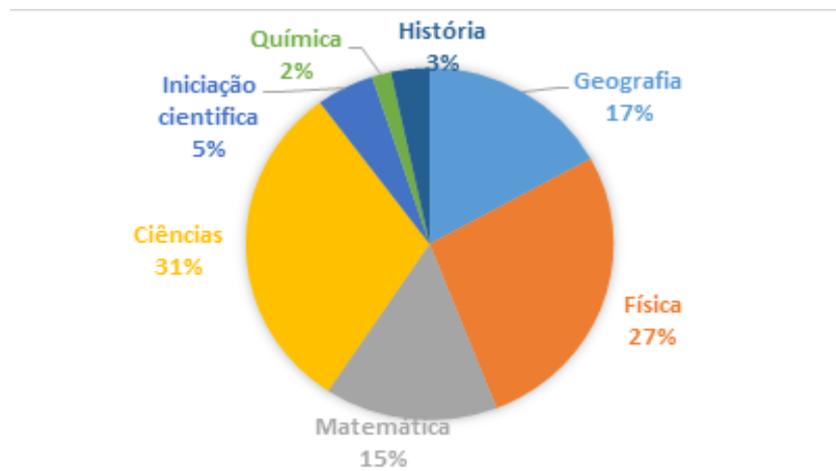


Fonte: Próprio do autor

Analisando o gráfico mostrado na Figura 4.4 se observa que nessa turma em especial por se tratar de uma turma de EJA, com muito mais vivências em relação às turmas do vespertino, nos chamou atenção para a sinceridade das respostas como também na pouca variedade de disciplinas, sendo as mais descritas Geografia e Ciências que o acompanham a mais tempo de estudo.

1ºA

Figura 4.5: Gráfico das disciplinas mais pontuadas nas respostas pela turma do 1º A

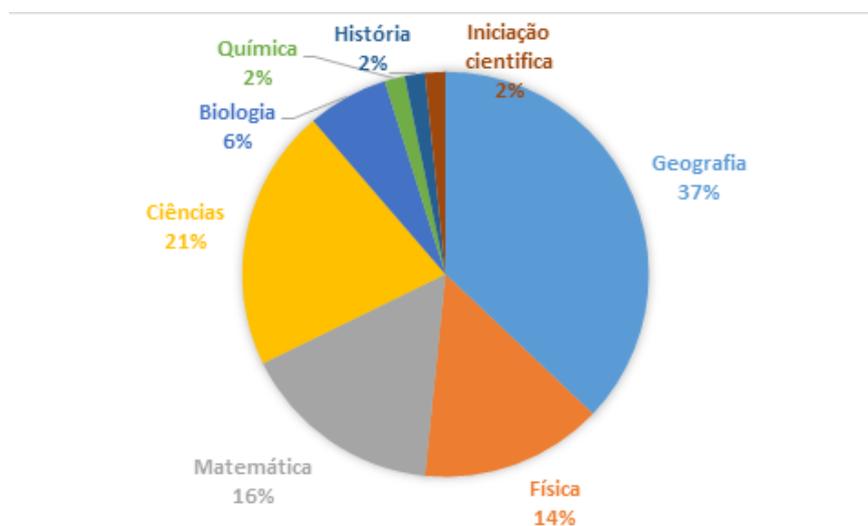


Fonte: Próprio do autor

No 1ºA, se percebe uma variedade maior de disciplinas nas respostas (ver Figura 4.5), e dois pontos importantes apareceram, o primeiro a porcentagem de iniciação científica, sendo que ela faz parte da nova matriz no ensino médio e foi iniciada nesse ano letivo, indicando que os professores estão abordando a Astronomia durante as aulas, e a segunda são os valores de Física, Ciências e Matemática, indicando que os estudantes percebem a Astronomia várias áreas do conhecimento.

1ºB

Figura 4.6: Gráfico das disciplinas mais pontuadas nas respostas pela turma do 1º B

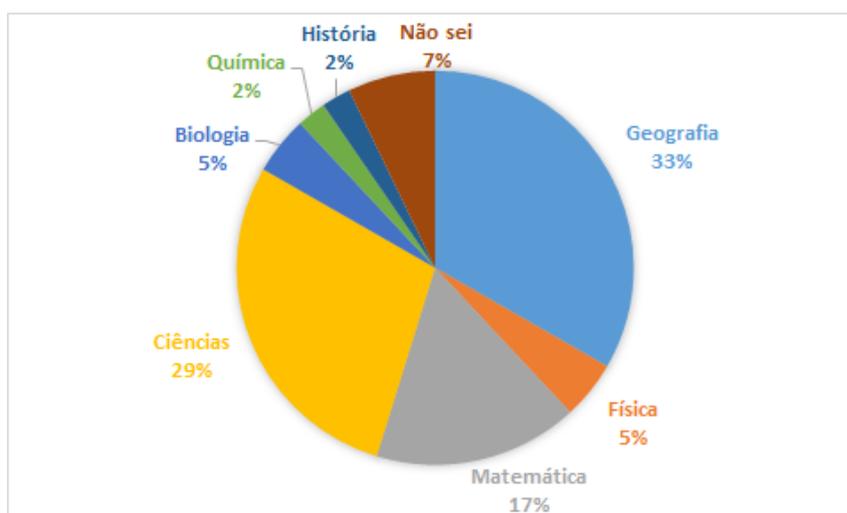


Fonte: Próprio do autor

Na turma do 1ºB, se percebe assim como na turma de primeiro ano anterior uma variedade de disciplinas descritas, porém a porcentagem de Geografia chama atenção e também por Matemática ter um valor maior que Física, conforme observado na Figura 4.6. Esse fato talvez tenha aparecido por conta da pesquisa estar relacionada com a Matemática.

1ºC

Figura 4.7: Gráfico das disciplinas mais pontuadas nas respostas pela turma do 1º C



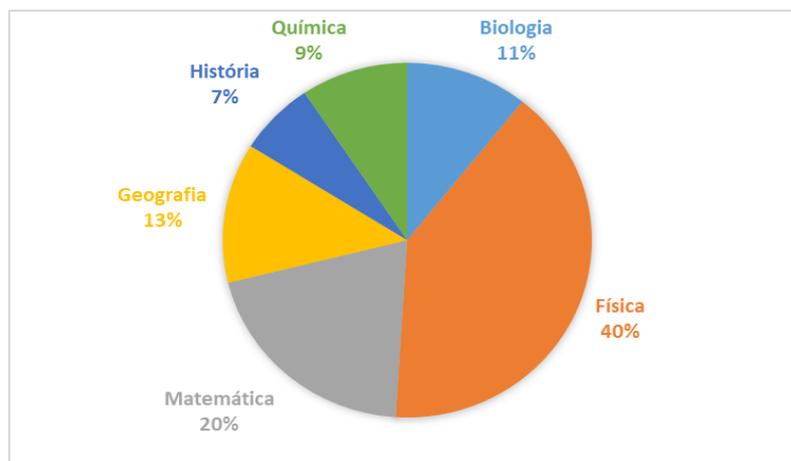
Fonte: Próprio do autor

No 1º C, as respostas sobre Ciências e Geografia mais comuns sugere que a turma ainda tem ligação delas com o ensino de Astronomia no Ensino Fundamental, como podemos observar na Figura 4.7. A surpresa dessa turma se deu na porcentagem sobre Física, que causou estranheza deste autor pelo valor baixo de descrições, tendo em vista que no 9º ano do

Ensino Fundamental já são iniciados os estudos dessa ciência, e nela se encontra a maior aplicabilidade e sendo a principal disciplina do ensino médio voltada ao ensino da Astronomia.

2º C

Figura 4.8: Gráfico das disciplinas mais pontuadas nas respostas pela turma do 2º C

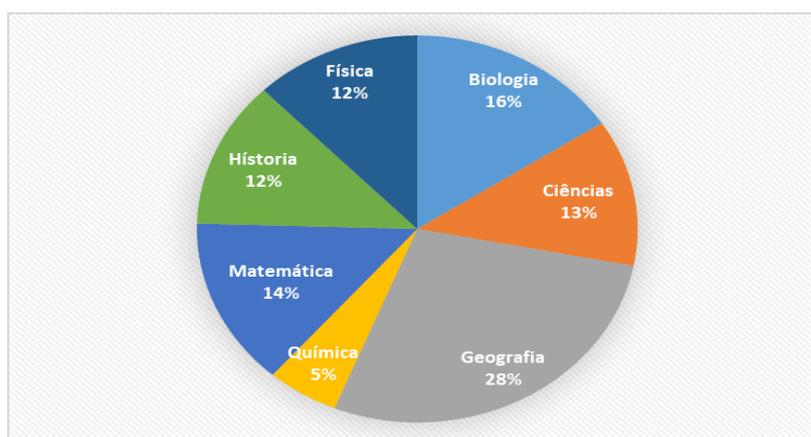


Fonte: Próprio do autor

Para o 2º ano as respostas descrevem a passagem dos conteúdos relacionados com a Astronomia no 1º ano, observando o resultado de geografia se compararmos as séries anteriormente descritas. Vale ressaltar que essa turma ainda é o currículo antigo do ensino médio, conforme apresentado na Figura 4.8.

3º B

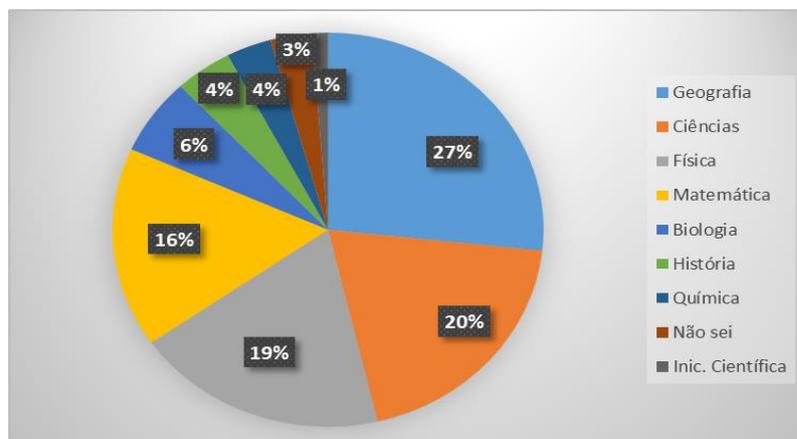
Figura 4.9: Gráfico das disciplinas mais pontuadas nas respostas pela turma do 3º B



Fonte: Próprio do autor

Para a turma do 3º ano, se percebe uma ligação muito forte com a disciplina de geografia, porém vale destacar a variedade de respostas, mostrando que as disciplinas de alguma forma relacionam o ensino de Astronomia em suas aulas, como mostrado na Figura 4.9.

Figura 4.10: Gráfico geral das disciplinas citadas pelas quatro turmas na questão 4.



Fonte: Próprio do autor

No quadro geral, se percebe conforme Figura 4.10, uma grande variedade de disciplinas descritas pelos estudantes, o que representada na nossa visão uma boa notícia, visto que o ensino de Astronomia fica mais próximo dos estudantes e ajudam na contextualização das disciplinas.

Questão 5: Os Planetas orbitam em torno de que Astro?

O objeto de estudo desta pergunta é saber se o estudante distingue o geocentrismo do heliocentrismo.

a) Terra

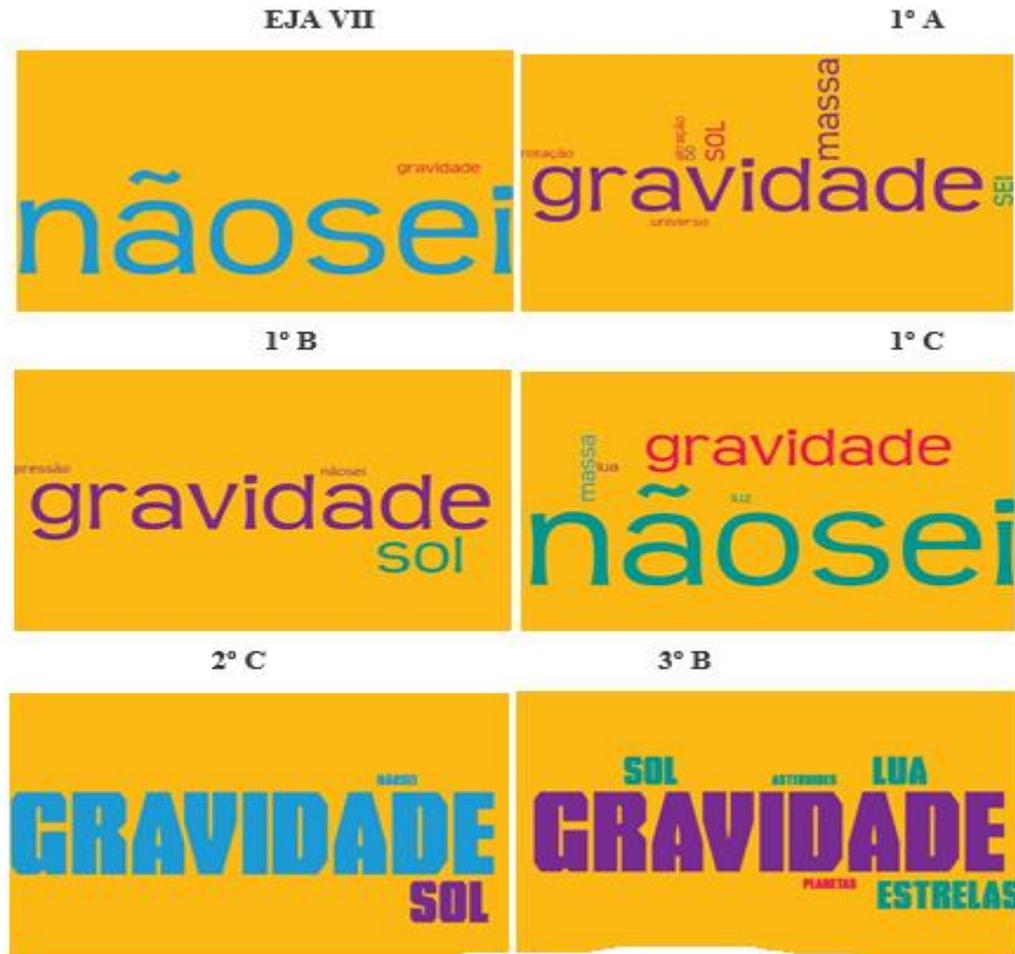
b) Sol

Todos os estudantes marcaram o Sol como resposta. Um sinal bastante positivo, tendo em vista essa inserção crescente nas redes sociais de notícias falsas, como à Terra plana e o Geocentrismo. Isso mostra que nosso trabalho em reforçar os conceitos verdadeiros em sala de aula tem surtido efeito.

Questão 6: Qual a causa da órbita dos Planetas?

Nesta pergunta o objetivo era saber o nível de conhecimento sobre órbitas, sendo um conceito mais específico da Astronomia.

Figura 4.11: Nuvem de palavras com as respostas da 6ª questão do questionário Ensino Médio



Fonte: Próprio do autor

As respostas para essa pergunta foram bastante relevantes para o trabalho, mesmo aparecendo respostas equivocadas e na maioria delas o “não sei”, pois o erro nas respostas é um orientador ao projeto da necessidade de abordar essa temática, conceituar e explicar os motivos que respondem a essa pergunta, conforme mostrado na Figura 4.11.

Questão 7: Você já fez alguma observação do céu? Se sim, quais?

Nesta pergunta, nosso objeto de estudo é saber se o aluno associava o simples olhar para o céu com a observação.

Figura 4.12: Nuvem de palavras com as respostas da 7ª questão do questionário Ensino Médio



Fonte: Próprio do autor

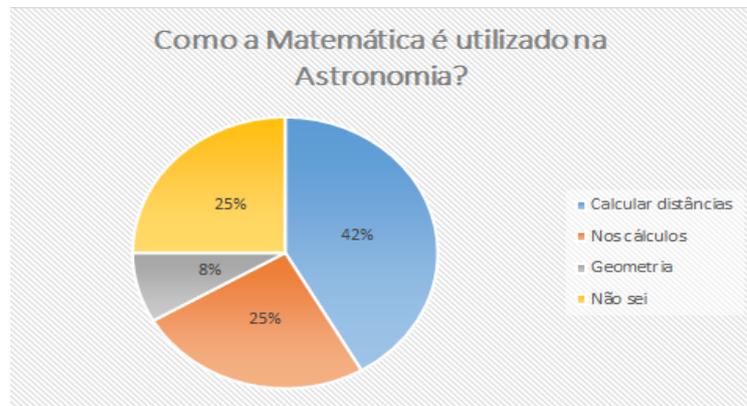
A análise dessa questão foi interessante por indicar que a maioria dos estudantes consegue distinguir uma observação a olho nu de uma com um telescópio ou luneta, por exemplo, e destes, algumas respostas despertaram mais atenção para o grau de conhecimento de alguns ao descrever que conseguiram observar planetas como Marte e algumas constelações, observado na Figura 4.12.

Questão 8: Como a Matemática é utilizada na Astronomia?

Essa pergunta se destaca no questionário, pois relaciona o conhecimento referente a Matemática utilizada na Astronomia, como a questão foi discursiva, sem direcionamento, ela relata quais conceitos matemáticos os estudantes conseguem interligar entre às duas ciências descritas, direcionando o projeto para temas que reforcem e ampliem o conhecimento pré-existente dos estudantes, bem como trazer proposições novas sobre outras temáticas que relacionam as ciências.

EJA VII

Figura 4.13: Gráfico com a porcentagem da utilização da Matemática na Astronomia na turma do EJA VII (EJA)

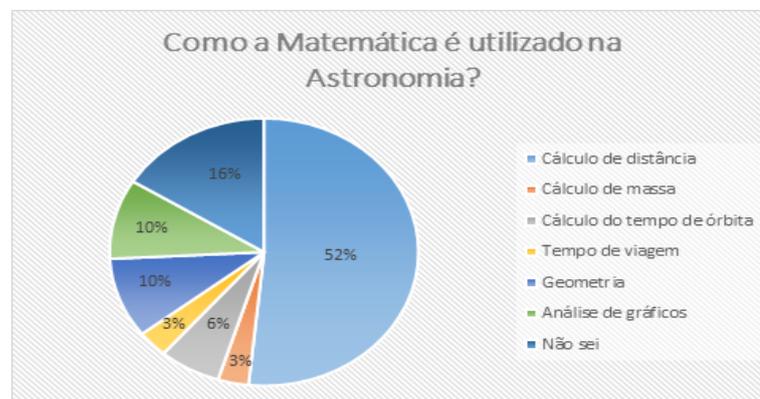


Fonte: Próprio do autor

Mais uma vez se tem uma diferença entre as respostas da EJA, novamente a variedade nas respostas é pouca, indicando uma falta de conhecimento sobre a ligação entre às duas ciências, que fica ainda mais explícito com o termo “não sei” que nessa questão corresponde a um quarto do total de devolutivas, conforme apresentado na Figura 4.13.

1º A

Figura 4.14: Gráfico com a porcentagem da utilização da Matemática na Astronomia na turma do 1º A



Fonte: Próprio do autor

Na turma do 1º A, a relação entre a Astronomia e a Matemática aparenta um grau de interação maior devido à diversidade de respostas apresentadas (ver Figura 4.14), indicando nessa análise conceitos importantes que serviram de subsídios para a construção das oficinas temáticas. Chama atenção também a porcentagem de cálculo de distância que corresponde a mais da metade das respostas.

Figura 4.15: Gráfico com a porcentagem da utilização da Matemática na Astronomia na turma do 1º B

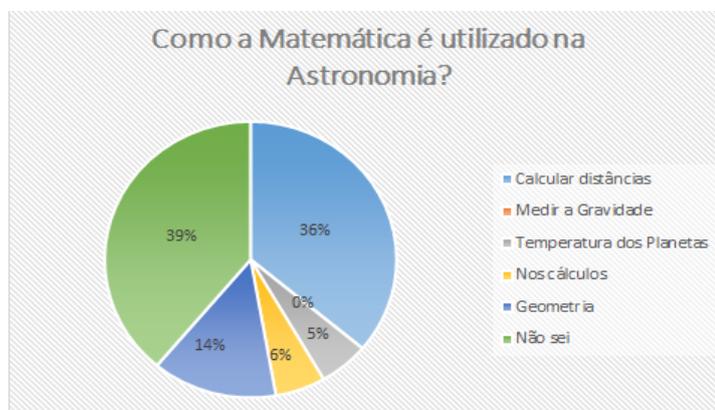


Fonte: Próprio do autor

Nessa turma se destaca novamente a porcentagem de calcular distância, um pouco menor que na turma anterior, mais o que nos chamou atenção foi dois conceitos que não apareceram na anterior, o “medir a gravidade” e “temperatura dos planetas”, o primeiro confirma as respostas da questão 6, e a outra foi uma resposta positiva por não ser um tema muito divulgado na mídia, conforme apresentado na Figura 4.15.

1º C

Figura 4.16: Gráfico com a porcentagem da utilização da Matemática na Astronomia na turma do 1º C

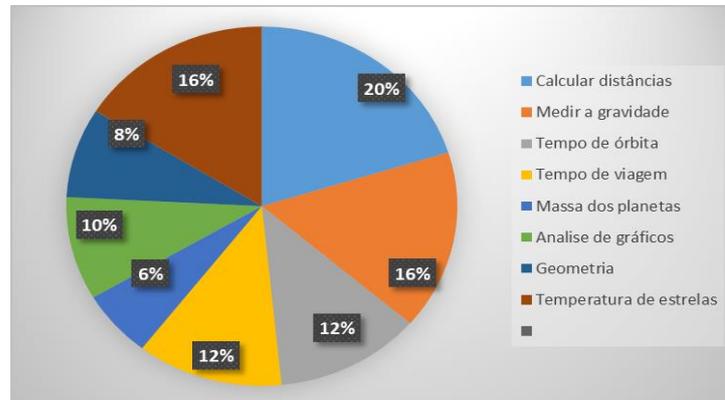


Fonte: Próprio do autor

Na turma C, não há como não destacar a pouca variedade de respostas (ver Figura 4.16), mas também a alta porcentagem da resposta “não sei”, sendo essa última um reforço a importância deste trabalho para as aulas de Matemática e também para o conhecimento do alunado.

2º C

Figura 4.17: Gráfico com a porcentagem da utilização da Matemática na Astronomia na turma do 2º C

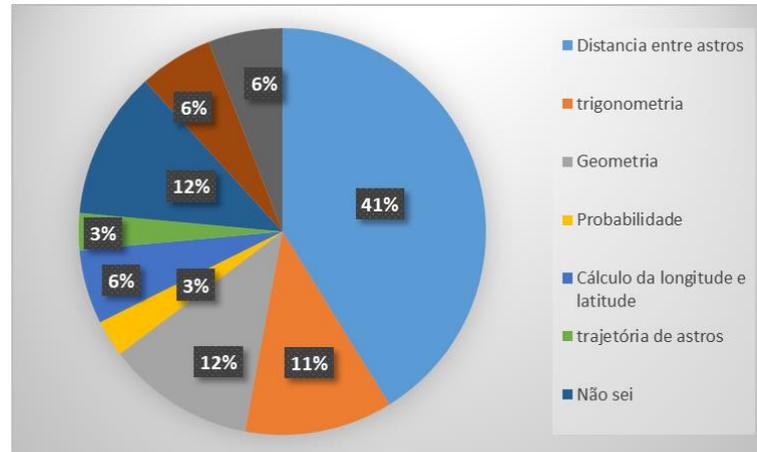


Fonte: Próprio do autor

Essa referida turma se destacou nas respostas em dois aspectos (ver Figura 4.17), o primeiro na variedade de respostas, o que é muito bom porque demonstra uma concepção sobre o que se propõe a estudar e a segunda, diz respeito as respostas terem uma ligação mais direta com conceitos de Astronomia.

3º B

Figura 4.18: Gráfico com a porcentagem da utilização da Matemática na Astronomia na turma do 3º B



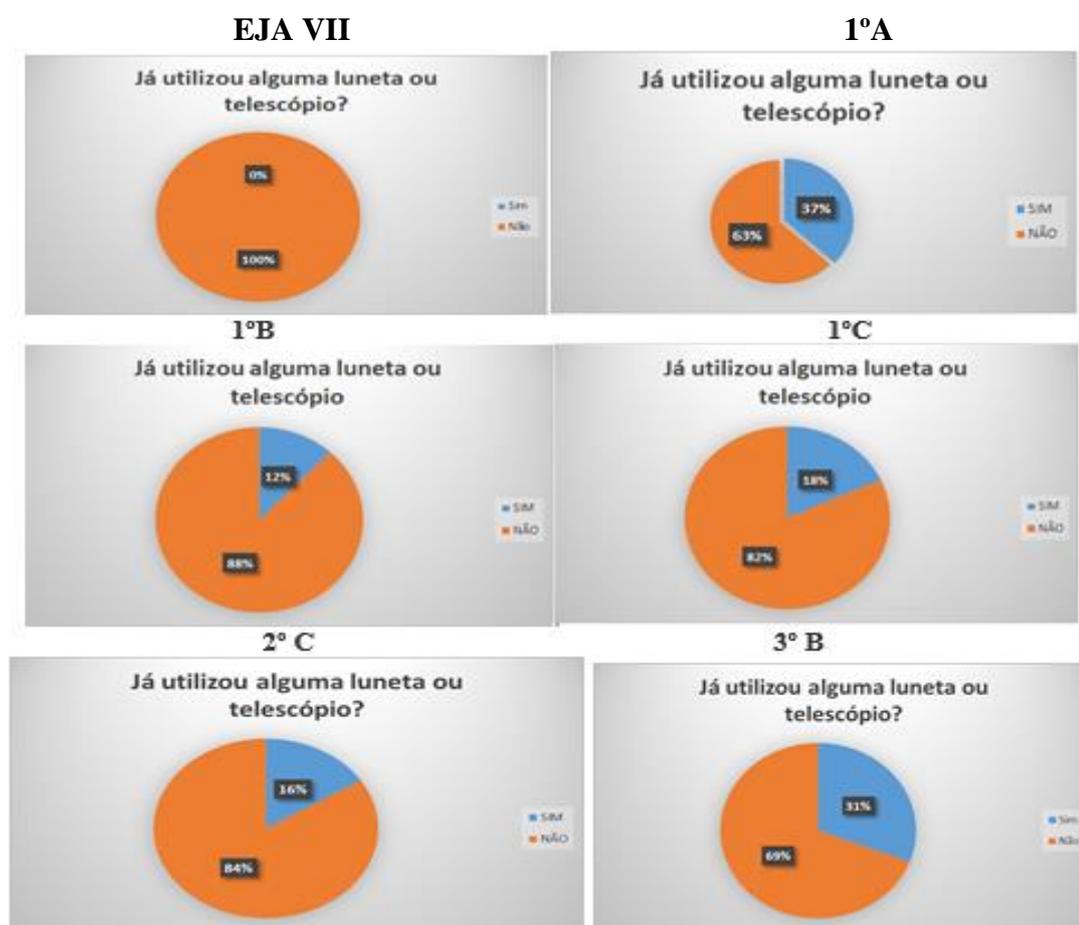
Fonte: Próprio do autor

Na turma do 3º ano, destaca-se a quantidade de respostas diversas, quase o mesmo total da turma do 2º ano, porém o que mais chamou atenção foi a quantidade de respostas iguais, para o cálculo de distâncias, e para uma resposta inédita entre os entrevistados que foi o cálculo da longitude e latitude, como mostrado na Figura 4.18.

Questão 9: Você já utilizou alguma luneta ou telescópio?

Essa pergunta surgiu para mensurar a quantidade de alunos que já tiveram contato com esse tipo de equipamento, que não é comum nas escolas.

Figura 4.19: Gráfico com a porcentagem da sobre a utilização da luneta ou telescópio na turma do 1º B



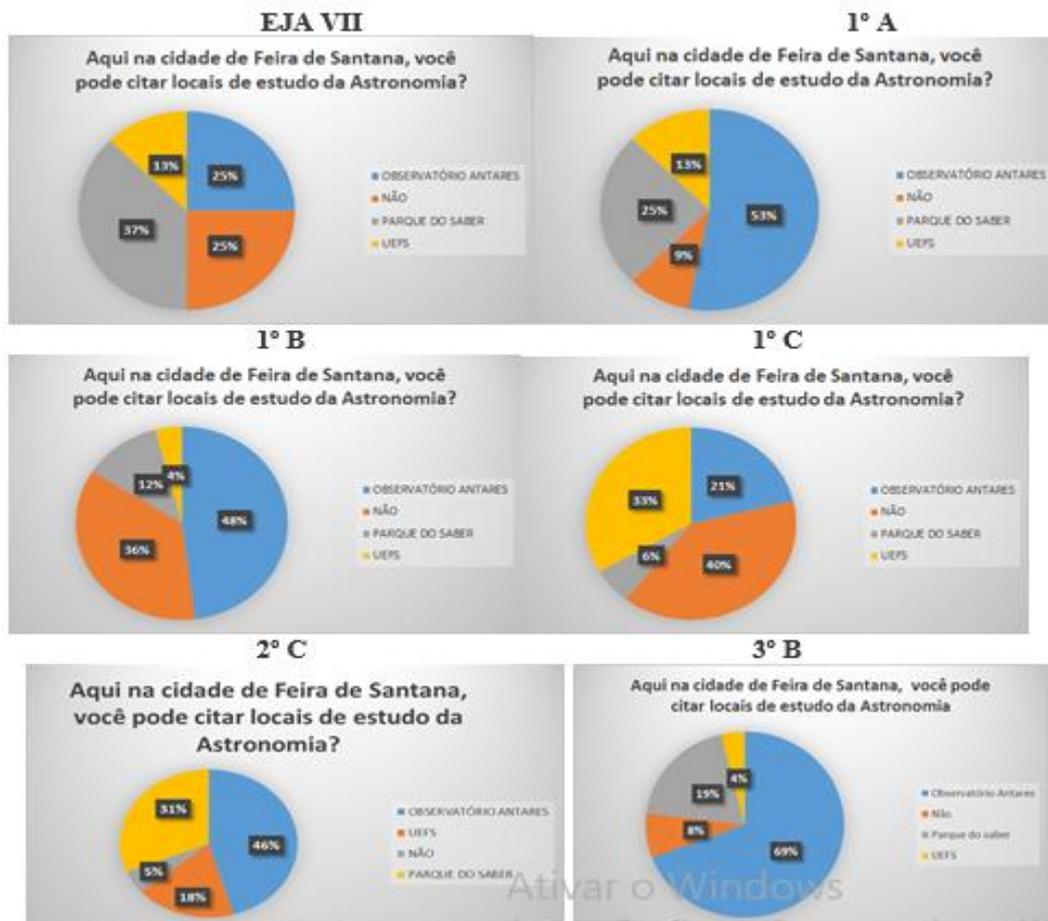
Fonte: Próprio do autor

A análise dessas respostas, reforça a importância de aproximar os estudantes dos laboratórios, instrumentos e experimentos científicos, que por muitas vezes ficam guardados nas escolas sem uso, seja por falta de conhecimento dos envolvidos, ou por interesse de se pensar algo diferente da aula tradicional e sair da zona de conforto (ver Figura 4.19). Essas respostas também orientaram o projeto a realizar observações com telescópios no pátio da escola não somente para os participantes diretos das oficinas, mais todo o corpo da escola, estudantes, funcionário e professores, como forma de aproximar e despertar interesse por essa ciência tão importante.

Questão 10: Aqui na cidade de Feira de Santana, você pode citar locais de estudo da Astronomia?

Essa pergunta surgiu, como indagação a localização da escola que foi aplicada o projeto, estar a poucas ruas do Observatório Antares.

Figura 4.20: Gráfico que representa os locais de estudo em Astronomia em Feira de Santana citados no questionário.



Fonte: Próprio do autor

A observação das respostas para essa pergunta, demonstra que os estudantes conhecem locais na cidade que se estuda a Astronomia, porém com base nas respostas anteriores do questionário, percebe-se que poucos frequentam esses locais, o que nos incentiva a propor uma ponte entre os alunos e os locais descritos, através de excursões, como forma de motivar e transformar estes estudantes em multiplicadores das ciências vistas nesses locais, conforme apresentado na Figura 4.20.

4.2.3 Questionário Ensino Superior

Seguiu-se a mesma estrutura do questionário do ensino médio até a 6ª questão, pois o objetivo inicial para as perguntas é o mesmo, perceber o conhecimento sobre a Astronomia. As demais questões buscamos um nível de relação entre a Matemática e a Astronomia, como forma de buscar um caminho de atingir esse público.

Questão 1: Quais notícias recentes se recorda sobre a Astronomia?

Figura 4.21: Nuvem de palavras com as respostas da 1ª questão do questionário Ensino Superior



Fonte: Próprio do autor

Analisando as respostas, temos um indicativo bem próximo dos estudantes do ensino médio, neste caso a notícia mais recente a data de aplicação foi a tentativa de lançamento pela NASA do foguete Artêmis, talvez por este motivo as palavras NASA e foguete se destaquem, conforme Figura 4.21.

Questão 2: Quais fenômenos astronômicos se recorda?

Figura 4.22: Nuvem de palavras com as respostas sobre os fenômenos astronômicos



Fonte: Próprio do autor

Seguindo a mesma linha de respostas do ensino médio, o eclipse se destaca como fenômeno mais lembrado (ver Figura 4.22), tanto por ocorrer recentemente, quanto a sua popularidade. Aqui se destacou as fases da Lua que não apareceu no questionário do outro nível de ensino, e um estudante que descreveu deformação, se referindo, acredita esse autor, a teoria da relatividade de Albert Einstein (1905).

Questão 3: Você já fez alguma observação do céu? Se sim, quais?

Figura 4.23: Nuvem de palavras com as respostas sobre observação do céu no questionário Ensino Superior

NUVENS CONSTELAÇÕES FASES LUNAR ECLIPSE ESTRELAS

Fonte: Próprio do autor

Nessas perguntas, destaca-se que a Lua foi citada poucas vezes, enquanto eclipse obteve mais destaque, destacando a importância da mídia para a popularização da ciência, tendo em vista que o eclipse é um evento esporádico quando comparado ao ciclo Lunar, conforme Figura 4.23.

Questão 4: Você já utilizou alguma luneta ou telescópio?

Figura 4.24: Gráfico sobre a utilização de uma luneta ou telescópio



Fonte: Próprio do autor

Observa-se que metade dos entrevistados tiveram contato com uma luneta ou telescópio (ver Figura 4.24), isso é importante também para o desenvolvimento do projeto, no qual a utilização destes instrumentos torna mais dinâmicas as oficinas.

Questão 5: Qual a causa da órbita dos Planetas?

Figura 4.25: Nuvem de palavras com as respostas para causa da órbita planetária do questionário Ensino Superior

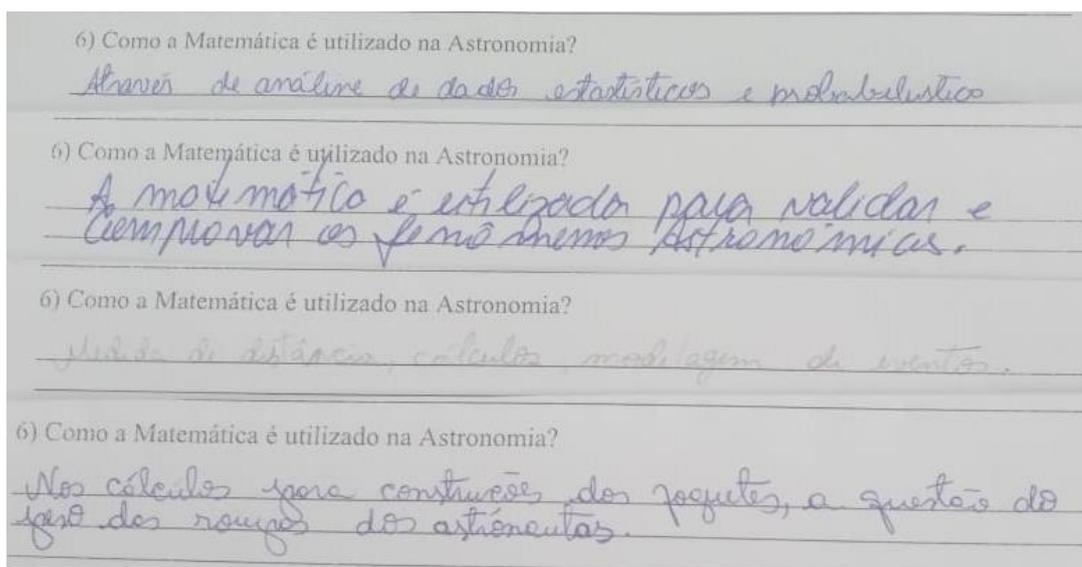
GRAVIDADE
DEFINIÇÃO ESPACIO
NÃO SEI

Fonte: Próprio do autor

Essa questão se destaca pela maioria não saber responder, por um lado é ruim por se tratar de estudantes de graduação, mas por outro indica ao projeto a importância de se relacionar a Astronomia em diversos níveis de conhecimento, não apenas no nível básico, conforme Figura 4.25.

Questão 6: Como a Matemática é utilizado na Astronomia?

Figura 4.26: Imagens de algumas respostas da questão 6 do questionário de ensino superior



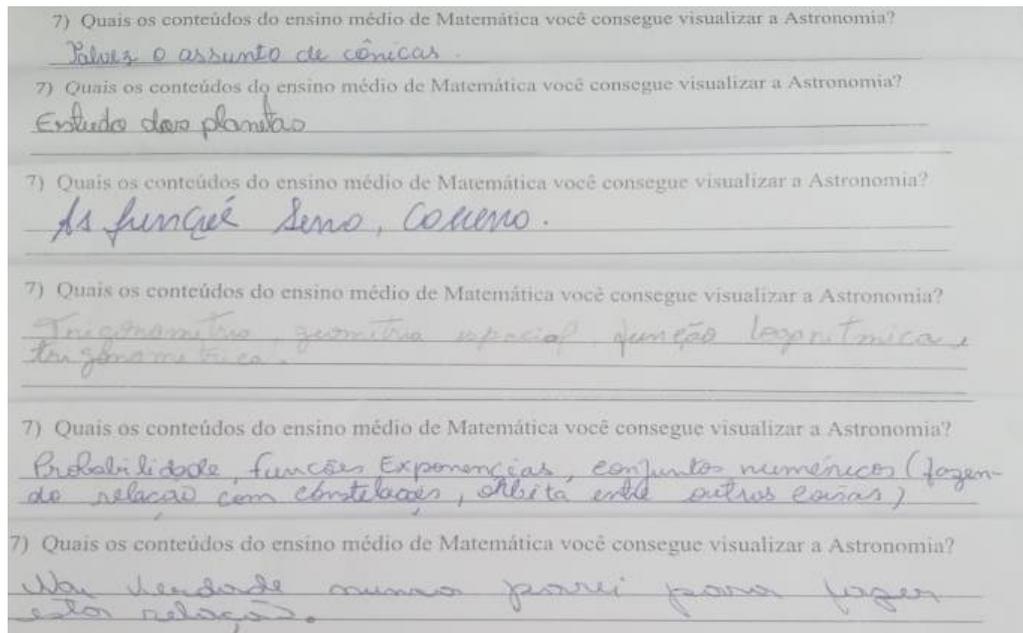
Fonte: Próprio do autor

Destacam-se as respostas mais detalhadas, e mesmo essas se percebe o grau superficial de relação entre às duas ciências, o que justifica a relação deste projeto com os futuros professores de Matemática, de modo que eles possam explorar mais a interdisciplinaridade de ambas, conforme apresentado na Figura 4.26.

Questão 7: Quais os conteúdos do ensino médio de Matemática você consegue visualizar a Astronomia?

Essa pergunta buscou responder qual a variedade de conteúdos de Matemática eles conseguem interligar com a Astronomia.

Figura 4.27: Imagens de algumas respostas da questão 7 do questionário de Ensino Superior



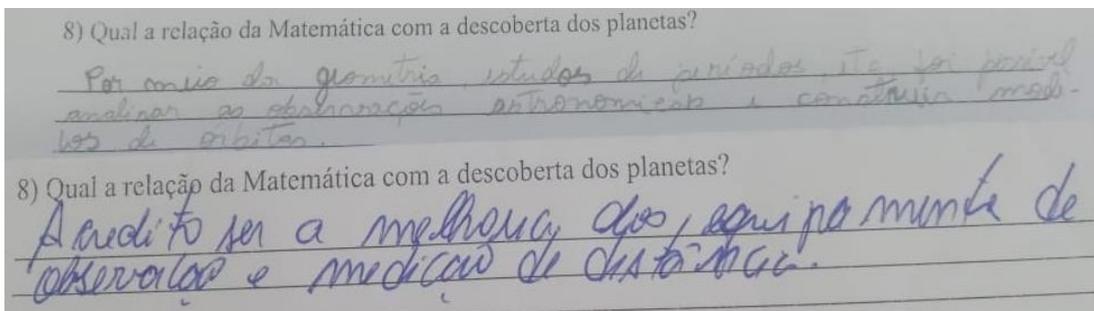
Fonte: Próprio do autor

Fazendo relação com as respostas da questão 6, reforça-se a observação de pouca interação entre a Matemática e Astronomia, destacando que a maioria dos conteúdos citados é relacionado a geometria, sem explorar outros, justamente o que o nosso projeto propõe, conforme Figura 4.27.

8) Qual a relação da Matemática com a descoberta dos planetas?

Essa pergunta se deu origem quando o pesquisador começou sua pesquisa bibliográfica, e nela tomou conhecimento que existiu um planeta que foi descoberto por indicação exclusivamente Matemática, daí a indagação em saber dos estudantes se tinham esse conhecimento.

Figura 4.28: Imagens de algumas respostas da relação matemática na descoberta de planetas do questionário de Ensino Superior



Fonte: Próprio do autor

Obteve-se apenas essas respostas escritas, aos demais escreveram “não sei”, mostrando que os cursos de graduação estão perdendo uma oportunidade de ressignificar o ensino de Matemática, e mostrando a importância dessa pesquisa, conforme Figura 4.28.

9) Quais aplicativos/software de Matemática e de Astronomia você já teve contato?

Nesta pergunta busca-se saber quais softwares tinham contato, sendo eles de Matemática ou Astronomia, porque nossa ideia era utilizar o Geogebra e Stellarium nos minicursos.

Figura 4.29: Nuvem de palavras com as respostas sobre aplicativos e software do questionário Ensino Superior



Fonte: Próprio do autor

Percebe-se nas respostas que a maioria são softwares matemáticos em especial o Geogebra, este resultado foi positivo para o projeto porque o referido software está entre os utilizados no minicurso e nas oficinas que compõem o produto didático (ver Figura 4.29). Apareceu entre os entrevistados uma estudante que nas respostas tem mais afinidade com a Astronomia, essa que descreveu o Stellarium.

10) Marque o seu interesse em ressignificar o ensino de Matemática usando a Astronomia.

Nenhum Pouco Interessado Muito

Essa pergunta se reflete diretamente na pesquisa, porque ela é a proposta principal, então busca-se dos futuros professores, qual o nível de interesse nessa temática.

Figura 4.30: Gráfico sobre o nível de interesse sobre o tema proposto no projeto



Fonte: Próprio do autor

Essa pergunta serviu de norte para o alcance do público alvo dos minicursos que o projeto propõe em oferecer na semana de Matemática da UEFS, e analisando o gráfico a maioria tem interesse na relação que a interdisciplinaridade do ensino de Astronomia pode favorecer as aulas e a formação do professor de Matemática, conforme apresentado na Figura 4.30.

4.3 Apresentação, Avaliação e Resultados das Oficinas

Esta seção é dedicada a apresentação da aplicação das oficinas temáticas, para isto, se descreve a realização de cada oficina com base nas respostas do questionário avaliativo realizado ao final de cada uma delas, e destacam-se os resultados usando os comentários descritos pelos estudantes.

4.3.1 Oficina 01: Estudo da parábola com a contextualização da Astronomia

A oficina sobre parábola teve como objetivo fazer a introdução geométrica dessa cônica para os alunos do 1º ano, antes do ser abordado os conceitos de função do 2º grau. É comum esse conteúdo ser ensinado sem fazer menção e essa curva. Pensando em diversificar essa abordagem utilizaram-se conceitos relacionados com a Astronomia como ferramenta interdisciplinar para mostrar aos alunos a aplicabilidade da parábola.

Esta oficina foi aplicada em duas turmas, uma, no turno noturno e outra no vespertino, e ao término da apresentação foi aplicado uma avaliação escrita, que norteará a análise desta oficina. As quatro primeiras questões são relacionadas a apresentação e ao apresentador, e os resultados estão descritos no Quadro 4.4.

Quadro 4.4: Distribuição das respostas quantitativas referentes as quatro primeiras questões da avaliação da oficina de parábola

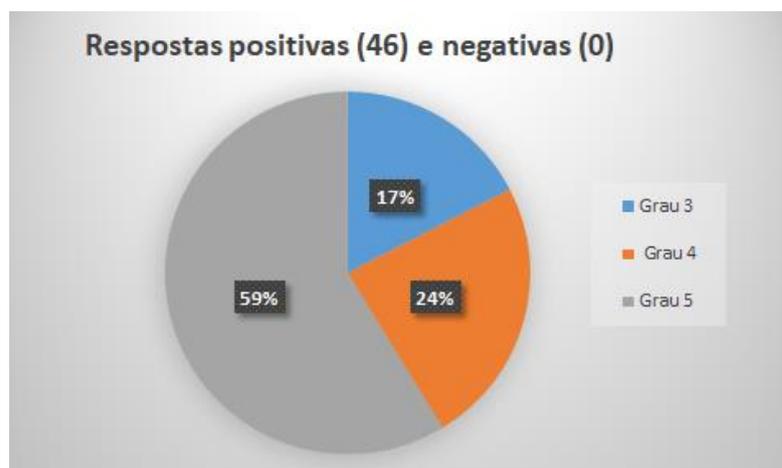
1) A problemática selecionada foi adequada ao contexto do curso	Sim (46), Não (0)
2) Os tópicos da apresentação foram bem organizados?	Sim (46), Não (0)
3) O apresentador fez bom uso dos recursos utilizados?	Sim (43), Não (3)
4) O apresentador apresentou uma linguagem clara e compatível ao público ouvinte?	Sim (44), Não (2)

Fonte: Próprio do autor

Analisando as respostas referentes a Quadro 4.4 percebeu-se que houve uma boa aceitação por parte dos alunos quanto a apresentação da oficina.

A questão 5, indaga se a apresentação contribuiu para o aprendizado sobre o conteúdo de parábola. O estudante poderia escolher responder sim ou não, porém em caso positivo deveria indicar em uma escala de 1 a 5 o grau de aprendizado, e se obteve o seguinte resultado exposto na Figura 4.31.

Figura 4.31: Gráfico grau de aprendizado do conteúdo de parábola após a oficina



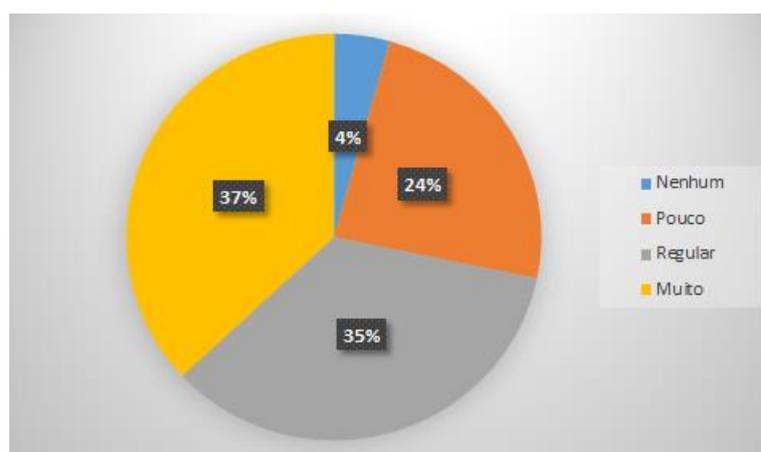
Fonte: Próprio do autor

Com base nessas respostas se observou que a maneira prática de apresentação do conteúdo em questão, manifestou nos estudantes um grau de percepção do que foi trabalho impactando segundo os mesmos na aprendizagem.

A questão 6, diferentes das demais até então, solicitava dos estudantes se a apresentação despertou algum interesse para estudar mais sobre a temática?

Objetivo da questão: Aferir dos estudantes o nível de interesse na apresentação da oficina. Eles podiam escolher entre nenhum interesse, pouco, interesse regular ou muito. Os resultados estão contidos na Figura 4.32:

Figura 4.32: Gráfico sobre o interesse sobre o tema após a oficina



Fonte: Próprio do autor

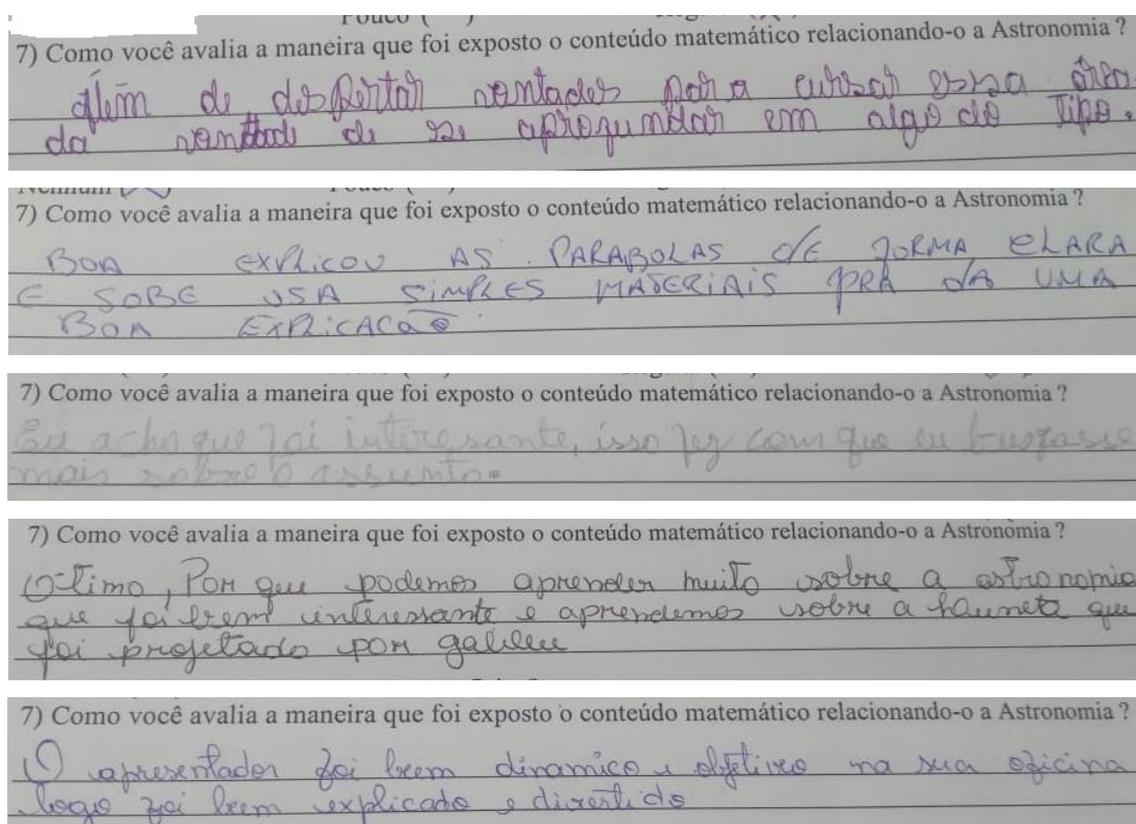
Analisando os resultados dessa questão se percebe a importância de interdisciplinaridade nas aulas de Matemática, despertando no estudante uma relação entre as áreas de conhecimento e a importância de cada uma delas para sua formação.

As questões 7 a 10, foram discursivas, e faremos um comentário geral da maioria das respostas, citando algumas em que o estudante fez um comentário na resposta.

A questão 7, Como você avalia a maneira que foi exposto o conteúdo matemático relacionando-o a Astronomia?

Objetivo da questão: Obter uma devolutiva dos estudantes avaliando a proposta do projeto de explicar conceitos matemáticos usando a Astronomia. Nesse caso a maioria dos estudantes descreveu utilizando frases curtas, como interessante o aprendizado, gostei muito, aprendi coisas novas, abordagem diferente, muito bom, bem organizado. Destacam-se as respostas mais longas por descrever com mais clareza o que foi perguntado.

Figura 4.33: Avaliação da maneira como foi relacionado a Astronomia no conteúdo matemático prevista na questão 7.



Fonte: Próprio do autor

Ao analisar essas respostas, percebe-se dois pontos importantes e que eram objetivos da oficina, o primeiro fazer com que o estudante olhasse para o conteúdo de Matemática de um modo diferente e mais próximo dele e o outro é a popularização do ensino da Astronomia, destacada nas falas acima na vontade de aprofundar e buscar mais sobre o assunto, conforme apresentado na Figura 4.33.

Questão 8 - O que chamou mais a sua atenção na oficina?

Objetivo da questão: Avaliar junto aos estudantes se os experimentos desenvolvidos, conseguiram desempenhar o seu propósito de despertar a curiosidade dos estudantes para o

tema exposto. Para isto vamos descrever as respostas que mais surgiram nesta pergunta, intercalando com as imagens da aplicação dos experimentos nas turmas.

- **A parábola de madeira**

Figura 4.34: Imagem da aplicação da oficina utilizando o experimento da parábola de MDV e a gude.



Fonte: Próprio do autor

Experimento que os estudantes jogavam uma bola de gude em direção ao anteparo parabólico, com o objetivo de a esfera ir na direção do furo que simulava o foco da parábola, e assim colocando em prática a teoria estudada, conforme Figura 4.34.

- **As lentes convergentes e divergentes**

Figura 4.35: Utilização dos lasers para mostrar a convergência e a divergência da luz conforme Figura 3.08 e 3.09



Fonte: Próprio do autor

Experimento realizado com lasers em paralelo que projetavam luzes, e que quando colados lentes convergentes as luzes direcionavam para um ponto e quando foi colocado lente divergente a luz divergia e se distanciavam uma da outra. Tenta-se com este experimento simular o efeito da luz nos telescópios refratores, destacado na Figura 4.35.

- **O formato do desenho no papel quando corta o cone.**

Figura 4.36: Imagem do estudante contornando o papel com um pincel para mostrar o formato da curva em cada corte do cone.



Fonte: Próprio do autor

Neste experimento usou-se um papel para simular uma secção de um cone, e o resultado obtido a depender da inclinação com que este papel secciona o cone gera as cônicas. A vantagem que o estudante consegue perceber o que de fato ocorre para distinguir uma cônica da outra geometricamente, conforme Figura 4.36.

Questão 9- Qual recurso impactou mais para a sua aprendizagem?

Objetivo da questão: Avaliar qual foi a percepção a respeito do experimento mais impactante, ou seja, que marcou a participação na oficina. Neste caso as respostas foram quase que unânimes, na turma do vespertino, a luneta de PVC e o telescópio refletor pequeno. Fizemos observações de textos expostos no interior da escola, e despertou neles a indagação da formação invertida da imagem. Eles ficaram muito curiosos no porque estavam vendo a imagem invertida e, porque o manuseio tanto da luneta quando do telescópio se davam ao contrário. Movimento para direita para ver a esquerda, de baixo para ver acima. Essa curiosidade foi um ponto muito positivo para a realização da oficina, conforme apresentado na Figura 4.37.

Figura 4.37: Imagem dos estudantes fazendo uso da luneta e do telescópio aberto na sala de aula.



Fonte: Próprio do autor

Na turma do noturno, a observação da Lua na fase cheia (ver Figura 4.38 e 4.39), e nesse dia específico foi a SuperLua o que mais impactou na oficina. Os estudantes ficaram encantados com a observação, muitos pela primeira vez, chegando a se emocionar e outros a indagar se era uma foto ou imagem real, formando até fila para a observação. Nesse dia se utilizou dois telescópios, um refrator e outro refletor, o que favoreceu na aprendizagem por poder ver na prática a diferença relatada durante a oficina em sala de aula.

Figura 4.38: Imagem da observação da Lua ocorrida no pátio da escola com telescópio refrator



Fonte: Próprio do autor

Figura 4.39: Imagem da observação da Lua ocorrida no pátio da escola com telescópio refletor



Fonte: Próprio do autor

Um dos estudantes conseguiu registrar uma foto da Lua com o celular pela lente do telescópio refletor, e depois muitos queriam registrar também aquele momento diferente da aula conforme Figura 4.40.

Figura 4.40: Imagem da Lua fotografada por um estudante no telescópio refletor com o celular

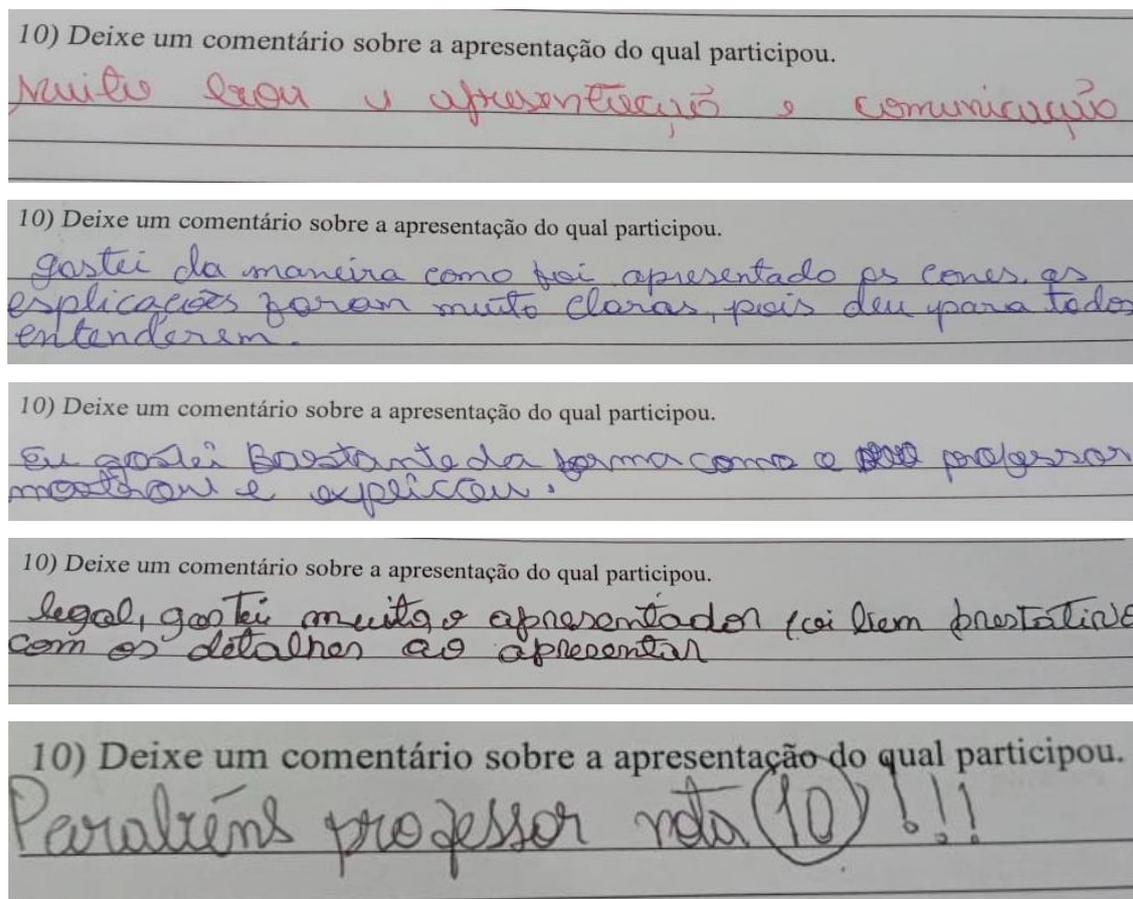


Fonte: Estudantes A, EJA VII

Na questão 10 - Deixe um comentário sobre a apresentação do qual participou.

Objetivo da questão: Avaliar qual foi a percepção do estudante, quando se aborda um conteúdo matemático de uma maneira contextualizada. Para estas respostas separa-se os comentários em duas temáticas, a primeira descreve como foi a abordagem da oficina e do apresentador conforme Figura 4.41.

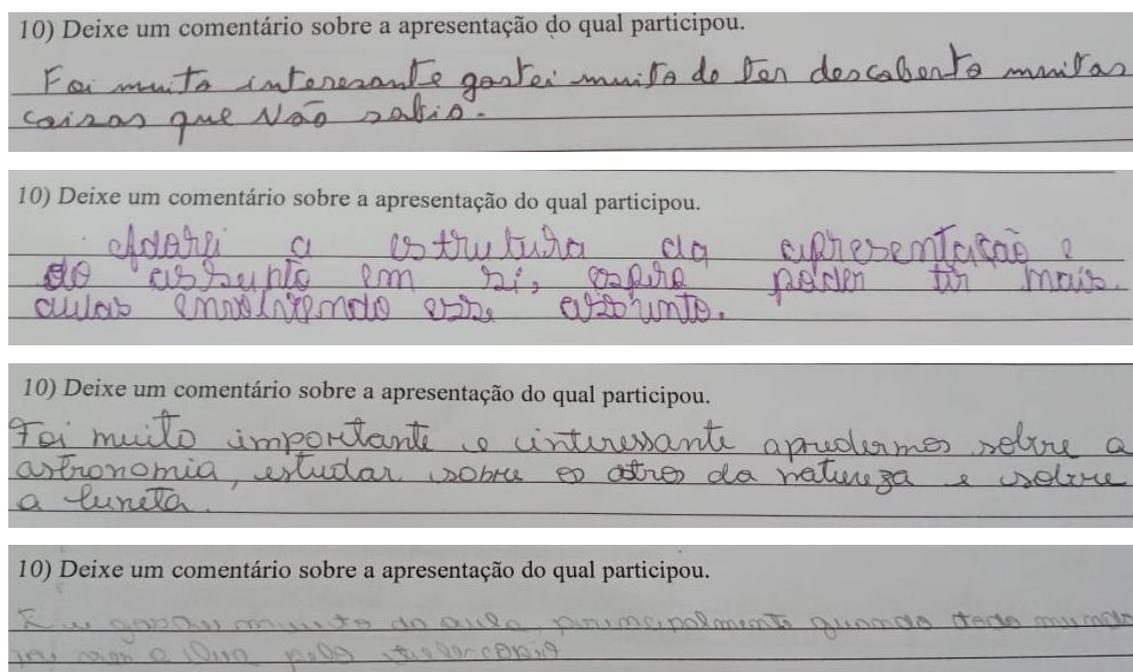
Figura 4.41: Imagens dos comentários dos estudantes sobre a oficina de parábola quanto a apresentação

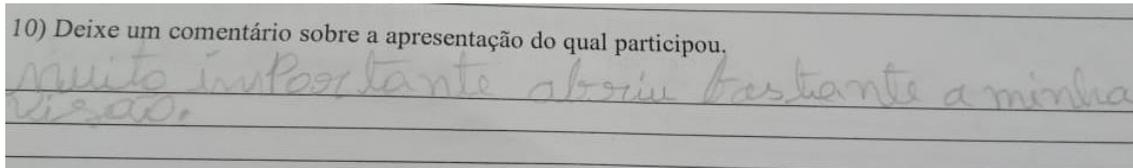


Fonte: Próprio do autor

Na segunda, descreveram sobre o tema exposto na oficina, e como ela despertou neles uma vontade de saber mais sobre o que foi apresentado, conforme Figura 4.42.

Figura 4.42: Imagens dos comentários dos estudantes sobre a oficina de parábola quanto ao interesse no tema





Fonte: Próprio do autor

Por fim, destaca-se como resultado a boa aceitação, pelos estudantes, da oficina como metodologia didática, na perspectiva da ressignificação da práxis de ensino de Matemática. Esta constatação advém da análise dos depoimentos listados nas questões 7 e 10. Vale também destacar depoimentos feitos por outros colegas professores que viram a apresentação da oficina, os quais relataram a forma dinâmica de execução da atividade, a qual notaram ter prendido a atenção dos estudantes. Outro destacou o uso de experimentos na abordagem de conteúdos abstratos. Por parte dos estudantes, destaca-se ainda a observação com os telescópios na qual ficaram maravilhados com os detalhes vistos (afirmação dos estudantes), e instigados pela movimentação rápida da Lua no campo dos telescópios, então aproveitou-se esta inquietação para descrever movimentação invertida do objeto em relação ao observador no campo do telescópio, e ensinar como se faz o acompanhamento de um astro com um telescópio.

4.3.2 Oficina 02: Semelhança de Figuras Planas para Determinação de Distâncias Astronômicas por Aristarco de Samos

Esta oficina surge como direcionamento causado pelas respostas à pergunta sobre como a matemática é utilizada na Astronomia? Conforme descrito na análise do questionário, essa oficina foi pensada em promover uma interação entre a Matemática com a semelhança de triângulos com o cálculo de distâncias astronômicas, nesse caso se fez a abordagem com a oficina em duas das três turmas de 1º ano no qual o pesquisador leciona, porém, o conteúdo de semelhança seria ensinado em todas e também foi feita uma única avaliação, assim tentando identificar alguma diferença entre a turma que participaram e a que não participou.

Para esta oficina vamos descrever sua apresentação intercalando com as imagens, as explicações e experimentos realizados.

A oficina se inicia com um resumo sobre a história de Aristarco de Samos, quem foi, quais suas descobertas, e sua importância para a Matemática e a Astronomia. E após a discussão histórica partiu-se para os experimentos que Aristarco realizou para estimar o diâmetro da Lua, utilizando de um eclipse lunar. Nesse momento se aproveitou para indagar os estudantes se eles conhecem e sabem diferenciar os eclipses, conforme Figura 4.43.

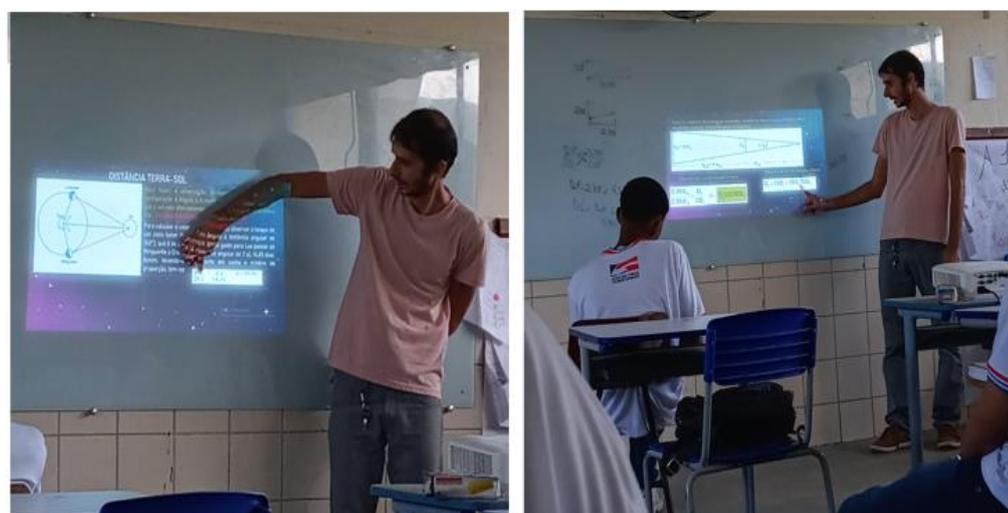
Figura 4.43: Imagem da aplicação da oficina de semelhança de figuras planas



Fonte: Próprio do autor

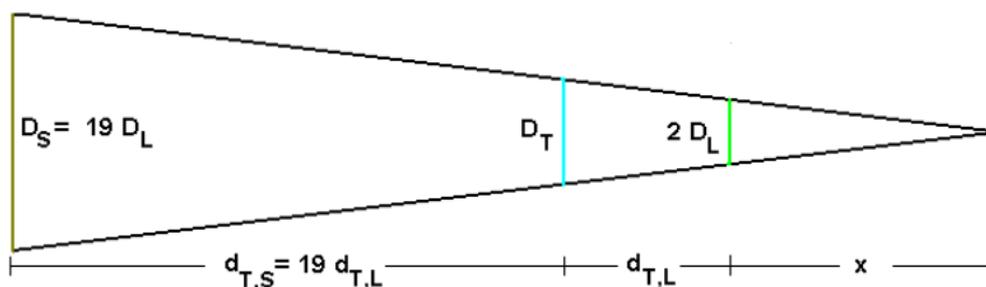
Depois do diálogo sobre os eclipses, mostrou-se uma projeção da imagem do formato do triângulo formado pelo eclipse lunar que Aristarco usou para determinar em seus cálculos o diâmetro da Lua (ver Figura 4.44). E seguida mostramos outra projeção com a representação do modelo que Aristarco pode ter utilizado para estimar a distância Terra-Sol, e o formato que essa figura representa geometricamente.

Figura 4.44: Imagem da aplicação da oficina de semelhança de figuras planas, mostrando os triângulos utilizados



Fonte: Próprio do autor

Figura 4.45: Representação das relações entre os triângulos e as distâncias utilizados por Aristarco



Utilizando a Figura 4.45 descreve-se como Aristarco usou o conceito de semelhança de triângulos para relacionar as distâncias e medidas astronômicas, que mensuramos no Quadro 4.5 relacionando com os valores atuais, conservando a mesma escala de proporção.

Quadro 4.5: Relação dos valores descritos por Aristarco e os valores atuais.

VALORES EM REFERÊNCIA COM A TERRA	VALORES DE ARISTARCO	VALORES ATUAIS
DIÂMETRO DA LUA (D_T)	0,35	0,27
DIÂMETRO DO SOL (D_S)	6,7	109000
DISTÂNCIA TERRA- LUA ($d_{T,L}$)	40	30
DISTÂNCIA TERRA- SOL ($d_{T,S}$)	19	380

Fonte: Próprio do autor

A partir destes cálculos e do conteúdo expresso em sala, realizou-se dois experimentos com os estudantes. O primeiro estimar a distância do aluno ao ventilador da sala usando uma moeda e uma fita métrica, nele se mediu o diâmetro do ventilador e da moeda, e se calculou a distância do olho até a moeda de forma que ela ficasse do mesmo tamanho do ventilador, ver nas Figuras 4.46, 4.47 e 4.48:

Figura 4.46: Imagem do experimento previsto na figura 3.21, estudante A utilizando uma moeda e uma trena métrica.



Fonte: Próprio do autor

Figura 4.47: Imagem do experimento previsto na figura 3.21, estudante B utilizando uma moeda e uma trena métrica.



Fonte: Próprio do autor

Figura 4.48: Imagem do experimento previsto na Figura 3.21, estudante C utilizando uma moeda e uma trena métrica.



Fonte: Próprio do autor

Este experimento chamou atenção neles por constatar que a moeda mesmo pequena conseguia ficar do mesmo tamanho do ventilador. No outro experimento, foi utilizado um projetor pin-hole, como o objetivo de estimar o diâmetro do Sol, sem olhar diretamente para ele.

Os estudantes posicionaram o projetor fazendo a luz solar passar apenas pelo furo, e eles perceberam que variando a distância do pin-hole o tamanho da projeção também mudava, conforme Figura 4.49. Para este experimento mediu-se a altura do pin-hole e o diâmetro do ponto luminoso formado, para em sala estimar usando semelhança de triângulos o diâmetro

do Sol, tomando a distância do mesmo como 150.000.000 km, além de resgatar os conceitos de transformações de unidade de medida que seriam necessárias para os cálculos.

Figura 4.49: Imagem da aplicação da projeção por pin-hole. Figura 3.22, no pátio da escola.



Fonte: Próprio do autor

Após se discutir os resultados obtidos tanto no experimento da moeda, quanto do pin-hole, se fez uma exposição de alguns fenômenos relacionados ao nosso satélite natural, tendo em vista que ele foi muito utilizado por Aristarco para realização dos seus cálculos. Começou-se indagando aos estudantes sobre as fases da Lua, se eles reconhecem e diferenciam, logo depois se falou dos efeitos das marés, e para nossa surpresa muitos relacionavam este efeito a Lua, porém sem saber explicar o motivo. Neste momento se exibiu um vídeo ilustrativo que explica a causa deste efeito, conforme apresentada na Figura 4.50.

Figura 4.50: Imagem sobre a explicação do conceito de marés



Fonte: Próprio do autor

Por fim, usou-se um jogo chamado Universe Sandbox para realizar duas simulações de afastamento e aproximação da Lua em relação à Terra e verificar o que aconteceria, deixando claro para eles que seria uma simulação e que a Lua está se afastando quase 4 cm (BBC News Brasil, Acesso em 20 de junho de 2022) por ano, mas que levaria cerca de 5 bilhões de anos para que sua órbita deixa de ser elíptica e torna-se parabólica, assim escapando da atração gravitacional da Terra.

Conforme descrito anteriormente às três turmas foram avaliadas de forma igual em seis questões na avaliação de final da II unidade da instituição de ensino. Essa avaliação consta no apêndice 05 deste trabalho, e a síntese da quantidade de acertos no Quadro 4.6.

Quadro 4.6: Quadro com quantidade de acertos nas questões relacionadas a temática da oficina (apêndice 5).

	1º A (33 ALUNOS)	1º B (37 ALUNOS)	1º C (35 ALUNOS)
Questão 02	7	4	7
Questão 03	0	0	0
Questão 04	12	16	13
Questão 05	0	1	1
Questão 08	6	11	8
Questão 09	16	10	21
TOTAL	41	42	50

Fonte: Próprio do autor

A análise do Quadro 4.6, indica que no geral as turmas não apresentaram um bom rendimento, ficando abaixo da metade de acertos em todas as questões, e nas questões na qual tinham que representar ou abstrair a representação geométrica o resultado foi ainda pior. As turmas que participaram da oficina se saíram melhor na questão 09, talvez pelo fato de o texto introdutório ter relação direta com a temática da oficina. A Figura 4.51 ilustra algumas dessas respostas.

Figura 4.51: Imagem de cálculos para resolver a questão 9 da avaliação (Apêndice 5).

(UFPA 2012) Em 29 de maio de 1919, em Sobral (CE), a teoria da relatividade de Einstein foi testada medindo-se o desvio que a luz das estrelas sofre ao passar perto do Sol. Essa medição foi possível porque naquele dia, naquele local, foi visível um eclipse total do Sol. Assim que o disco lunar ocultou completamente o Sol foi possível observar a posição aparente das estrelas. Sabendo-se que o diâmetro do Sol é 400 vezes maior do que o da Lua e que durante o eclipse total de 1919 o centro do Sol estava a 151 600 000 km de Sobral, é correto afirmar que a distância do centro da Lua até Sobral era de

Diagrama: Um triângulo isósceles com o vértice no Sol. O lado esquerdo representa a distância d_s (151 600 000 km). O lado direito representa a distância d_e . O lado inferior representa a distância d_l . O ângulo no vértice é 90° . O ângulo no vértice inferior direito é 90° . O ângulo no vértice inferior esquerdo é 90° .

Cálculos manuscritos:

$$151\,600\,000 \div 400 = 379\,000$$

distância da lua = 379.000 km

Opções:

- no máximo 379 000 km
- no máximo 279 000 km
- no mínimo 379 000 km
- no mínimo 479 000 km
- exatamente 379 000 km

(UFPA 2012) Em 29 de maio de 1919, em Sobral (CE), a teoria da relatividade de Einstein foi testada medindo-se o desvio que a luz das estrelas sofre ao passar perto do Sol. Essa medição foi possível porque naquele dia, naquele local, foi visível um eclipse total do Sol. Assim que o disco lunar ocultou completamente o Sol foi possível observar a posição aparente das estrelas. Sabendo-se que o diâmetro do Sol é 400 vezes maior do que o da Lua e que durante o eclipse total de 1919 o centro do Sol estava a 151 600 000 km de Sobral, é correto afirmar que a distância do centro da Lua até Sobral era de

a) no máximo 379 000 km
 b) no máximo 279 000 km
 c) no mínimo 379 000 km
 d) no mínimo 479 000 km
 exatamente 379 000 km

$151\,600\,000 \times \frac{400}{400} = 151\,600\,000$
 $151\,600\,000 - 1200 = 151\,598\,800$
 $151\,598\,800 - 2800 = 151\,596\,000$
 $151\,596\,000 - 3600 = 151\,592\,400$
 $151\,592\,400 - 3600 = 151\,588\,800$
 $151\,588\,800 - 3600 = 151\,585\,200$
 $151\,585\,200 - 3600 = 151\,581\,600$
 $151\,581\,600 - 3600 = 151\,578\,000$
 $151\,578\,000 - 3600 = 151\,574\,400$
 $151\,574\,400 - 3600 = 151\,570\,800$
 $151\,570\,800 - 3600 = 151\,567\,200$
 $151\,567\,200 - 3600 = 151\,563\,600$
 $151\,563\,600 - 3600 = 151\,560\,000$
 $151\,560\,000 - 3600 = 151\,556\,400$
 $151\,556\,400 - 3600 = 151\,552\,800$
 $151\,552\,800 - 3600 = 151\,549\,200$
 $151\,549\,200 - 3600 = 151\,545\,600$
 $151\,545\,600 - 3600 = 151\,542\,000$
 $151\,542\,000 - 3600 = 151\,538\,400$
 $151\,538\,400 - 3600 = 151\,534\,800$
 $151\,534\,800 - 3600 = 151\,531\,200$
 $151\,531\,200 - 3600 = 151\,527\,600$
 $151\,527\,600 - 3600 = 151\,524\,000$
 $151\,524\,000 - 3600 = 151\,520\,400$
 $151\,520\,400 - 3600 = 151\,516\,800$
 $151\,516\,800 - 3600 = 151\,513\,200$
 $151\,513\,200 - 3600 = 151\,509\,600$
 $151\,509\,600 - 3600 = 151\,506\,000$
 $151\,506\,000 - 3600 = 151\,502\,400$
 $151\,502\,400 - 3600 = 151\,498\,800$
 $151\,498\,800 - 3600 = 151\,495\,200$
 $151\,495\,200 - 3600 = 151\,491\,600$
 $151\,491\,600 - 3600 = 151\,488\,000$
 $151\,488\,000 - 3600 = 151\,484\,400$
 $151\,484\,400 - 3600 = 151\,480\,800$
 $151\,480\,800 - 3600 = 151\,477\,200$
 $151\,477\,200 - 3600 = 151\,473\,600$
 $151\,473\,600 - 3600 = 151\,470\,000$
 $151\,470\,000 - 3600 = 151\,466\,400$
 $151\,466\,400 - 3600 = 151\,462\,800$
 $151\,462\,800 - 3600 = 151\,459\,200$
 $151\,459\,200 - 3600 = 151\,455\,600$
 $151\,455\,600 - 3600 = 151\,452\,000$
 $151\,452\,000 - 3600 = 151\,448\,400$
 $151\,448\,400 - 3600 = 151\,444\,800$
 $151\,444\,800 - 3600 = 151\,441\,200$
 $151\,441\,200 - 3600 = 151\,437\,600$
 $151\,437\,600 - 3600 = 151\,434\,000$
 $151\,434\,000 - 3600 = 151\,430\,400$
 $151\,430\,400 - 3600 = 151\,426\,800$
 $151\,426\,800 - 3600 = 151\,423\,200$
 $151\,423\,200 - 3600 = 151\,419\,600$
 $151\,419\,600 - 3600 = 151\,416\,000$
 $151\,416\,000 - 3600 = 151\,412\,400$
 $151\,412\,400 - 3600 = 151\,408\,800$
 $151\,408\,800 - 3600 = 151\,405\,200$
 $151\,405\,200 - 3600 = 151\,401\,600$
 $151\,401\,600 - 3600 = 151\,398\,000$
 $151\,398\,000 - 3600 = 151\,394\,400$
 $151\,394\,400 - 3600 = 151\,390\,800$
 $151\,390\,800 - 3600 = 151\,387\,200$
 $151\,387\,200 - 3600 = 151\,383\,600$
 $151\,383\,600 - 3600 = 151\,380\,000$
 $151\,380\,000 - 3600 = 151\,376\,400$
 $151\,376\,400 - 3600 = 151\,372\,800$
 $151\,372\,800 - 3600 = 151\,369\,200$
 $151\,369\,200 - 3600 = 151\,365\,600$
 $151\,365\,600 - 3600 = 151\,362\,000$
 $151\,362\,000 - 3600 = 151\,358\,400$
 $151\,358\,400 - 3600 = 151\,354\,800$
 $151\,354\,800 - 3600 = 151\,351\,200$
 $151\,351\,200 - 3600 = 151\,347\,600$
 $151\,347\,600 - 3600 = 151\,344\,000$
 $151\,344\,000 - 3600 = 151\,340\,400$
 $151\,340\,400 - 3600 = 151\,336\,800$
 $151\,336\,800 - 3600 = 151\,333\,200$
 $151\,333\,200 - 3600 = 151\,329\,600$
 $151\,329\,600 - 3600 = 151\,326\,000$
 $151\,326\,000 - 3600 = 151\,322\,400$
 $151\,322\,400 - 3600 = 151\,318\,800$
 $151\,318\,800 - 3600 = 151\,315\,200$
 $151\,315\,200 - 3600 = 151\,311\,600$
 $151\,311\,600 - 3600 = 151\,308\,000$
 $151\,308\,000 - 3600 = 151\,304\,400$
 $151\,304\,400 - 3600 = 151\,300\,800$
 $151\,300\,800 - 3600 = 151\,297\,200$
 $151\,297\,200 - 3600 = 151\,293\,600$
 $151\,293\,600 - 3600 = 151\,290\,000$
 $151\,290\,000 - 3600 = 151\,286\,400$
 $151\,286\,400 - 3600 = 151\,282\,800$
 $151\,282\,800 - 3600 = 151\,279\,200$
 $151\,279\,200 - 3600 = 151\,275\,600$
 $151\,275\,600 - 3600 = 151\,272\,000$
 $151\,272\,000 - 3600 = 151\,268\,400$
 $151\,268\,400 - 3600 = 151\,264\,800$
 $151\,264\,800 - 3600 = 151\,261\,200$
 $151\,261\,200 - 3600 = 151\,257\,600$
 $151\,257\,600 - 3600 = 151\,254\,000$
 $151\,254\,000 - 3600 = 151\,250\,400$
 $151\,250\,400 - 3600 = 151\,246\,800$
 $151\,246\,800 - 3600 = 151\,243\,200$
 $151\,243\,200 - 3600 = 151\,239\,600$
 $151\,239\,600 - 3600 = 151\,236\,000$
 $151\,236\,000 - 3600 = 151\,232\,400$
 $151\,232\,400 - 3600 = 151\,228\,800$
 $151\,228\,800 - 3600 = 151\,225\,200$
 $151\,225\,200 - 3600 = 151\,221\,600$
 $151\,221\,600 - 3600 = 151\,218\,000$
 $151\,218\,000 - 3600 = 151\,214\,400$
 $151\,214\,400 - 3600 = 151\,210\,800$
 $151\,210\,800 - 3600 = 151\,207\,200$
 $151\,207\,200 - 3600 = 151\,203\,600$
 $151\,203\,600 - 3600 = 151\,199\,999$

$400 \times 9 = 3600$
 $400 \times 3 = 1200$
 $400 \times 7 = 2800$

Fonte: Próprio do autor

Como resultado destaca-se boa interação, pelos estudantes, na oficina se apropriando da metodologia didática, e se destaca a importância da utilização do material manipulável dos experimentos como visto nas Figuras 4.46, 4.47 e 4.49 para realizar a contextualização de um conceito normalmente exposto com apenas representações na forma de desenhos. Destaca-se na análise da avaliação escrita que era necessário um tempo maior de intervenção nas turmas, devido aos resultados obtidos não demonstrarem uma aprendizagem efetiva.

4.3.3 Oficina 03: Ângulos e trigonometria - Contribuições de Híparco no desenvolvimento da Matemática e Astronomia.

Esta oficina tem por objetivo trazer um resgate histórico de Híparco, por ele ser um dos “cientistas” da época que usou a Matemática para explicar o que observava no céu. Este elo entre às duas ciências que buscou-se trazer aos estudantes nessa oficina como mais uma maneira de contextualização de conceitos matemáticos. Descreve-se a oficina percorrendo as descobertas de Híparco e sua relação com a matemática desenvolvida por ele para explicar tais descobertas.

O conceito de ângulos é explorado durante vários anos no ensino básico, desde as séries iniciais do ensino fundamental as finais do médio. Porém, associá-los ao desenvolvimento de outra ciência é raramente discutido em sala de aula, e neste ponto que se propõe associar a importância da Matemática para compreender fenômenos da Astronomia. Híparco.

A oficina recorre à matemática de Híparco de Nicéia importante matemático Grego e considerado para os matemáticos como o pai da trigonometria, pela sua contribuição na criação de tabelas de ângulos a partir da relação entre um arco arbitrário, uma circunferência e sua corda para entender os fenômenos visto por ele nas suas observações.

A apresentação descrever algumas descobertas de Híparco na Astronomia, e se fez a reprodução deles usando software Stellarium. A primeira descoberta apresentada foi a determinação do ângulo da eclíptica, que Híparco conseguiu observando a posição do Sol num mesmo horário no início de cada estação do ano, para isso desenvolveu uma ferramenta chamada Astrolábio, que era possível medir a inclinação angular, expressa em $23,5^\circ$. Para reproduzir este experimento primeiro construiu-se um astrolábio caseiro descrito na secção 3.2.1.2, e a partir dele com auxílio do Stellarium se reproduziu a posição do Sol ao meio-dia em cada estação do ano, realizando a medição angular referente a cada posição, conforme Figura 4.52.

Figura 4.52: Imagem da utilização do astrolábio caseiro e projeção das posições do Sol em cada estação do ano.



Fonte: Próprio do autor

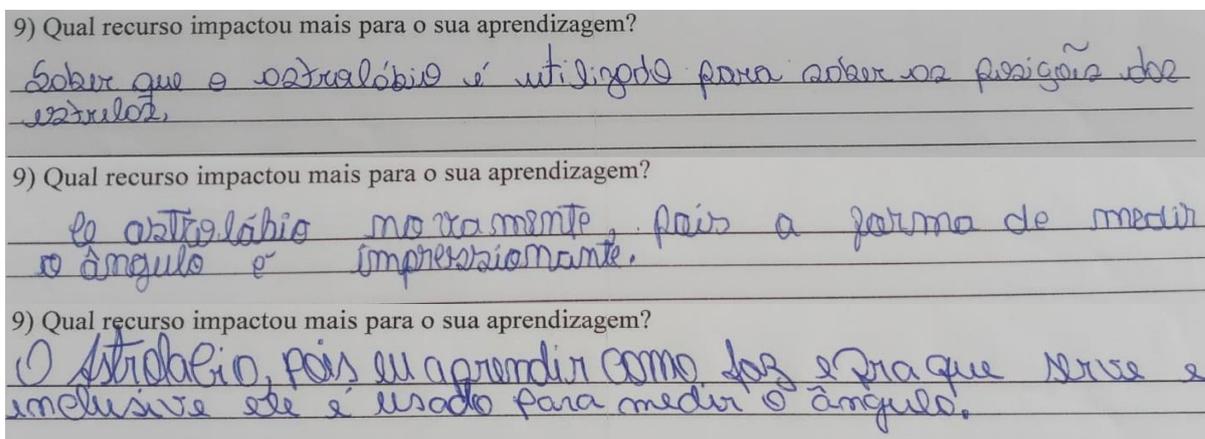
Figura 4.53: Imagem da utilização do astrolábio caseiro e projeção das posições do Sol em cada estação do ano.



Fonte: Próprio do autor

Neste experimento foi um dos mais comentados na avaliação da oficina, principalmente a construção do astrolábio usando materiais simples, conforme descrito na Figura 4.54.

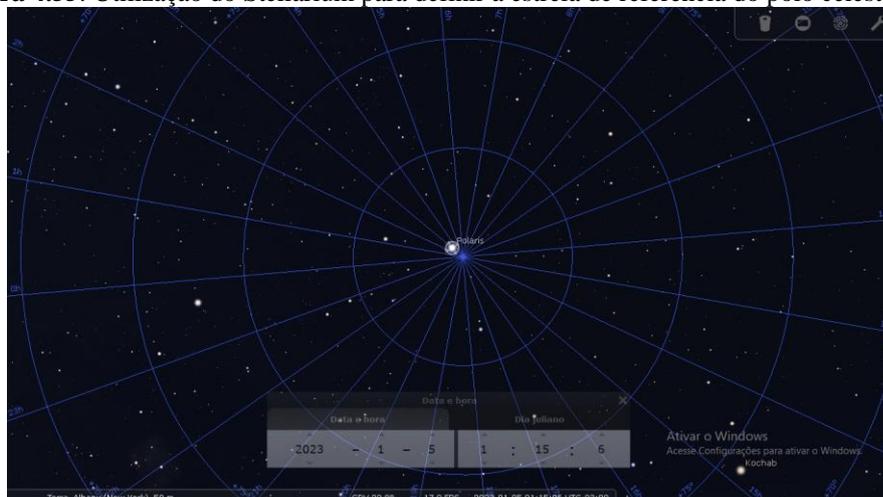
Figura 4.54: Imagem das respostas do questionário de avaliação sobre recurso que mais impactou.



Fonte: Próprio do autor

Outra descoberta de Híparco, que se trabalha na oficina foi o movimento de precessão, que era praticamente desconhecido pela maioria dos estudantes, quando perguntados durante a apresentação quais os movimentos eles se recordavam? As respostas foram rotação e translação, aproveita-se este conhecimento prévio para contextualizar o movimento de precessão realizando um resgate histórico da observação de Híparco sobre esse movimento, e quais as causas e forças que atuam para ele ocorrer. Para isso se fez uma analogia do movimento de um pião, e mais uma vez com o Stellarium reproduziu-se as consequências deste movimento na posição aparente das estrelas. Para isso se usou o Stellarium no intuito de mostrar que a estrela que mais se aproxima do polo norte é a polares, conforme Figura 4.55.

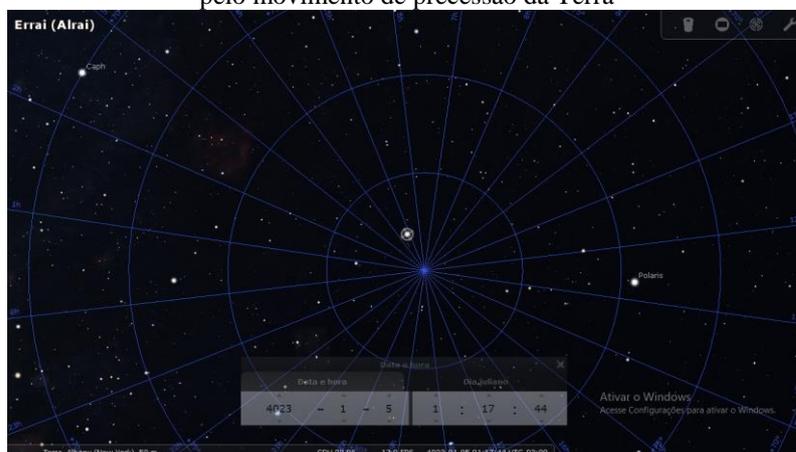
Figura 4.55: Utilização do Stellarium para definir a estrela de referência do polo celeste norte



Fonte: Própria do autor

Adiantando a data de 2000 em 2000 anos se mostra que a referida estrela deixa de ser a Polaris, demonstrando um dos efeitos da precessão, conforme Figura 4.56.

Figura 4.56: Utilização do Stellarium para mostrar a estrela de referência do polo celeste norte muda de posição pelo movimento de precessão da Terra



Fonte: Própria do autor

Para o fechamento da oficina se deixou para a apresentar a contribuição de Híparco com a criação da escala de magnitudes. Neste experimento é interessante porque qualquer estudante pode reproduzir na sua casa com um simples olhar para o céu durante o pôr do Sol. Mais uma vez se trouxe o contexto histórico para explicar a famosa escala de magnitudes de Híparco, como ele fez para definir a grandeza de cada estrela na escala observada a olho nu. Na oficina por ser aplicada durante a tarde, não foi possível a reprodução com os estudantes no céu, então utilizou-se mais uma vez o Stellarium para reprodução do pôr do Sol, e variando de minuto a minuto reproduzir o aparecimento das primeiras estrelas, assim como fez Híparco conforme mostrado na Figura 4.57.

Figura 4.57: Reprodução no Stellarium da escala de magnitudes de Híparco



Fonte: Própria do autor

Este experimento também ganhou destaque nas respostas no questionário, em relação a maneira que Híparco utilizou para observar as estrelas, como descrito na Figura 4.58.

Figura 4.58: Comentário dos estudantes sobre o método de observação das estrelas por Híparco

8) O que chamou mais a sua atenção na oficina?

COMO INICIOU A OBSERVAÇÃO DAS ESTRELAS

8) O que chamou mais a sua atenção na oficina?

O que mais me chamou atenção foi as explicações das estrelas com base nos cálculos para obter o resultado.

Fonte: Própria do autor

Após este experimento, se destaca que essa escala perdurou por muitos anos, porém com o desenvolvimento dos telescópios, surgiu a necessidade de adequá-la, tendo em vista que cada dia poderia se observar mais estrelas. Neste ponto se fez a relação entre o conceito de logaritmo com a escala de magnitude de Norman Pogson.

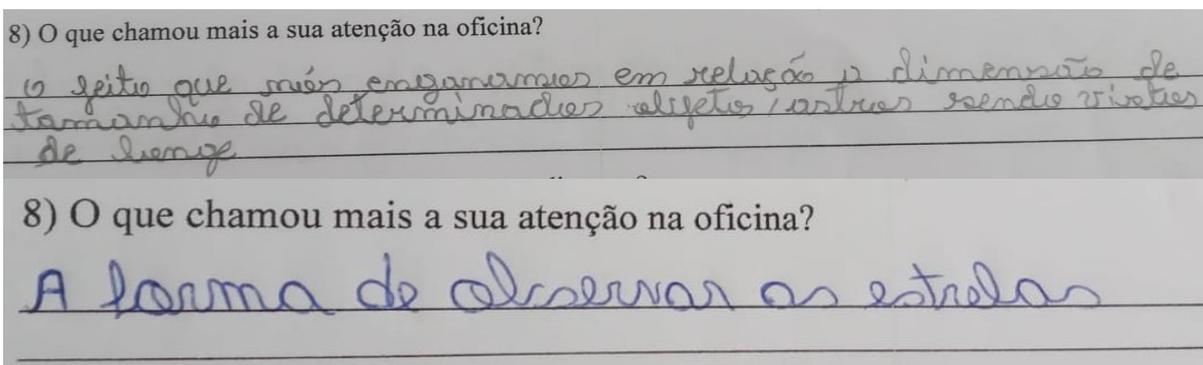
Mais uma vez a contextualização histórica enriqueceu a apresentação, de maneira a mostrar aos estudantes que conceitos estudados no ensino básico foram importantes para o desenvolvimento da Astronomia. Como forma de experimentação se fez duas atividades que relacionam a lei do inverso do quadrado da distância com a escala de magnitude de Pogson, para mostrar que a intensidade visível do brilho está associada a distância até a estrela ou fonte luminosa, conforme Figura 4.59. Os experimentos são descritos na seção 3.2.1.2.

Figura 4.59: Aplicação da lei do inverso do quadrado da distância



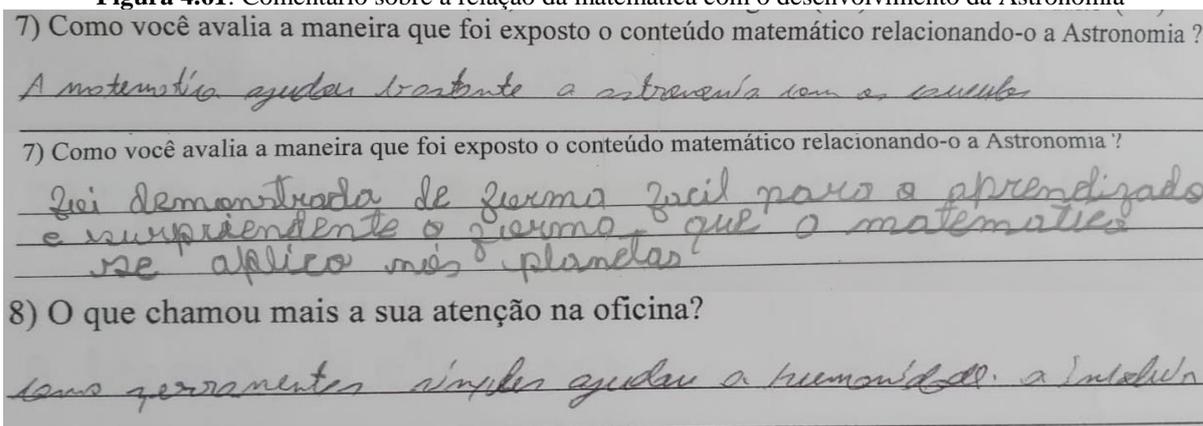
Fonte: Própria do autor

Neste último experimento descrito na Figura 4.59, os estudantes conseguiram perceber a relação entre o brilho das estrelas que eles observam quando olham para o céu, e foi interessante perceber que isso está relacionado diretamente ao conceito de logaritmo que eles tinham acabado de ter estudado.

Figura 4.60: Comentário dos estudantes sobre a relação brilho-distância dos astros

Fonte: Própria do autor

Por fim, selecionou-se alguns comentários dos estudantes que mostram a conexão entre a evolução da Matemática com o desenvolvimento da Astronomia como se propôs no início da oficina, descritos nas Figuras 4.60 e 4.61.

Figura 4.61: Comentário sobre a relação da matemática com o desenvolvimento da Astronomia

Fonte: Própria do autor

Ressalta-se como resultado positivo a participação dos estudantes durante a metodologia de apresentação, somada a curiosidade atribuída ao simulador Stellarium, no qual os estudantes destacaram a importância da simulação no entendimento de situações passadas, como destacado nas Figuras 5.56 e 4.57. Destaca-se também interação no desenvolvimento do experimento da lei do inverso do quadrado da distância com papel milimetrado, nele os estudantes conseguiram relacionar conceitos de escala de magnitudes, pois eles pensavam que a luminosidade da estrela não se associava a distância dela de nós, como descrito na Figura 4.58 e 4.59. Por fim se conseguiu êxito na intenção de relacionar o conceito matemático de ângulo e de logaritmo ao desenvolvimento da Astronomia.

4.3.4 Oficina 04: Relações trigonométricas e progressões - Como Copérnico influenciou a descoberta de novos planetas

Essa oficina tem como foco aproximar as relações trigonométricas vistas no ensino médio com os cálculos de distância entre os planetas interiores (Mercúrio e Vênus) e exteriores (Marte, Júpiter e Saturno), feita por Nicolau Copérnico. Com esta finalidade, se iniciou resgatando os conceitos de movimentos planetários, desde os primeiros modelos matemáticos de Eudoxo, passando pelo geocentrismo de Claudio Ptolomeu, até a obra no qual Copérnico é mais reconhecido, o modelo heliocêntrico, conforme Figura 4.62.

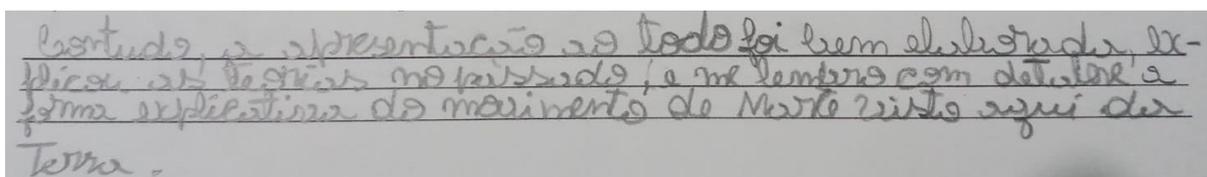
Figura 4.62: Imagem de uma projeção dos modelos geocêntrico e heliocêntrico



Fonte: Própria do autor

Para contextualizar os movimentos planetários, se indagou dos estudantes sobre o movimento retrógrado, e em seguida reproduziu-se este movimento no planeta Marte com o auxílio do Stellarium, Figura 3.32. Essa temática, chamou atenção dos estudantes, pelos detalhes exibidos no software e na forma de como se observa os movimentos dos planetas no céu, como descrito na Figura 4.63.

Figura 4.63: Comentário do estudante A, sobre o movimento retrógrado de Marte.

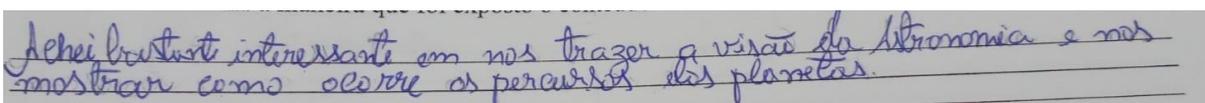


Fonte: Própria do autor

Após essa interação, realizou-se uma breve incursão sobre a biografia de Copérnico e se destacou outras duas contribuições para o entendimento dos movimentos planetários, sendo a primeira o período sinódico e sideral. Aproveitou-se nesse contexto para inserir conceitos de

Astronomia, como conjunção, quadratura e elongação que foram observados por Copérnico. Para entender essa relação entre os períodos se utilizou o software Universe Sandbox, (Figura 3.36) para simular os movimentos dos planetas em relação à Terra, os inferiores mais rápidos e os exteriores mais lentos. Neste experimento despertou interesse nos estudantes, pelo fato de simular o movimento de cada planeta como se a tela estivesse se movimentando com o planeta selecionado. O estudante E, descreveu (ver Figura 4.64).

Figura 4.64: Comentário do estudante E, sobre a visão das órbitas dos planetas.

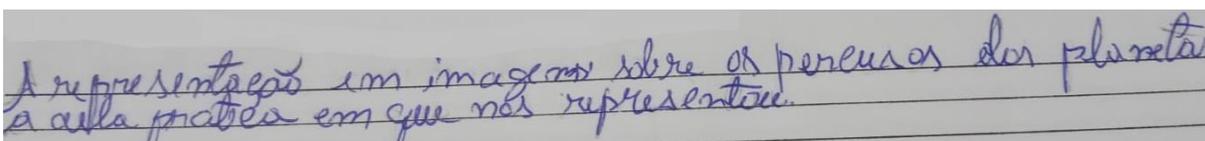


Achei bastante interessante em nos trazer a visão da astronomia e nos mostrar como ocorre os percursos dos planetas.

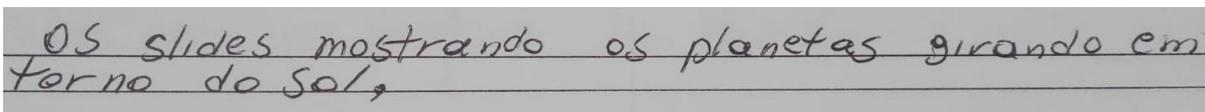
Fonte: Própria do autor

Outro aluno F e G, também descrevem na Figura 4.65:

Figura 4.65: Comentários do aluno F e G, sobre a visão das órbitas dos planetas



A representação em imagens sobre os percursos dos planetas a aula prática em que nós representou.

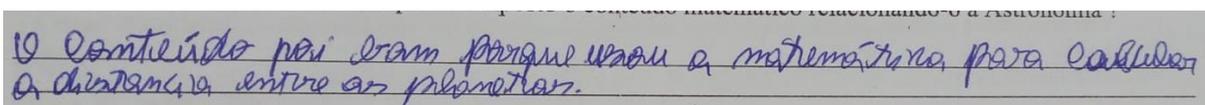


Os slides mostrando os planetas girando em torno do Sol.

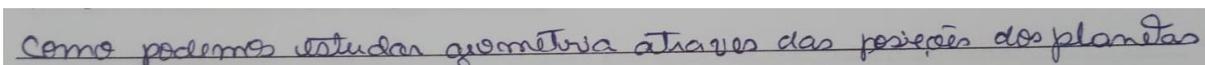
Fonte: Própria do autor

Depois dessa interação com os períodos dos planetas, se ingressou no tópico que está diretamente relacionado ao conteúdo de relações trigonométricas estudado naquela série, para isso descreveu-se a importância dessas relações para que Copérnico conseguisse calcular as distâncias entre os planetas interiores e exteriores até o Sol. Nessa parte da oficina os estudantes ficaram surpresos com a simplicidade dos cálculos que Copérnico usou para determinar essas distâncias. Como descritos pelos alunos, B, C, H e I, descrito na Figura 4.66.

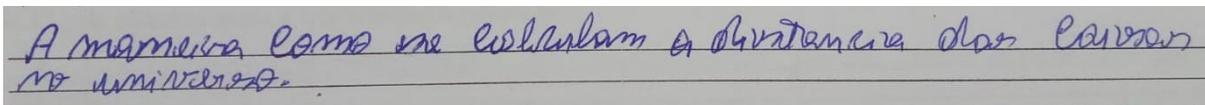
Figura 4.66: Comentário dos alunos B, C, H e I sobre a visão das órbitas dos planetas



O conteúdo foi bom porque usou a matemática para calcular a distância entre os planetas.



Como podemos estudar geometria através das posições dos planetas.



A maneira como se calculam a distância dos corpos no universo.

A facilidade nas resoluções, os quais antes pensei serem muito complicados.

Fonte: Própria do autor

Após estes cálculos se abordou um pouco sobre a história da relação de Titius-Bode, que utiliza uma progressão geométrica (P.G.), que também é conteúdo estudado naquela série para estimar distâncias dos planetas até o Sol, essa sequência deixa algumas incógnitas quanto a posição na progressão e o astro no Sistema Solar, o que despertaram nos astrônomos a curiosidade de investigação dessas lacunas, chegando as descobertas de Urano, Netuno, Plutão, do cinturão de asteroides e hoje planetas fora do nosso Sistema Solar.

Como forma de contextualizar essa relação, realizou-se um experimento de calcular as distâncias planetárias em escala na área escolar, para isso se estabeleceu a escala em pés, ou seja, 0,25m, e agrupou-se alguns estudantes para ocupar uma área referente ao Sol, e realizou-se as medições a partir dele, conforme Figura 4.67

Figura 4.66: Imagem do experimento de reprodução em escalas do sistema solar.



Fonte: Própria do autor

Utilizou-se uma escala de um pé (0,25 m) equivalente a 10 milhões de quilômetros da distância real, assim se estabeleceu uma relação descrita na Quadro 4.7.

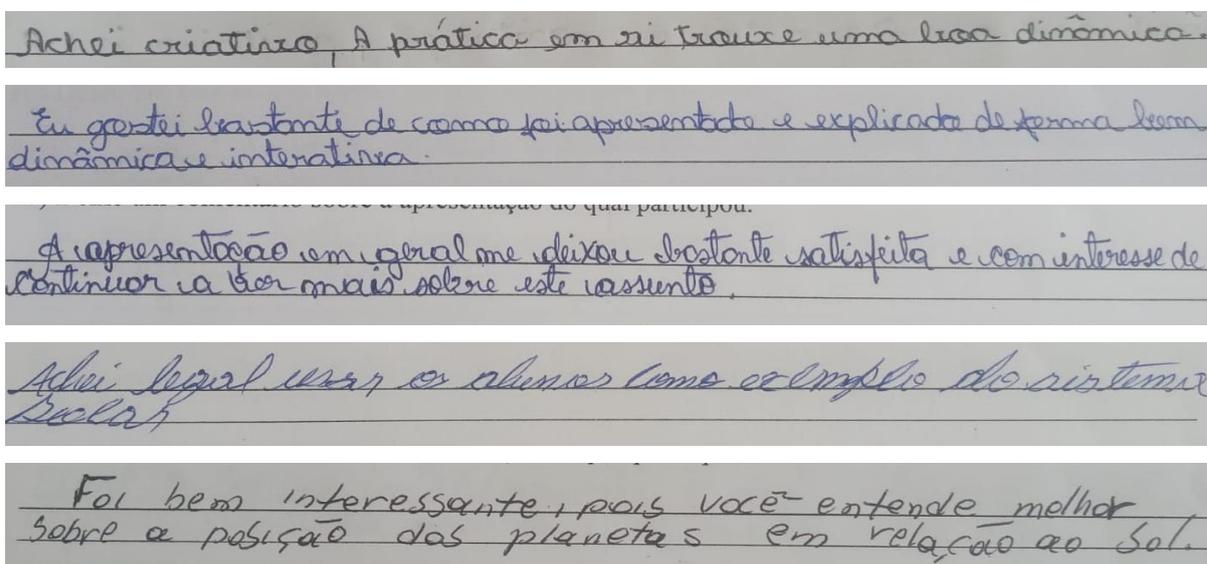
Quadro 4.7: Relação entre a distância média dos planetas e a escala para o Sistema Solar.

Planetas	Distância média ao Sol (km)	Distância ao Sol Escala: 1 pé (0,25m)= 10 milhões de km
Mercúrio	57.910.000	5,8 (6 pés)
Vênus	108.200.000	10,8 (11 pés)
Terra	149.600.000	14,6 (15 pés)
Marte	227.940.000	22,7 (23 pés)
Júpiter	778.330.000	77,8 (78 pés)
Saturno	1.429.400.000	142,9 (143 pés)
Urano	2.870.990.000	287 (287 pés)
Netuno	4.504.300.000	450,4 (450 pés)
Plutão	5.922.000.000	592,2 (593 pés)

Fonte: Própria do autor

Por fim, solicitou-se que os estudantes deixassem um comentário sobre a oficina para a avaliação da mesma, e algumas dessas respostas estão descritas na Figura 4.67.

Figura 4.67: Comentário geral sobre a aplicação da oficina.



Fonte: Própria do autor

Como resultado se destaca mais uma vez a participação e interação dos estudantes, que fica nítido na realização do experimento de reprodução uma escala para o Sistema Solar em que eles tiveram de contar quase 600 pés (ver Figura 4.66), indo até o limite da área da escola. Destaca-se também, como eles gostaram das simulações realizadas, como exposto nas Figuras 4.63 e 4.64, e principalmente como ficaram surpresos com a maneira simples que Copérnico

desenvolveu para calcular as distâncias (percepção do autor), e conseguiram identificar a matemática do ensino médio no cálculo de distâncias, como descritos na Figura 4.66.

4.3.5 Oficina 05: Estudo da elipse e suas relações com as leis de Kepler

O objetivo desta oficina é relacionar o conteúdo matemático das cônicas no 3º ano do Ensino Médio com o estudo da Astronomia, de modo a apresentar aos estudantes uma maneira interdisciplinar do conceito, resgatando as relações da elipse com as Leis de Kepler. Para isso foi abordado um breve resumo sobre a evolução dos modelos planetários desde Cláudio Ptolomeu (Geocêntrico), passando Nicolau Copérnico (Heliocêntrico), e Tycho Brahe (modelo misto), até Johannes Kepler, e com o uso do software Stellarium se mostrou o movimento retrogrado de Marte, descrevendo como cada modelo tentava explicar com exatidão o que aconteceu com aquele planeta, conforme Figura 4.68.

Figura 4.68: apresentação dos modelos planetários.



Fonte: Própria do autor

Após essa interação sobre o desenvolvimento dos modelos planetários chegou-se a Kepler, e como personagem principal na oficina, se apresentou uma breve biografia dele, até sua chegada a casa de Tycho, e como Kepler usou as observações dele após sua morte para formular as suas três leis que mudaram o rumo da Astronomia da época.

Nesse contexto, apresentou-se aos estudantes às três leis, e como o auxílio do software Universe SandBox, se fez experimentos para ajudar os alunos na compreensão de cada lei. Para a 1º Lei das órbitas, utilizou-se a tela principal deste software, mostrando que as órbitas não eram circulares e não precisava de epiciclos para explicar o movimento retrogrado.

Na 2º Lei das áreas, se realizou uma simulação da Terra com a Lua, para mostrar que a velocidade durante a órbita varia quando os corpos se aproximam (mais rápido) e quando

estão afastados (mais lento), isso ajudou os estudantes na compreensão da referida lei, pois se destacou que a velocidade areolar é constante, conforme Figura 4.69.

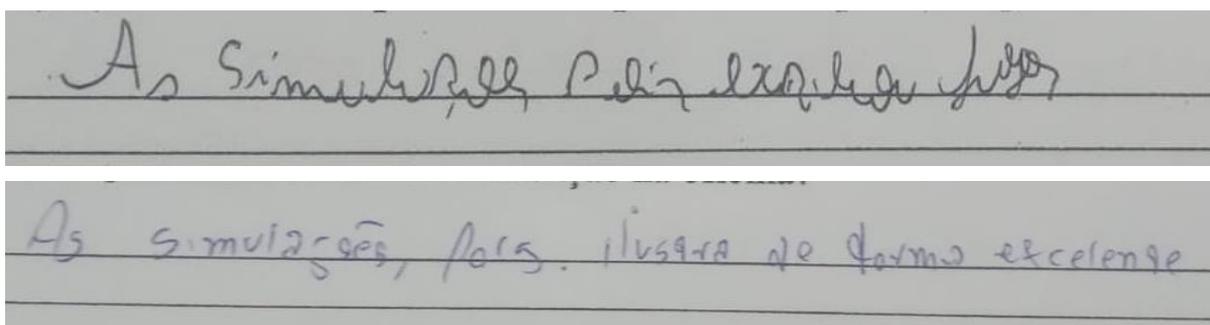
Figura 4.69: Imagem da simulação da órbita da Lua com Terra.



Fonte: Própria do autor

O uso do software despertou a atenção dos estudantes, pois é uma maneira simples e prática de realizar um experimento, e entender de maneira direta tudo que acontece em tempo real. Além de ser uma ferramenta que atrai os estudantes devido ao grau de interação deles com o mundo virtual, como foi descrito nos comentários dos estudantes A e B, na Figura 4.70.

Figura 4.70: Comentário dos estudantes sobre software.

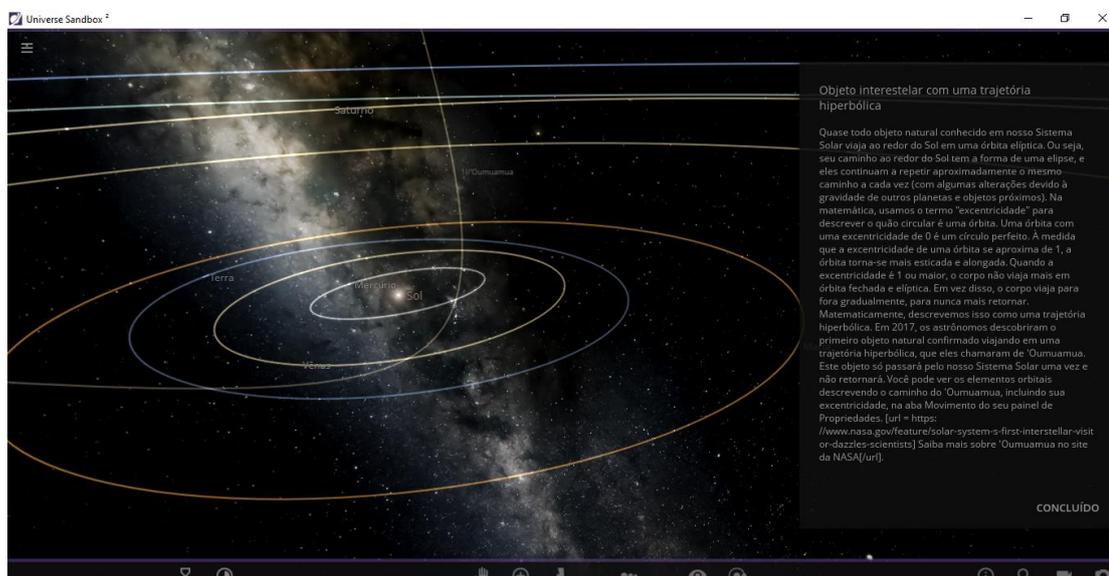


Fonte: Própria do autor

Depois do passeio histórico, se começou a abordagem matemática, das cônicas, explicando que uma das formas de se obtê-las em seccionando um cone, e que delas gera três curvas, Elipse, Parábola, e Hipérbole, além de se classificá-las utilizando a relação entre os pontos e o foco que determina a excentricidade. Como nosso objetivo é sempre relacionar com conceitos de Astronomia, mostrou-se uma simulação da órbita do cometa Oumuamua em

relação ao Sistema Solar, caracterizando a diferença entre órbitas abertas e fechadas, conforme Figura 4.71.

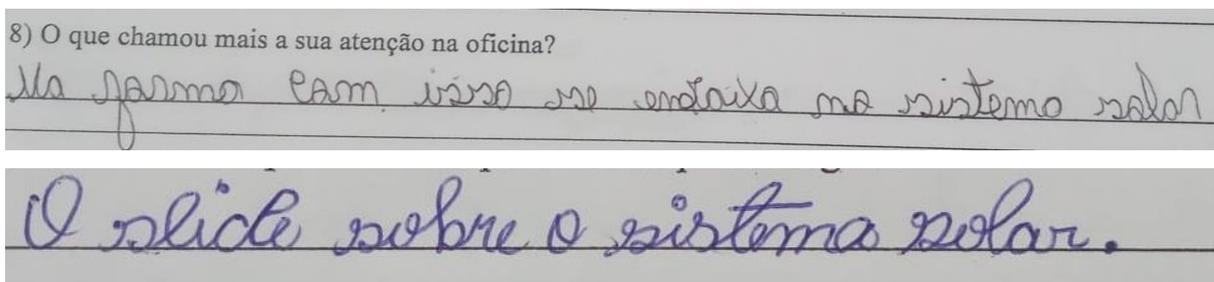
Figura 4.71: Imagem da órbita do cometa Oumuamua no software Universe Sandbox.



Fonte: Própria do autor

Mais uma vez o uso da tecnologia aproximou a aprendizagem da curiosidade dos estudantes como descrito no comentário do aluno C e D, conforme Figura 4.72.

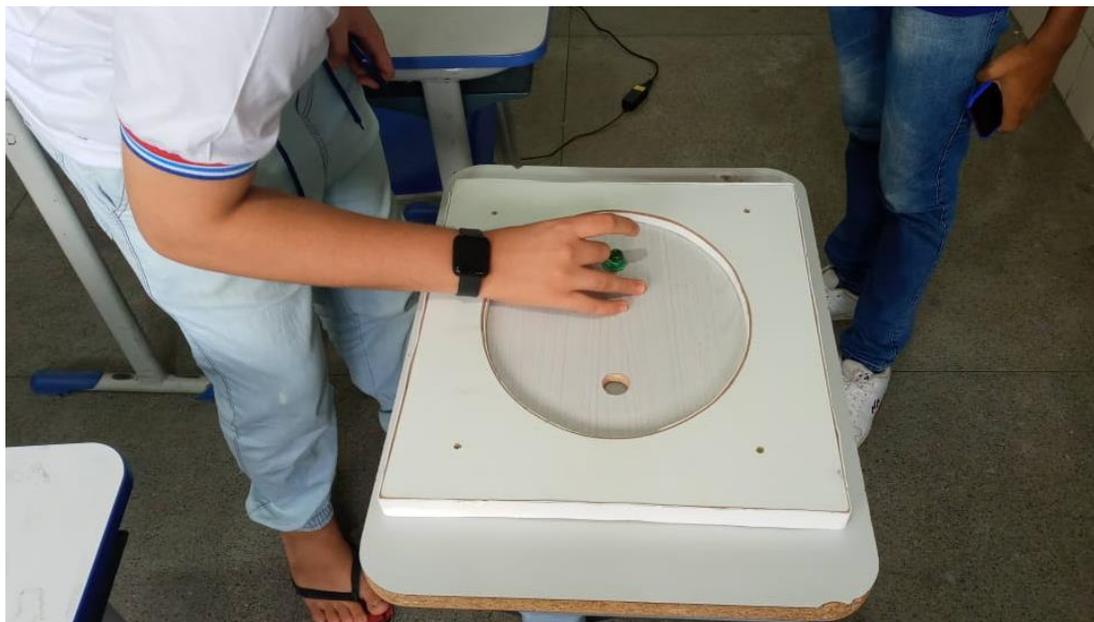
Figura 4.72: Comentário dos alunos sobre software



Fonte: Própria do autor

Aproveitou-se dessa introdução para explicar os elementos da elipse, suas características e mostrar uma propriedade física de reflexão que ela possui. Para isso se realizou um experimento em que se lançou uma esfera de um dos focos de uma superfície elíptica, e ela é refletida para o outro foco, como mostrado na Figura 4.73.

Figura 4.73: Imagem dos estudantes realizando o experimento de reflexão da elipse.



Fonte: Própria do autor

Após a interação e explicação do experimento descrito na Figura 4.73, foi abordado um outro conceito importante da elipse e das cônicas, e que se relaciona diretamente nos estudos das órbitas dos objetos celestes como planetas, cometas e satélites, a excentricidade. Para mostrar essa relação solicitou-se que um dos estudantes desenhasse as órbitas dos planetas do nosso Sistema Solar no quadro, conforme Figura 4.74.

Figura 4.74: Imagem do estudante desenhando as órbitas dos planetas.



Fonte: Própria do autor

Ao término da representação feita pelo estudante, se abriu uma discussão sobre como são as órbitas dos planetas, e que na maioria dos casos quando se pede para desenhar os estudantes o fazem com elipse bastante excêntrica. Nesse momento mostrou-se com o software Geogebra a

relação da excentricidade da elipse e a distância focal, e convidou-se os estudantes a realizar uma representação gráfica da órbita de cada planeta em um papel ofício. Para isso se dividiu a turma em 10 equipes e se estabeleceu um valor fixo para o semieixo maior de 10cm, e projetou-se uma tabela com o valor aproximado da excentricidade dos oito planetas, mais o planeta anão Plutão e o cometa Halley. Cada equipe ficou responsável por calcular a distância focal do seu planeta estabelecido e realizar a localização dos focos no papel, conforme Figura 4.75.

Figura 4.75: Imagem do estudante representando os focos da elipse no papel.



Fonte: Própria do autor

Depois da marcação dos focos, se entregou um pedaço de barbante e colocou-se cada ponta dele em seu respectivo foco demarcado no papel, a partir deste momento foi explicado que se usaria o método do jardineiro descrito por Venturi (2019), no qual se fixa o barbante nos focos e ao esticar e gira 360° se obtém o formato de uma elipse, como descrito na Figura 4.76.

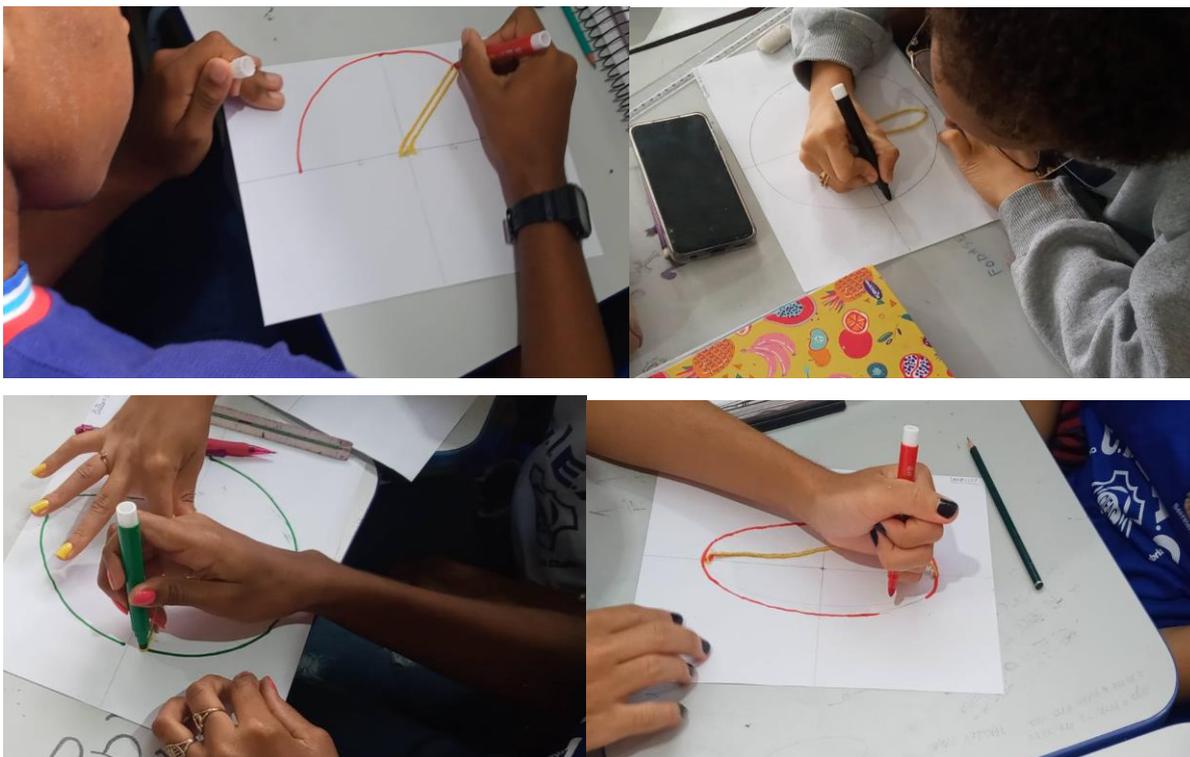
Figura 4.76: Imagem da colagem do barbante nos focos desenhados no papel e explicação do método.



Fonte: Própria do autor

Após a explicação, os estudantes foram para parte prática do desenho da elipse que representa a órbita do planeta selecionado anteriormente, conforme Figura 4.77.

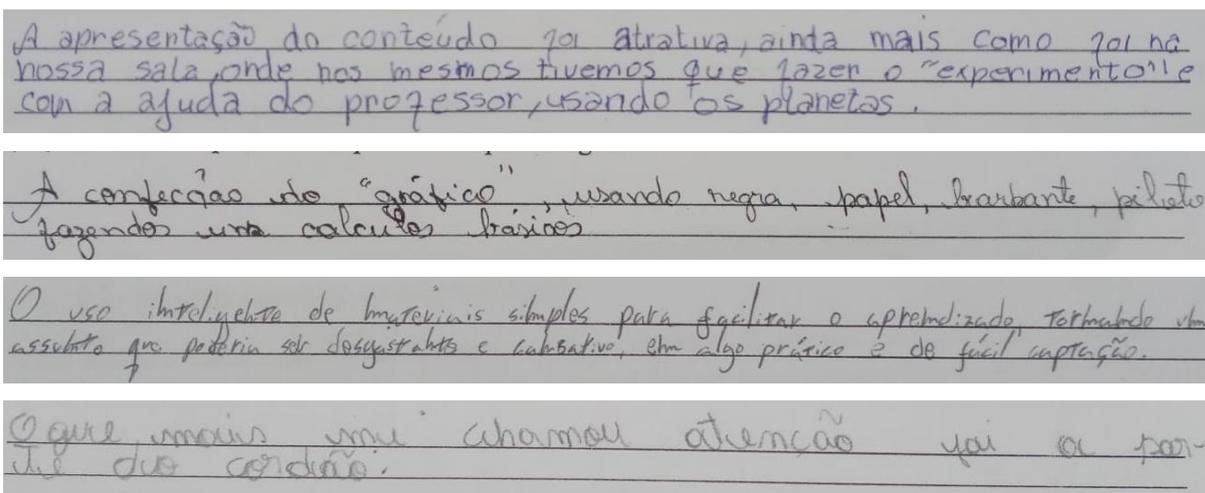
Figura 4.77: Imagem dos estudantes representando os focos da elipse no papel.



Fonte: Própria do autor

Este experimento foi o mais lembrado na avaliação da oficina pelos estudantes, que pode-se perceber na interação durante a execução e nos depoimentos dos alunos como descritos nas Figuras 4.78.

Figura 4.78: Comentário dos estudantes sobre o experimento de construção das órbitas.

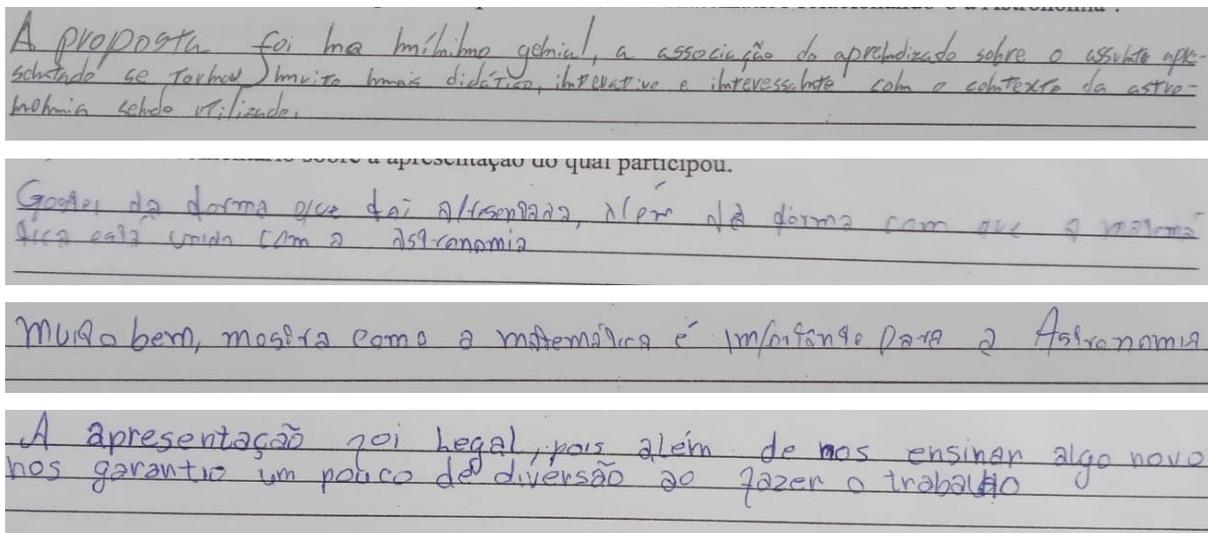


Fonte: Própria do autor

Percebe-se com a análise das respostas citadas na Figura 4.78, que quando o estudante interage com o experimento, entendendo a importância de cada etapa para sua construção a aprendizagem é mais significativa, tornando assim a aula mais dinâmica e próxima dele, como

eles mesmos descrevem quando solicitados a avaliar a proposta da interdisciplinaridade entre a Matemática e a Astronomia, conforme Figura 4.79.

Figura 4.79: Avaliação dos estudantes sobre a oficina.



Fonte: Própria do autor

Por fim, destaca-se como resultado a participação dos estudantes, frente a metodologia abordada, na perspectiva da ressignificação de um conceito matemático. Esta constatação advém da análise das atividades propostas, que os estudantes demonstraram curiosidade em estabelecer a relação matemática com a Astronomia, como pode-se observar nas Figuras 4.73, 4.74, 4.77, e também nos depoimentos nas figuras 4.78 e 4.79. Com isto descrevemos que a oficina obteve sucesso no seu objetivo, tendo que melhorar em alguns aspectos observados pelo autor, como sala de aula de execução da atividade.

4.4 Apresentação, Avaliação e Resultados dos Minicursos

A outra importante etapa desta foi realizada no ensino superior, como forma de amenizar o impacto descrito pelo professor pesquisador da pesquisa, quanto a sua formação acadêmica. Para isto apresentamos dois minicursos voltados para este público em um evento que envolve toda a comunidade acadêmica de Matemática da UEFS, a semana de Matemática.

4.4.1 Apresentação e avaliação dos minicursos na semana de Matemática da UEFS (XIX SEMAT)

Para analisar os resultados dos minicursos, associamos as devolutivas dos participantes dos minicursos na forma de um questionário no qual descreveram suas observações e avaliaram as oficinas.

4.1.1.1 MINICURSO 01: Uso da Astronomia para ressignificar as aulas de Matemática no ensino médio.

Ao iniciar o minicurso, tivemos a constatação de uma inquietação exposta no planejamento, que foi quanto a adesão da temática escolhida, e para nossa surpresa foi o minicurso que chamou mais atenção na SEMAT, pois segundo relataram os participantes foi o primeiro a encerrar as inscrições, isso aumentou a responsabilidade em apresentar algo a altura do esperado por eles, como mostra a Figura 4.80.

Figura 4.80: Imagem da apresentação do minicurso uso da Astronomia para ressignificar as aulas de Matemática no Ensino Médio



Fonte: Própria do autor

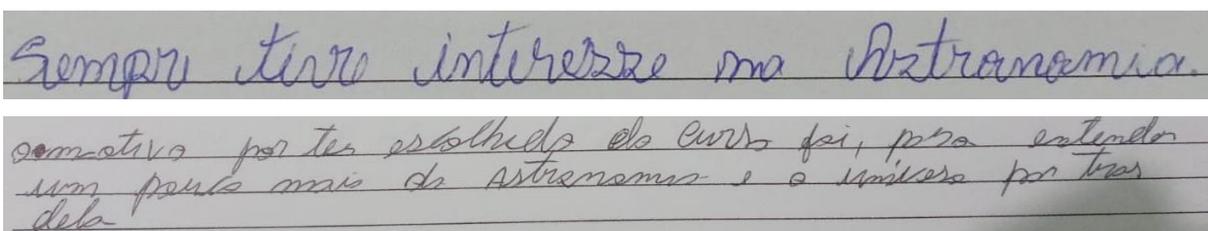
Percebe-se na Figura 4.80, que a sala estava com a capacidade máxima para o minicurso que era de 15 pessoas, nas quais responderam as seguintes perguntas.

1º Qual o motivo fez você escolher participar deste minicurso?

Objetivo da pergunta: Era levantar informações sobre essa temática no universo acadêmico da licenciatura em Matemática na UEFS.

Obteve-se dois tipos de respostas, a primeira a escolha se deu por afinidade com a Astronomia, descrita na Figura 4.81.

Figura 4.81: Comentário sobre a 1º pergunta do questionário avaliativo indicando a escolha



Fonte: Própria do autor

Porém, a maioria dos participantes escolheu essa temática na busca de contextualizar as aulas de matemática, o que indica a importância do nosso projeto de pesquisa, e o quanto é

importante se discutir essas temáticas na formação de professores, como descritos na Figura 4.82.

Figura 4.82: Comentário sobre a 1ª pergunta do questionário avaliativo relação temática

Escolhi esse minicurso pois quis entender a relação entre a astronomia e a matemática, e como aplicá-la em sala de aula.

O uso do tema para tornar as aulas mais lúdicas e dinâmicas/ativas para os alunos e professores.

Achei a temática interessante, e por gostar um pouco de astronomia pense fiquei interessada em como poderia relacionar com a matemática em sala de aula.

O tema do minicurso é bastante interessante e importante como ferramenta de conexão de aspectos da matemática, que ajudam a contextualizar os conteúdos em sala de aula e "captar" a atenção de alunos.

Fonte: Própria do autor

2º Como você avalia a maneira que foi exposto o conteúdo matemático relacionando-o a Astronomia?

Objetivo da pergunta: Nessa questão buscou-se identificar o formato de exposição mostrando conceitos matemáticos com a contextualização da Astronomia tinha agradado.

Figura 4.83: Comentário sobre a 2ª pergunta do questionário avaliativo

Muito interessante, pois relaciona vários conteúdos matemáticos com a astronomia de forma lúdica.

Foi abordada várias temáticas de forma intuitiva aos conteúdos matemáticos (Funções, Trigonômetro, log, ...)

Altamente intuitivo, facilitando o entendimento da astronomia utilizando a matemática.

Abraente. Pois, relaciona o conteúdo matemático com a astronomia de forma lúdica, onde possibilitou essa relação.

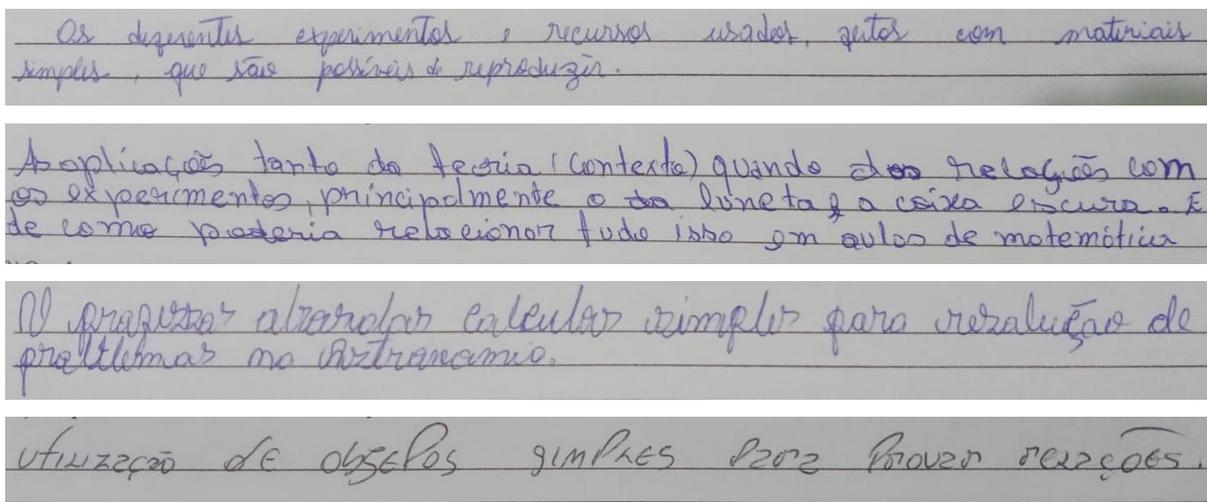
Fonte: Própria do autor

As respostas descritas (ver Figura 4.83) mostram a importância para o ensino de Matemática se relacionar com outras áreas do conhecimento, no nosso caso o ensino de Astronomia, que age como um facilitador para o entendimento de conceitos matemáticos abstratos, tornando a aula mais criativa e atraente.

3º O que chamou mais a sua atenção no minicurso?

Objetivo da pergunta: Nesta questão indagamos sobre os recursos utilizados, e seu impacto na curiosidade do participante.

Figura 4.84: Comentário sobre a 3ª pergunta do questionário avaliativo



Fonte: Própria do autor

Neste quesito, assim como nas oficinas aplicadas no ensino médio os experimentos sempre despertam mais a atenção, porque através deles se consegue reproduzir ou manipular um conceito abstrato e por vezes difíceis de se entender. Outra relação que apareceu sobre os experimentos foi a percepção que não precisa ser muito robusto ou caro, pelo contrário foram utilizados materiais simples e baratos (ver Figura 4.84). Dentre os experimentos a luneta sempre é a mais requisitada para manuseio, mostrando mais uma vez o quanto o ensino da Astronomia é um agente facilitador da aprendizagem, conforme Figura 4.85.

Figura 4.85: Imagem da utilização da luneta e outros experimentos

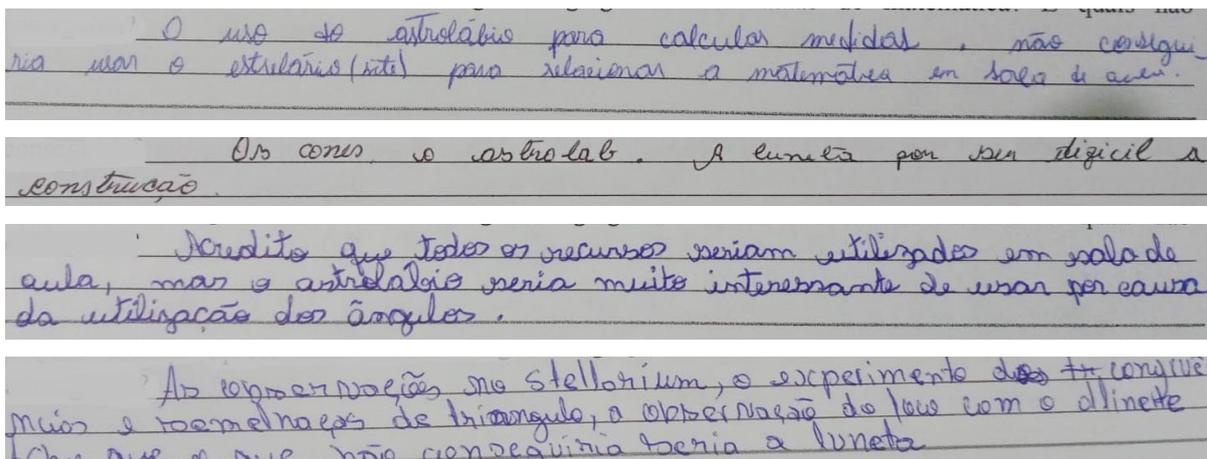


Fonte: Organização da SEMAT

4º Qual recurso apresentado você conseguiria agregar as suas aulas de matemática? E quais não conseguiria?

Objetivo da pergunta: Nesta indagação, o objeto de análise serviu para a elaboração do produto didático, no qual se configura um caderno com atividades voltado para professores de Matemática.

Figura 4.86: Comentário sobre a 4ª pergunta do questionário avaliativo



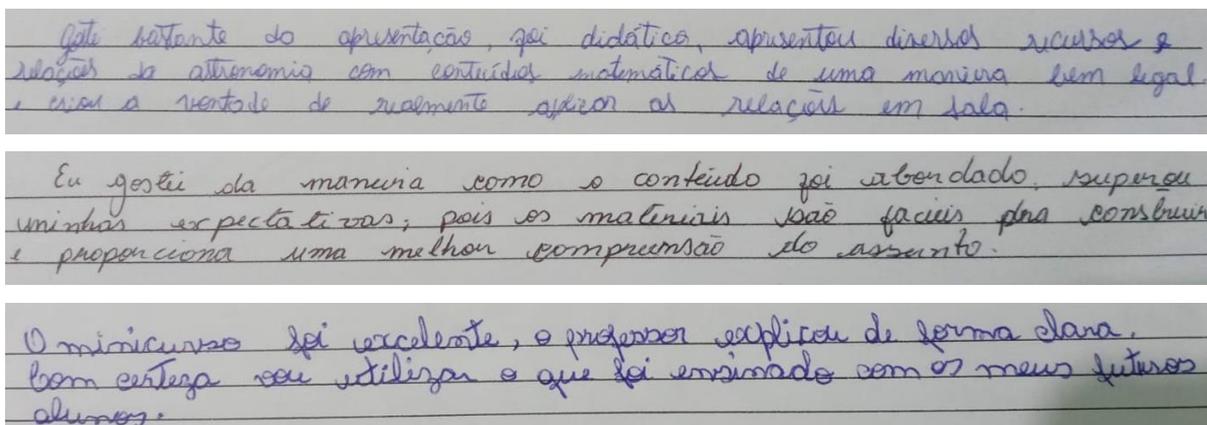
Fonte: Própria do autor

Essa pergunta serviu para o pesquisador repensar sobre quais experimentos poderiam constar no seu produto didático da pesquisa, e foi uma grata surpresa a aceitação da maioria dos experimentos apresentados aos participantes, em especial o astrolábio caseiro, mostrando também que a uma dificuldade maior na construção da luneta, que realmente não é trivial de se realizar apesar de inúmeros métodos disponíveis, como descrito na Figura 4.86.

5º Deixe um comentário sobre a apresentação do qual participou.

Objetivo da pergunta: Esta indagação, foi a principal, por avaliar não só a apresentação nos dias de aplicação, mas também se os futuros professores conseguiriam colocar proposta do nosso produto na sala de aula dele.

Figura 4.87: Comentário sobre a 5ª pergunta do questionário avaliativo



O apresentador apresentou uma linguagem clara, conforme abordava um conteúdo usando um experimento possibilitando assim uma visão abrangente.

Fonte: Própria do autor

Nessa pergunta que avaliava de forma geral o minicurso, percebeu-se que a aceitação da temática foi boa, destacando os experimentos utilizados com materiais de fácil construção, e como mais uma ferramenta para tornar a aula de matemática mais dinâmicas e atrativas, que era o objetivo do nosso projeto de pesquisa como descrito na Figura 4.87.

4.4.1.2 MINICURSO 02 : Um novo olhar para o estudo dos cálculos vetorial e integral, a importância da Matemática na descoberta dos planetas Netuno e Plutão

Esse minicurso também derivou de uma inquietação do professor pesquisador durante seus estudos no mestrado em Astronomia, quando se depara com a história do “planeta matemático”, e com base nessa proposta de estabelecer relações entre essas duas ciências realizamos esse minicurso.

Percebe-se a diferença de público em relação primeiro minicursos por este ter uma abordagem mais voltada a Matemática exposta na graduação conforme Figura 4.88.

Figura 4.88: Imagem do público do minicurso “Um novo olhar para o estudo dos cálculos vetorial e integral e a importância da Matemática na descoberta dos planetas Netuno e Plutão”.



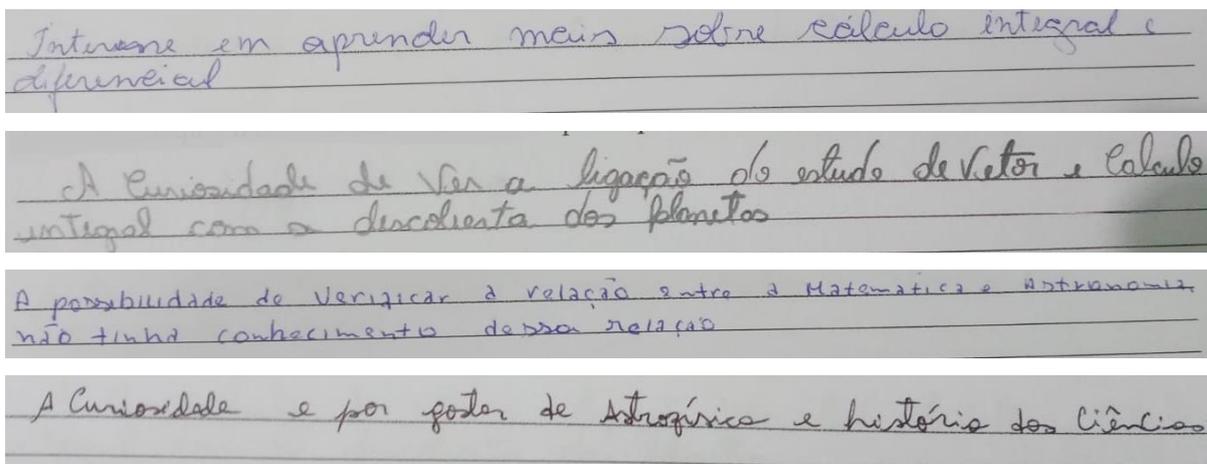
Fonte: Própria do autor

Essa baixa procura fica mais caracterizada quando se analisa a primeira pergunta do questionário avaliativo.

1º Qual o motivo fez você escolher participar deste minicurso?

Objetivo da pergunta: Era levantar informações sobre essa temática no universo acadêmico da licenciatura em Matemática na UEFS.

Figura 4.89: Comentário sobre a 1ª pergunta do questionário avaliativo indicando escolha para o minicurso



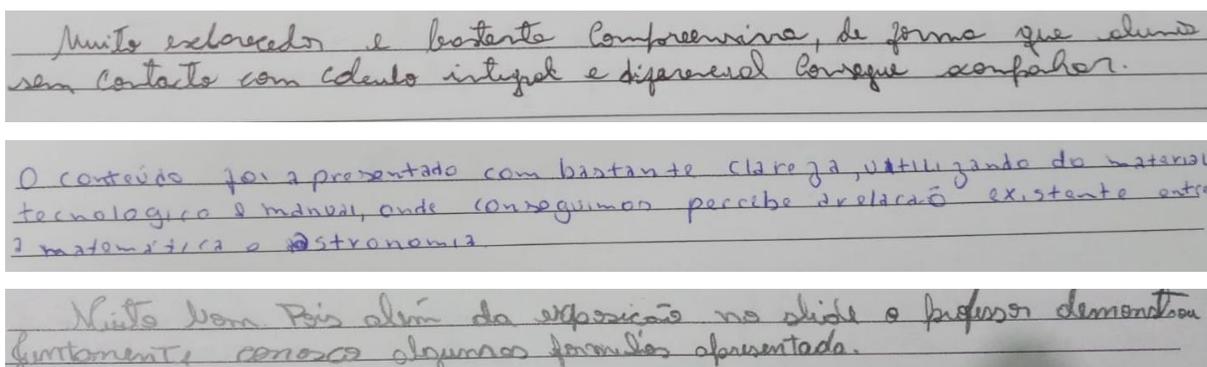
Fonte: Própria do autor

Percebeu-se nas devolutivas um público mais voltado a matemática aplicada, que buscava essa ligação do cálculo diferencial e integral com outras ciências, além dos estudantes que tinham afinidade com a Astronomia, conforme Figura 4.89. O nosso objetivo na inscrição da pesquisa na SEMAT, foi justamente o que se conseguiu com os dois minicursos, o primeiro voltado ao público de ensino de matemática e este segundo para a matemática aplicada.

2º Como você avalia o conteúdo de matemática relacionando-o a Astronomia?

Objetivo da pergunta: Nessa questão buscou-se identificar o formato de exposição mostrando conceitos matemáticos com a contextualização da Astronomia tinha agradado.

Figura 4.90: Comentário sobre a 2ª pergunta do questionário avaliativo minicurso de Ensino Superior



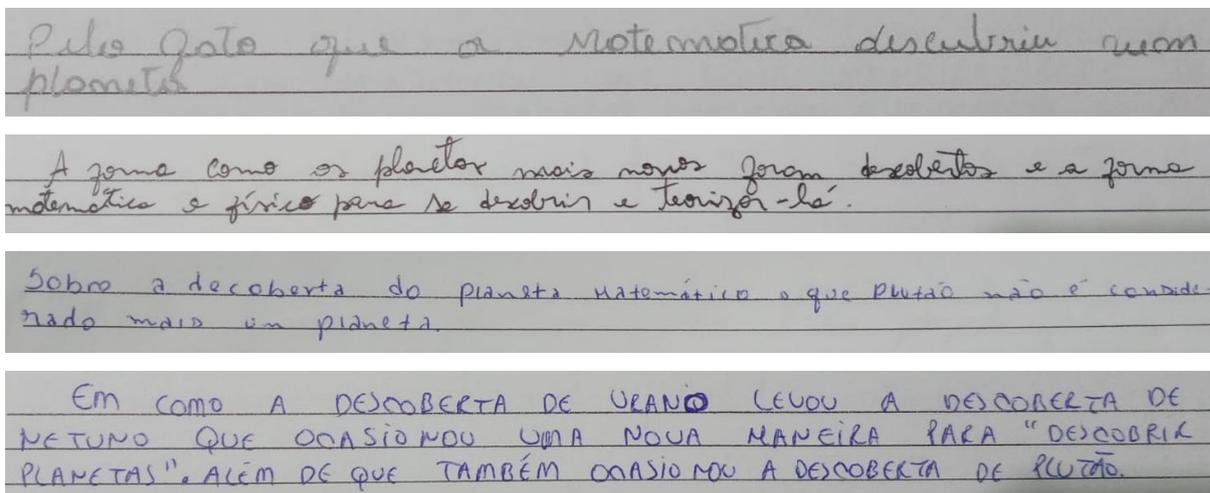
Fonte: Própria do autor

Nessas respostas se conseguiu perceber que a maneira como foi apresentada o minicurso foi bem aceita, realizou-se neste minicurso uma abordagem utilizando as demonstrações das três leis de Kepler utilizando o cálculo diferencial e integral, associado a um resgate histórico delas para a comprovação matemática das leis de Kepler, e o desenvolvimento do cálculo diferencial por Isaac Newton para comprovar essas leis, como descritas na Figura 4.90.

3º O que chamou mais a sua atenção no minicurso?

Objetivo da pergunta: Nesta questão indagamos sobre o impacto na curiosidade do participante sobre o planeta descoberto matematicamente.

Figura 4.91: Comentário sobre a 3ª pergunta do questionário avaliativo minicurso de Ensino Superior



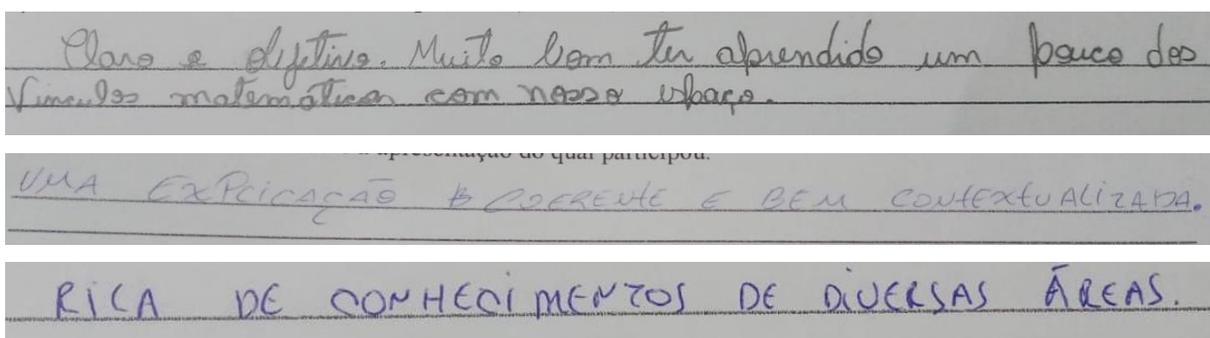
Fonte: Própria do autor

Nessa devolutiva, a história do planeta Netuno, foi o que mais chamou atenção dos participantes, quando se descreve as relações de Titius-Bode com a descoberta de Urano, e o papel da matemática para entender as perturbações sofridas por esse planeta, descrevendo que graças a matemática de John Adams e Urban Le Verrier, pode se estimar a posição de Netuno, os participantes ficaram empatados por não saber que a importância da ciência que escolheram cursar foi responsável direta pela localização de um planeta. Isso nos deixou bastante satisfeito por ajudar a difundir um pouco da Astronomia no curso de matemática, e destacar a importância dessa interação entre as ciências, conforme apresentado na Figura 4.91.

4º Deixe um comentário sobre a apresentação do qual participou.

Objetivo da pergunta: Nesta indagação, o objeto de análise é compreender se conseguimos aguçar a curiosidade dos participantes nesse tema, e popularizar o ensino de Astronomia.

Figura 4.92: Comentário sobre a 4ª pergunta do questionário avaliativo



Fonte: Própria do autor

Com base nas devolutivas (ver Figura 9.92), percebe-se que o objetivo foi alcançado, e os participantes deste minicurso tem mais uma ciência para contextualizar com a Matemática.

Por fim, como resultados dos dois minicursos avaliamos que conseguiram alcançar os objetivos principais da pesquisa, que era mostrar a contextualização das aulas de Matemática no ensino básico para os futuros professores, destacando o potencial que ela tem para dinamizar as aulas, o que se conseguiu no primeiro minicurso. O outro objetivo de difundir o ensino de Astronomia no curso de Matemática, mostrando que às duas ciências estão interligadas no seu desenvolvimento, e que muito dos estudantes não tem conhecimento, deixando de aproveitar essa rica relação para o desenvolvimento acadêmico e profissional.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O referido trabalho buscou durante cada etapa, responder à pergunta norteadora de “como a ressignificação da Matemática, utilizando a interdisciplinaridade e a contextualização proporcionada pela Astronomia, podem melhorar a forma com que os educandos se relacionam com a disciplina e aproximar essa ciência do seu meio sociocultural”, para isto buscou-se prover as ações do projeto de modo que envolvessem atividades teóricas e práticas relacionando conceitos matemáticos a Astronomia. Cada ação foi desenvolvida para subsidiar a próxima, desde o levantamento dos conhecimentos prévios e interesse sobre a temática, no qual se utilizou de questionários. Desta etapa os dados coletados subsidiaram a elaboração de oficinas para o ensino médio, dando ao pesquisador a percepção de um caminho para aplicação destas oficinas de maneira que a experiência, se torne dinâmica atrativa ao público alvo. Percebeu-se como fator essencial a utilização de TICs, com uso dos simuladores, Geogebra, Stellarium e Universe SandBox, além de construção de kits experimentais, que estabeleceram uma relação entre a teoria e a prática.

A percepção sobre as ações e aplicações desenvolvidas estabelece relação a práxis da metodologia de ensino, inclusive no próprio pesquisador, no sentido de perceber que a abordagem contextualizada traz benefícios a aprendizagem por despertar a curiosidade do estudante sobre o tema, aumentando assim seu vocabulário e conhecimento, além de propiciar um maior interesse nas aulas.

Destacamos que nosso objetivo principal de mostra a interdisciplinaridade nas aulas de Matemática, promovendo a ligação desses conteúdos com o conhecimento científico foi alcançado, como demonstrado nas devolutivas dos estudantes e na percepção do pesquisador durante a aplicação, e acrescentamos que as oficinas que tiveram maior participação no manuseio ou construção dos experimentos, tiveram seus objetos matemáticos melhor compreendidos, a citar os conteúdos de parábola, relações trigonométricas e elipse. Um ponto que no qual descrevemos como obstáculo, são a diminuição da carga horária de matemática no novo ensino médio, fazendo com que cada oficina acontecesse em mais de uma semana, o que dificultou as aplicações e discussões, e também a falta de estrutura física nos laboratórios de informática, o que atrapalhou na interação dos alunos com os softwares atualizados.

Outra dimensão abordada na pesquisa, destaca-se quando a ela alcança a formação de professores, no qual surge também de uma inquietação do pesquisador sobre a sua formação. Aproximar o trabalho deste público com as ações dos minicursos, no principal evento do

curso de Licenciatura em Matemática da UEFS, elevou e testou o êxito da proposta de trabalho, por que nesse ambiente as etapas desenvolvidas no ensino médio, seriam avaliadas, e isso refletiu na elaboração do nosso produto didático ser destinado a professores.

Em suma, o trabalho resultou na criação de 21 experimentos didáticos, entre kits e simulações, com a construção de 5 oficinas que foram aplicadas em 8 situações diferentes, totalizando um público no ensino médio de 204 estudantes. E na criação de 2 minicursos voltados para a semana de Matemática da UEFS, totalizando 4 horas cada um, acontecido em duas oportunidades distintas, com público de 20 futuros professores.

Como resultado final da implementação das ações desta pesquisa, e como uma contribuição para pesquisas sobre a intervenção pedagógica no ensino de Matemática no contexto da Astronomia, elaboramos um produto educacional voltado para professores, na forma de caderno de atividades, com conteúdos abordados no Ensino Médio, com referências as competências e habilidade previstas na BNCC para a temática descrita, trazendo um contexto de relação da Matemática com a Astronomia e experimentos práticos. Trazendo uma descrição detalhada de como reproduzir cada um deles. Este produto educacional, intitulado **“Propostas de Atividades para o Ensino de Matemática Contextualizada na Astronomia”**, foi pensado como um material de apoio para as aulas de Matemática e a quem desejar interesse pelo tema.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. AG. **Fundamentos da didática da matemática**, Curitiba: Editora UFPR, 2010.

AMORIM.G. A. **Reprodução de experimentos ligados às distâncias em astronomia: Interdisciplinaridade entre os ensinos de matemática e astronomia**, Feira de Santana, 2018. Disponível em:
<https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=dWVmcy5icnxtcC1hc3Ryb3xneDoyODY5N2E4YjY2NTQ1MzMx>

AMORIM.M. L. L. **Oficina para o entendimento de funções matemáticas por intermédio da astronomia: aplicações no ensino médio**, Feira de Santana, 2020. Disponível em
<https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=dWVmcy5icnxtcC1hc3Ryb3xneDo0Y2ZkYTJjMTI5YzJjYzgz>

ANASTASIOU, L. G. C; ALVES, L. P. **Estratégias de ensinagem. Processos de ensinagem na universidade: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula**, v. 3, p. 59-100, 2004.

ANTUNES, H. S. **Ser aluna, ser professora: um olhar sobre os ciclos de vida pessoal e profissional**. Santa Maria: Ed. Da UFMS, 2011.

ARAÚJO, A.L. **Aplicações da Astronomia no ensino de Matemática na Educação Básica, Teresina**, 2013. Disponível em:
https://www.seduc.pi.gov.br/download/arquivos/biblioteca/1362077665.aplicacoes_de_astronomia_no_ensino_de_matematica_na_educacao_basica.pdf

ASIMOV. I. **Como descobrimos sobre Netuno?** 1990 pela Walker & Company. Disponível em: <https://vdoc.pub/documents/how-did-we-find-out-about-neptune-7f8m8814s9a0>

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. 1ª edição. Paralelo editora. Lisboa, 2000.pdf

BBCNEWSBRASIL. **Por que a Lua está se afastando da Terra**. Disponível em:
https://www.bbc.com/portuguese/noticias/2015/03/150311_lua_terra_lab.

B KASTNER, **Space Mathematics**, Dover Publications, 2013. Disponível em <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED283721.pdf>

BENTO, H. A. **O desenvolvimento do pensamento geométrico com a construção de figuras geométricas planas utilizando o software: Geogebra**. 2010. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2010. Disponível em http://www.biblioteca.pucminas.br/teses/EnCiMat_BentoHA_1.pdf.

Barquero B. Bosch M. e Gascón J. **"Ecología de la modelización matemática: Restricciones transpositivas en las instituciones universitarias."** Proceedings of the 2nd Congress of the ATD. 2007.

BOYER, C. B.. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: USP, 1974.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)** Ensino médio, Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site_110518.pdf

BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, Brasília: MEC, 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf

BRASIL. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira | Inep**, MEC, 2018. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/relatorio_brasil_no_pisa_2018.pdf, pág: 107 a 119.

BRASIL. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira | Inep**, MEC, 2023. Disponível em: https://download.inep.gov.br/saeb/resultados/press_kit_saeb_2021.pdf, pág: 51 a 53.

CARVALHO. H.R & NASCIMENTO, L.A. **Copérnico e a teoria Heliocêntrica: contextualizando os fatos, apresentando as controvérsias e implicações para o ensino de ciências**. Revista Latino Americana de Educação em Astronomia -n. 27, p. 7-34, 2019. Disponível em: <https://www.relea.ufscar.br/index.php/relea/article/view/362/388>.

CIYUAN, L. **Ancient Chinese Observations of Planetary Positions and a Table of Planetary Occultations**, Earth, Moon and Planets, Volume 40, Issue 2, pp.111-117. 1988. Disponível em: <https://adsabs.harvard.edu/full/1988EM%26P...40..111C>.

CORDEIRO, J.M.C, **Material didático contextualizado na Astronomia para contribuir na melhoria das habilidades matemáticas dos estudantes do ensino médio em Física e Matemática**. Feira de Santana, 2017. Disponível em <https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=dWVmcy5icnxtcC1hc3Ryb3xneDozNmRiYTQzMmZiZDk4Mzdk>

CROWE, M. **A History of Vector Analysis**, American Journal of Physics 37(8), August 1969. Disponível em https://www.researchgate.net/publication/244957729_A_History_of_Vector_Analysis

D'AMBROSIO, U. **A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática**. São Paulo, 1999.p.90-102.

DAMIANI MF, ROCHEFORT RS, RF DE CASTRO, MR DARIZ, SS PINHEIRO. **Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica** Cadernos de educação, 57-67. Disponível em https://guaiaca.ufpel.edu.br/bitstream/handle/prefix/5816/Discutindo_pesquisas_do_tipo_intervencao_pedagogica.pdf;jsessionid=08F8C26E93EF49DC856D3579C28970AC?sequence=1

DOS SANTOS, R. **Transdisciplinaridade**. Cadernos de Educação, Lisboa: Instituto Piaget, n. 8, pp. 7-9, 23 nov. 1995. Disponível em <http://www.ia.ufrj.br/ppgea/conteudo/T2-4SF/Akiko/24-Transdisciplinaridade.htm>.

ENN K, RAUL V, **Understanding planets in ancient mesopotamia**, **Electronic Journal of Folklore**, Vol. 16, 2001. Disponível em <http://haldjas.folklore.ee/folklore/vol16/planets.pdf>.

ERIKSSON, G, M. K. G. **"Discovery of Neptune"**. Studentthesis, KTH, Skolan för teknikvetenskap (SCI), 2018. Disponível em <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1218549/FULLTEXT01.pdf>.

FERNANDES, C. **"A invenção do telescópio por Galileu Galilei"**; Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/historiag/a-invencao-telescopio-por-galileu-galilei.htm>. Acesso em 30 de agosto de 2022.

FREITAS, L; MORIN, E; NICOLESCU, B. **CARTA DA TRANSDISCIPLINARIDADE**, Arrábida, Portugal (1994). Disponível em <http://cettrans.com.br/assets/docs/CARTA-DA-TRANSDISCIPLINARIDADE1.pdf>

GAPAILLARD. J. **By How Much Did Le Verrier Err on the Position of Neptune?** Journal for the History of Astronomy February 2015. Disponível em <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0021828615570529>.

GALVÃO, E. F. C.; GALVÃO, J. B. **Pesquisa Intervenção e Análise Institucional: alguns apontamentos no âmbito da pesquisa qualitativa**. REVISTA CIÊNCIAS DA SOCIEDADE, v. 1, n. 1, p. 54-67, 2017. Disponível em: <http://ufopa.edu.br/portaldeperiodicos/index.php/revistacienciasdassociedade/article/view/373>.

GENUINO, L. C. C. **O uso de tecnologias no ensino de Astronomia na educação básica**. Campina Grande/PB. Universidade Estadual da Paraíba, 2014. Disponível em <http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/5609/1/PDF%20-%20Luiz%20Calos%20Carneiro%20Genuino.pdf>

GEOGEBRA: **Aplicativos matemáticos. Clássico 6**, 2022. Disponível em: <https://www.geogebra.org/classic>

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 5ª. Ed. São Paulo: Atlas, 2010.

KEPLER, S.O. e SARAIVA, M. de F. O. **Astronomia e Astrofísica**. Departamento de Astronomia – Instituto de Física. Porto Alegre: UFRGS, 2014.

KRAJNOVIĆ.D. **The contrivance of Neptune** *Astronomy & Geophysics*, Volume 57, Issue 5, October 2016, Pages 5.28–5.34. Disponível em <https://doi.org/10.1093/astrogeo/atw183>.

KOYRÉ, A. **Estudios de história del pensamiento científico**. Siglo XXI editores: México, DF. 15ª edición, 2000.

LANGHI, R.; NARDI, R. **Educação em astronomia: Repensando a formação do professor.** São Paulo. Editora Escrituras, 2013.

LANGHI, R.; NARDI, R. **Ensino da astronomia no Brasil: educação formal, informal, não formal e divulgação científica,** Bauru, SP, 2009. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbef/a/jPYT5PRkLsy5TJQfM8pDWKB/?lang=pt#>

LANGHI, R.; NARDI, R. **Justificativas para o ensino de Astronomia: o que dizem os pesquisadores brasileiros?** Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências, Belo Horizonte, v.14, n.3, p. 41-59, 2014.

LOPES, J. L. C. **Relógios de sol nas aulas de matemática: construção do conhecimento através da prototipagem,** Feira de Santana, 2017. Disponível em: <https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=dWVmcy5icnxtcC1hc3Ryb3xneDo3MDVmYWYxNDNhZWZM3MzQ2>

LORENZATO, S. **Para aprender matemática.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

MACHADO, R. L. P. **Ressignificando o ensino e a aprendizagem da Matemática: a sala de aula como parte do cotidiano.** Rio de Janeiro 2020. Disponível em: http://www.repositorio-bc.unirio.br:8080/xmlui/bitstream/handle/unirio/13197/Disserta%C3%A7%C3%A3o_Raphael_Lee_Pinheiro_Machado.pdf?sequence=1&isAllowed=y

MOREIRA, M. A. **O que é afinal aprendizagem significativa?** Currículum, La Laguna, Espanha, 2012.

NARVAZ, M.B. **Ressignificando práticas docentes numa abordagem etnomatemática,** Porto Alegre 2006. Disponível em: <http://tede2.pucrs.br/tede2/bitstream/tede/3306/1/346805.pdf>

NIETO, M. M. **Conclusions about the Titius Bode Law of Planetary Distances,** Astronomy and Astrophysics, Vol. 8, p. 105 (1970). Disponível em <http://adsabs.harvard.edu/full/1970A%26A.....8..105N>.

NOVAKOVIC, B. **Senenmut: An Ancient Egyptian Astronomer,** Publications of the Astronomical Observatory of Belgrade, vol. 85, p. 19-23, 2008. Disponível em <https://adsabs.harvard.edu/full/2008POBeo..85...19N>.

PAVIANI, J. **Interdisciplinaridade: conceitos e distinções.** 2. ed. Caxias do Sul, RS: Educus, 2008.

PRAIS, J. L. S.; ROSA, V. F. **Nuvem de palavras e mapa conceitual: estratégias e recursos tecnológicos na prática pedagógica.** Nuances: estudos sobre Educação, Presidente Prudente, vol. 28, nº: 1, p. 201 – 219, 2017

RODAS, H.F. **A importância da Matemática no desenvolvimento da Astronomia,** Maceió 2016. Disponível em

<https://www.repositorio.ufal.br/bitstream/riufal/6211/1/A%20import%C3%A2ncia%20da%20matem%C3%A1tica%20no%20desenvolvimento%20da%20astronomia.pdf>

ROSA C. A. P. **História da Ciência**, Volume II ,Fundação Alexandre de Gusmão 2ª Edição, disponível em https://funag.gov.br/biblioteca-nova/produto/1-527-historia_da_ciencia_volume_ii_tomo_ii_o_pensamento_cientifico_e_a_ciencia_no_seculo_xi.

ROSE: **A Relevância da Educação em Ciências**. University of Oslo, 2010. Disponível em: <https://www.uv.uio.no/ils/english/research/projects/rose/>

SANCHEZ, J. N. G. **Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica**. Porto Alegre: Artmed, 2004.

SILVEIRA, M. R. A. **A Dificuldade da Matemática no Dizer do Aluno: ressonâncias de sentido de um discurso**. Educação & Realidade: v.36, n.3, p. 761-779, dez. 2011.

SHEEHAN W. **Finding Neptune: How we discovered the eighth planet**, astronomy magazine News 2022. Disponível em <https://astronomy.com/magazine/news/2022/02/finding-neptune-how-we-discovered-the-eighth-planet>.

STELLARIUM, **Stellarium web**, Fabien Chereau e Guillaume Chereau, 2022. Disponível em: <https://stellarium-web.org/>

STAREPRAVO, A. R. et al **O que a Avaliação de Matemática tem revelado aos Professores: Conhecimentos Construídos ou Informações Acumuladas?** Congresso Internacional sobre Avaliação na Educação. Curitiba-Paraná. Futuro Congresso e Eventos Ltda, 2004

TEDESCO PIOVEZAN, A. C., & DAROS GAMA, L. (2019). **Astronomia e Matemática: uma proposta interdisciplinar para o Ensino Fundamental II**. São Paulo, 2019. Disponível em: <https://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/poescrito/article/view/32716>.

TOLENTINO N, L. C. B. **Os interesses e posturas de jovens alunos frente às ciências: resultados do Projeto Rose aplicado no Brasil**. 2008. 172 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

UNIVERSE SANDBOX, **Versão 2.1**, Dan Dixon, 2022. Disponível em <https://universesandbox.com/>

VENTURI, J. J. **Cônicas e Quádricas**. Curitiba: Livrarias Curitiba, 10.^a ed. 2019.

APÊNDICE 1



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ASTRONOMIA (MPAstro)



QUESTIONÁRIO PARA ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO

1) O que vem a sua memória quando se fala em Astronomia?

2) Quais notícias recentes se recorda sobre a Astronomia?

3) Quais fenômenos astronômicos se recorda?

4) Em quais disciplinas da escola você consegue visualizar a Astronomia?

5) Os Planetas orbitam em torno de que Astro?

a) Terra b) Sol

6) Qual a causa da órbita dos Planetas?

7) Você já fez alguma observação do céu? Se sim, quais?

8) Como a Matemática é utilizado na Astronomia?

9) Você já utilizou alguma luneta ou telescópio?

10) Aqui na cidade de Feira de Santana, você pode citar locais de estudo da Astronomia?

APÊNDICE 2

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ASTRONOMIA (MPAstro)

**QUESTIONÁRIO PARA ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

1) Quais notícias recentes se recorda sobre a Astronomia?

2) Quais fenômenos astronômicos se recorda?

3) Você já fez alguma observação do céu? Se sim, quais?

4) Você já utilizou alguma luneta ou telescópio?

5) Qual a causa da órbita dos Planetas?

6) Como a Matemática é utilizado na Astronomia?

7) Quais os conteúdos do ensino médio de Matemática você consegue visualizar a Astronomia?

8) Qual a relação da Matemática com a descoberta dos planetas?

9) Quais aplicativos/software de Matemática e de Astronomia você já teve contato?

10) Marque o seu interesse em ressignificar o ensino de Matemática usando a Astronomia.

() Nenhum () Pouco () Interessado () Muito

APÊNDICE 3



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ASTRONOMIA (MPAstro)



Agora que você participou da oficina desenvolvida pelo mestrando Prof. Welberton Rios da Silva sobre **ESTUDO DE MATEMÁTICA COM A CONTEXTUALIZAÇÃO DA ASTRONOMIA**, nos ajude a avaliar o trabalho respondendo a avaliação abaixo:

AVALIAÇÃO DA OFICINA

- 1) A problemática selecionada foi adequada ao contexto do curso?
 Sim () Não ()
- 2) Os tópicos da apresentação foram bem organizados?
 Sim () Não ()
- 3) O apresentador fez bom uso dos recursos utilizados?
 Sim () Não ()
- 4) O apresentador apresentou uma linguagem clara e compatível ao público ouvinte?
 Sim () Não ()
- 5) A apresentação contribuiu para seu aprendizado em Matemática?
 Sim () (Descreva quanto de 1 a 5) _____
 Não ()
- 6) A apresentação despertou algum interesse para estudar mais sobre a temática apresentada após a exposição do produto?
 Nenhum () Pouco () Regular ()
 Muito ()
- 7) Como você avalia a maneira que foi exposto o conteúdo matemático relacionando-o a Astronomia ?

- 8) O que chamou mais a sua atenção na oficina?

- 9) Qual recurso impactou mais para o sua aprendizagem?

- 10) Deixe um comentário sobre a apresentação do qual participou.

APÊNDICE 4



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ASTRONOMIA (MPAstro)



Agora que você participou do minicurso desenvolvido pelo mestrando Prof. Welberton Rios da Silva sobre **USO DA ASTRONOMIA PARA RESSIGNIFICAR AS AULAS DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO**, nos ajude a avaliar o trabalho respondendo a avaliação abaixo:

AVALIAÇÃO

- 1) A problemática selecionada foi adequada ao contexto do curso?
Sim () Não ()
- 2) Os tópicos da apresentação foram bem organizados?
Sim () Não ()
- 3) O apresentador fez bom uso dos recursos utilizados?
Sim () Não ()
- 4) O apresentador apresentou uma linguagem clara e compatível ao público ouvinte?
Sim () Não ()
- 5) A apresentação despertou algum interesse para estudar mais sobre a temática apresentada após a exposição do produto?
Sim () (Descreva quanto de 1 a 5) _____
Não ()
- 6) Descreva qual o motivo fez você escolher participar desse minicurso?

- 7) Como você avalia a maneira que foi exposto o conteúdo matemático relacionando-o a Astronomia ?

- 8) O que chamou mais a sua atenção na oficina?

- 9) Qual recurso apresentado você conseguiria agregar as suas aulas de matemática? E quais não conseguiria? _____
- 10) Deixe um comentário sobre a apresentação do qual participou.

APÊNDICE 5



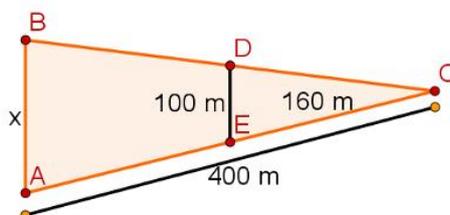
CENTRO INTEGRADO DE EDUCAÇÃO ASSIS CHATEAUBRIAND

Aluno(a):				
Componente Curricular: Matemática		Professor: Welberton Rios		Data:
Série: 1º	Turma:	Turno: Vespertino	Peso: 4,0	Obteve:
1. Não deixe o cabeçalho em branco.		5. A avaliação apresenta ___ questões.		
2. Leia as questões com atenção antes de respondê-las.		6. Respostas a lápis não serão revisadas.		
3. Não é permitida a troca de prova devido a rasuras.		7. As questões sem os respectivos cálculos ou rasuradas estarão automaticamente anuladas.		
4. Utilize caneta azul ou preta.		8. O tempo mínimo para entrega da avaliação é de 40 minutos.		

AVALIAÇÃO FINAL DA II UNIDADE

1) Uma parábola é descrita pela função $f(x) = 4x^2 - 16x$. Qual é a soma das coordenadas do vértice dessa parábola?

2) Na imagem a seguir, é possível perceber dois triângulos que compartilham parte de dois lados. Sabendo que os segmentos BA e DE são paralelos, qual a medida de x?



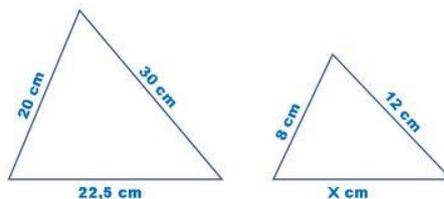
- a) 210 m b) 220 m c) 230 m d) 240 m e) 250 m

3) Para descobrir a altura de um prédio, Luiz mediu a sombra do edifício e, em seguida, mediu sua própria sombra. A sombra do prédio mediu 7 metros, e a de Luiz, que tem 1,6 metros de altura, mediu 0,2 metros. Qual a altura desse prédio?

4) (UFRN) Numa projeção de filme, o projetor foi colocado a 12 m de distância da tela. Isto fez com que aparecesse a imagem de um homem com 3 m de altura. Numa sala menor, a projeção resultou na imagem de um homem com apenas 2 m de altura. Nessa nova sala, a distância do projetor em relação a tela era de:

- a) 18m b) 8m c) 36m d) 9m e) 15m

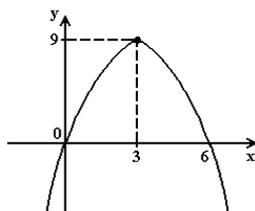
5) Sabendo que os triângulos abaixo são semelhantes, determine:



- a) O valor de X. b) A razão entre os triângulos.

6) Em uma apresentação aérea de acrobacias, um avião a jato descreve um arco no formato de uma parábola de acordo com a seguinte função $y = -x^2 + 60x$. Determine a altura máxima atingida pelo avião.

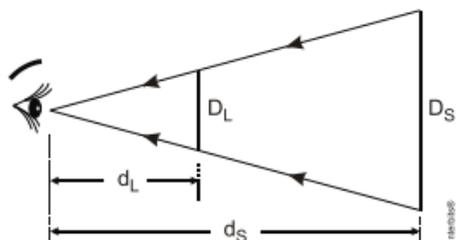
7) O gráfico da função $y=ax^2+bx+c$ é a parábola da figura a seguir. Qual o valor que determina o crescimento e decrescimento da parábola?



8) André e seu filho estão parados em uma calçada e o sol incide sobre eles projetando suas sombras. O filho de André tem 1,20m de altura e a sua sombra mede 2m, já a sombra de André mede 3m. A altura de André é:

- 50 cm a mais que a de seu filho.
- 60 cm a mais que a de seu filho.
- 1m a mais que a de seu filho.
- 20 cm a mais que a de seu filho.
- 80 cm a mais que a de seu filho.

9) (Ufpa 2012) Em 29 de maio de 1919, em Sobral (CE), a teoria da relatividade de Einstein foi testada medindo-se o desvio que a luz das estrelas sofre ao passar perto do Sol. Essa medição foi possível porque naquele dia, naquele local, foi visível um eclipse total do Sol. Assim que o disco lunar ocultou completamente o Sol foi possível observar a posição aparente das estrelas. Sabendo-se que o diâmetro do Sol é 400 vezes maior do que o da Lua e que durante o eclipse total de 1919 o centro do Sol estava a 151 600 000 km de Sobral, é correto afirmar que a distância do centro da Lua até Sobral era de



- no máximo 379 000 km
- no máximo 279 000 km
- no mínimo 379 000 km
- no mínimo 479 000 km
- exatamente 379 000 km

10) A respeito da função do segundo grau $f(x) = x^2 - 6x + 8$, assinale a alternativa correta.

- As raízes dessa função são 0 e 4.
- A coordenada x do vértice é igual a 1.
- A coordenada x do vértice é igual a -3.
- A coordenada y do vértice é igual a 3.
- A coordenada y do vértice é igual a -1.



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

PARA O(A) ALUNO(A): _____

Você aluno(a) está sendo convidado(a) a participar, **como voluntário(a)**, de uma atividade de pesquisa do Programa de Pós-Graduação em Astronomia, Mestrado Profissional, da Universidade Estadual de Feira de Santana – UEFS. O título da Pesquisa é “**UMA PROPOSTA DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA CONTEXTUALIZADA NA ASTRONOMIA**” e tem como objetivo produzir o trabalho de conclusão de curso do mestrando/pesquisador **Welberton Rios da Silva**.

Os resultados desta pesquisa e imagem do(a) aluno(a), poderão ser publicados e/ou apresentados em encontros e congressos sobre Ensino e Astronomia. As informações obtidas por meio dos relatos (anotações, questionários ou entrevistas) serão confidenciais e asseguramos sigilo sobre sua identidade. Os dados serão publicados de forma que não seja possível a sua identificação. É garantida a liberdade da retirada de consentimento a qualquer momento, bem como a participação nas atividades da pesquisa. Em caso de dúvida sobre a pesquisa você poderá entrar em contato com o pesquisador responsável.

PARA OS PAIS OU RESPONSÁVEIS:

Após ler com atenção este documento e ser esclarecido(a) de quaisquer dúvidas, caso aceite a participação da criança ou adolescente na pesquisa, preencha o parágrafo abaixo e assine ao final deste documento, que está em duas vias, uma delas é sua e a outra é do pesquisador responsável.

Eu, _____, responsável pelo(a) aluno(a) _____,

nascido(a) em ____/____/_____, autorizo a participação do(a) aluno(a) na pesquisa, e permito gratuitamente, **Welberton Rios da Silva**, responsável pela pesquisa, o uso da imagem do(a) referido(a) aluno(a), em trabalhos acadêmicos e científicos, bem como autorizo o uso ético da publicação dos relatos provenientes deste trabalho. Declaro que recebi uma cópia do presente Termo de Consentimento. Por ser verdade, dato e assino em duas vias de igual teor.

_____ de _____ de 2022

Assinatura do responsável pelo(a) aluno(a)

Contatos: Orientador(a) Responsável: **Prof. Dr. Marildo Geraldête Pereira**.

E-mails: mgpereira@uefs.br e welbertonfsa@hotmail.com

Telefone: (75) 3161--8289.

Endereço: Av. Transnordestina, S/N. Bairro Novo Horizonte. CEP: 44036-900. Feira de Santana Bahia.

Assinaturas: _____ Orientador: **Prof. Dr. Marildo Geraldête Pereira**
 _____ Coorientador: **Prof. Dr. Jean Paulo dos Santos Carvalho**
 _____ Discente: **Prof. Welberton Rios da Silva**