



Universidade Estadual de Feira de Santana
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação

Computação Evolutiva para Otimização de Carteiras de Estratégias de Negociação no Mercado Financeiro

Anderson Cerqueira Guedes

Feira de Santana

2022



Universidade Estadual de Feira de Santana
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação

Anderson Cerqueira Guedes

Computação Evolutiva para Otimização de Carteiras de Estratégias de Negociação no Mercado Financeiro

Dissertação apresentada à Universidade Estadual de Feira de Santana como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

Orientador: Angelo Conrado Loula

Coorientador: Carlos Alberto Rodrigues

Feira de Santana

2022

Ficha Catalográfica - Biblioteca Central Julieta Carteado - UEFS

G957 Guedes, Anderson Cerqueira

Computação evolutiva para otimização de carteiras de estratégias de negociação no mercado financeiro / Anderson Cerqueira Guedes. – 2022.
167 f.: il.

Orientador: Angelo Conrado Loula.

Coorientador: Carlos Alberto Rodrigues.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Feira de Santana, Programa de Pós-graduação em Ciência da Computação, Feira de Santana, 2022.

1. Computação evolutiva. 2. Estratégia de negociação automatizada. 3. Mercado financeiro. I. Título. II. Loula, Angelo Conrado, orient. III. Rodrigues, Carlos Alberto, coorient. IV. Universidade Estadual de Feira de Santana.

CDU 004:007.5:336.76


Anderson Cerqueira Guedes

Computação Evolutiva para Otimização de Carteiras de Estratégias de Negociação no Mercado Financeiro


Dissertação apresentada à Universidade Estadual de Feira de Santana como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

Feira de Santana, 28 de Novembro de 2022


BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 ANGELO CONRADO LOULA
Data: 28/11/2022 15:47:29-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Angelo Conrado Loula (Orientador(a))
Universidade Estadual de Feira de Santana

Documento assinado digitalmente
 REINALDO AUGUSTO DA COSTA BIANCHI
Data: 29/11/2022 13:41:11-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Reinaldo Augusto da Costa Bianchi
Centro Universitário FEI

Documento assinado digitalmente
 ANGELO AMANCIO DUARTE
Data: 29/11/2022 15:01:45-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Angelo Amâncio Duarte
Universidade Estadual de Feira de Santana

Abstract

The digitalization of the financial market has led to the emergence of automated trading strategies: the trading robots. While it is possible to use just one algorithm to perform financial operations, it has become common to create investment portfolios with several trading strategies. When performing market operations, it is possible to distribute the assets among the automated strategies in an arbitrary manner. Different configurations of these distributions, however, may lead to completely distinct levels of returns. Given a set of assets, the optimal distribution problem may be studied from a multi-objective perspective, as several market indices can be used to evaluate the strategy portfolio. A set of automated trading strategies in capital markets may be combined into a portfolio, aiming to maximize returns and minimize losses. The best combination for the portfolio requires assigning optimal weights to each strategy, considering different indicators from financial market. In this work, the application of evolutionary algorithms based on a lexicographical approach and based on NSGA-II are proposed to optimize a portfolio of automated strategies applied to the Brazilian futures market. The experiments study several financial indicators, with different rankings, as well as optimization and time period conditions, using historical data from mini futures contracts of Ibovespa and U.S. Dollar index. Experiments were performed in order to adjust the hyperparameters (e.g. initial population, crossover rate), evaluating the impact of the chosen objective functions and the time-frame window size, as well as the accumulated capital over the period. After the objective function experiments, the group of functions that optimized the Sortino ratio had superior accumulated capital in both evolutionary algorithms. In the experiments with varying time-frame window sizes, the “Highest Return” and the “Nearest Extreme Objective Values” NSGA solutions produced the highest average returns and also the highest average accumulated capital in all scenarios. Moreover, all evaluated solutions outperformed both the IPCA and the Selic benchmarks. Short In-Sample periods managed to reduce risk and also raised the return-to-risk ratio in Out-of-Sample time-frame windows. Longer Out-of-Sample periods, however, were able to raise profitability levels and the accumulated capital across the entire time series.

Keywords: evolutionary computing, multi-objective optimization, lexicographical approach, NSGA-II, portfolio optimization, futures contracts, *walk forward*

Resumo

A digitalização do mercado de capitais levou ao surgimento de estratégias de negociação automatizadas: os robôs investidores. Embora seja possível utilizar apenas um algoritmo para realizar operações financeiras, tornou-se comum a criação de carteiras de investimento com diversas estratégias de negociação. Ao realizar operações no mercado, é possível distribuir os ativos entre as estratégias automatizadas de maneira arbitrária. Diferentes configurações dessas distribuições, no entanto, podem levar a diferentes níveis de rentabilidades. Dado um conjunto de ativos, o problema da distribuição ótima pode ser estudado a partir de uma perspectiva multiobjetiva, pois diversos índices de mercado podem ser utilizados para avaliar a carteira de estratégias. Um conjunto de estratégias automatizadas de negociação pode ser disposto em um portfólio, buscando maximização de rendimentos e minimização de perdas. A melhor combinação para o portfólio requer a atribuição de pesos ótimos para cada estratégia, considerando diversos indicadores utilizados no mercado financeiro. Neste trabalho, é proposta a aplicação de um Algoritmo Evolutivo com abordagem lexicográfica e um Algoritmo Evolutivo baseado no NSGA-II para otimizar um portfólio de estratégias automatizadas aplicadas ao mercado futuro brasileiro. Os experimentos consideram diferentes indicadores financeiros, com diferentes ordenações, além de condições de otimização e de variações temporais, aplicando dados históricos de minicontratos do índice futuro do Ibovespa e do dólar. Experimentos foram realizados com o intuito de ajustar vários parâmetros, avaliando o impacto das funções-objetivo e do tamanho dos períodos de tempo, além do capital acumulado ao longo do período. Após os experimentos com funções-objetivo, o grupo de funções que otimizou o índice de Sortino obteve capital acumulado superior nos dois algoritmos evolutivos. Nos experimentos com tamanhos de janelas, as soluções do NSGA de “Maior Retorno” e “Próximo ao Ideal” produziram as maiores médias de retorno e capital acumulado em todos os cenários e todas as soluções obtiveram desempenho superior ao IPCA e à Selic. Períodos *In-Sample* curtos reduziram o risco e elevaram a proporção entre retorno e risco em janelas *Out-of-Sample*. Os períodos *Out-of-Sample* mais extensos, no entanto, elevaram a rentabilidade e o capital acumulado em toda a série temporal.

Palavras-chave: computação evolutiva, otimização multiobjetivo, abordagem lexicográfica, NSGA-II, otimização de portfólio, contratos futuros, *walk forward*

Prefácio

Esta dissertação de mestrado foi submetida à Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS) como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ciência da Computação.

A dissertação foi desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação (PGCC), tendo como orientador o Prof. Dr. **Angelo Conrado Loula**. O Prof. Dr. **Carlos Alberto Rodrigues** foi coorientador(a) deste trabalho.

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, pelo inestimável apoio e atenção dedicados desde o início da minha existência e pelos importantes exemplos que colaboraram para o meu constante aprimoramento como indivíduo.

Aos orientadores deste trabalho, Angelo e Carlos, que estiveram presentes sempre que possível. Agradeço a paciência, a colaboração, os conselhos e as valiosas correções que contribuíram para o andamento deste trabalho e o meu desenvolvimento como pesquisador.

Aos professores das disciplinas ministradas durante o mestrado e integrantes do PGCC, meu agradecimento pelos ensinamentos e importantes *feedbacks*, contribuições fundamentais para a minha formação.

Aos meus colegas de estudos, com quem convivi e compartilhei momentos igualmente agradáveis e difíceis para cumprir as diversas tarefas exigidas pelas disciplinas do curso. Graças à parceria de vocês, foi possível superar com mais leveza diversos obstáculos.

À UEFS e à comunidade universitária, por terem sido meu lar acadêmico durante tantos anos e pela infraestrutura oferecida para o desenvolvimento, avaliação e aplicação dos meus estudos.

“Why, Mr. Anderson?”

– Agent Smith

Sumário

Abstract	i
Resumo	ii
Prefácio	iii
Agradecimentos	iv
Lista de Publicações	viii
Lista de Tabelas	xiii
Lista de Figuras	xv
Lista de Abreviações	xvi
1 Introdução	1
1.1 Objetivos	3
2 Revisão Bibliográfica	5
2.1 Mercado de Capitais e Teoria de Portfólio	5
2.1.1 Mercado de Capitais	5
2.1.2 Teoria de Portfólio	8
2.2 Negociação Automatizada no Mercado de Capitais	11
2.3 Otimização Multi-Objetivo	12
2.3.1 Otimização a Priori	14
2.3.2 Otimização a Posteriori	16
2.4 Heurísticas de Otimização	16
2.4.1 Algoritmos Evolutivos	19
2.4.2 NSGA-II	21
2.5 <i>Backtest</i>	23
2.5.1 <i>Walk Forward</i>	24
2.6 Trabalhos Relacionados	25

3	Metodologia	33
3.1	Definição do Problema	34
3.1.1	Representação da solução	34
3.1.2	Objetivos	35
3.1.3	Formalização	37
3.2	Otimização de Portfólio	38
3.2.1	Algoritmo Evolutivo Lexicográfico	38
3.2.2	NSGA-II	45
3.2.3	Avaliação por <i>Walk Forward Backtesting</i>	46
3.2.4	Comparações e Avaliações Pós-Otimizações	48
3.3	Fonte de dados	50
3.3.1	Estratégias Automatizadas	53
3.4	Pré-Processamento e Análise Exploratória	53
3.4.1	Análise de Atividade e Desempenho das Estratégias	56
3.5	Ferramentas de Desenvolvimento	56
4	Resultados	59
4.1	Algoritmo Evolutivo Lexicográfico	59
4.1.1	Curva de Aptidão	60
4.1.2	Sementes	60
4.1.3	Tolerância	63
4.1.4	População	66
4.1.5	Recombinação	69
4.1.6	Percentual de Posições Alteradas	72
4.1.7	Percentual de Contratos Doados	75
4.1.8	<i>Backtest Walk Forward</i>	77
4.2	NSGA-II	88
4.2.1	Curvas de Aptidão	89
4.2.2	Fronteiras Aproximadas de Pareto	91
4.2.3	Distribuição de Contratos por Solução	95
4.2.4	Sementes	100
4.2.5	<i>Backtest Walk Forward</i>	104
4.3	Discussão	126
4.3.1	Algoritmo Evolutivo Lexicográfico	127
4.3.2	NSGA-II	130
4.3.3	Comparação de Desempenho dos Algoritmos	133
5	Conclusões	139
5.1	Trabalhos Futuros	142
	Referências	143

Lista de Publicações

Guedes, A. C., Loula, A. C., and Rodrigues, C. A. (2021). Otimização Evolutiva Lexicográfica de um Portfólio de Estratégias Automatizadas no Mercado Futuro Brasileiro. In *2021 ENIAC 18th National Meeting on Artificial and Computational Intelligence Online*, pages 458-469.

Lista de Tabelas

2.1	Principais Contratos Futuros e seus respectivos códigos (B3, 2020) . . .	7
2.2	Características dos Trabalhos Relacionados	32
3.1	Recorte da Tabela de Registros de Negociação da MetaRobos	51
3.2	Estratégias Inativas	52
4.1	Valores Médios e Intervalos de Confiança das Funções-Objetivo (20 Sementes)	62
4.2	Desvios Percentuais dos Valores Médios das Funções-Objetivo (20 Sementes)	62
4.3	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini (20 Sementes)	63
4.4	Desvios Percentuais dos Valores Médios para o Índice de Gini (20 Sementes)	63
4.5	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe (In-Sample) - Tolerância	64
4.6	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto (In-Sample) - Tolerância	64
4.7	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade (In-Sample) - Tolerância	65
4.8	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini - Tolerância	65
4.9	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado (Out-of-Sample) - Tolerância	65
4.10	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe (In-Sample) - Tamanho da População	67
4.11	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto (In-Sample) - Tamanho da População	67
4.12	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade (In-Sample) - Tamanho da População	67
4.13	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini - Tamanho da População	68
4.14	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado (Out-of-Sample) - Tamanho da População	69

4.15	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe (In-Sample) - Taxa de Recombinação	69
4.16	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto (In-Sample) - Taxa de Recombinação	70
4.17	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade (In-Sample) - Taxa de Recombinação	70
4.18	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini - Taxa de Recombinação	71
4.19	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado (Out-of-Sample) - Taxa de Recombinação	72
4.20	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe (In-Sample)- Taxa de Alteração das Posições	72
4.21	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto (In-Sample) - Taxa de Alteração das Posições	73
4.22	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade (In-Sample) - Taxa de Alteração das Posições	73
4.23	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini - Taxa de Alteração das Posições	73
4.24	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado (Out-of-Sample) - Taxa de Alteração das Posições	74
4.25	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe (In-Sample) - Percentual de Doação de Contratos	75
4.26	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto (In-Sample) - Percentual de Doação de Contratos	75
4.27	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade (In-Sample) - Percentual de Doação de Contratos	76
4.28	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini - Percentual de Doação de Contratos	76
4.29	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado (Out-of-Sample) - Percentual de Doação de Contratos	77
4.30	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe (In-Sample) - Funções-Objetivo	79
4.31	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe (Out-of-Sample) - Funções-Objetivo	79
4.32	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sortino (In-Sample) - Funções-Objetivo	79
4.33	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sortino (Out-of-Sample) - Funções-Objetivo	79
4.34	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto (In-Sample) - Funções-Objetivo	80
4.35	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto (Out-of-Sample) - Funções-Objetivo	80
4.36	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade (In-Sample) - Funções-Objetivo	80

4.37	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade (Out-of-Sample) - Funções-Objetivo	80
4.38	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Semidesvio Inferior (In-Sample) - Funções-Objetivo	81
4.39	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Semidesvio Inferior (Out-of-Sample) - Funções-Objetivo	81
4.40	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Drawdown Máx. (In-Sample) - Funções-Objetivo	81
4.41	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Drawdown Máx. (Out-of-Sample) - Funções-Objetivo	81
4.42	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Calmar (In-Sample) - Funções-Objetivo	82
4.43	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Calmar (Out-of-Sample) - Funções-Objetivo	82
4.44	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini - Funções-Objetivo	83
4.45	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado (Out-of-Sample) - Funções-Objetivo	83
4.46	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Contratos Acumulados por Estratégia - Funções-Objetivo	84
4.47	Valores Médios e Intervalos de Confiança das Funções-Objetivo com Baseline (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS	86
4.48	Valores Médios e Intervalos de Confiança das Funções-Objetivo (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS	86
4.49	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini - Tamanho das Janelas IS/OS	87
4.50	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS	87
4.51	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Contratos Acumulados por Estratégia - Tamanho das Janelas IS/OS	88
4.52	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe - Soluções Relevantes (20 Sementes)	101
4.53	Desvios Percentuais dos Valores Médios para Sharpe - Soluções Relevantes (20 Sementes)	101
4.54	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto - Soluções Relevantes (20 Sementes)	102
4.55	Desvios Percentuais dos Valores Médios para Retorno Composto - Soluções Relevantes (20 Sementes)	102
4.56	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade - Soluções Relevantes (20 Sementes)	102
4.57	Desvios Percentuais dos Valores Médios para Volatilidade - Soluções Relevantes (20 Sementes)	103
4.58	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini - Soluções Relevantes (20 Sementes)	103

4.59	Desvios Percentuais dos Valores Médios para o Índice de Gini - Soluções Relevantes (20 Sementes)	104
4.60	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe das Soluções Relevantes (In-Sample) - Grupo A	105
4.61	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto das Soluções Relevantes (In-Sample) - Grupo A	105
4.62	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade das Soluções Relevantes (In-Sample) - Grupo A	106
4.63	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sortino das Soluções Relevantes (In-Sample) - Grupo B	106
4.64	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto das Soluções Relevantes (In-Sample) - Grupo B	106
4.65	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Semidesvio Inferior das Soluções Relevantes (In-Sample) - Grupo B	107
4.66	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto das Soluções Relevantes em Comum (In-Sample) - Grupos A e B	107
4.67	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Grupo A	108
4.68	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Grupo A	108
4.69	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Grupo A	109
4.70	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sortino das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Grupo B	109
4.71	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Grupo B	110
4.72	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Semidesvio Inferior das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Grupo B	110
4.73	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto das Soluções Relevantes em Comum (Out-of-Sample) - Grupos A e B	110
4.74	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Calmar das Soluções Relevantes em Comum (Out-of-Sample) - Grupos A e B	111
4.75	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Drawdown Máx. das Soluções Relevantes em Comum (Out-of-Sample) - Grupos A e B	111
4.76	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini (Soluções Relevantes) - Grupo A	112
4.77	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini (Soluções Relevantes) - Grupo B	112
4.78	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini (Soluções Relevantes em Comum) - Grupos A e B	112
4.79	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Grupo A	113
4.80	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Grupo B	114

4.81	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Contratos Acumulados por Estratégia - Função-Objetivo	115
4.82	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS	117
4.83	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS	117
4.84	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS	118
4.85	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sortino das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS	118
4.86	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Semidesvio das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS	119
4.87	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Calmar das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS	119
4.88	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Drawdown Máx. das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS	119
4.89	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini das Soluções Relevantes - Tamanho das Janelas IS/OS	120
4.90	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS (Parte 1)	121
4.91	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS (Parte 2)	121
4.92	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Contratos Acumulados por Estratégia - Tamanho das Janelas IS/OS	126
4.93	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe (Out-of-Sample) - Lexicográfico vs. Soluções Relevantes do NSGA	134
4.94	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto (Out-of-Sample) - Lexicográfico vs. Soluções Relevantes do NSGA	135
4.95	Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade (Out-of-Sample) - Lexicográfico vs. Soluções Relevantes do NSGA	135
4.96	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado (Out-of-Sample) - Lexicográfico vs. Soluções Relevantes do NSGA (Parte 1)	136
4.97	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado (Out-of-Sample) - Lexicográfico vs. Soluções Relevantes do NSGA (Parte 2)	136
4.98	IPCA e Selic - Taxas Anuais	136
4.99	IPCA e Selic - Taxas Acumuladas	137
4.100	Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Retorno Composto Total (Out-of-Sample) - Tamanho de Janelas IS/OS	137

Lista de Figuras

2.1	Sobrevivência de indivíduos no NSGA-II (Adaptado de Deb et al. (2002) e Blank (2021))	23
3.1	Etapas do Algoritmo Evolutivo Lexicográfico	40
3.2	Exemplo de Recombinação	42
3.3	Exemplo de modificação por Quantidade de Posições Alteradas	43
3.4	Exemplo de aplicação do <i>walk forward</i> usando janelas <i>In-Sample</i> (verde) e <i>Out-of-Sample</i> (laranja), com passo de tamanho três (azul-escuro)	46
3.5	Exemplo de aplicação do <i>walk forward</i> para as configurações 3/3, 3/6, 6/3 e 6/6 em uma série temporal com 54 meses	47
3.6	Estratégias Ativas por Janela	52
3.7	Lucro Acumulado Diário (Portfólio)	55
3.8	Capital Acumulado Diário (Portfólio)	55
3.9	Volume de Contratos, Volume Financeiro e Alavancagem - Remoção de Registros com Inatividade	57
3.10	Capital Acumulado por Estratégia	58
4.1	Curvas de Aptidão para Sharpe, Retorno e Volatilidade (Lexicográfico) 61	
4.2	Capital Acumulado Médio do Portfólio (<i>Out-of-Sample</i>) - Tolerância (Lexicográfico)	66
4.3	Capital Acumulado Médio do Portfólio (<i>Out-of-Sample</i>) - Tamanho da População (Lexicográfico)	68
4.4	Capital Acumulado Médio do Portfólio (<i>Out-of-Sample</i>) - Taxa de Recombinação (Lexicográfico)	71
4.5	Capital Acumulado Médio do Portfólio (<i>Out-of-Sample</i>) - Taxa de Alteração das Posições (Lexicográfico)	74
4.6	Capital Acumulado Médio do Portfólio (<i>Out-of-Sample</i>) - Percentual de Doação de Contratos (Lexicográfico)	77
4.7	Capital Acumulado Médio do Portfólio (<i>Out-of-Sample</i>) - Funções-Objetivo (Lexicográfico)	84
4.8	Média de Contratos Acumulados por Estratégia - Funções-Objetivo (Lexicográfico)	85

4.9	Capital Acumulado Médio do Portfólio (<i>Out-of-Sample</i>) - Tamanho das Janelas (Lexicográfico)	88
4.10	Média de Contratos Acumulados por Estratégia - Tamanho das Janelas (Lexicográfico)	89
4.11	Curvas de Aptidão para Sharpe, Retorno e Volatilidade (NSGA) . . .	90
4.12	Fronteira de Pareto Aproximada (Retorno Composto x Volatilidade) - Grupo A (NSGA)	92
4.13	Fronteira de Pareto Aproximada (Sharpe x Retorno Composto) - Grupo A (NSGA)	93
4.14	Fronteira de Pareto Aproximada (Sharpe x Volatilidade) - Grupo A (NSGA)	93
4.15	Fronteira de Pareto Aproximada (Retorno Composto x Volatilidade) - Grupo B (NSGA)	94
4.16	Fronteira de Pareto Aproximada (Sharpe x Retorno Composto) - Grupo B (NSGA)	95
4.17	Fronteira de Pareto Aproximada (Sharpe x Volatilidade) - Grupo B (NSGA)	96
4.18	Portfólios Ordenados por Sharpe - Grupo A (NSGA)	97
4.19	Portfólios Ordenados por Retorno Composto - Grupo A (NSGA) . . .	97
4.20	Portfólios Ordenados por Volatilidade - Grupo A (NSGA)	98
4.21	Portfólios Ordenados por Sortino - Grupo B (NSGA)	99
4.22	Portfólios Ordenados por Retorno Composto - Grupo B (NSGA) . . .	99
4.23	Portfólios Ordenados por Semidesvio Inferior - Grupo B (NSGA) . . .	100
4.24	Capital Acumulado Médio das Soluções Relevantes (<i>Out-of-Sample</i>) - Grupo A (NSGA)	114
4.25	Capital Acumulado Médio das Soluções Relevantes (<i>Out-of-Sample</i>) - Grupo B (NSGA)	115
4.26	Média de Contratos Acumulados por Estratégia - Funções-Objetivo (NSGA)	116
4.27	Capital Acumulado Médio das Soluções Relevantes (<i>Out-of-Sample</i>) - IS=3/OS=3 (NSGA)	123
4.28	Capital Acumulado Médio das Soluções Relevantes (<i>Out-of-Sample</i>) - IS=3/OS=6 (NSGA)	123
4.29	Capital Acumulado Médio das Soluções Relevantes (<i>Out-of-Sample</i>) - IS=6/OS=3 (NSGA)	124
4.30	Capital Acumulado Médio das Soluções Relevantes (<i>Out-of-Sample</i>) - IS=6/OS=6 (NSGA)	125
4.31	Média de Contratos Acumulados por Estratégia - Tamanho das Janelas (NSGA)	127

Lista de Abreviações

Abreviação	Descrição
B3	Brasil, Bolsa, Balcão
BM&F	Bolsa de Mercadorias e Futuros
CP	Conjunto Ótimo de Pareto
FO	Função-Objetivo
FP	Fronteira de Pareto
GA	Algoritmo Genético (<i>Genetic Algorithm</i>)
IS	<i>In-Sample</i>
NSGA	Algoritmo Genético de Ordenação Não-Dominado (<i>Non-dominated Sorted GA</i>)
OS	<i>Out-of-Sample</i>
RE	Retorno Composto
SH	Índice de Sharpe
SO	Índice de Sortino
SD	Semidesvio Negativo
WDO	Minicontratos Futuros de Taxa de Câmbio de Reais por Dólar Comercial
WIN	Minicontratos Futuros do Índice Bovespa
WTr	WebTrading BM&F
VO	Volatilidade

Capítulo 1

Introdução

Os avanços tecnológicos nas últimas décadas levaram à digitalização de informações em diversas áreas. O sistema financeiro foi um dos principais beneficiados; em particular, o mercado de capitais. Esse processo de digitalização no campo financeiro, segundo Paraná (2017), foi iniciado em meados da década de 1980. No Brasil, as mudanças ocorreram um pouco mais tarde, a partir de 1992. A automação das negociações de ativos em Bolsa de Valores produziu diversos efeitos, a saber: aumento na velocidade de operações realizadas diariamente; redução do custo operacional ao reduzir – progressivamente – o fator humano; eventual elevação da rentabilidade líquida dos investimentos (Paraná, 2017).

Esse processo, no entanto, não ocorreu de forma imediata. As técnicas de negociação foram incorporadas em algoritmos que, gradualmente, foram inseridos no mercado. A análise quantitativa de finanças - que emprega análise matemática, probabilidade e estatística - acabou superando a tradicional análise técnica em popularidade, pois era mais simples de codificar em um programa de computador (Lo et al., 2000). Os algoritmos de negociação automatizada, denominados “robôs investidores”, se aperfeiçoaram desde então. De acordo com Hayes (2019), a empresa norte-americana Betterment foi pioneira ao lançar o primeiro robô para aconselhamento em finanças no ano de 2014. Em 2017, estimou-se que mais da metade das negociações foram realizadas por tais algoritmos nos Estados Unidos. Nesse mesmo período, robôs respondiam por mais de 40% de todas as compras e vendas diárias na bolsa de valores do Brasil, segundo Paraná (2017).

De acordo com Dunleavey (2013), o robô desenvolvido pela empresa Betterment foi uma consequência das implicações geradas por estudos independentes da área de Finanças, realizados por Fama (1991), Shiller (2015) e Hansen (2012). Estes, por sua vez, foram desenvolvidos a partir da Teoria Moderna de Portfólio (Markowitz, 1952). Segundo o estudo original de Markowitz (1952), a carteira de investimentos (também denominada como “portfólio”) deve reunir ativos diversificados, com o objetivo de maximizar o retorno do capital investido para um nível de risco aceitável ou minimizar o risco do grupo de ativos para uma determinada quantia de capital

investido. Outros trabalhos também contribuíram com fatores para avaliar os rendimentos esperados para um determinado portfólio. O índice de Sharpe (1966), por exemplo, avalia a segurança de um investimento em relação a um ativo com risco ideal nulo. O índice beta (Merton, 1973), por sua vez, representa a sensibilidade de um ativo em relação ao risco que surge independentemente da diversificação da carteira.

Não obstante, esses não são os únicos aspectos considerados por uma estratégia automatizada. Um robô pode tirar vantagem ao empregar um ou mais tipos de análise, tais como a fundamental, estatística e técnica (e.g. média móvel) (Johnston, 2019). Dependendo da combinação de técnicas, os retornos esperados obtidos pelas estratégias automatizadas podem ser diferentes. Portanto, determinar a estratégia ideal para um investimento em particular é uma tarefa complexa.

Para superar essa dificuldade, é possível utilizar os mesmos princípios de diversificação de ativos desenvolvidos por Markowitz (1952), combinando diversos robôs em uma carteira de estratégias. O objetivo, nesse caso, é maximizar os rendimentos e minimizar as perdas, considerando as estratégias automatizadas como os ativos. Obter a melhor combinação, no entanto, requer a atribuição de pesos ótimos para cada estratégia utilizada na carteira.

Nessas circunstâncias, a busca por pesos ideais pode ser caracterizada como um problema de otimização. Esse tipo de problema requer uma ou mais soluções viáveis, que obtem valores máximos (ou mínimos) para um ou mais objetivos que satisfaçam eventuais restrições (Deb, 2001). Caso exista apenas um objetivo, o problema é “mono-objetivo” (e.g. maximizar retorno) e se houver solução, ela é denominada “ótima”. Se houver mais de um objetivo, a otimização é denominada “multiobjetivo”. Um exemplo de problema multiobjetivo na área de finanças seria a busca simultânea por um risco mínimo e um rendimento máximo. Em particular, o valor máximo de um objetivo leva à redução do valor correspondente ao outro objetivo. Nesse caso, portanto, não é possível obter uma única solução que seja capaz de otimizar todos os objetivos simultaneamente. Como consequência, um método capaz de tratar esse problema de otimização pode produzir um conjunto de soluções igualmente ótimas, denominado “Fronteira Ótima de Pareto” (Kaucic et al., 2019). Normalmente, a tarefa para encontrar tais soluções é executada por alguma rotina computacional (Deb, 2001).

Na Ciência da Computação, os métodos de otimização multiobjetivos são objetos de estudo em diversas áreas, inclusive em um dos ramos da Inteligência Computacional: a Computação Evolutiva (Ertenlice and Kalayci, 2018). Essa área de pesquisa é inspirada no processo de evolução natural, relacionando-o com o estilo de resolver problemas por tentativa e erro (Eiben and Smith, 2015). Os métodos da Computação Evolutiva são os Algoritmos Evolutivos, que representam soluções-candidatas como indivíduos de uma população. Uma função de qualidade, que deve ser maximizada (ou minimizada), é aplicada aos indivíduos como uma medida de aptidão das soluções. Com base nessa aptidão, as melhores soluções-candidatas são selecionadas

para gerar novos candidatos através de operadores de variação (recombinação e mutação). As soluções mais aptas da população resultante são, por fim, selecionadas para a próxima geração. Por fim, o processo é repetido até que uma ou mais soluções com o mínimo de aptidão aceitável sejam obtidas (Eiben and Smith, 2015).

A Computação Evolutiva pode ser dividida em três ramos independentes (Bianchi et al., 2009): Programação Evolutiva (Fogel, 1998), Estratégias Evolutivas (Huning, 1976) e Algoritmo Genético (Holland, 1992). Algoritmos pertencentes às duas primeiras categorias buscam - majoritariamente - solucionar problemas de otimização contínua, enquanto a última categoria trata de problemas mais específicos como a otimização discreta e combinatória (Bianchi et al., 2009).

A aplicação de métodos computacionais em otimização de portfólios de ativos convencionais (e.g. ações, fundos de investimento) foi abordada em diversos estudos. Chou et al. (2017), Lwin et al. (2017), Zhang and Li (2007), Huang (2012) e Ponsich et al. (2013) são alguns exemplos.

Os artigos de Aguilar-Rivera et al. (2015) e Gorgulho et al. (2012) versam, especificamente, sobre a aplicação de técnicas de Computação Evolutiva em problemas de finanças. Não obstante, foram encontrados poucos trabalhos sobre a atribuição de pesos ótimos a carteiras de estratégias em sistemas de negociação automatizados, como os realizados por Raudys (2013) e Cacique and Pereira (2020).

Tendo em vista a complexidade envolvida na obtenção de pesos ótimos para um portfólio de estratégias automatizadas, métodos de Computação Evolutiva - como os Algoritmos Evolutivos, são adequados para realizar a tarefa de encontrar as melhores soluções no espaço de busca do problema em questão. Portanto, esse trabalho propõe a aplicação, avaliação e comparação de heurísticas de otimização da Computação Evolutiva, com o objetivo de determinar as melhores soluções (i.e. distribuição de ativos) para uma carteira de estratégias automatizadas.

1.1 Objetivos

O objetivo principal desse trabalho é avaliar a aplicação de algoritmos evolutivos para otimização multiobjetivo do problema de distribuição de pesos aplicados a um portfólio de estratégias automatizadas no mercado financeiro do Brasil.

Objetivos Específicos

1. Formalizar o problema de obter pesos ótimos para as estratégias automatizadas, definindo matematicamente as funções-objetivo com o intuito de maximizar o retorno, minimizar o risco e maximizar a razão retorno/risco;
2. Implementar algoritmo evolutivo de otimização *a priori* com uma abordagem lexicográfica para obter uma solução ótima para o problema proposto;

3. Implementar algoritmo evolutivo de otimização *a posteriori* (NSGA-II) para obter um conjunto de soluções ótimas para o problema proposto;
4. Avaliar comportamento dos algoritmos propostos, hiperparâmetros dos algoritmos, combinações de funções-objetivo e variações de tamanhos de janela *walk forward*;
5. Comparar o desempenho dos algoritmos propostos com a solução composta por uma distribuição equitativa de contratos entre as estratégias.

Ao cumprir os objetivos, espera-se que as questões de pesquisa a seguir sejam respondidas:

- Qual o desempenho das soluções propostas em períodos de otimização e validação?
- Qual o impacto da escolha das funções-objetivo?
- Qual o impacto da variação do tamanho das janelas de otimização e validação?
- Como se posicionam as soluções propostas pelo algoritmo *a priori* em relação às soluções propostas pelo algoritmo *a posteriori*?

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Mercado de Capitais e Teoria de Portfólio

Após a invenção do papel-moeda, a separação entre operações de compra e venda tornou-se mais evidente, o que facilitou o desenvolvimento e o aperfeiçoamento do comércio. O mercado financeiro surgiu como consequência desse aprimoramento, sendo definido como o conjunto de todas as atividades de compra e venda de ativos financeiros. Alguns exemplos de ativos negociáveis nesse mercado são: títulos de dívida (e.g. debêntures); títulos patrimoniais (e.g. ações), onde os investidores se tornam sócios da empresa; derivativos (e.g. contratos). Embora seja possível negociar apenas um ativo no mercado, é comum que um investidor reúna diversos ativos em uma carteira de investimentos com o objetivo de ampliar os seus rendimentos. Visando a compreensão dos principais fatores que afetam as negociações financeiras e a composição de um portfólio eficiente, as seções seguintes abordam conceitos relacionados ao mercado de capitais e à Teoria de Portfólio de Markowitz (1952).

2.1.1 Mercado de Capitais

O mercado financeiro pode ser dividido em vários segmentos, sendo o mercado de capitais um dos mais relevantes para a economia moderna. Ao emprestar seus recursos às empresas nesse ambiente de negociação, os investidores recebem títulos que representam os termos de concordância estabelecidos, denominados “valores mobiliários”. Logo, o mercado de capitais pode ser conceituado como o ramo do mercado financeiro onde são criadas condições para que empresas consigam captar recursos diretamente dos investidores por meio da emissão de títulos, visando o financiamento de suas atividades ou a viabilização do projeto de investimentos (BRASIL, 2014).

Existem dois tipos de mercado de capitais: primário e secundário. Quando um instrumento financeiro é disponibilizado para negociação pela primeira vez, ele é vendido no mercado primário (Fabozzi and Drake, 2009). Logo, esse tipo de mercado é destinado ao levantamento de capital, em que o capital flui do investidor para a

empresa sem intermediários. Esse tipo de mercado facilita a alocação de capital de risco para projetos com potencial de gerar rendimentos futuros. A desvantagem é que o resgate dos investimentos pode levar décadas, o que afasta investidores de curto prazo (Dastidar, 2017).

No mercado secundário, o risco do investimento é transferido de um investidor para o outro; a empresa que deu origem aos títulos de ações, por exemplo, não participa desse mercado. Essa modalidade de negociação permite que investidores tenham flexibilidade nas janelas de tempo de investimento, permitindo a saída de uma posição baseada em demandas de liquidez ou valorizações emergentes de mercado (Dastidar, 2017).

Contratos Futuros

Um dos tipos de ativos frequentemente negociados no mercado secundário são os títulos de renda variável, que abrangem contratos e minicontratos futuros. Para compreender os contratos de futuros, é necessário abordar as principais formas de negociação que ocorrem no mercado de capitais. Estas podem ser realizadas de duas maneiras: à vista e à prazo. Na modalidade à vista, o vendedor entrega as ações em até três dias úteis após a negociação. Na negociação à prazo, duas categorias estão semanticamente relacionadas: o mercado a termo e o mercado de futuros.

No mercado a termo, contratos são negociados visando a compra ou venda de ações em quantidades específicas, cuja liquidação é feita em uma data futura, segundo um prazo e preço pré-estabelecidos e determinados. Os preços dos contratos dependem do valor à vista da ação no mercado e da taxa de juros esperada para o período em que o contrato foi estabelecido. Nesse tipo de negociação, o sistema de compensação e liquidação da bolsa exige uma quantia depositada como garantia, que podem ser oferecidas em forma de cobertura ou margem. O depósito realizado pelo vendedor do ativo equivale à cobertura. A margem corresponde a um valor depositado, segundo regras do sistema da Bolsa, cujo objetivo é reduzir riscos de liquidação da negociação (BRASIL, 2014).

O mercado de futuros - considerado uma evolução do mercado a termo - negocia contratos liquidados em data futura, com preço pré-fixado. Segundo BRASIL (2014), esse preço depende do valor do ativo no mercado à vista e da taxa de juros esperada para o período do contrato. Embora o mercado futuro também exija um depósito como garantia - seja como cobertura ou margem, os contratos futuros estão sujeitos a ajustes diários de perdas e ganhos. Negociações em aberto são avaliadas todos os dias em relação a um valor de referência, denominado “preço de ajuste diário”. Esse preço é calculado de acordo com o valor médio dos negócios realizados com o ativo no mercado futuro. A liquidação dos contratos, por sua vez, é calculada segundo o preço médio das negociações realizadas com o ativo no mercado à vista na data de vencimento. Não obstante, um investidor pode optar por sair de sua posição por meio de uma operação inversa à que realizou (i.e. vender o ativo comprado ou vice-versa), desde que o ativo envolvido e o mês de negociação sejam os mesmos.

Tabela 2.1: Principais Contratos Futuros e seus respectivos códigos (B3, 2020)

Segmento	Contrato	Código de Negociação
Ações e Índice	Índice Bovespa Índice S&P500 Futuro de Ações	IND e WIN ISP e WSP B3SAO e outros
Taxa de Juros	Taxa DI Cupom Cambial de DI Taxa Selic Cupom de IPCA	DI1 DDI OC1 DAP IAP
Moedas	Dólar dos Estados Unidos Euro Libra Esterlina Iene Japonês Iuan Chinês Outras	DOL e WDO EUR GBR JAP CNY
Commodities	Boi Gordo Milho Café Soja Açúcar Etanol	BGI CCM ICF SFI ISU ETN

Ao fazer isso, diz-se que o investidor “zerou” sua posição e está livre da obrigação da liquidação física (i.e. transferência da propriedade do ativo para o comprador). Nesse contexto, a data de vencimento do contrato futuro equivale à última data em que as negociações podem ser encerradas por meio de uma operação inversa (BRASIL, 2014).

Existe ainda uma subcategoria dos contratos futuros. Denominados “minicontratos”, estes representam 10% do tamanho total de contratos ordinários, com poucas diferenças em suas características operacionais. No entanto, minicontratos só podem ser negociados em uma plataforma de negociação específica, a WebTrading BM&F (WTr). As ordens de negociação são inseridas diretamente pelo investidor, através de interface simplificada, no site da Corretora BM&F escolhida por ele (BRASIL, 2020).

A bolsa de valores oficial do Brasil - a B3 (Brasil Bolsa Balcão) - disponibiliza diversos contratos futuros e frequentemente cria novos contratos, quando identifica uma demanda de mercado. Os contratos futuros são classificados, basicamente, em quatro grandes segmentos: juros, moedas, índices e commodities (B3, 2020). A Tabela 2.1 mostra os principais contratos futuros negociados na B3.

2.1.2 Teoria de Portfólio

Com frequência, os investidores do mercado financeiro agrupam seus ativos em uma carteira de investimentos, com o objetivo de elevar seus rendimentos. Não obstante, um portfólio volátil reduz a previsibilidade dos retornos, sendo algo indesejável para os investidores. Portanto, a seleção de uma carteira deve ser feita com algum critério. Ao estudar esse problema, Markowitz (1952) apresentou a Teoria Moderna de Seleção de Carteiras de Ações, também conhecida como “Análise de Portfólio por Variância Média” (Fabozzi and Drake, 2009). De acordo com o artigo, o processo de seleção de carteiras pode ser dividido em duas etapas. A primeira é iniciada com observações e experimentos, resultando em estimativas sobre desempenhos futuros dos seguros disponíveis. A segunda etapa começa com estimativas relevantes sobre resultados futuros e termina com a escolha dos portfólios. O foco central do trabalho de Markowitz (1952) consiste nesta etapa. Primeiro, considera-se a regra em que o investidor maximiza o desconto dos retornos financeiros esperados ou antecipados. Depois, considera-se a regra em que o investidor considera o retorno como algo desejável e a variância desses retornos, por sua vez, algo indesejável. O trabalho ilustra, geometricamente, a relação entre os pressupostos e a escolha de portfólios de acordo com a regra de “retornos esperados versus variância de retornos”.

De acordo com Fabozzi and Drake (2009), portfólios que fornecem o maior retorno possível para um determinado nível de risco são denominados “portfólios eficientes”. Para construir um portfólio desse tipo, é necessário assumir algumas hipóteses. Uma das mais razoáveis é admitir que um investidor tem aversão a riscos. A partir dessa hipótese admite-se que, diante de um cenário em que é possível obter o mesmo retorno com níveis diferentes de risco, o investidor irá preferir aquele investimento com menor volatilidade. Se houver a possibilidade de escolher entre diversos portfólios, o investidor hipotético buscará maximizar o retorno de acordo com o seu nível de tolerância ao risco. Caso esses portfólios sejam eficientes, será denominado “portfólio ótimo” aquele que for escolhido pelo investidor (Fabozzi and Drake, 2009). Para auxiliar na seleção das carteiras, são utilizadas alguns índices de caracterização do portfólio: Retorno, Volatilidade e Índice de Sharpe.

Retorno

O retorno de um portfólio de ativos em um período específico de tempo equivale a uma soma ponderada dos retornos individuais de cada ativo. É calculado segundo a equação 2.1:

$$R_t = w_1r_1 + w_2r_2 + \dots + w_Nr_N = \sum_{i=1}^N w_i r_i \quad (2.1)$$

onde R_t corresponde à taxa de retorno do portfólio no período t , r_i é a taxa de retorno do ativo i , w_i é o peso do ativo no portfólio e N é o número de ativos.

Volatilidade

O risco de um portfólio depende dos ativos que o compõem. Ativos são denominados “arriscados” quando o seu retorno é incerto e acontecerá em um tempo futuro. Em contrapartida, ativos livres de risco são aqueles cujos retornos - embora ocorram em um instante futuro - são conhecidos com exatidão (Fabozzi and Drake, 2009). Markowitz (1952) quantificou os riscos de uma carteira de investimentos como a soma das variâncias dos investimentos e as covariâncias entre os investimentos.

Para uma carteira com dois ativos, a variância do portfólio pode ser obtida a partir da Equação 2.2:

$$\sigma^2(R_t) = w_i^2 \sigma^2(r_i) + w_j^2 \sigma^2(r_j) + 2.w_i.w_j.cov(r_i, r_j) \quad (2.2)$$

onde $cov(r_i, r_j)$ representa a covariância entre os retornos dos ativos i e j . As variâncias individuais dos retornos destes ativos são representadas, respectivamente, por $\sigma^2(r_i)$ e $\sigma^2(r_j)$.

Generalizando a Equação para N ativos, a variância do portfólio é dada pela Equação 2.3:

$$\sigma^2(R_t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i.w_j.cov(r_i, r_j) \quad (2.3)$$

A volatilidade equivale ao desvio-padrão do portfólio, que pode ser obtido facilmente a partir da variância calculada na Equação 2.3. Logo:

$$V_t = \sigma(R_t) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i.w_j.cov(r_i, r_j)} \quad (2.4)$$

onde $\sigma(R_t)$ é o desvio-padrão e V_t representa a volatilidade do portfólio para um período t (Equação 2.4).

Caso os retornos do portfólio sejam conhecidos, é possível obter a volatilidade de modo mais simples. Nessas circunstâncias, o risco equivale ao desvio padrão desses retornos, como mostra a Equação 2.5:

$$V_t = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (R_i - \mu_R)^2} \quad (2.5)$$

em que N equivale ao número de retornos no período total t , R é o retorno composto, i corresponde ao período de um dia e μ_R é a média dos retornos compostos no período t .

Índice de Sharpe

O índice criado por William Sharpe (1966) é uma medida da relação entre retorno e volatilidade. O risco do portfólio é, portanto, mensurado pelo desvio-padrão dos retornos dos ativos da carteira. O índice é calculado segundo a Equação 2.6:

$$SH_t = \frac{R_t - A}{V_t} \quad (2.6)$$

onde SH_t é o índice de Sharpe para o período t , R_t é o retorno do portfólio (Equação 2.1), A é o retorno dos ativos livres de risco e V_t é a volatilidade da carteira (Equação 2.4).

Semidesvio Negativo

Índices que avaliam a proporção entre o retorno de portfólio e o risco (e.g. Sharpe) podem levar a conclusões imprecisas, pois assumem que os retornos possuem uma distribuição normal e consideram não apenas a volatilidade negativa (i.e. prejuízos) mas a positiva (i.e. lucros) como fatores de risco (Chen, 2016). A premissa de avaliação do risco negativo é tratar tais volatilidades adequadamente, considerando retornos negativos como um fator de risco e retornos positivos como melhores oportunidades de investimento (Grootveld and Hallerbach, 1999). Essa avaliação condicional do risco pode ser feita entre dois ativos, através da semicovariância negativa:

$$semicov(r_i, r_j) = cov(r_i, r_j \mid r_i < \mu, r_j < \mu) = \langle \min [(r_i - \mu), 0] * \min [(r_j - \mu), 0] \rangle \quad (2.7)$$

$$SD_t = \sigma(R_t) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i \cdot w_j \cdot semicov(r_i, r_j)} \quad (2.8)$$

De forma análoga ao cálculo da Volatilidade, é possível obter o semidesvio de modo mais simples se os retornos do portfólio são conhecidos. Nesse cenário, portanto, o semidesvio inferior equivale ao desvio padrão dos retornos negativos do portfólio (Equação 2.9).

$$SD_t = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (R_i - \mu_R)^2} \quad (2.9)$$

desde que

$$R_i < 0$$

Índice de Sortino

Idealizado por Frank Sortino (Sortino et al., 2010), o Índice de Sortino faz parte do grupo de indicadores que avalia a razão entre o retorno e o risco de um portfólio. O índice se tornou popular devido ao seu desempenho superior ao de Sharpe em fundos de cobertura. Em vez de usar a Volatilidade como medida de risco, o índice de Sortino utiliza em seu denominador o Semidesvio Negativo dos retornos do portfólio. Esse indicador é calculado de acordo com a Equação 2.10:

$$SO_t = \frac{R_t - A}{SD_t} \quad (2.10)$$

onde SO_t é o índice de Sortino para o período t , R_t é o retorno do portfólio (Equação 2.1), A é o retorno dos ativos livres de risco e SD_t é o Semidesvio Negativo dos retornos (Equação 2.8).

2.2 Negociação Automatizada no Mercado de Capitais

Com os recentes avanços na área de engenharia financeira, tecnologia computacional, a análise quantitativa superou a tradicional análise técnica em popularidade. Os princípios da otimização de portfólios, por exemplo, são muito mais fáceis de codificar em um computador em comparação aos princípios da análise técnica (Lo et al., 2000).

Nas últimas quatro décadas, a “finança digitalizada” vem se materializando como uma nova forma de gerenciamento global de capitais. Devido a uma série de fatores - como a notória velocidade com que as atividades bancárias e financeiras estão sendo automatizadas, as negociações de compra e venda de ativos não ocorrem mais em pregões físicos, mas em poderosos computadores e centros de dados que funcionam 24 horas por dia em diversas partes do mundo. Isso levou ao desenvolvimento de algoritmos e estratégias de negociações automatizadas que operam em escala de tempo de milissegundos. Tais programas estão sendo desenvolvidos por físicos, astrofísicos, estatísticos, matemáticos e economistas, que estão substituindo os antigos compradores e vendedores diretos de ações em pregões (Paraná, 2017).

Segundo Domowitz and Yegerman (2006), a expressão “Negociação Automatizada” (ou *Algorithmic Trading*) é usada para descrever diversas funções com suporte a múltiplas negociações de ativos no contexto da estrutura do mercado financeiro. “Roteamento inteligente”, “Negociação Programada” e “Negociação Baseada em Regras” são alguns outros termos usados para descrever a negociação automatizada.

Algoritmos de negociação são usados principalmente por grandes casas de corretagem e investidores institucionais, que visam reduzir os custos associados com as negociações (Chen, 2019). Além disso, o tempo de negociação fracionado em seções infinitesimais pode levar a retornos financeiros bastante elevados (Paraná, 2017).

De acordo com Domowitz and Yegerman (2006), a negociação automatizada produz resultados benéficos para ordens de compra ou venda que totalizam até 10% do volume geral negociado. Outra vantagem do uso desses algoritmos é a possibilidade de executar rápida e intuitivamente as ordens de compra ou venda, uma característica muito relevante em mercados de câmbio. Isso significa que os investidores podem obter lucros significativos a partir de pequenas mudanças no preço da moeda (Chen, 2019).

Não obstante, a chamada “finança digitalizada” também proporciona todo um conjunto de acontecimentos, riscos e problemas atrelados à nova lógica de funcionamento do mercado. A crescente automatização do mercado de capitais no Brasil, por exemplo, é acompanhada por uma elevação significativa na quantidade e velocidade dos negócios realizados, aceleração dos processos, diminuição da parcela de pequenos investidores no mercado local, entre outros. Ao redor do planeta, observa-se a concentração e a ampliação de dificuldades para regular os mercados, o surgimento de fraudes e outros eventos catastróficos como os *flash crashes* (Paraná, 2017). Segundo Breedon et al. (2018), os algoritmos de negociação foram os maiores responsáveis pela perda de liquidez dos investidores após a remoção das limitações impostas à taxa de juros da moeda franco suíço em 2015.

2.3 Otimização Multi-Objetivo

Os conceitos introduzidos pela Teoria de Portfólio e os diversos indicadores de mercado (e.g. Índice de Sharpe) podem auxiliar o investidor a escolher uma configuração de portfólio mais adequada aos seus interesses, otimizando os retornos do investimento. Essa seção busca formalizar, de maneira mais ampla, os conceitos de otimização no contexto de um problema com múltiplas variáveis.

Segundo Deb (2001), a palavra “otimização” se refere ao processo de encontrar soluções viáveis de um problema que correspondam aos valores extremos de um ou mais objetivos. Uma função-objetivo (FO) é uma equação a ser maximizada (ou minimizada), cujas variáveis devem satisfazer certas restrições (Silva et al., 2016).

Se o problema de otimização modela um sistema que possui apenas uma função-objetivo, ele é denominado “mono-objetivo”. A otimização multi-objetiva, por sua vez, se refere à resolução de problemas onde se deve encontrar as melhores soluções que possuem duas ou mais FOs em conflito, sujeitas a eventuais restrições (Deb, 2001).

Na categoria de problemas de otimização, o espaço de busca é composto por n parâmetros, também denominados “variáveis de decisão”. As soluções obtidas no processo de otimização do FO são os “vetores de decisão” ou “vetores de soluções” (Silva et al., 2016). Um vetor de decisão \vec{x} é definido como:

$$\vec{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (2.11)$$

O processo de otimização equivale a variar os valores das variáveis de decisão com o intuito de encontrar as soluções ótimas para a FO. A notação para tais funções é $f_i(x)$ (Silva et al., 2016).

Problemas mono-objetivos podem ser formalizados da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar (ou maximizar)} f(\vec{x}) & (2.12) \\ & \text{sujeito a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(\vec{x}) &\geq 0, & i = 1, 2, \dots, m \\ h_i(\vec{x}) &= 0, & i = 1, 2, \dots, p \\ lb_i &\leq x_i \leq ub_i, & i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

onde \vec{x} equivale ao vetor de decisão, n representa o número de variáveis, m é o número de restrições em forma de inequações, p é o número de restrições em forma de igualdade, lb_i é o limite inferior da i -ésima variável e ub_i é o limite superior da i -ésima variável (Mirjalili and Dong, 2020).

A definição matemática para problemas multi-objetivos é mostrada a seguir:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar (ou maximizar)} : \overrightarrow{F(x)} = (f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x}), \dots, f_o(\vec{x})) & (2.13) \\ & \text{sujeito a :} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(\vec{x}) &\geq 0, & i = 1, 2, \dots, m \\ h_i(\vec{x}) &= 0, & i = 1, 2, \dots, p \\ lb_i &\leq x_i \leq ub_i, & i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

em que $\overrightarrow{F(x)}$ representa um vetor de FOs (Mirjalili and Dong, 2020).

Considerando um problema de maximização multi-objetivo, o conceito de dominância de Pareto - nomeado em homenagem a Vilfredo Pareto (Bui et al., 2008) - afirma que um vetor x_1 domina um vetor x_2 se cada componente do vetor $F_1(x)$ é maior ou igual a cada componente do vetor $F_2(x)$, onde pelo menos um componente de $F_1(x)$ é precisamente maior que $F_2(x)$ (Silva et al., 2016).

Para comparar duas soluções em um problema multi-objetivo, Pareto propôs um novo operador, denominado “dominância ótima de Pareto”. De acordo com esse operador, uma solução é superior a outra se apresentar valores de FOs ao menos iguais em todos os objetivos e for melhor em pelo menos um desses objetivos (Mirjalili and Dong, 2020).

Para um problema de maximização, um vetor \vec{x} domina um vetor \vec{y} - cuja relação é definida por $\vec{x} \prec \vec{y}$ - se:

$$\forall i \in (1, 2, 3, \dots, o) \quad (2.14)$$

$$[f_i(\vec{x}) \geq f_i(\vec{y})] \wedge [\exists i \in 1, 2, 3, \dots, o : f_i(\vec{x}) > f_i(\vec{y})]$$

Um vetor é considerado “Pareto-ótimo” se não há outro vetor no espaço de soluções que melhore qualquer $f_i(\vec{x})$ sem degradar ao menos outro $f_j(\vec{x})$ (Silva et al., 2016). Matematicamente (Mirjalili and Dong, 2020):

$$\{\nexists \vec{y} \in X \mid \vec{y} \prec \vec{x}\} \quad (2.15)$$

O conjunto de todas as soluções não-dominadas, representando as melhores relações custo-benefício entre as FOs, é denominado “conjunto ótimo de Pareto” (CP). Para um problema de maximização, o CP é definido como (Mirjalili and Dong, 2020):

$$CP := \{\vec{x}, \vec{y} \in X \mid \nexists \vec{y} \prec \vec{x}\} \quad (2.16)$$

A fronteira de Pareto (FP), por sua vez, equivale a uma projeção do CP onde são consideradas apenas as FOs (Mirjalili and Dong, 2020). A definição da FP é mostrada a seguir:

$$\forall i \in (1, 2, 3, \dots, o) \quad (2.17)$$

$$FP := \{f_i(\vec{x}) \mid \vec{x} \in CP\}$$

2.3.1 Otimização a Priori

Nessa modalidade, o decisor deve indicar as preferências relacionadas às FOs antes (*a priori*) de iniciar o processo de otimização. Logo, deve-se quantificar essas preferências e incorporá-las ao problema (Bui et al., 2008).

Um dos meios mais populares para realizar essa tarefa são os métodos de agregação, em que múltiplas FOs são combinadas em apenas um objetivo através de conjunto de pesos (Mirjalili and Dong, 2020). Essa otimização pode ser formalizada matematicamente como um problema de maximização, sem perda de generalidade, da seguinte forma:

$$\text{maximizar } f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^o w_i f_i(\vec{x}) \quad (2.18)$$

sujeito a

$$\begin{aligned} g(\vec{x}) &\geq 0, & i = 1, 2, \dots, m \\ h_i(\vec{x}) &= 0, & i = 1, 2, \dots, p \\ lb_i &\leq x_i \leq ub_i, & i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Abordagem Lexicográfica

Outra técnica para indicar as preferências do decisor é a abordagem lexicográfica. Para esse tipo de método, o decisor deve organizar as FOs em uma ordem de prioridade (Bui et al., 2008) que, nessa abordagem, é a ordenação lexicográfica. De acordo com Schröder (2003), a ordenação lexicográfica de dois conjuntos (x_1, \dots, x_n) e (y_1, \dots, y_n) é dada por $(x_1, \dots, x_n) \leq (y_1, \dots, y_n)$ se e somente se $(x_1, \dots, x_n) = (y_1, \dots, y_n)$ ou se existe um valor $k \in 1, \dots, n$ com $x_i = y_i$ para $i < k$ e $x_k < y_k$.

Nesse tipo de abordagem, portanto, duas soluções-candidatas são comparadas quanto à FO de maior prioridade. Caso uma solução tenha maior valor na FO de maior prioridade, esta solução é selecionada como solução do problema. Caso haja empate, as soluções são comparadas novamente, mas em relação à FO com a segunda maior prioridade. Esse processo de desempate é repetido até que não restem mais funções para avaliar na sequência de prioridade (Collette and Siarry, 2004). O método lexicográfico em um problema de maximização pode ser definido matematicamente em k passos - equivalentes ao número de funções-objetivo. A formalização a seguir foi adaptada a partir da definição dada por Collette and Siarry (2004):

- Ao avaliar a primeira FO na ordem de prioridade

$$\text{maximizar } f_1(\vec{x}) \tag{2.19}$$

sujeito a

$$\begin{aligned} g(\vec{x}) &\geq 0, & i = 1, 2, \dots, m \\ h_i(\vec{x}) &= 0, & i = 1, 2, \dots, p \\ lb_i &\leq x_i \leq ub_i, & i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

- Havendo um eventual empate na FO de maior prioridade, a próxima FO, com segunda maior prioridade é avaliada. Admitindo f_1^* como a solução do problema 2.19, o próximo passo é definido a seguir

$$\text{maximizar } f_2(\vec{x}) \tag{2.20}$$

sujeito a

$$\begin{aligned} f_1(\vec{x}) &= f_1^* \\ g(\vec{x}) &\geq 0, & i = 1, 2, \dots, m \\ h_i(\vec{x}) &= 0, & i = 1, 2, \dots, p \\ lb_i &\leq x_i \leq ub_i, & i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

- Admitindo que haja empate na avaliação das $(k - 1)$ FOs de maior prioridade, a definição matemática do último passo (k) pode ser generalizada da seguinte maneira

$$\begin{aligned} & \text{maximizar } f_k(\vec{x}) & (2.21) \\ & \text{sujeito a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1(\vec{x}) &= f_1^*, \dots, f_{k-1}(\vec{x}) = f_{k-1}^* \\ g(\vec{x}) &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ h_i(\vec{x}) &= 0, \quad i = 1, 2, \dots, p \\ lb_i &\leq x_i \leq ub_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Neste problema, a solução definitiva atribuída a \vec{x} é aquela que maximiza as FOs conforme ordem lexicográfica (Collette and Siarry, 2004).

De modo geral, a abordagem lexicográfica é útil para tratar problemas de otimização em que há poucos objetivos (dois ou três) (Castro-Gutiérrez et al., 2009). Além disso, o desempenho de um algoritmo com este tipo de abordagem está diretamente relacionado com a ordem de prioridade atribuída ao grupo de funções-objetivo.

Os efeitos causados pela variação da ordem lexicográfica são objeto de estudo neste trabalho. Maiores detalhes sobre as funções-objetivo escolhidas e suas respectivas prioridades são abordados na Seção 3.2.1.

2.3.2 Otimização a Posteriori

A abordagem *a posteriori* consiste em buscar e fornecer um CP, permitindo que a solução mais adequada seja selecionada de acordo com as preferências do decisor (Bui et al., 2008). Além disso, a formulação multi-objetiva do problema é mantida e todas as FOs são otimizadas de forma simultânea (Mirjalili and Dong, 2020).

Em uma otimização *a posteriori*, a dominância ótima de Pareto é utilizada como método de comparação das soluções. Logo, o algoritmo de otimização precisa armazenar as soluções não-dominadas como as melhores candidatas para a solução do problema (Mirjalili and Dong, 2020).

2.4 Heurísticas de Otimização

Segundo Castro (2006), um “problema” pode ser definido como um conjunto de informações a partir do qual algo será inferido ou extraído. O processo de resolução desse problema corresponde ao exercício de atividades ou à execução de uma sequência de atividades que resultam em um desempenho satisfatório ou em uma melhora relativa entre indivíduos que modelam uma possível solução. O processo que visa obter uma solução desejável ou uma melhoria de desempenho das possíveis soluções é denominado “busca”. Sendo uma modelagem computacional desse processo, um

algoritmo de busca recebe o problema como entrada e devolve uma solução como saída. Nesse contexto, os indivíduos que compõem o problema são vistos como soluções-candidatas (Castro, 2006).

A primeira etapa do processo de busca consiste em formular adequadamente o problema. Essa formulação, por sua vez, depende da quantidade de informações disponíveis. De acordo com Back et al. (1999), o processo de resolução do problema depende, essencialmente, de três fatores:

- **Representação:** é a codificação de possíveis soluções-candidatas (indivíduos) sujeitas a alterações durante o processo de busca. A escolha de uma representação em particular delimita um espaço de busca e o seu tamanho. Consequentemente, o espaço de busca é definido por seu estado inicial e o conjunto de estados possíveis do problema.
- **Objetivo:** descreve o propósito da busca. Corresponde a uma definição matemática da tarefa a ser cumprida. No contexto de otimização, o objetivo é minimizar ou maximizar uma função.
- **Função de avaliação:** função que retorna um valor associado à qualidade de uma solução-candidata. Caso o valor ótimo de uma solução não seja conhecido com antecedência, é possível usar a função de avaliação para determinar a qualidade relativa das soluções, permitindo a seleção das melhores entre um conjunto de soluções-candidatas.

A melhor solução possível em um espaço de busca é denominada “solução global” ou “ponto ótimo global”. Na tarefa de encontrar a melhor solução, métodos de busca efetivas precisam equilibrar dois objetivos conflitantes: concentrar-se em uma pequena região do espaço de busca - processo também conhecido como *exploiting*; e, ao mesmo tempo, explorar diferentes regiões desse espaço - processo denominado *exploration* (Castro, 2006).

Os métodos de busca podem ser divididos em duas categorias: não-informados e informados. Na primeira, o algoritmo não tem qualquer informação sobre a distância da solução-candidata atual em relação à solução ótima global. Isso significa que uma busca desse tipo não é capaz de saber a qualidade real de cada solução durante as iterações, pois as informações que possui são referentes ao problema (Mirjalili and Dong, 2020). Nos métodos da segunda categoria, existem informações adicionais que permitem estimar a distância entre a solução-candidata atual e a solução ótima desejada. Tais métodos são denominados “algoritmos heurísticos de busca” (Mirjalili and Dong, 2020).

Os algoritmos que tratam os denominados “Problemas de Otimização Combinatorial Determinísticos” podem encontrar a solução ótima em tempo finito. No entanto, esses métodos demandam tempo computacional exponencial, de modo que pequenas instâncias desses problemas podem exigir tempos de execução computacional impraticáveis. Portanto, algoritmos que sejam capazes de encontrar uma boa solução (i.e. não necessariamente ótima) em um tempo computacional aceitável são

preferidos. Os algoritmos de heurística e metaheurística, portanto, satisfazem esses requerimentos (Bianchi et al., 2009).

O termo “heurística” é de origem grega e significa “encontrar”. Algoritmos heurísticos são, essencialmente, algoritmos de aproximação que exploram o espaço de soluções com o objetivo de encontrar uma solução satisfatória para o problema tratado (Bianchi et al., 2009). Ao usar uma função heurística, um algoritmo é capaz - ao contrário dos métodos não-informados - de escolher a melhor linha de ação entre um leque de possíveis decisões (Mirjalili and Dong, 2020). São dois os principais tipos de heurísticas: algoritmos construtivos e algoritmos de busca local. Os primeiros visam combinar partes de uma solução que, somadas uma após a outra, formam a solução final. As heurísticas do segundo tipo, por sua vez, iniciam a busca a partir de uma solução pré-existente e tentam aprimorá-la a partir de sucessivas modificações em seus componentes (Bianchi et al., 2009).

O termo “meta” também tem origem grega e significa “o que está além, em um nível superior”. Uma “metaheurística”, portanto, é um algoritmo que combina diversas heurísticas - uma vez que estas são associadas a problemas específicos - em um arcabouço generalizado (Bianchi et al., 2009). As metaheurísticas abrangem procedimentos de alto nível que guiam heurísticas de nível hierárquico inferior, o que as permite solucionar diversos problemas de otimização com o auxílio de estratégias de varredura, visando obter soluções aproximadamente ótimas em um amplo espaço de busca (Kalayci et al., 2019).

Metaheurísticas implementam os dois mecanismos principais já mencionados para realizar a busca: *exploitation* e *exploration*. O primeiro concentra seus esforços em apenas em uma pequena região do espaço de busca e negligencia uma boa parte deste. O mecanismo de *exploration*, por outro lado, induz o algoritmo principal a descobrir novas áreas que podem abrigar boas soluções, minimizando as chances de restringir a busca em uma região de um ótimo local (Kalayci et al., 2019). De modo ideal, uma metaheurística deve ser capaz de balancear a otimização, aplicando uma combinação de *exploitation* e *exploration*, como observado por Castro (2006).

Algoritmos metaheurísticos podem, ainda, ser classificados em duas categorias: baseados em população e baseados em apenas uma solução. Algoritmos baseados em população aproveitam a capacidade de exploração oferecida pela população de soluções-candidatas durante a varredura pelo espaço de busca. Esse tipo de técnica produz uma população inicial de forma aleatória ou com algum tipo de suporte heurístico e adota estratégias para aprimorar a população em cada iteração (Kalayci et al., 2019). Por sua vez, os algoritmos que pertencem à segunda categoria modificam e aprimoram uma única solução ao longo das iterações de busca. Embora não disponham da mesma capacidade de exploração fornecida pela técnica baseada em população, algoritmos baseados em uma solução conseguem obter resultados mais rapidamente uma vez que precisam aperfeiçoar apenas uma solução (Kalayci et al., 2019).

A seguir, serão abordados alguns tipos de metaheurísticas baseadas em população

que fazem parte do ramo da Computação Evolutiva e foram aplicadas neste estudo: os Algoritmos Evolutivos e, mais especificamente, o NSGA-II.

2.4.1 Algoritmos Evolutivos

O campo da Computação Evolutiva surgiu entre o fim dos anos 50 e o começo dos anos 60, graças ao desenvolvimento e disponibilidade da computação digital que permitiu aos cientistas e engenheiros realizar experimentos com diversos modelos de processos evolutivos. Nesse período surgiu um dos primeiros trabalhos envolvendo o uso de um processo evolutivo para resolver um problema computacional, descrevendo o uso de um algoritmo evolutivo para “programação automática”. O objetivo era desenvolver um programa que pudesse computar uma função de entrada ou saída Back et al. (1997).

De acordo com Eiben and Smith (2015), algoritmos evolutivos são técnicas computacionais inspiradas no princípio biológico da Evolução: dada uma população de indivíduos que habitam um ambiente com limitações de recursos, a competição por tais recursos inevitavelmente resultará em um processo de seleção natural. Em outras palavras, essa competição terá como consequência a sobrevivência do indivíduo mais adaptado ao ambiente. Esse processo levará ao aumento do nível geral de aptidão da população. Os indivíduos dessa população são as unidades de seleção, cujo sucesso reprodutivo dependerá de quanto eles estão adaptados ao ambiente. À medida que os indivíduos reproduzem, eventuais mutações podem dar origem a novos indivíduos que serão submetidos cujos níveis de adaptação serão determinados. Portanto, a população é alterada com o passar do tempo (Eiben and Smith, 2015).

Com base no princípio evolutivo, é possível enumerar as propriedades comuns a todos os algoritmos evolutivos (Back et al., 1999):

- Uso do aprendizado coletivo da população: cada indivíduo representa ou codifica um ponto de busca no espaço de soluções em potencial para um determinado problema.
- Produção de descendentes através de processos estocásticos: corresponde à modelagem computacional de processos biológicos como a mutação e o cruzamento. A mutação corresponde a falhas no processo de replicação de indivíduos e o cruzamento consiste na troca de informação entre dois ou mais deles.
- Avaliação de indivíduos por uma métrica de qualidade ou aptidão: o processo de seleção deve favorecer os melhores indivíduos com maior frequência em detrimento daqueles com menor aptidão.

Quanto à estrutura, os principais componentes de um algoritmo evolutivo são (Eiben and Smith, 2015):

- Representação
- Função de Avaliação

- População
- Operador de Seleção
- Operador de Variação (Cruzamento e Mutação)
- Operador de Reposição (Seleção do sobrevivente)

A representação é uma etapa importante, pois define os indivíduos com base nas informações do problema a ser solucionado. Objetos que formam possíveis soluções são denominados como “fenótipos”, enquanto suas codificações no algoritmo evolutivo são chamadas de “genótipos”. No contexto do problema, soluções candidatas e indivíduos são considerados termos sinônimos. No contexto de busca, os indivíduos são denominados “cromossomos” (Eiben and Smith, 2015).

Portanto, o algoritmo evolutivo padrão é um algoritmo genérico, iterativo e probabilístico que mantém uma população P com N indivíduos ($P = x_1, x_2, \dots, x_N$) a cada iteração t . Esses indivíduos são avaliados com relação à adaptação ao ambiente, através da função de avaliação. Posteriormente, a nova população (pertencente à iteração $t + 1$) é criada a partir da seleção de alguns indivíduos da população atual. Os indivíduos selecionados são recombinados via reprodução. Caso esta seja sexuada, um operador genético (e.g. *crossover*) pode ser utilizado. A variabilidade genética é obtida através do operador de mutação. Após a seleção dos sobreviventes, o processo é repetido. A conclusão de uma iteração é denominada “geração”. De modo geral, dois parâmetros adicionais podem ser utilizados para determinar as probabilidades de recombinação (p_c) e mutação (p_m) (Castro, 2006).

O esquema geral de um algoritmo evolutivo padrão segue as etapas do Algoritmo 1 (Castro, 2006):

Algoritmo 1: Algoritmo Evolutivo (Pseudocódigo)

Input: $p_c; p_m;$

Output: P

inicializar P

$f \leftarrow \text{avaliar}(P)$

$P \leftarrow \text{selecionar}(P, f)$

$t \leftarrow 1$

while !condicaoParada **do**

$P \leftarrow \text{recombinar}(P, f, p_c)$

$P \leftarrow \text{aplicarMutacao}(P, f, p_m)$

$f \leftarrow \text{avaliar}(P)$

$P \leftarrow \text{selecionar}(P, f)$

$t \leftarrow t + 1$

end

O algoritmo evolutivo pode ser considerado “monoobjetivo” se a etapa de avaliação empregar apenas uma função-objetivo f , como é possível observar no Algoritmo 1 e no Algoritmo Genético (Holland, 1992), sendo este um dos principais exemplos de

aplicação dessa metaheurística. Problemas que visam otimizar mais objetivos, no entanto, precisam ser tratados por algoritmos multiobjetivos. Nesse cenário, uma metaheurística comumente empregada é o NSGA-II, abordada com mais detalhes a seguir.

2.4.2 NSGA-II

Desenvolvido por Deb et al. (2002), o Algoritmo Genético de Ordenação Não-Dominante II é uma heurística concebida para tratar problemas multiobjetivos, que dão origem a um conjunto de soluções ótimas. Este algoritmo, no entanto, visa obter um conjunto de soluções que não são dominadas - em valores-objetivo - por nenhuma outra (i.e., não são superadas). No entanto, nem sempre é possível determinar o Conjunto de Pareto com precisão analítica. Nesses casos, a alternativa é obter o máximo possível de soluções (Deb et al., 2002). O grupo de valores-objetivo produzidos por esse conjunto é denominado “Fronteira Aproximada de Pareto”. O termo “aproximada” é empregado em cenários onde não há como determinar de maneira precisa a fronteira ótima. Quanto à escolha das soluções após a otimização, o decisor deverá selecioná-la a partir da fronteira obtida ao final da otimização, uma vez que o NSGA é um algoritmo onde as preferências referentes às funções-objeto são estabelecidas *a posteriori*. Uma versão simplificada do algoritmo é mostrada em 2.

Algoritmo 2: NSGA-II (Deb et al., 2002)

Input: $p_c; p_m;$

Output: P

$k \leftarrow 0$

inicializar P_0

$Q_0 \leftarrow \emptyset$

while $k < G$ **do**

Calcular aptidão para P_k e atribuir um nível de classificação (rank) baseado na dominância de Pareto

Realizar seleção em P_k para preencher o grupo usado na reprodução

Aplicar operadores de recombinação e mutação para obter a população de filhos Q_k

Selecionar as melhores soluções não-dominadas N da população formada por $P_k \cup Q_k$ para formar P_{k+1}

$k \leftarrow k + 1$

end

return P_k

Na primeira etapa de otimização (i.e. amostragem) a população inicial P é formada por um conjunto de indivíduos factíveis (i.e., não violam as restrições do problema) sem repetição, em que uma das soluções equivale à distribuição equitativa de contratos. Em seguida, os indivíduos são avaliados de acordo com os seus valores-objeto e devidamente alocados em grupos denominados “fronteiras”, que podem ser repre-

sentadas por FP_1, FP_2, \dots, FP_n . Para viabilizar essa alocação, os indivíduos são ordenados de acordo com o conceito de dominância (Seção 2.3). Ao calcular o grau de dominância relativa das soluções, é possível registrar o número de ocorrências singulares em que cada indivíduo da população é dominado. De modo complementar, cada solução candidata é associada a uma lista de indivíduos que são dominados por ela. Soluções com o mesmo grau de dominância são agrupadas em uma mesma fronteira e quanto menor for o índice desta, maior o grau de dominância dos indivíduos que a compõem. Analogamente, quanto maior o índice da fronteira, mais dominados são os seus indivíduos.

Após a avaliação e a classificação por fronteiras, inicia-se a etapa de seleção. Nessa fase, dois indivíduos são selecionados aleatoriamente e comparados de acordo com os seus respectivos graus de dominância e o vencedor do torneio será aquele que dominar o concorrente. Contudo, se as duas soluções apresentarem o mesmo nível de dominância, usa-se a “ordenação por distância de multidão” (*crowding distance sorting*) como critério de desempate. Uma vez que indivíduos com graus idênticos de dominância fazem parte da mesma fronteira, a solução vencedora será aquela que apresentar maior distância em relação aos seus vizinhos de referência. Normalmente, estes são os que possuem os valores-objetivo extremos (i.e. máximo e mínimo) em uma mesma fronteira.

Os vencedores dos torneios realizados durante a seleção são considerados aptos para a etapa de reprodução, que agregam as fases de recombinação e mutação. Na recombinação, novos indivíduos são gerados após o cruzamento de pares de indivíduos da população, cujo resultado produz soluções que incorporam informações (ou *schemata*) de ambas as soluções-pai. A mutação, por sua vez, é responsável por produzir alterações não-determinísticas nos indivíduos, expandindo - eventualmente - espaço de busca e colaborando para manter a diversidade da população.

Em seguida, P e Q são agrupadas em uma só população (R) para determinar os sobreviventes que farão parte da próxima geração. Nessa seleção de sobrevivência (Figura 2.1), busca-se alocar todos os indivíduos da primeira fronteira (FP_1) na população da próxima geração. Caso o número desses indivíduos não seja suficiente para atingir a quantidade máxima, aqueles que pertencem à fronteira imediatamente seguinte (FP_2) são alocados para a próxima geração e assim sucessivamente. Caso a quantidade máxima da população para a próxima geração seja superada, é realizada a “ordenação por distância de multidão”. O objetivo, nesse caso, é permitir a sobrevivência de um subconjunto de soluções que apresentam a maior distância entre si no espaço de busca, minimizando o impacto de extremos (i.e. máximos ou mínimos) locais na busca por indivíduos ótimos.

Após a fase de sobrevivência, a sequência de otimização é reiniciada a partir da etapa de seleção. Esse ciclo é repetido até que o número máximo de gerações seja atingido. Ao final da otimização, o algoritmo fornece o conjunto de soluções que compõem a Fronteira Aproximada de Pareto.

O NSGA é um algoritmo eficaz, mas foi criticado por sua complexidade computaci-

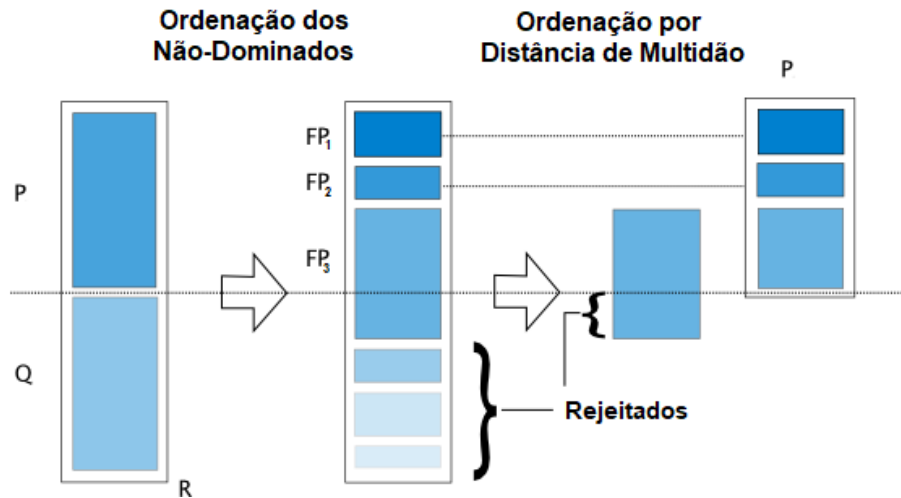


Figura 2.1: Sobrevivência de indivíduos no NSGA-II (Adaptado de Deb et al. (2002) e Blank (2021))

onal e pela falta de elitismo. A segunda versão desse método, o NSGA-II, incorpora o elitismo e reduz a complexidade (Deb et al., 2002), o que favorece a sua aplicação em problemas de otimização multiobjetivo.

2.5 *Backtest*

O termo *backtest* refere-se a um conjunto de simulações históricas de uma estratégia de investimento automatizada (Bailey et al., 2014). Ou ainda, de acordo com Bailey et al. (2015), trata-se do uso de dados históricos de mercado para avaliar qual seria o desempenho de uma estratégia em períodos de tempo no passado. Indicadores de mercado como o Índice de Sharpe são frequentemente utilizados para quantificar a proporção entre retorno e risco em tempos passados.

Dois tipos diferentes de leitura podem ser feitos quanto ao desempenho das estratégias: *In-Sample* (IS) e *Out-of-Sample* (OS). O primeiro corresponde aos resultados obtidos com a amostra usada durante o projeto ou a otimização da estratégia, sendo tal amostra também conhecida na literatura de aprendizado de máquina como “conjunto de treino”. O desempenho na OS, por sua vez, é avaliado por meio de uma amostra que não faz parte do conjunto de treino. Nessas condições, o *backtest* é considerado “realista” se o desempenho IS for consistente com - ou similar ao - desempenho observado em OS (Bailey et al., 2015).

Entretanto, avaliações de *backtest* podem apresentar problemas de superadaptação. De acordo com Bailey et al. (2016), uma superadaptação em *backtest* ocorre quando diversas configurações de um mesmo modelo computacional são testadas em um mesmo conjunto de dados históricos de mercado. Nessas condições, um modelo irá detectar padrões específicos do conjunto de dados utilizados em vez de identificar um

padrão genérico, o que pode levar a resultados insatisfatórios quando são utilizados novos conjuntos de dados (Bailey et al., 2016).

Portanto, ainda que uma estratégia obtenha excelente desempenho nas fases de teste e otimização, o modelo computacional falhará caso o padrão detectado em IS não ocorra em OS. Em outras palavras, a estratégia deve obter bom desempenho em períodos OS ou em negociações pós-otimização. Para avaliar o desempenho em tais períodos de uma série temporal, pode-se realizar um teste que é um dos tipos de *backtest*: a validação *walk forward*.

2.5.1 *Walk Forward*

De acordo com Pardo (2008), a validação *walk forward* é um método de *backtesting* que realiza otimizações periódicas - em sequência - em múltiplas janelas de tempo. São duas as etapas presentes em um teste nessa metodologia de validação. O primeiro passo consiste em uma otimização ordinária. O espaço de parâmetros do modelo computacional é explorado para otimização em dados IS, cujo conjunto de melhores parâmetros pode ser identificado pela função-objetivo (Pardo, 2008). Na segunda etapa, o desempenho do conjunto de parâmetros é avaliado em uma amostra do conjunto de dados que não foi incluída na fase de otimização, mas é temporalmente adjacente aos dados históricos utilizados na primeira etapa. A segunda etapa, portanto, é uma medida de desempenho pós-otimização do modelo treinado na primeira (Pardo, 2008). No modelo de janelas deslizantes, as duas etapas mencionadas são repetidas a partir da próxima amostra do conjunto de dados, que corresponde a uma janela de tempo posterior. Essa sequência de otimização e teste executada em uma amostra representativa dos preços históricos é denominada “análise *walk forward*”. A análise é considerada completa quando “caminha para a frente” (i.e. *walk forward*) ou executa uma combinação de otimizações e testes em janelas de negociação por todas as amostras da série temporal histórica (Pardo, 2008).

O maior benefício desse método consiste em permitir que um investidor avalie se o desempenho de estratégias de negociação em tempo real será tão bom quanto o obtido em testes com séries históricas (Pardo, 2008). Outro benefício propiciado pelo *walk forward* é uma percepção sobre o impacto de tendências ou padrões de mercado no desempenho das negociações. Segundo Pardo (2008), padrões mudam e surgem, naturalmente, de forma rápida. Mudanças em volatilidade e liquidez normalmente podem levar a grandes impactos negativos no desempenho. Embora a análise *walk forward* seja realizada por um longo período (i.e. toda a série histórica), ela permite analisar e observar o desempenho das negociações em pequenas janelas de tempo. Estudos realizados com essas janelas podem permitir o isolamento e a exibição dos impactos de eventos incomuns ou de mudanças típicas de mercado, como períodos de baixa volatilidade para alta volatilidade (Pardo, 2008). Além disso, a validação *walk forward* pode contribuir para minimizar a superadaptação observada com frequência em *backtests* (Pardo, 1992). Caso uma estratégia de negociação

obtenha bom desempenho em nesse tipo de validação, há uma indicação de que a solução utilizada para realizar as negociações é robusto (Pardo, 2008).

2.6 Trabalhos Relacionados

Embora existam trabalhos que abordam a utilização de estratégias automatizadas (Cavalcante et al., 2016) e diversos estudos sobre a combinação de métodos tradicionais e técnicas de Inteligência Computacional aplicadas a portfólios de ações (Pimenta et al., 2018), poucos foram os estudos encontrados sobre a otimização de uma carteira de estratégias automatizadas como os de Cacique and Pereira (2020) e Huang (2012). Não obstante, estes e outros trabalhos relacionados serão abordados a seguir.

O estudo de Aguilar-Rivera et al. (2015) sistematiza a aplicação de métodos de Computação Evolutiva para solucionar problemas financeiros. As técnicas consideradas no trabalho foram: Algoritmos Genéticos, Programação Genética, Algoritmos Evolutivos multiobjetivos, sistemas de aprendizado classificadores, abordagens co-evolutivas e algoritmos de estimativas de distribuição. De acordo com o estudo, métodos evolutivos (ou darwinianos) aplicados a problemas de finanças foram amplamente estudados na literatura. Os pesquisadores concluíram que os Algoritmos Genéticos (AGs) permanecem, até então (2015), como a abordagem mais popular no estado da arte. Em segundo e terceiro lugares, estão a Programação Genética (PG) e Algoritmos Evolutivos Multiobjetivos. Segundo os autores, problemas como detecção de falência por AGs e simulações de mercado realizadas por AGs e PG foram os casos de uso mais populares para a aplicação dos métodos evolutivos. Referências mais atuais frequentemente mencionaram a aplicação de técnicas evolutivas em problemas como previsão de mercado (e.g. AGs) e negociação de ativos (e.g. AGs e PG). Na literatura, outros problemas também tratados com frequência por algoritmos evolutivos foram a otimização de portfólio e as negociações de ativos. Outras abordagens como sistemas classificadores, algoritmos co-evolutivos e métodos que estimam distribuição de probabilidade também foram consideradas promissoras para solucionar problemas financeiros. Os pesquisadores, entretanto, admitem que ainda existem combinações de problemas e soluções que o trabalho não investigou. De todo modo, a revisão sistemática de Aguilar-Rivera et al. (2015) mostrou os algoritmos de Computação Evolutiva ganharam adesão no tratamento de diversos problemas financeiros tais como a otimização de portfólios, problema também tratado neste trabalho.

O trabalho realizado por Pal et al. (2021) trata do problema da escolha de ativos de portfólios, com o objetivo de formar a carteira a partir de agrupamentos vertical e horizontal. Esse problema de otimização foi tratado em duas etapas, sendo a primeira delas a aplicação do algoritmo multiobjetivo para realizar otimizações por data, em que indivíduos portfólios de comprimento variável - na faixa de 10 a 15 ativos por portfólio, são selecionados aleatoriamente a partir de um conjunto de 80 ações de empresas indianas. Os indivíduos são agrupados segundo o nível de seus

retornos e avaliados por duas funções-objetivo: uma métrica denominada “Silhueta” (*Silhouette*, no original), utilizada para determinar a qualidade do agrupamento; e a distância intra-agrupamento dos retornos. Em seguida, na segunda etapa, os portfólios com a menor “Silhueta” são selecionados para um novo agrupamento (i.e. horizontal), também por retorno. As soluções que formam a Fronteira de Pareto após o agrupamento final são, finalmente, selecionadas para a segunda etapa realizada no estudo. Esses pesos são determinados através da minimização - realizada pelo Algoritmo Genético - de uma única função-objetivo submetida a um limiar de retornos: a variância dos retornos do portfólio, baseada no modelo de Markowitz. Essa otimização é realizada a cada trimestre, ao longo dos 10 anos de dados da série histórica. De acordo com o estudo, o desempenho dos portfólios otimizados foi superior ao do índice de mercado indiano *Nifty* - utilizado como baseline - na maioria dos períodos de otimização. Não obstante, os autores admitem que indicadores técnicos (i.e. Sharpe) poderiam ter sido utilizados na etapa de agrupamento, em que as empresas são selecionadas para compor os portfólios. Apesar das comparações feitas com outros métodos de agrupamento e da avaliação dos resultados em relação ao baseline, o estudo não cita qual foi o método de validação utilizado para os dados otimizados.

Chen et al. (2019) propuseram uma abordagem aprimorada para obter um portfólio de ações com vários grupos a partir de um grande número de ações utilizando um algoritmo genético agrupador baseado em “ilhas” (i.e. populações isoladas cujos indivíduos são subconjuntos do grupo de ações) com a estratégia de dividir-e-conquistar. O objetivo da abordagem proposta consiste em dividir as ações em alguns subconjuntos e selecionar aleatoriamente um desses subconjuntos para formar a população inicial de uma ilha. Durante o processo, as ilhas podem alterar dinamicamente os cromossomos, fazendo com que estes migrem para outra ilha. Uma vez que o processo de otimização do portfólio com vários grupos consome muito tempo, a estratégia visa acelerar o processamento de portfólios com um grande número de ações (50 ações do mercado de ações de Taiwan). No estudo, foi utilizada uma carteira composta por 50 ações do mercado de Taiwan. A função de aptidão utilizada pelo algoritmo genético consistiu em um produto de três parâmetros: tamanho do grupo (GB), diversidade do portfólio (DF) e uma variável para avaliar o lucro da carteira e exigências do usuário (PF). A validação consistiu em uma janela fixa de dois anos (2012 a 2013) para treino e um ano (2014) para teste. Os experimentos realizados demonstraram que a técnica proposta conseguiu resultados superiores em termos de retornos financeiros e tempo de execução. Essa redução do tempo computacional é muito relevante em cenários em que há a necessidade de validar portfólios otimizados com frequência. Por fim, a aplicação de uma janela fixa nos períodos de treino e teste - embora extensa - pode prejudicar a detecção de padrões de curta duração.

Lwin et al. (2017) consideram um modelo de variância média alternativo ao de Markowitz, onde a variância é substituída por uma medida de risco padrão para a indústria, denominado *Value-at-Risk* (VaR), com o intuito de identificar melhor o risco de exposição ao mercado associado com a flutuação dos preços dos ativos finan-

ceiros e de *commodities*. O trabalho desenvolvido propõe a solução dos problemas de otimização com restrições do mundo real através de um algoritmo evolutivo multi-objetivo híbrido, guiado por aprendizado (MODE-GL). O estudo usou dois *datasets*: o primeiro, com dados financeiros de 94 ativos do S&P 100 de 03/2005 a 02/2008; o segundo, com registros de 475 ativos do S&P 500 entre 04/2013 a 04/2014. Na seção experimental, o algoritmo proposto é comparado com o Algoritmo Genético de Ordenação Não-Dominante (NSGA-II, em inglês) e o Algoritmo Evolutivo de Força de Pareto (SPEA2). Foram utilizados dois tipos de cardinalidade para a composição do portfólio em cada *dataset* mencionado: respectivamente, 10 e 20. Os resultados obtidos mostraram que o MODE-GL obteve resultados superiores aos das duas técnicas já existentes em termos de qualidade da solução e tempo computacional. Ainda segundo os autores, os resultados apontam que o algoritmo proposto é capaz de resolver otimizações complexas de portfólio sem simplificações ao mesmo tempo em que consegue obter boas soluções em tempo razoável, além de possuir potencial significativo para uso prático. O trabalho não menciona, entretanto, se foi aplicado um método de validação após as otimizações realizadas.

No trabalho de Kaucic et al. (2019), foram analisados o desempenho de três funções-objetivo utilizadas por investidores aversos ao risco: semivariância, valor em risco condicional (CVar, em inglês) e uma combinação das duas métricas. Para tratar o problema de otimização, os autores propuseram versões modificadas dos algoritmos evolutivos multiobjetivos NSGA-II (NSGA-IIa) e Força Evolutiva de Pareto 2 (SPEA 2a). Em ambos os algoritmos, foram aplicados: esquema de seleção uniforme, operador de *crossover* intermediário estendido e o operador de mutação Gaussiano. A eficiência dos métodos evolutivos propostos foi comparada com o desempenho de duas heurísticas alternativas já abordadas pela literatura, rotuladas no estudo como “NSGA-IIb” e “SPEA 2b”. Para a realização dos experimentos, foram utilizados cinco conjunto de dados disponíveis publicamente. Os algoritmos foram executados para diferentes instâncias do problema de otimização, cujos tamanhos de portfólio variaram na faixa de 28 a 1203 ativos. Entre aqueles que compuseram os portfólios, estão os ativos que correspondem aos índices da Dow Jones Industrial Average, Fama-French Market Industry, NASDAQ 100, S&P 500 e NASDAQ Composite. De acordo com os autores, os algoritmos propostos obtiveram melhor desempenho em todas as funções-objetivo quando comparados aos métodos alternativos. Além disso, os métodos empregados foram capazes de se aproximar das fronteiras de Pareto até mesmo em casos em que as heurísticas alternativas falharam. Não obstante, o trabalho não especifica qual método de validação (e.g. *hold-out*, *walk forward*) foi utilizado na seleção dos dados empregados nas diversas instâncias de otimização.

Uma aplicação de algoritmos evolutivos na produção de portfólios no mercado brasileiro de futuros pode ser encontrada em Cacique and Pereira (2020). O estudo teve como objetivo inovar o desenvolvimento de algoritmos de negociações automatizadas com base em dados históricos de séries financeiras. Os autores propuseram um modelo - denominado *Pattern Searcher* - inspirado em métodos de aprendizado não-supervisionado e otimização evolutiva. O trabalho usa um algoritmo genético aliado

a um conjunto específico de indicadores financeiros para encontrar uma região de busca que favoreça a produção de retornos mais elevados em estratégias automatizadas cujos parâmetros foram pré-configurados. A partir do método *Pattern Searcher*, foram produzidos os portfólios de estratégias automatizadas, sendo estes também otimizados pelo algoritmo genético. Para validar os resultados, os autores adotaram a abordagem *hold-out*, com uma janela *IS* de aproximadamente três anos e uma *OS* de um ano. Os resultados obtidos mostraram que o sistema foi capaz de produzir estratégias de negociação e portfólios bastante lucrativos, superando índices de mercado como a taxa Selic e o Ibovespa. Esse estudo tem paralelos importantes com o presente trabalho, como a utilização do índice de Sharpe como função-objetivo, dados obtidos a partir de estratégias automatizadas que negociam contratos futuros e comparações com a taxa Selic.

O estudo realizado por Berutich et al. (2016) apresenta uma abordagem de Programação Genética Robusta para descobrir regras de negociação rentáveis, usadas para gerenciar um portfólio de 21 ações do mercado espanhol. Nesse estudo, foi explorado um método de amostragem aleatória (RSFGP) que, em vez da tradicional avaliação de todo o *dataset*, calcula o valor de aptidão apenas em alguns segmentos da população. Essa aptidão foi avaliada de acordo com os seguintes indicadores: volatilidade, alfa e beta do Modelo de Precificação de Ativos de Capital (CAPM, em inglês), Índice de Sharpe e Índice Sterling. A função de aptidão usa todos os segmentos amostrados para calcular um valor de aptidão geral ao longo de condições aleatórias de mercado, o que - segundo os autores - reduz a superadaptação das soluções encontradas. Para a validação, foram adotadas janelas fixas *IS* de 9 anos e *OS* de 5 anos. De acordo com o estudo, o método desenvolvido é capaz de evoluir estratégias adequadas com resultados promissores para todas as condições de mercado, obtendo um retorno médio superior ao do índice IBEX35 no período de teste considerado (2009-2013). Longas janelas de validação de tamanho fixo, no entanto, podem gerar dificuldades na captura de padrões de mercado de curta duração e até mesmo superadaptação, conforme discussão na Seção 2.5.1.

Liao et al. (2015) aborda o problema da seleção de portfólios que apresentem baixo risco e alto retorno, através do índice de Sharpe combinado a um Algoritmo Genético. Para calcular o risco do portfólio, o estudo adotou como método a padronização de fundos de investimento para reduzir a complexidade computacional. Além disso, o estudo aplicou janelas deslizantes na série temporal com o objetivo de evitar a superadaptação das soluções aos dados, aplicando 15 configurações diferentes para o tamanho das janelas *IS* e *OS*. De acordo com os autores, os resultados obtidos mostraram que o método proposto consegue identificar o melhor portfólio, além de obter um desempenho mais eficiente quando comparado ao método tradicional de avaliação de risco. A aplicação de várias configurações de janelas deslizantes é de grande utilidade na detecção de padrões de mercado emergentes, sejam de longa ou curta duração. Vale ressaltar, no entanto, que um número elevado de configurações de janelas tem o potencial de elevar a complexidade e o tempo computacional para obtenção dos resultados.

O artigo de Chou et al. (2017) propõe um método denominado “padronização de fundos”, utilizado para representar os retornos do portfólio e calcular o risco deste. De acordo com os autores, a flutuação dessa padronização mostra não apenas a relação entre pares de ativos, mas as interações entre todos eles. Para a otimização do portfólio, foi utilizado o algoritmo genético. Os ativos constituintes do portfólio são oriundos do mercado de ações de Taiwan. O estudo apresenta um exemplo de cromossomo com cinco posições - cada uma referente a uma ação - mas os autores sugerem que o espaço de busca é bastante extenso, pois o método não limita a quantidade de ações que podem ser escolhidas. Quanto à função de aptidão, o indicador escolhido foi o índice de Sharpe. Na validação, foram utilizadas 15 configurações de janelas deslizantes entre o início de 2010 e junho de 2016, com o objetivo de evitar a superadaptação e testar o efeito de todos os tipos de janelas de treino e teste. Segundo o artigo, os resultados experimentais mostraram que o portfólio é capaz de reduzir o risco de forma efetiva e este pode ser avaliado com precisão através do método de padronização de fundos. Tal método foi comparado ao cálculo de variância e covariância, baseados na Teoria Moderna de Portfólio. Os autores afirmam que a padronização de fundos permitiu a obtenção de um portfólio que tem menor risco e retornos estáveis. Apesar da aparente complexidade computacional exigida pelas 15 configurações de janelas deslizantes, os autores afirmam que a padronização de fundos reduz a complexidade do cálculo de risco do portfólio para $\mathcal{O}(1)$.

Um exemplo em que o Algoritmo Evolutivo tem papel secundário na otimização de portfólios está no estudo de Huang (2012). O trabalho aborda, inicialmente, metodologias híbridas para modelos quantitativos viáveis na pesquisa e nas aplicações de investimentos financeiros. O objetivo do trabalho consiste em desenvolver uma metodologia para seleção eficiente de ações utilizando Regressão com Vetores de Suporte (SVR, em inglês) e Algoritmos Genéticos. O algoritmo genético é empregado para otimizar os parâmetros do modelo e a seleção de atributos é utilizada para adquirir subconjuntos ótimos das variáveis de entrada para o modelo SVR. As funções-objetivo consistem em minimizar o erro de predição e maximizar a linearidade da regressão em uma função lagrangiana. O conjunto de dados abrange registros de retornos financeiros de ações do Mercado de Taiwan, de 1996 a 2010. O método híbrido realizou otimizações em portfólios de três tamanhos diferentes: 10, 20 e 30 ações. Para a validação, foram aplicadas 15 configurações do tipo *hold-out*. Segundo o artigo, os retornos financeiros do investimento fornecidos pela metodologia proposta superam o *benchmark* de maneira significativa. Embora o estudo pareça sugerir que o *benchmark* seja algum índice do mercado de Taiwan, os autores não definem o precisamente.

O trabalho realizado por Zhang et al. (2018) apresenta o algoritmo MOEA/D-CP, método baseado no algoritmo MOEA/D que é amplamente usado para solucionar problemas multiobjetivo com a abordagem de decomposição. O MOEA/D-CP busca solucionar o problema de modo mais eficiente que seu antecessor, utilizando uma “partição de círculo” (i.e. *circle partition* - CP) para produzir vetores de pesos com

a mesma distribuição. No estudo, foram utilizados quatro conjuntos de dados em que a composição dos portfólios situa-se em uma faixa de 31 a 98 tipos de ativo. As funções-objetivo foram retorno e risco do portfólio. Para comparar o desempenho do método proposto com o MOEA/D, os autores avaliaram o hipervolume de cada algoritmo. De acordo com estudo, os resultados experimentais mostraram que o MOEA/D-CP obteve um desempenho muito superior ao MOEA/D original. O estudo, entretanto, não especifica se houve etapa de validação para as otimizações nos experimentos.

No estudo de Zhang et al. (2020), os autores adotaram modelos de aprendizado profundo (e.g. FCN, CNN e LSTM) com o intuito de otimizar o índice de Sharpe de um portfólio. Na rede neural, uma camada LSTM - com 64 unidades - foi utilizada para modelar os pesos da carteira. Quanto à composição desta, em vez de ativos individuais, foram empregados Fundos Cambiais de quatro índices de mercado: US Total Stock, US Aggregate Bond, US Commodity e índice de Volatilidade. O *dataset* consistiu em registros diários desses índices no período entre 2006 e 2020. Os períodos de otimização (IS) foram ancorados, sendo repetidos e expandidos a cada dois anos para atualizar os parâmetros. Quanto ao período de treino (OS), 10% dos dados de treino foram reservados para validação, com o intuito de viabilizar a otimização de hiperparâmetros e o controle de eventuais problemas causados por superadaptação. O método foi comparado com diversos algoritmos (e.g. Análise de Média-Variância e Diversificação Máxima) e os resultados mostraram que o modelo de aprendizado profundo obteve o melhor desempenho no período avaliado. O trabalho não otimizou outras funções-objetivo, mas os autores consideraram a possibilidade de realizar otimizações com outros indicadores, tais como o índice de Sortino.

Esta seção reuniu trabalhos que abordaram diversas técnicas de otimização de portfólio. As informações mais relevantes dos estudos relacionados nesta seção podem ser vistas na Tabela 2.6, que mostra: o principal método empregado em cada estudo, se a otimização foi multiobjetivo, quais as funções-objetivo, a composição do portfólio e o conjunto de validação para as otimizações. Alguns dos trabalhos abordaram métodos de seleção de melhores ativos para o portfólio e técnicas de agrupamento para melhorar o desempenho e reduzir a complexidade computacional. Outros estudos usaram alguma técnica da Computação Evolutiva combinada a outros métodos e vários autores adotaram o índice de Sharpe como função-objetivo a ser otimizada. Quanto à metodologia *walk forward*, foi possível observar que parte dos pesquisadores fez uso de janelas deslizantes em diversas configurações, algo que certamente garante maior confiabilidade aos seus resultados experimentais. Não obstante, alguns trabalhos tiveram mais relevância para o estudo desenvolvido neste documento. O artigo de Cacique and Pereira (2020) compartilha similaridades importantes, pois os autores utilizaram um conjunto de dados composto por registros pertencentes ao mercado financeiro brasileiro, referentes a negociações de minicontratos futuros e compararam seus resultados à taxa básica de juros brasileira, Selic. O trabalho de Chou et al. (2017), por sua vez, empregou um Algoritmo Genético para otimizar o índice de Sharpe, utilizando diversas configurações de tamanho de janelas *walk*

forward deslizantes para validar os resultados, algo realizado de forma similar no presente estudo. Não obstante, nenhum dos trabalhos mencionados realizou testes com variação da ordem lexicográfica de funções-objetivo como o índice de Sortino e o Semidesvio.

A descrição do problema e dos algoritmos de otimização, do conjunto de dados, experimentos e outros aspectos deste trabalho será feita na Seção 3.

Tabela 2.2: Características dos Trabalhos Relacionados

Estudo	Multiobjetivo	Método	Funções-Objetivo	Portfólio	Conjunto de Validação
Pal et al. (2021)	Não	GA	Variância	10-15 ativos	Não especificado
Chen et al. (2019)	Não	GGA	$FO = (PS * GB * DF)$	50 ações	$IS \sim 2$ anos, $OS = 1$ ano
Lwin et al. (2017)	Sim	MODE-GL	Retorno esperado, VaR	Dois tipos: 94 ações e 475 ativos	Não especificado
Kaucic et al. (2019)	Sim	NSGA-II e SPEA ^a	Semivariância, CVaR, Semivariância + CVaR	28 - 1203 ativos	Não especificado
Cacique and Pereira (2020)	Não	GA	Lucro Total * <i>Drawdown</i>	8 estratégias	<i>Hold-out</i> : $IS \sim 3$ anos, $OS = 1$ ano
Berutich et al. (2016)	Sim	RSFGP	Volatilidade, CAPM (α e β), Sharpe, Sterling	21 ações	Janelas fixas: $IS = 9$ anos, $OS = 5$ anos
Liao et al. (2015)	Não	GA	Sharpe	Ações (número não-especificado)	Janelas deslizantes (15 configurações)
Chou et al. (2017)	Não	GA	Sharpe	Ações (número variável)	Janelas deslizantes (15 configurações)
Huang (2012)	Não	SVR + GA	Retorno (Anualizado)	Ações (10, 20 e 30 ativos)	<i>Hold-out</i> (15 execuções): $IS = n$ anos, $OS = T - n$ anos
Zhang et al. (2018)	Sim	MOEA/D-CP	31-98 tipos de ativo	Retorno e Risco	Não especificado
Zhang et al. (2020)	Não	Deep Learning (FCN, CNN e LSTM)	4 índices: US Total Stock, US Agg. Bond, US Commodity e Índice de Volatilidade	Sharpe	Janelas Ancoradas (IS expandido a cada 2 anos, $OS = 10\%$ do tamanho IS)

^aModificados

Capítulo 3

Metodologia

Esse trabalho teve como principal objetivo propor e avaliar métodos de otimização, particularmente aplicando Computação Evolutiva, que fossem capazes de solucionar o problema de distribuição ótima de ativos em um portfólio de estratégias automatizadas de negociação que operam na Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F) do Brasil. Mais especificamente, o objetivo consistiu em determinar uma ou mais distribuições ótimas de pesos entre essas estratégias. No contexto dessa pesquisa, os pesos representam a quantidade de ativos negociados pelas estratégias automatizadas. Tais ativos são uma subcategoria dos contratos de futuros: os minicontratos, que correspondem a uma parcela dos contratos tradicionais.

Nos tópicos seguintes serão apresentadas as etapas metodológicas concluídas até então. O capítulo atual está estruturado de acordo com as seguintes seções: “Definição do Problema”, “Otimização de Portfólio”, “Fonte de Dados”, “Pré-Processamento e Análise Exploratória” e “Ferramentas de Desenvolvimento”. A primeira parte descreve o problema sob estudo, a representação das soluções-candidatas, a especificação das funções-objetivo utilizadas e a formalização do problema. No tópico referente à otimização do portfólio são abordados: as configurações dos parâmetros dos algoritmos utilizados para solucionar o problema de distribuição dos contratos (e.g. busca via Algoritmo Genético com Abordagem Lexicográfica, NSGA-II), o método de validação (e.g. *walk forward*) e as comparações e avaliações realizadas após as otimizações. A seção seguinte fornece uma visão geral sobre o *dataset*, a descrição das categorias de indicadores de mercado que deram origem às estratégias automatizadas citadas na pesquisa, o agrupamento dos registros diários em meses e a definição do *baseline*. Posteriormente, são apresentadas as primeiras análises realizadas a partir dos dados: pré-processamento, inclusão de variáveis auxiliares (quantidade de contratos negociados, volume financeiro e alavancagem), atividade das estratégias na série temporal, agrupamento dos dados por data de negociação e avaliação do desempenho individual das estratégias automatizadas. Por fim, são citadas as ferramentas de *software* utilizadas para desenvolver o programa.

3.1 Definição do Problema

O problema abordado nesse trabalho é um problema de otimização de um portfólio de estratégias automatizadas de negociação de minicontratos de futuros. Para obter uma solução ótima, a heurística de otimização deve considerar vários critérios de avaliação que, no problema abordado, correspondem a um conjunto de índices de mercado. Portanto, a otimização é de natureza multi-objetiva.

A formulação adotada nessa seção considerou os fatores propostos por Back et al. (1999) (seção 2.4). Nos tópicos seguintes serão mostradas a representação das possíveis soluções, as funções-objetivo consideradas para essa etapa do trabalho e a definição formal do problema.

3.1.1 Representação da solução

Dados um conjunto E de estratégias automatizadas e uma quantidade de M de minicontratos disponíveis para negociação em um portfólio, uma distribuição de contratos entre essas estratégias é representada por um vetor q :

$$\vec{q} = (q_1, q_2, q_3, \dots, q_n) \quad (3.1)$$

onde cada índice representa uma estratégia e n equivale a $|E|$ (número de estratégias no portfólio). Cada estratégia pode ter uma quantidade q_i de contratos no intervalo $[0, M]$, conforme as seguintes restrições:

- Contratos não-negativos por estratégia: devido à natureza do problema, não é possível distribuir quantidades negativas de contratos. Logo, cada elemento do vetor q deve ser não-negativo;

$$q_i \geq 0, \forall i \in (1, 2, 3, \dots, n) \quad (3.2)$$

- Paridade de contratos por estratégia: cada estratégia no conjunto E deve ser associada a uma quantidade par de contratos, em conformidade com o que mostram os registros de negociação (seção 3.3.1);

$$q_i = 2r, \left[r \in \mathbb{N} \mid 0 \leq r \leq \frac{M}{2} \right] \quad (3.3)$$

- Número de contratos no portfólio: a soma total da quantidade de minicontratos distribuídos sempre deve ser equivalente ao número de contratos M :

$$\sum_{i=1}^n q_i = M \quad (3.4)$$

A resolução do problema, portanto, consiste em gerar distribuições dos M mini-contratos no vetor q , alterando o número de contratos destinados a cada estratégia durante o processo de busca. Os elementos do vetor são, portanto, as variáveis de decisão. O espaço de busca, por sua vez, engloba todas as combinações de números naturais que representam as distribuições de contratos às estratégias do conjunto E , desde que observadas as restrições mencionadas.

3.1.2 Objetivos

Para avaliar o desempenho de uma distribuição de contratos, o espaço de funções-objetivo deve incluir certos índices de mercado. Em um portfólio, duas medidas clássicas de avaliação são o retorno e o risco. Não obstante, é possível que um investidor queira maximizar a razão entre os retornos e os riscos inerentes ao seu investimento, por menores que estes últimos sejam. Portanto, neste trabalho, foram considerados ao menos dois diferentes agrupamentos de indicadores: Retorno Composto, Volatilidade e Índice de Sharpe; Retorno Composto, Semidesvio Negativo e Índice de Sortino.

Um requisito comum ao cálculo de todas essas funções-objetivo é o valor de capital acumulado diário do portfólio. Considerando d a representação de um registro correspondente a um dia na série temporal e D a quantidade total de dias avaliados no período de interesse, foram adotadas as seguintes etapas para obter os capitais acumulados:

1. Calcular o lucro diário do portfólio (L_d) a partir da soma dos lucros individuais das estratégias (l_i) ponderados pelas quantidades de minicontratos (q_i) presentes na solução proposta (\vec{q}) pelo algoritmo;

$$L_d = \sum_{i=1}^n q_i \cdot l_i \quad (3.5)$$

2. Calcular os valores de lucro acumulados diariamente pelo portfólio (LA_d);

$$LA_d = \sum_{i=0}^d L_i \quad (3.6)$$

3. Adicionar o capital inicial do portfólio (C_0) a todos os registros de lucro acumulado (LA_d) para gerar os respectivos capitais acumulados (C_d).

$$\forall d \in (1, 2, 3, \dots, D) \quad (3.7)$$

$$C_d = C_0 + LA_d$$

Baseando-se nos valores de capital acumulado, é possível calcular o retorno composto do portfólio em todo um período de D dias (R_D) segundo a seguinte equação:

$$R_D = \frac{C_D}{C_0} - 1 \quad (3.8)$$

As demais funções-objetivo, no entanto, dependem dos retornos **percentuais** diários do portfólio. Tais retornos podem ser obtidos a partir dos valores de capital acumulados com a seguinte equação:

$$r_d = \frac{C_d}{C_{d-1}} - 1 \quad (3.9)$$

em que r_d representa o retorno percentual do portfólio no dia d e C_d é o capital acumulado pelo portfólio até o dia d .

Assim como o retorno, a volatilidade também é um importante indicador de mercado, utilizada para avaliar o risco e a imprevisibilidade em relação aos retornos gerados pela carteira de investimentos. Uma alta volatilidade sugere que o investidor pode obter um retorno muito elevado ou um prejuízo de mesmas proporções. Portanto, um portfólio com baixa volatilidade é considerado um investimento seguro e, na maioria das vezes, desejável. Esse indicador pode ser obtido a partir do desvio-padrão de todos os retornos r_d que abrangem o período de D dias.

Outro indicador de risco é o Semidesvio negativo (SD). É semelhante à volatilidade, mas considera apenas os desvios negativos dos retornos. Esse indicador é calculado de acordo com a Equação 2.8.

O Índice de Sharpe (SH) é um indicador tradicional de mercado, utilizado para avaliar a proporção entre o retorno em um determinado período e sua volatilidade associada. É calculado segundo a Equação 3.10.

Não obstante, o retorno dos ativos livres de risco nos experimentos propostos é 0%, o que significa dizer que $A = 0$. Nesse caso, o cálculo dos indicadores Sharpe e Sortino pode ser simplificado, como mostram as Equações 3.10 e 3.11. A premissa “ $A = 0$ ” não compromete as comparações realizadas, embora seja importante ressaltar que os valores calculados para os indicadores podem ser diferentes em um cenário em que A não é zero.

$$SH_t = \frac{R_t}{V_t} \quad (3.10)$$

$$SO_t = \frac{R_t}{SD_t} \quad (3.11)$$

O Índice de Sortino (SO), por sua vez, é um indicador moderno. Embora seja semelhante a SH por calcular a razão entre retorno e risco, esse índice substitui

a volatilidade pelo Semidesvio negativo (SD) como indicador de risco. O SO é calculado segundo a Equação 2.10.

Importante observar que, para os índices de Sharpe e Sortino, é necessário anualizar os valores-objetivo, uma vez que a aplicação desses indicadores deve ser feita em um período de dados correspondente a um ano. Além disso, a anualização dos indicadores permite uma comparação justa entre diferentes estratégias, mesmo que suas escalas de tempo não sejam idênticas (Choey and Weigend, 1997). Nesses casos, portanto, foi aplicado um fator de anualização (\sqrt{T}), em que T representa o número de retornos em um ano. Admitindo ativos livres de risco ($A = 0$), o índice de Sharpe anualizado, por exemplo, pode ser definido de acordo com a Equação 3.12 (Lo, 2002):

$$SH_t = \frac{R_t}{V_t} \sqrt{T} \quad (3.12)$$

De modo análogo, o índice de Sortino anualizado é calculado conforme a Equação 3.13:

$$SO_t = \frac{R_t}{V_t} \sqrt{T} \quad (3.13)$$

3.1.3 Formalização

Uma vez estabelecidas a representação os grupos de funções-objetivo, o problema de otimização multiobjetivo do portfólio de estratégias pode ser descrito formalmente conforme definição a seguir:

$$\max_{\vec{q}} \overrightarrow{F(q)} = (f_1(\vec{q}), f_2(\vec{q}), f_3(\vec{q})) \quad (3.14)$$

em que o primeiro grupo de funções-objetivo - representadas por f_n - é dado por

$$\begin{aligned} f_1(\vec{q}) &= R_t \\ f_2(\vec{q}) &= -V_t \\ f_3(\vec{q}) &= SH_t \end{aligned} \quad (3.15)$$

e o segundo por

$$\begin{aligned} f_1(\vec{q}) &= R_t \\ f_2(\vec{q}) &= -SD_t \\ f_3(\vec{q}) &= SO_t \end{aligned} \quad (3.16)$$

sujeito a :

$$h_1(\vec{q}) \Rightarrow q_i = 2r, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad \left[r \in \mathbb{N} \mid 0 \leq r \leq \frac{M}{2} \right] \quad (3.17)$$

$$h_2(\vec{q}) \Rightarrow \sum_{i=1}^n q_i = M \quad (3.18)$$

$$lb_i \leq q_i \leq ub_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.19)$$

onde $lb = 0$ e $ub = M$.

O sinal negativo dos indicadores de risco (i.e., Volatilidade e Semidesvio Negativo) em f_2 indica que esses objetivos devem ser minimizados, pois níveis de risco elevados são um aspecto indesejável em um investimento.

3.2 Otimização de Portfólio

Problemas com vários objetivos que requerem uma ou mais soluções factíveis - como a otimização de portfólios - podem ser tratados por algoritmos de Computação Evolutiva. Com o intuito de propiciar ao investidor abordagens onde as decisões podem ser tomadas antes (*a priori*) ou depois (*a posteriori*) da otimização do portfólio, foram escolhidos - respectivamente - um método para cada tipo de decisão: algoritmo evolutivo lexicográfico e o NSGA-II. Em ambos os casos, foram utilizados grupos de funções-objetivo diferentes. Os detalhes sobre a aplicação de cada algoritmo de otimização são abordados nas Seções 3.2.1 e 3.2.2.

Como referência de comparação do desempenho das soluções obtidas com a otimização, foi utilizada uma solução específica (i.e. sem otimização): a linha de base (ou *baseline*). Nessa solução, foi adotada uma distribuição em que quantidades iguais de contratos são fornecidas às estratégias presentes no portfólio. Nessa proposta base de solução de solução, cada estratégia recebe dois contratos, seguindo a mesma distribuição observada nos registros presentes na fonte de dados (seção 3.3.1).

Os tópicos a seguir detalham os algoritmos utilizados no trabalho, a aplicação do método de validação *walk forward* para cada um dos métodos de busca e os métodos empregados para comparar e avaliar os resultados das otimizações.

3.2.1 Algoritmo Evolutivo Lexicográfico

O primeiro método escolhido foi aplicação de um algoritmo evolutivo com otimização por abordagem lexicográfica. Algoritmos evolutivos lexicográficos tem sido desenvolvidos para diversos problemas, e uma das primeiras descrições do uso de uma

abordagem lexicográfica em algoritmos evolutivos como estratégia de decisão para problemas multi-objetivos pode ser encontrada em Fonseca and Fleming (1998).

Em linhas gerais, esse método aplica a abordagem lexicográfica (Seção 2.3.1) nas comparações dos valores-objetivo obtidos a partir das soluções-candidatas. Logo, nesse cenário, a prioridade de cada função-objetivo foi definida com antecedência (i.e., *a priori*). A abordagem lexicográfica foi empregada na busca tomando como ponto de partida um arranjo em ordem decrescente de prioridade das funções-objetivo. O algoritmo evolui uma população de soluções no formato do vetor q (Seção 3.1.1) e, ao final, o indivíduo mais apto é selecionado como solução do problema. No caso específico do algoritmo lexicográfico, apenas um vetor (ou solução) é produzido e este representa uma possível distribuição de contratos entre as estratégias. Um exemplo em que Sharpe receberia a maior prioridade seria o grupo [*SH*, *RE* e *VO*]; um grupo em que Sortino teria maior prioridade poderia ser [*SO*, *RE* e *SD*]. Nos exemplos citados, em particular, estes arranjos incorporam a preferência em priorizar soluções que apresentam - estritamente nessa ordem - maior proporção de retornos em relação ao risco, maiores retornos e menores riscos.

A ordenação lexicográfica é aplicada em situações em que ocorrem comparações entre duas soluções, como nas etapas de seleção e sobrevivência. Nessas comparações, a função-objetivo de maior prioridade é avaliada primeiro. Caso ocorra um empate entre os valores-objetivo dos dois indivíduos, a próxima função-objetivo na lista de prioridade é avaliada. Na hipótese em que haja empate em todas as funções-objetivo, o primeiro indivíduo selecionado para a competição é declarado como vencedor. Na avaliação de todas essas funções-objetivo, é adotada uma “margem de tolerância”. Se a diferença dos valores-objetivo dos indivíduos estiver abaixo desse limiar, seus níveis de aptidão podem ser considerados iguais. Caso contrário, a diferença é considerada grande o bastante para determinar a solução vencedora. Logo, uma tolerância elevada pode fazer com que o algoritmo considere equivalentes os indivíduos com níveis de aptidão muito diferentes, o que pode levar a empates mais frequentes entre os níveis de aptidão dos indivíduos. Isso transfere, portanto, a decisão de desempate para as funções-objetivos de menor prioridade na ordem lexicográfica. Por outro lado, se a tolerância for muito pequena, o algoritmo se torna mais restritivo e o desempate entre os indivíduos ocorrerá, mais frequentemente, a partir das funções-objetivo com maior prioridade.

Nas seções seguintes, serão descritos os operadores utilizados e os experimentos realizados para a validação de uma solução proposta pelo algoritmo lexicográfico.

Etapas do Algoritmo Evolutivo Lexicográfico

As etapas essenciais na otimização Algoritmo Evolutivo Lexicográfico (Figura 3.1) são: inicialização da população, avaliação de aptidão, seleção de indivíduos, recombinação, mutação e sobrevivência. Com um tamanho N , a população inicial de portfólios - que representa soluções candidatas ao problema de otimização conforme

Equação 3.1 - foi produzida de acordo com uma heurística que atende às restrições do problema.

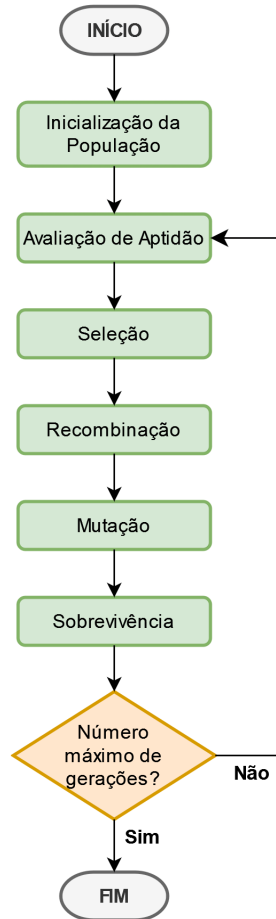


Figura 3.1: Etapas do Algoritmo Evolutivo Lexicográfico

A princípio, as quantidades de contratos em cada posição de um indivíduo são inicializadas com valores nulos. Em seguida, uma dessas posições é selecionada aleatoriamente para receber, adicionalmente, dois contratos. Esse processo de adição em posições aleatórias é repetido até a quantidade máxima de contratos disponíveis para alocação ser atingida. Desse modo, cada elemento do vetor terá um valor par, sem extrapolar o número máximo de contratos (restrições 3.3 e 3.4). A distribuição de contratos da linha de base também foi inserida como uma das soluções iniciais no espaço de busca da heurística, visando estabelecer um ponto de partida para o processo de otimização, a obtenção de melhores resultados e maior eficiência na execução do algoritmo.

A etapa seguinte consiste na avaliação dos indivíduos, feita de acordo com as especificações do problema proposto. Logo, os valores-objetivos são calculados para determinar a aptidão de cada indivíduo da população.

Posteriormente, na etapa de seleção para reprodução, a população sobrevivente é

sujeita a um torneio binário, em que dois indivíduos são selecionados aleatoriamente e seus valores de aptidão são comparados e o vencedor da disputa é selecionado de acordo com a ordem de prioridade lexicográfica. Para determinar o indivíduo com maior aptidão, considera-se uma “margem de tolerância” definida a partir de um parâmetro de limiar. Se a diferença entre os valores-objetivo dos competidores ultrapassa esse limiar, o indivíduo com maior valor-objetivo (ou menor, se a função-objetivo deve ser minimizada) é selecionado. Caso a diferença esteja abaixo do referido limiar - o que caracteriza um empate, a próxima função-objetivo na ordem lexicográfica é avaliada com a mesma margem de tolerância. Na situação extrema em que há empate em todas as funções-objetivo, o primeiro competidor selecionado é definido como vencedor do torneio. Para verificar o impacto da margem de tolerância nas comparações lexicográficas dos valores-objetivo entre os indivíduos, foram testados dois limiares: 5% e 10%. Tais configurações também foram aplicadas às comparações realizadas pela etapa de sobrevivência.

Os dois indivíduos que venceram seus torneios de seleção são escolhidos para participar da etapa de reprodução. Nesta fase da otimização, são aplicados: o operador de recombinação, o percentual de posições alteradas e o percentual de doação de contratos.

A primeira etapa da reprodução é iniciada com a aplicação do operador de recombinação (i.e. *crossover*). A probabilidade de recombinação foi fixada em 50%, ou seja, cada par de indivíduos selecionados pelo torneio tem 50% de chance de passar por recombinação. A recombinação de dois indivíduos selecionados (pais) combina as distribuições de contratos representadas em cada pai, de acordo com as restrições do problema para gerar dois indivíduos filhos. Para isso, um pai terá contratos transferidos entre suas posições conforme o padrão de distribuição do segundo pai. Nesse cenário, uma quantidade equivalente à metade das posições do primeiro pai participará do processo de transferência de contratos. Inicialmente, o filho A realiza uma cópia do pai A. Em seguida, uma posição (i.e. estratégia com uma quantidade de contratos) não-nula do filho A é selecionada aleatoriamente para doar uma porcentagem - fixada em 50% - dos seus contratos para outra posição desse mesmo filho A, mas indicada pelo pai B. A posição receptora do filho A é escolhida com uma probabilidade proporcional à quantidade de contratos que o pai B possui em cada uma de suas posições. Caso o número de contratos transferidos não seja par, é doada uma quantidade par imediatamente superior. O procedimento de transferência de ativos é repetido diversas vezes, até que a metade dos contratos tenha sido movida entre as posições. Logo, ao final da recombinação, o filho A será uma solução que apresenta características intermediárias entre os pais A e B. De maneira análoga, o filho B é iniciado como uma cópia do pai B e a posição receptora dos contratos doados é selecionada por intermédio da indicação realizada pelo pai A. Um exemplo da recombinação com vetores de cinco posições é mostrado na Figura 3.2, evidenciando como contratos são transferidos no filho A a partir da posição indicada pelo pai B.

A segunda etapa da reprodução consiste na aplicação de um operador de mutação cujo intuito é produzir perturbações (variações) nos indivíduos recebidos do operador

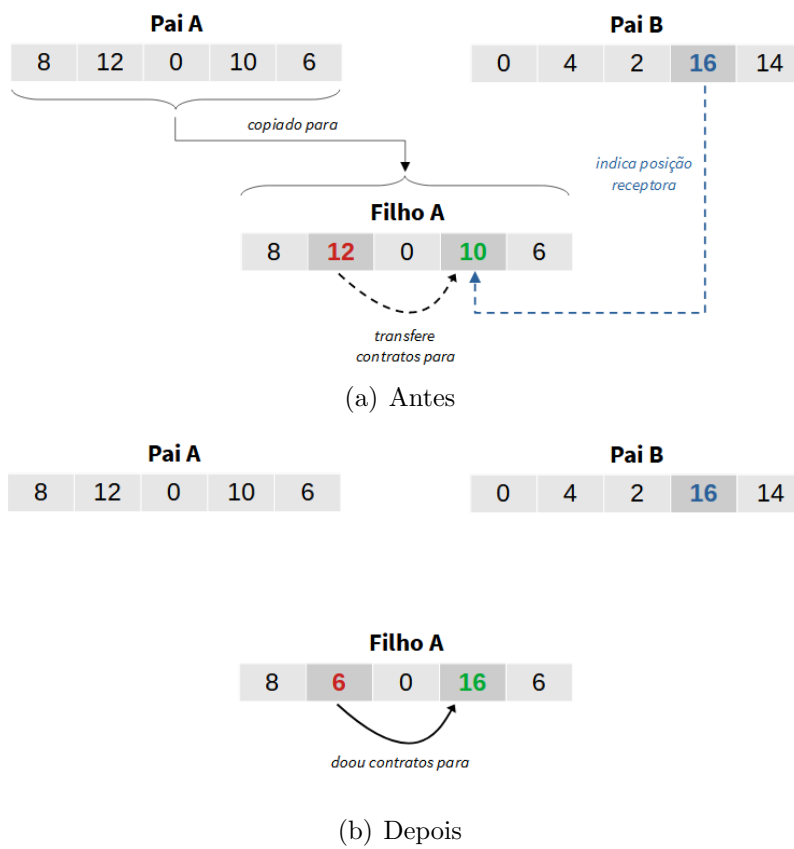


Figura 3.2: Exemplo de Recombinação

de recombinação. Neste estudo, o operador realiza alterações na quantidade de contratos atribuídos a cada estratégia do portfólio sem violar as restrições do problema. As alterações em uma solução ocorrem por meio de transferências de contratos entre duas posições (i.e. estratégias) que pertencem a um mesmo indivíduo. O número de posições que passam por essas alterações é definido pelo parâmetro “Percentual de Posições Alteradas”. Podem ser sorteadas como posições doadoras todas aquelas que possuem um número de contratos não-nulos, enquanto qualquer posição do vetor pode receber contratos. Na transferência dos contratos, a quantidade cedida pela posição doadora é sorteada, com distribuição uniforme, dentre os valores pares situados entre o mínimo de 2 e o percentual máximo de 50% dos seus contratos originais.

A Figura 3.3 mostra um exemplo do impacto do parâmetro Percentual de Posições Alteradas em um vetor de cinco posições. Nesse cenário, 10% da quantidade total de posições do indivíduo - o que, no exemplo, resulta em apenas uma posição a ser doadora - é selecionada aleatoriamente para doar até 50% (valor par imediatamente superior, se a quantidade não for par) dos seus contratos para outra posição, também essa escolhida aleatoriamente.

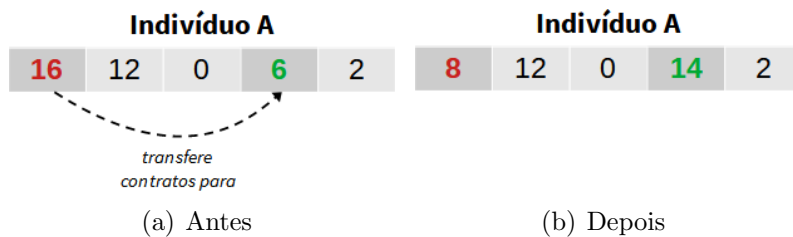


Figura 3.3: Exemplo de modificação por Quantidade de Posições Alteradas

A etapa de reprodução gera uma população de N filhos que são agregados à população de pais, formando uma população intermediária de $2N$ indivíduos. Esta população intermediária passa por uma etapa de sobrevivência cujo objetivo é reduzir a população para o tamanho N . Os indivíduos são ordenados de acordo com os seus respectivos valores de *fitness*, segundo o critério lexicográfico de prioridade das funções-objetivo estabelecido *a priori*. Dos $2N$ indivíduos produzidos após a reprodução, apenas os N indivíduos com os maiores *fitness* são preservados para a próxima etapa.

Os indivíduos selecionados pela sobrevivência então farão parte da próxima geração e as etapas de seleção, reprodução e sobrevivência serão repetidas até o número máximo de gerações.

Esta sequência de etapas é executada até o número-limite de gerações e, ao final do processo de busca, o algoritmo fornece uma única solução que representa a melhor distribuição para os critérios definidos *a priori*.

Experimentos

Para avaliar o desempenho do algoritmo lexicográfico, foram realizados diversos experimentos: avaliação da curva de aptidão, variação de sementes de inicialização, ajuste de hiperparâmetros, avaliação de desempenho em relação às funções-objetivo da ordem lexicográfica e às variações nos tamanhos das janelas *In-Sample* e *Out-of-Sample*. Essas etapas buscam, respectivamente: demonstrar o comportamento da heurística, mostrando como o algoritmo está otimizando as funções-objetivo e se os valores-objetivo do indivíduo mais apto conseguem convergir com o passar das gerações; verificar a consistência dos resultados frente à estocasticidade da heurística; selecionar os melhores parâmetros para otimização; avaliar a qualidade dos resultados produzidos pelo algoritmo.

O estudo da curva de aptidão a partir de uma ordem lexicográfica específica (e.g. Sharpe, Retorno, Volatilidade) busca caracterizar o comportamento do algoritmo, permitindo avaliar se o algoritmo lexicográfico produz o comportamento esperado de otimizar as funções-objetivo segundo a ordem de prioridade estabelecida *a priori*. Na avaliação de consistência, os resultados produzidos pelo algoritmo são analisados após experimentos com variações da semente do gerador de números aleatórios.

Os experimentos seguintes tem como objetivo o ajuste e seleção dos hiperparâmetros do algoritmo: percentual de tolerância para a avaliação dos valores-objetivo dos indivíduos, tamanho da população, taxa de recombinação, percentual máximo de quantidade de posições alteradas no portfólio proposto e percentual máximo de doação de contratos realizada por uma posição. Os ajustes serão feitos de maneira que os parâmetros não-otimizados sejam fixados em um valor constante e apenas o parâmetro a ser otimizado é sujeito a variações para fins de avaliação. Nesta etapa de experimentação, apenas uma porção de toda a série temporal será utilizada com o intuito de minimizar uma eventual superadaptação aos dados.

Após o ajuste e seleção dos parâmetros, são realizados dois tipos de experimentos que permitem verificar os efeitos das variações nas funções-objetivo escolhidas na ordem lexicográfica e nos tamanhos das janelas *In-Sample* e *Out-of-Sample*. Nos dois experimentos, os resultados produzidos pelo algoritmo lexicográfico são comparados aos do *baseline* (i.e. portfólio em que todas as estratégias recebe o mesmo número de contratos). A análise das funções-objetivo busca determinar qual combinação dessas funções - ou qual o arranjo destas na sequência lexicográfica - conduz ao melhor desempenho do portfólio. A variação dos tamanhos das janelas *Walk-Forward* tem o objetivo de avaliar o impacto dessas mudanças no desempenho do algoritmo, uma vez que a extensão das janelas *In-Sample* está relacionada à incorporação de padrões de mercado que, após serem capturados, são aplicados por mais ou menos tempo, dependendo do tamanho das janelas futuras (denominadas *Out-of-Sample*).

3.2.2 NSGA-II

No algoritmo lexicográfico, foram utilizadas três funções-objetivo e as suas prioridades de otimização, definidas *a priori*. Outra abordagem possível para o problema de otimização de portfólio consiste em empregar um algoritmo que otimiza vários objetivos sem a necessidade de definir previamente uma prioridade entre eles. Nesse contexto, uma das heurísticas mais populares (Chen and Zhou, 2022) é o NSGA-II (Deb, 2001), o algoritmo multiobjetivo utilizado neste estudo. Ao fim da otimização, o NSGA-II fornece um conjunto de soluções consideradas ótimas para que o investidor possa selecionar os portfólios desejados, o que caracteriza uma decisão típica de uma abordagem *a posteriori*. Para avaliar a aptidão dessas soluções, foram criados dois grupos de funções-objetivo, de forma análoga aos arranjos utilizados no algoritmo com abordagem lexicográfica: SH , RE e VO ; SO , RE e SD . É importante ressaltar, no entanto, que o NSGA é agnóstico quanto à ordem de avaliação dessas funções. Além disso, este algoritmo aplica ordenações de indivíduos por dominância e, eventualmente, distância de multidão, conforme Seção 2.4.2.

Nas seções a seguir, serão abordados brevemente as etapas do NSGA-II e os experimentos realizados com essa heurística.

Etapas do NSGA-II

O propósito dessa seção consiste em apresentar apenas uma versão resumida das etapas do NSGA-II, uma vez que essas etapas já foram abordadas com maiores detalhes na Seção 2.4.2. Além de possuir algumas fases de execução em comum com o Algoritmo Evolutivo Lexicográfico, a otimização realizada com o algoritmo multiobjetivo NSGA-II é caracterizada pelas seguintes etapas: amostragem, avaliação, ordenação, seleção de indivíduos, recombinação, mutação e sobrevivência. Assim como o algoritmo lexicográfico, uma população inicial de portfólios de tamanho N - representando soluções candidatas ao problema de otimização conforme Equação 3.1 - é produzida de modo a garantir que as restrições do problema fossem devidamente atendidas.

Inicialmente, todos os N indivíduos da população inicial P são avaliados quanto aos seus valores-objetivo. Após a avaliação, esses indivíduos são alocados em grupos denominados “fronteiras”. O critério para a ordenação dessas soluções nessas fronteiras é a dominância dos valores-objetivo (Seção 2.3). Na etapa de seleção, realiza-se um torneio binário entre dois indivíduos selecionados de forma aleatória e comparados quanto ao nível de dominância e, caso ocorra um empate, são avaliados novamente pelo critério de “distância de multidão”. Nas fases seguintes - recombinação e mutação, foram empregados os mesmos operadores utilizados nas respectivas etapas do algoritmo lexicográfico e, portanto, seus detalhes de operação podem ser vistos na Seção 3.2.1. O resultado desta fase produz uma segunda população Q com o mesmo tamanho da população original (i.e. N indivíduos). Essas populações são agrupadas e, dos $2N$ indivíduos resultantes, o operador de sobrevivência seleciona os melhores indivíduos segundo os valores de aptidão, dominância e distância de multidão

- esta usada quando necessário, alocando-os em suas devidas fronteiras que compõem a população da próxima geração. Por fim, as etapas de seleção, reprodução e sobrevivência são repetidas até que o número máximo de gerações seja atingido.

3.2.3 Avaliação por *Walk Forward Backtesting*

Com o intuito de avaliar o desempenho das distribuições propostas pelos algoritmos de otimização referentes às funções-objetivo, foi utilizado o algoritmo *walk forward* (Pardo, 1992). O método consiste em delimitar uma janela deslizante de tempo, sendo esta subdividida em janelas *In-Sample* (IS) e *Out-of-Sample* (OS), que podem conter um ou mais meses em sequência. A primeira é utilizada para a otimização das funções-objetivo; na segunda, ocorre a validação dos portfólios obtidos após a otimização. A cada iteração do método *walk forward*, as janelas de *In-Sample* e *Out-of-Sample* são mutuamente exclusivas e sequenciais.

Em seguida, a solução - vetor de quantidades de minicontratos - obtida com a otimização é utilizada em outro período da série histórica, imediatamente após o final do intervalo *In-Sample*. A aplicação dessa solução em um período para o qual não foi otimizada é denominada *Out-of-Sample*.

A Figura 3.4 mostra três iterações do algoritmo de validação *walk forward*, aplicado em uma série temporal de doze meses. O período *In-Sample* (representado em cor verde) corresponde a um bloco com três janelas e o *Out-of-Sample* (laranja), duas. A modalidade de *walk forward* ilustrada nesse caso é do tipo “deslizante”. Isso significa que o tamanho do bloco *In-Sample* é constante e se desloca a cada iteração do algoritmo de acordo com um múltiplo inteiro de um valor fixo, denominado “passo”, ilustrado em azul-escuro.

Meses											
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Figura 3.4: Exemplo de aplicação do *walk forward* usando janelas *In-Sample* (verde) e *Out-of-Sample* (laranja), com passo de tamanho três (azul-escuro)

Otimizações de portfólio em janelas *In-Sample* visam capturar padrões existentes de mercado que podem ser aplicados em períodos de janelas *Out-of-Sample* imediatamente posteriores. Portanto, o desempenho de um portfólio pode ser alterado por eventuais mudanças no tamanho dessas janelas. Blocos *In-Sample* de menor tamanho permitem realizar otimização para padrões de mercado de curto prazo, enquanto os de maior tamanho capturam padrões de longa duração. Uma janela *Out-of-Sample* de menor extensão, por sua vez, sugere que os padrões detectados *In-Sample* serão aplicados por um período mais curto (o que exige otimizações mais frequentes) e blocos longos indicam que o padrão de otimização será considerado válido por um período maior. Com base nesses princípios, serão aplicadas quatro

configurações para o tamanho dos blocos *walk forward* (*In-Sample/Out-of-Sample*): 3/3, 3/6, 6/3 e 6/6.

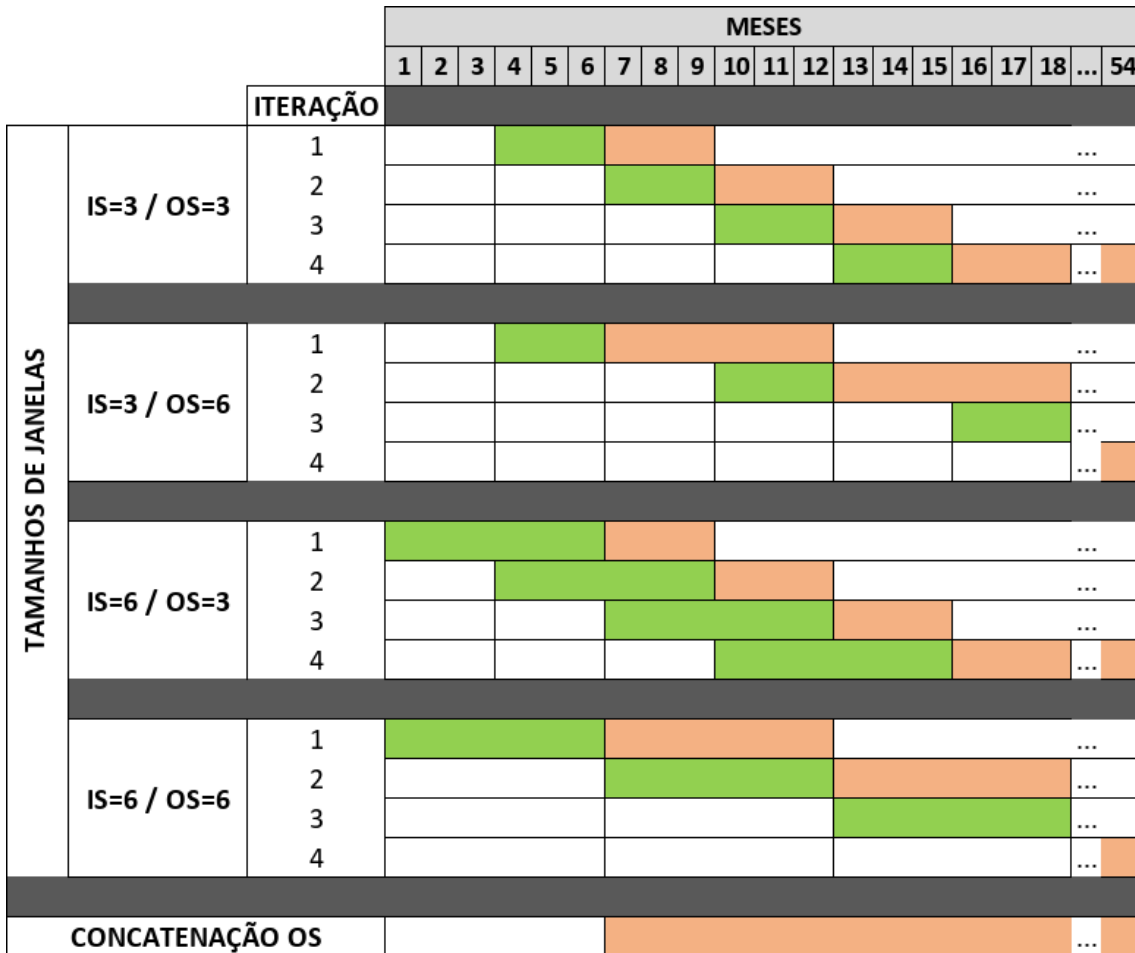


Figura 3.5: Exemplo de aplicação do *walk forward* para as configurações 3/3, 3/6, 6/3 e 6/6 em uma série temporal com 54 meses

Vale ressaltar que as otimizações com variações de tamanho de janelas produzem uma quantidade distinta de janelas *walk forward* para cada configuração. A Figura 3.5 mostra a disposição das janelas IS (verde) e OS (laranja) ao longo da série temporal, com passos (i.e. deslocamentos) de três meses a cada iteração. Para viabilizar as comparações entre as configurações de tamanhos de janelas, alguns ajustes foram realizados previamente nos dados do experimento. O deslocamento inicial de 3 meses para as configurações 3/3 e 3/6, por exemplo, foi assim determinado com o intuito de alinhar as janelas OS de todas as configurações a partir de uma mesma data inicial. Por essa mesma razão, foram definidas as quantidades de passos (i.e. deslocamento em meses) por iteração: 3, 6, 3 e 6 para as configurações 3/3, 3/6, 6/3 e 6/6, respectivamente. Experimentos com janelas OS são mais relevantes, pois simulam a aplicação das soluções em períodos para os quais não foram otimizados, o que representa um contexto mais próximo do que seria a aplicação dessas estratégias

no mundo real. Portanto, em cada configuração de tamanho de janelas, os blocos OS foram devidamente alinhados para evitar sobreposições dos mesmos após as iterações *walk forward*. Além disso, foi fixada uma data final para as séries temporais avaliadas, visando garantir que todas as configurações pudessem ser validadas com o mesmo número de registros diários.

Por fim, pode-se observar na Figura 3.5 que esse alinhamento produz artefatos indesejados nas janelas IS de algumas configurações: lacunas na configuração 3/6 e sobreposições na configuração 6/3. Embora o alinhamento viabilize a comparação de algumas propriedades (e.g. valores-objetivo, índice de Gini, capital acumulado) nas janelas OS, tais comparações em janelas IS se tornam impróprias nessas condições. Portanto, em experimentos com variações de tamanho de janelas *walkforward*, apenas os dados oriundos de janelas OS serão utilizados para análise.

Conforme detalhado nas Seções 3.2.1 e 3.2.2, serão utilizados dois grupos de funções-objetivo para avaliações: *SH*, *RE* e *VO*; *SO*, *RE* e *SD*. Além dos valores-objetivo para cada tipo de janela, serão avaliadas medidas adicionais de desempenho (Seção 3.2.4), tais como: capital acumulado, alavancagem, concentração de contratos por estratégia e comparação de medidas - obtidas a partir das soluções ótimas aplicadas *Out-of-Sample* - por testes estatísticos.

Em caráter auxiliar, indicadores não-otimizados como o índice de Calmar e o *Drawdown* Máximo foram aplicados, eventualmente, com o intuito de avaliar as soluções relevantes quando estas não apresentam diferença de desempenho nas funções-objetivo regulares. Além disso, o *Drawdown* Máximo também é útil para avaliar a qualidade da curva de capital acumulado oriunda de uma solução específica, permitindo a comparação dos diferentes níveis máximos de perda gerados pelas soluções.

Com o intuito de facilitar a visualização da distribuição das soluções propostas em termos de seus valores-objetivo, foram produzidas as Fronteiras de Pareto. Para as soluções do NSGA, especificamente, foram produzidos mapas de calor com o intuito de visualizar com mais facilidade a distribuição de contratos nos portfólios propostos pelo algoritmo. Por fim, foram produzidos gráficos com a distribuição média de contratos entre as estratégias, com o objetivo de identificar as estratégias que receberam menos e mais contratos.

3.2.4 Comparações e Avaliações Pós-Otimizações

Após realizar as otimizações para um grupo de funções-objetivo, obtêm-se uma quantidade de soluções proporcional ao número de iterações realizadas pelo método *Walk-Forward*. Com base nessas soluções, é possível calcular - além dos valores das funções-objetivo - outras medidas de desempenho como: capital acumulado, nível de concentração de contratos por estratégia e detectar eventuais diferenças, embasadas por testes estatísticos. Após realizar tais medições, é possível comparar os valores obtidos em cada grupo de funções-objetivo e determinar qual conjunto de

soluções obteve o melhor desempenho ao longo da série temporal. Com base nessas informações, é possível responder as questões de pesquisa propostas neste trabalho.

O capital acumulado, por exemplo, demonstra como o capital evoluiu ao longo de todo o período da série histórica de acordo com as respectivas soluções otimizadas *In-Sample*. Nesse caso, o desempenho dos portfólios em períodos para os quais não foram otimizados (*Out-of-Sample*) é o objeto de maior interesse para o investidor. Após definir uma quantia inicial para o capital e somá-la, de maneira cumulativa, aos registros de lucros já ponderados pelos pesos (i.e. número de contratos) presentes nas soluções escolhidas em cada período, é possível acompanhar a evolução do capital acumulado ao longo da série temporal. Após produzir as curvas de capital em diferentes experimentos, é possível avaliar quantidades como máximo *drawdown*, o índice de Calmar e o montante de capital ao final de toda a série temporal.

Outra medida de desempenho do portfólio é o nível da concentração de contratos por estratégia. Carteiras de investimento com concentração elevada de contratos em um determinado ativo vão de encontro ao princípio de diversificação de ativos em um portfólio e, normalmente, costumam ser evitadas por um investidor racional. Para avaliar essa concentração quantitativamente, foi escolhido o Índice de Gini. Nesse caso, uma solução que apresenta um índice baixo implica uma distribuição de contratos mais homogênea e, portanto, é um portfólio mais desejável para um investidor que busca evitar riscos. Um índice elevado, por outro lado, mostra que o portfólio concentra contratos em poucas estratégias, sendo esta uma carteira contraproducente para um investidor que deseja minimizar riscos.

Para determinar se há diferença estatística significativa entre as médias obtidas para certas propriedades da amostra nos experimentos, deve-se utilizar um teste estatístico adequado. Neste estudo, tais propriedades correspondem às medidas de desempenho já mencionadas: o valor de cada função-objetivo, máximo *drawdown*, índice de Calmar, índice de Gini e Capital Acumulado. Essas medidas estão relacionadas pois são obtidas a partir da mesma série temporal: registros de lucros (ou prejuízos) obtidos em negociações realizadas por um conjunto de estratégias automatizadas (Seção 3.3). Logo, tais amostras são pareadas. Não é possível, contudo, assegurar que os valores apresentam uma distribuição normal *a priori*. Neste caso, portanto, o teste estatístico de Wilcoxon é adequado para verificar se há diferença significativa entre os conjuntos de dados, uma vez que esse teste é não-paramétrico.

Não obstante, o teste de Wilcoxon apenas pode ser aplicado em casos em que há pareamento das amostras, o que não ocorre em experimentos com os tamanhos de janelas *walk forward*. Uma vez que as configurações modificam os tamanhos das janelas, a extensão dos dados utilizados para otimização também é modificada. Nesse cenário em que as amostras não são pareadas, pode-se aplicar, de forma alternativa, o teste de Mann-Whitney.

Em alguns valores médios, foram incluídos os respectivos intervalos de confiança. Em uma estimativa intervalar, pode-se atribuir uma probabilidade para o valor médio da população a partir das amostras coletadas. Neste trabalho, em todos

os experimentos em que foram empregados os testes estatísticos, a probabilidade atribuída para o intervalo foi de 95%.

3.3 Fonte de dados

As otimizações e as validações pelo método de *backtesting* (i.e. *walk forward*) empregadas neste trabalho foram realizadas a partir dos dados fornecidos pela empresa MetaRobôs (2019)¹, mediante autorização da empresa. O *dataset* contém registros de negociações realizadas por algoritmos de estratégias automatizadas, desenvolvidos pela MetaRobôs, entre os anos de 2014 e 2019. Os objetos de negociação utilizados pelas estratégias automatizadas são um subtipo de contratos de futuro: os mini-contratos. Estes equivalem a uma participação do investidor em uma fração dos contratos completos. Os registros contêm minicontratos de dois tipos: Futuros Mini Ibovespa (WIN) e Futuros Mini de Taxa de Câmbio de Reais por Dólar Comercial (WDO). Para cada minicontrato, um ponto de cotação equivale - respectivamente - a R\$ 0,20 e R\$ 10,00 (B3, 2021).

Os dados sobre as negociações foram organizados de acordo com a Tabela 3.1². Cada registro contém, essencialmente, informações sobre a entrada e a saída de uma estratégia específica em uma negociação. As colunas presentes na tabela são:

- CompraVenda – Informa o tipo de negociação realizada (e.g. “Compra”, “Venda”);
- DataEntrada – Data e horário em que o algoritmo iniciou a negociação;
- Entrada – Cotação do contrato no momento em que o robô entrou na negociação;
- DataSaída – Data e horário em que o algoritmo deixou a negociação;
- Saída – Cotação do contrato no momento em que o robô deixou a negociação;
- Lucro – Valor, em reais, correspondente ao lucro obtido pela estratégia ao realizar a negociação;
- Volume – Número de contratos negociados. Valores positivos indicam compra; negativos referem-se à venda;
- Id – Número inteiro utilizado para identificar o algoritmo que realizou a negociação;
- Estratégia – Nome do algoritmo (ou estratégia) utilizada na negociação.

Após a agregação dos dados de negociação em períodos de 24 horas, os registros foram agrupados em meses, que são as unidades básicas dos blocos *In-Sample* e

¹<https://metarobos.com/>

²A pedido da MetaRobôs, os nomes originais das estratégias foram substituídos

Tabela 3.1: Recorte da Tabela de Registros de Negociação da MetaRobos

Índice	CompraVenda	Data Entrada	Entrada	Data Saída	Saída	Lucro	Volume	Id	Estrategia
0	Venda	2014-05-29 11:40:13.000000	52635.0	2014-06-03 12:40:00.000000	52000.00	164	-2.0	84	E7 (WIN)
1	Venda	2014-05-29 12:20:20.000000	52685.0	2014-06-02 10:46:40.000000	51920.00	200	-2.0	86	E9 (WIN)
2	Venda	2014-05-29 12:20:20.000000	52685.0	2014-06-02 10:46:40.000000	51920.00	200	-2.0	87	E6 (WIN)
3	Compra	2014-05-30 10:40:40.000000	52200.0	2014-05-30 11:42:40.000000	51875.00	-130	2.0	74	E24 (WIN)
4	Venda	2014-05-30 11:44:40.000000	51850.0	2014-05-30 16:45:00.000000	51620.00	97	-2.0	74	E24 (WIN)
...
20637	Compra	2019-11-18 12:31:55.000000	4194.5	2019-11-18 16:45:00.000000	4208.50	280	2.0	40	E22 (WDO)
20638	Compra	2019-11-18 17:33:41.000000	4213.5	2019-11-19 10:14:54.000000	4198.00	-50	2.0	38	E18 (WDO)
20639	Compra	2019-11-19 09:15:06.000000	107030.0	2019-11-19 11:16:11.000000	106795.00	-94	2.0	63	E1 (WIN)
20640	Compra	2019-11-19 10:40:07.000000	107200.0	2019-11-19 11:00:03.000000	106895.00	-122	2.0	71	E4 (WIN)
20641	Compra	2019-11-19 11:30:13.000000	106795.0	2019-11-19 12:05:17.000000	106375.00	-168	2.0	85	E8 (WIN)

Out-of-Sample. Estes blocos, portanto, podem agregar registros que abrangem um ou mais meses.

A atividade das estratégias também foi analisada em cada janela. A Figura 3.6 e a Tabela 3.2 demonstram, em conjunto, quais e quantas estratégias ficaram inativas. Ao identificar os períodos em que certas estratégias não operaram, foi possível definir um tamanho adequado para os blocos *In-Sample* e *Out-of-Sample*. Um bloco de tamanho um - por exemplo - poderia ser inadequado, já que foram observados períodos em que uma estratégia permaneceu inativa por aproximadamente um mês, situação que poderia enviesar a otimização da distribuição de contratos.

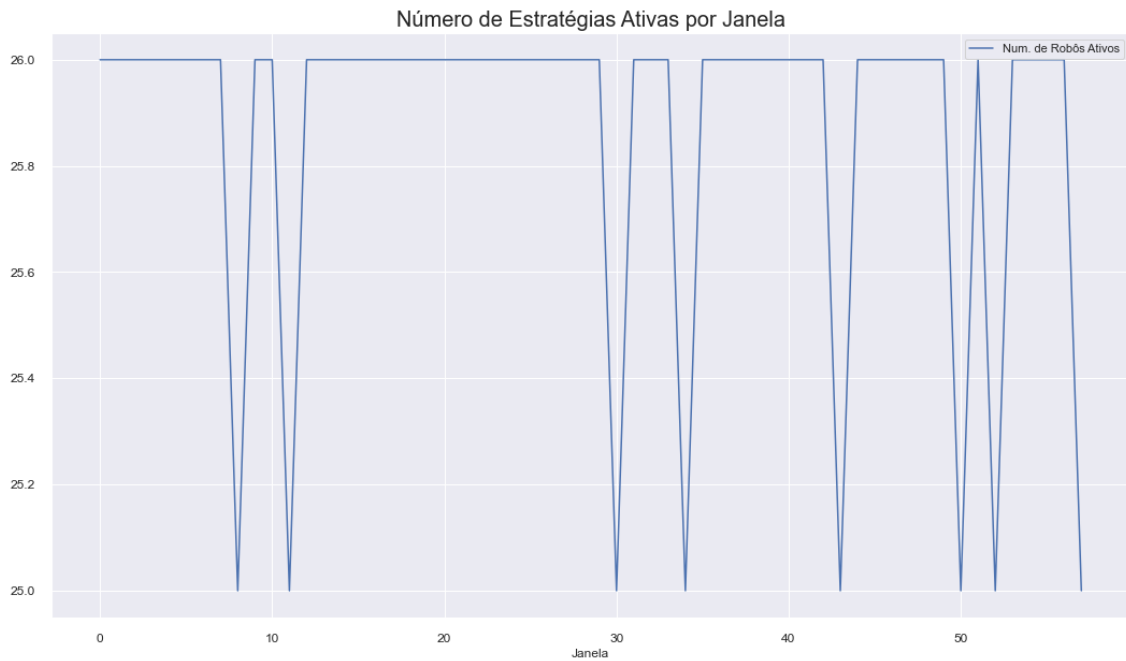


Figura 3.6: Estratégias Ativas por Janela

Tabela 3.2: Estratégias Inativas

Mês	Estratégia
8	E13 (WDO)
11	E13 (WDO)
30	E13 (WDO)
34	E18 (WDO)
43	E18 (WDO)
50	E13 (WDO)
52	E13 (WDO)
57	E13 (WDO)

3.3.1 Estratégias Automatizadas

A coluna Robô contém os nomes de um total de 26 estratégias: 18 aplicadas aos contratos WIN e 8 aos contratos WDO, abrangendo estratégias de tendência e do tipo “osciladores”. Cada estratégia foi, originalmente, acionada por um gatilho específico de análise técnica, podendo operar várias vezes em um mesmo dia de atividade do mercado. Um registro na tabela corresponde exatamente a uma negociação realizada por uma única estratégia. Além disso, todas elas negociaram um valor fixo de contratos (dois) em cada operação, como mostra a coluna “Volume” (Figura 3.1). Portanto, todas as informações contidas nos registros referem-se a um portfólio de 26 estratégias com uma distribuição equitativa de dois contratos (i.e. linha de base). À exceção de apenas uma das estratégias, todos os registros referem-se a negociações pertencentes à categoria *Day Trade*³.

Antes de realizar uma operação de compra ou venda, as estratégias automatizadas avaliam o padrão de preço dos minicontratos para, eventualmente, identificar o gatilho de negociação. Caso a estratégia decida negociar, são registrados o instante (DataEntrada) e a cotação (Entrada) dos contratos negociados. De maneira análoga, a cotação (Saída) e o instante de saída (DataSaída) também são registrados quando a estratégia decide encerrar a operação. Por fim, o lucro obtido após a negociação dos dois contratos é registrado na coluna “Lucro”.

Quanto ao modo de operação, essencialmente a maior parte das estratégias no *dataset* corresponde a uma variação das categorias de indicadores técnicos descritas brevemente a seguir (Pan, 2003):

- Indicadores de Tendência - usam uma escala que se adapta aos extremos dos preços em um gráfico de ações. Exemplos: Média Móvel Simples, Média Móvel Ponderada, Média Móvel Exponencial.
- Osciladores - como o nome sugere, são indicadores que oscilam entre mínimos e máximos locais que são inseridos acima ou abaixo de um gráfico de preços. Exemplos: Oscilador Estocástico, Convergência/Divergência das Médias Móveis, Índice de Força Relativa.
- Indicadores de Volatilidade - Baseiam-se na premissa de que os retornos de mercado apresentam uma distribuição normal, o que permite calcular o risco através do desvio-padrão. Exemplo: Faixas de Bollinger.

3.4 Pré-Processamento e Análise Exploratória

A análise dos dados foi estruturada de acordo com as seguintes etapas de pré-processamento dos dados:

- Inclusão de colunas auxiliares (“Ativo”, “ValorDePonto” e “VolumeFinanceiro”);

³*Day Trade* é uma modalidade de negociação aberta e fechada no mesmo dia.

- Seleção de colunas relevantes para a solução do problema (“Data”, “Robo”, “Ativo”, “Volume”, “ValorDePonto”, “VolumeFinanceiro”, “Lucro”);
- Agrupamento dos registros de negociação em um período de 24 horas, segundo a data de operação;
- Cálculo do capital ao longo do período histórico, a partir de um valor inicial de capital;
- Cálculo de alavancagem.

A coluna “Ativo” foi criada a partir da coluna “Robô”, onde cada nome de estratégia contém um sufixo indicando o tipo de ativo que foi negociado. Uma vez que a distinção entre os ativos negociados se torna factível, é possível registrar informações sobre os valores individuais dos contratos: cada ponto de cotação do contrato para o índice Bovespa vale R\$ 0,20; no caso do Dólar, um ponto vale R\$ 10,00. Tais valores são denominados “Valor de Ponto”.

A coluna “VolumeFinanceiro” foi criada com o objetivo de facilitar o cálculo de alavancagem. Ela contém o valor da negociação em reais, considerando a cotação dos minicontratos no momento em que a estratégia encerra a negociação. Os valores dessa coluna foram calculados de acordo com a Equação 3.20. Nessa equação, “Saída” é a cotação do contrato quando a negociação é encerrada e a variável “Volume” equivale ao número de contratos negociados pela estratégia.

$$VolumeFinanceiro = (Saída) * (Volume) * (ValorDePonto) \quad (3.20)$$

Os valores da coluna “Data Saída” foram utilizados para definir a ocorrência de cada registro, pois indica o instante em que a negociação foi encerrada. Na aplicação desenvolvida, isso foi concretizado quando a coluna “Data Saida” foi renomeada como “Data”.

Para facilitar a análise e a visualização dos gráficos, os registros foram agrupados em um período de 24h, de acordo com suas respectivas datas de negociação. Na agregação, os valores das colunas “Volume”, “VolumeFinanceiro” e “Lucro” dos registros de negociações ocorridas em um mesmo dia foram somados e inseridos em um único registro.

Uma vez que as informações relevantes foram obtidas, a próxima etapa consistiu em definir o capital do portfólio ao longo de todo o período histórico. Com o intuito de embasar a escolha de um valor para o capital inicial, foi realizada uma análise dos lucros gerados pelo portfólio de estratégias (Figura 3.7).

A imagem mostra um pico negativo extremo nos últimos meses de 2018, referente a um prejuízo acumulado de R\$ 8907 em um só dia. Visto que as estratégias interrompem as negociações na ausência de capital, deve-se escolher um valor inicial que seja superior ao maior prejuízo gerado pelo portfólio, compensando eventuais perdas de rentabilidade. Nesse estudo, foi adotado o valor de R\$ 100.000,00 para o capital

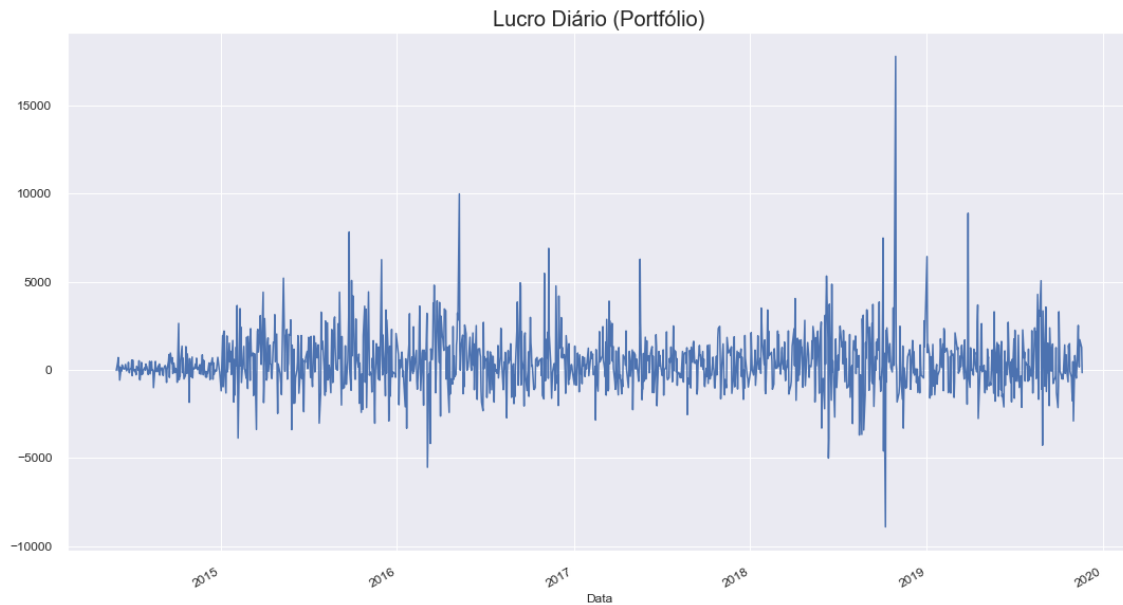


Figura 3.7: Lucro Acumulado Diário (Portfólio)

inicial. A curva de capital acumulado obtida com esse valor inicial é mostrada na Figura 3.8.

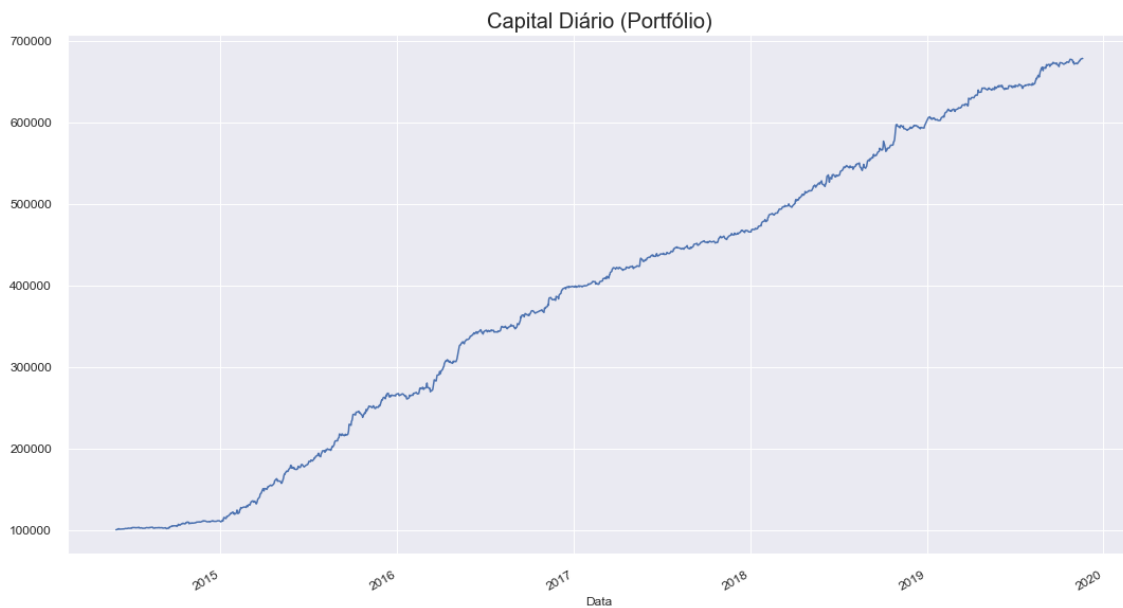


Figura 3.8: Capital Acumulado Diário (Portfólio)

Outra variável significativa é a “Alavancagem”, que avalia a razão entre o volume financeiro e o capital presente em caixa. Caso o volume seja muito superior ao capital disponível, existe a possibilidade de ocorrer ganhos ou perdas igualmente elevados. Por essa razão, a alavancagem também pode ser considerada um indicador de risco

do portfólio. Admitindo um capital inicial de 100 mil, os valores foram calculados de acordo com a Equação 3.21:

$$\text{Alavancagem} = \text{VolumeFinanceiro} / \text{Capital} \quad (3.21)$$

A série histórica dos registros de negociações das estratégias abrange o período entre os anos de 2014 e 2019. A análise inicial revelou que, nos meses anteriores a 2015, o volume de contratos negociados, o volume financeiro e a alavancagem foram significativamente menores quando comparados aos dos demais períodos. Identificadas as causas da anomalia (ver Seção 3.4.1), os registros foram devidamente tratados e novos gráficos para as três variáveis financeiras foram produzidos. A Figura 3.9 permite comparar as variáveis antes e depois do processamento realizado.

3.4.1 Análise de Atividade e Desempenho das Estratégias

A análise do portfólio através das variáveis dos registros de negociação é bastante útil, pois fornece uma visão intuitiva e de alto nível sobre o desempenho do investimento. No entanto, um estudo mais granular, de características individuais das estratégias, pode fornecer pistas importantes sobre algumas peculiaridades observadas no portfólio com distribuição de pesos iguais.

Para possibilitar a extração de informações mais específicas, os registros de negociação também foram agrupados de acordo com o tipo de estratégia. Ao analisar os lucros obtidos individualmente pelos componentes do portfólio, foi possível constatar que algumas das estratégias não estavam realizando negociações durante um período significativo de tempo.

Para evitar que esse período temporário de inatividade enviesasse o processo de otimização, efetuou-se a remoção dos registros de negociações ocorridas nesse período. Em outras palavras, o programa detecta a primeira data a partir da qual todos os robôs fizeram, pelo menos, uma negociação e remove todos os registros anteriores a essa data. As Figuras 3.9(b), 3.9(d) e 3.9(f) mostram as variáveis do portfólio após o processamento.

Visando uniformizar os períodos da série histórica em meses completos, escolheu-se o segundo dia do mês a partir da primeira data válida observada. O primeiro dia do mês foi reservado à aplicação de um valor de capital inicial para todos os robôs. Dessa forma, todas as estratégias automatizadas têm uma série histórica iniciada a partir de uma mesma data, com os mesmos valores iniciais de capital, como é possível observar na Figura 3.10.

3.5 Ferramentas de Desenvolvimento

O ambiente de desenvolvimento do programa foi o Anaconda Navigator (versão 2.3.2) com o Visual Studio Code (versão 1.75.1). A linguagem utilizada foi o Python

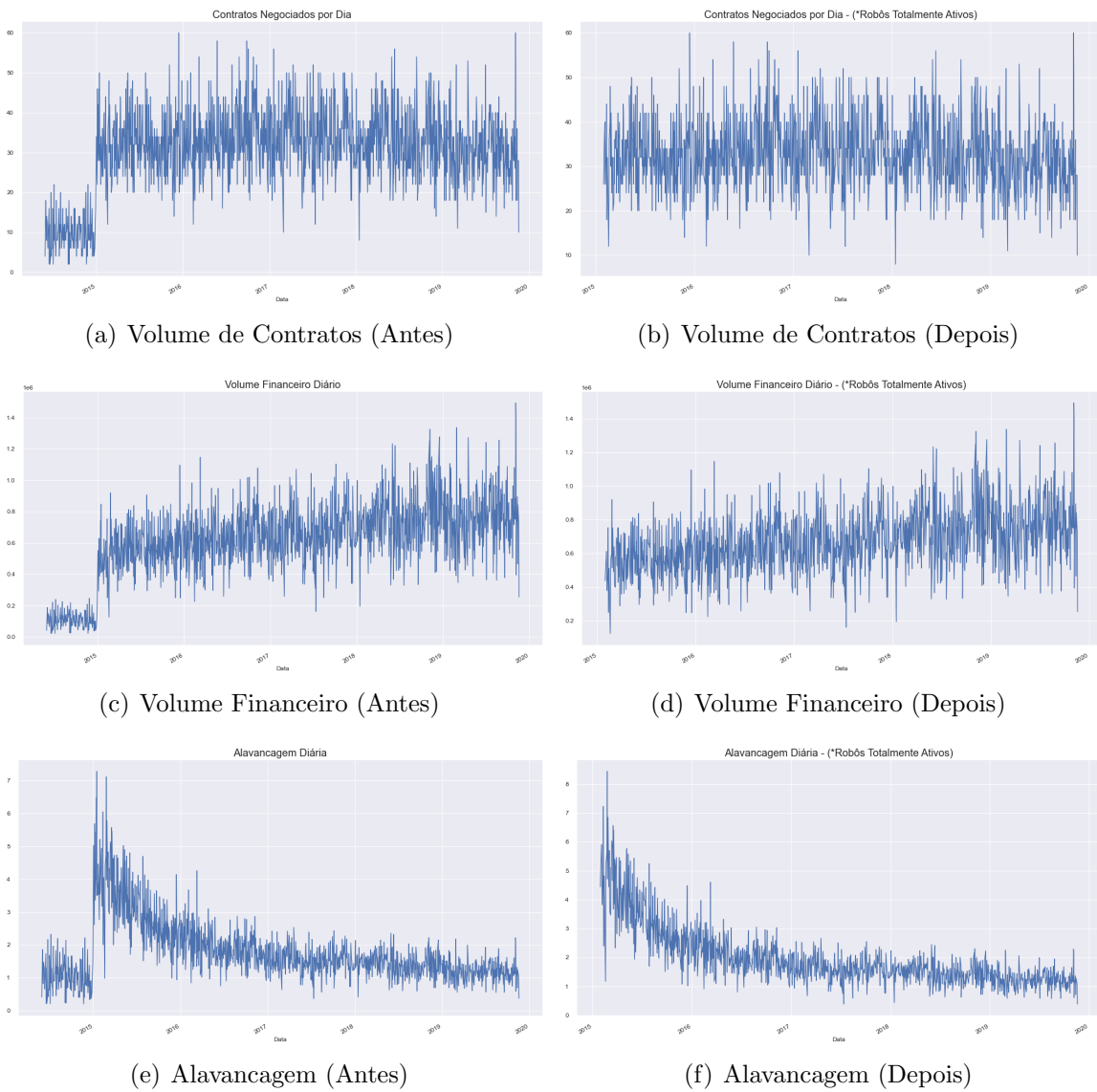


Figura 3.9: Volume de Contratos, Volume Financeiro e Alavancagem - Remoção de Registros com Inatividade

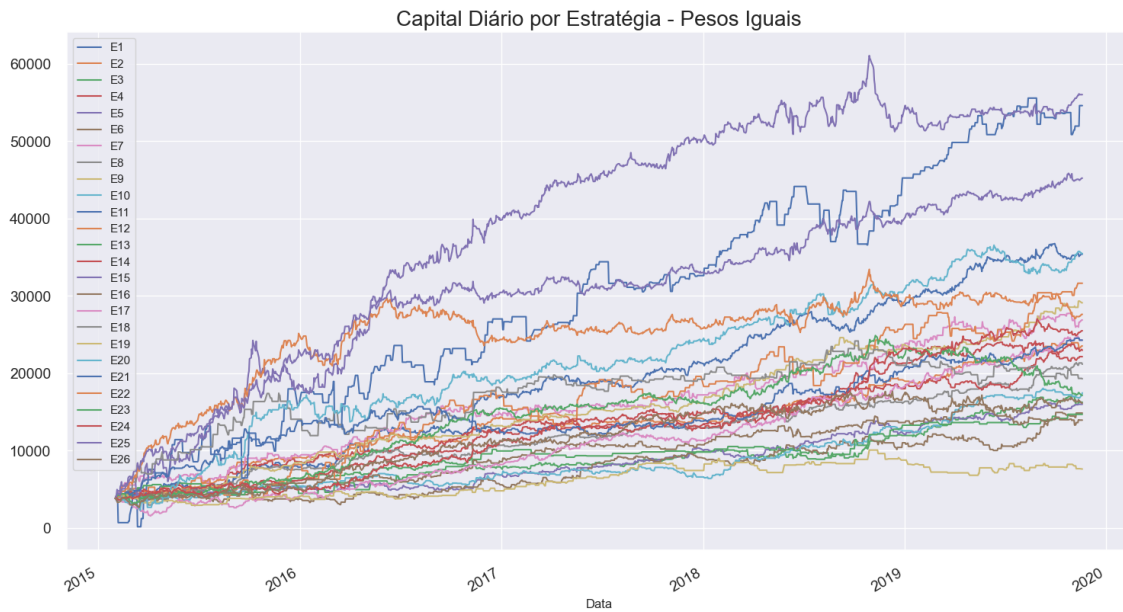


Figura 3.10: Capital Acumulado por Estratégia

(versão 3.9.16), com o auxílio das bibliotecas Pandas (versão 1.5.2), NumPy (versão 1.23.5), Matplotlib (versão 3.6.2), Seaborn (versão 0.12.2) e Plotly (Versão 5.13.1). Os algoritmos evolutivos foram desenvolvidos com o auxílio do *framework* Pymoo, versão 0.4.2.2. O código-fonte do programa está disponível em um repositório no GitHub, no link <https://github.com/lasicuefs/MultiOptPortATS>.

Capítulo 4

Resultados

Os experimentos de otimização de portfólio pelos algoritmos evolutivos apresentados visam fornecer respostas de caráter quantitativo para as perguntas de pesquisa apresentadas na Seção 1.1. Os testes foram realizados com o Algoritmo Evolutivo Lexicográfico e o NSGA-II, com o objetivo de analisar o desempenho das heurísticas em diferentes condições. Para fins de otimização, foram selecionados alguns dos principais indicadores do mercado financeiro como funções-objetivo. Além disso, a validação desses métodos computacionais através da metodologia *walk forward* permitiu verificar a consistência dos resultados obtidos quando as soluções obtidas pelos algoritmos são aplicadas fora do contexto temporal em que foram otimizadas.

Portanto, nesta seção serão detalhados os resultados dos experimentos realizados com o Algoritmo Evolutivo Lexicográfico e o NSGA-II. Quanto à primeira heurística aplicada, foram avaliados: a estabilidade, por meio da variação de sementes; os hiperparâmetros; e a consistência dos resultados através da validação *walk forward*. De maneira similar, o NSGA também foi avaliado quanto à estabilidade e consistência, uma vez aplicados os hiperparâmetros ótimos obtidos com os experimentos realizados com o Algoritmo Lexicográfico. Por fim, na Seção 4.3, são discutidos: os resultados produzidos pelas soluções de cada algoritmo nos experimentos realizados; a comparação de desempenho das soluções dos algoritmos quanto à variação de tamanho de janelas; os níveis de capital acumulado e de rentabilidade obtidos durante toda a série histórica; a avaliação da rentabilidade total das soluções em relação ao IPCA e à taxa básica de juros Selic.

4.1 Algoritmo Evolutivo Lexicográfico

O algoritmo evolutivo lexicográfico foi avaliado quanto às curvas de aptidão das funções-objetivo e variabilidade em relação aos seguintes parâmetros: sementes de inicialização, tamanho de população, taxa de recombinação, percentual de posições alteradas e percentual de doação de contratos. Além disso, foram aplicados testes estatísticos com nível de confiança de 95% ($p \leq 0.05$) na comparação dos parâmetros

quanto aos valores da função-objetivo. Para avaliar o comportamento do algoritmo por meio da variação dos hiperparâmetros - tolerância, população, operadores de recombinação, percentuais de alteração de posições e doação de contratos, foram utilizadas 2 janelas deslizantes IS e OS com tamanhos fixados em 3 meses e passos de 3 meses. Esses experimentos objetivam encontrar parâmetros adequados para a otimização do portfólio, minimizando eventuais efeitos de superadaptação oriundos de períodos de curta duração da série temporal. Posteriormente, foram realizados dois conjuntos de experimentos com o período integral da série para avaliar os efeitos das funções-objetivo e da variação dos tamanhos das janelas IS e OS no desempenho do portfólio.

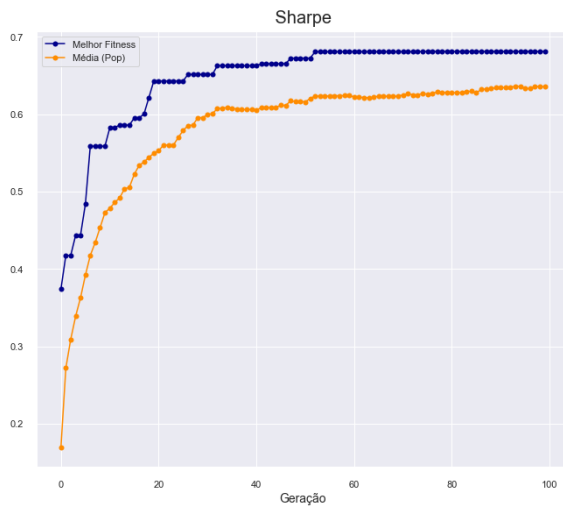
4.1.1 Curva de Aptidão

O objetivo da avaliação das curvas de aptidão foi verificar o comportamento de otimização das funções-objetivo de acordo com as prioridades estabelecidas *a priori*. A Figura 4.1 mostra as curvas de aptidão para a segunda janela de otimização IS com a seguinte ordem de prioridade das funções-objetivo: Sharpe, Retorno Composto e Volatilidade. As linhas azuis mostram, em cada geração, os valores-objetivos referentes aos indivíduos que produziu os valores ótimos na função de maior prioridade. A linha laranja, por sua vez, representa a média dos valores-objetivo na população. Nesse cenário, o tamanho da janela IS foi fixado em 3 meses.

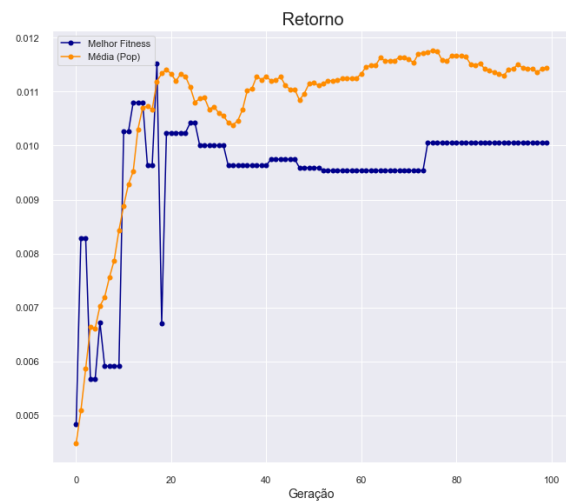
Por meio dos gráficos da figura 4.1, é possível observar que o algoritmo adquire estabilidade no objetivo de maior prioridade (i.e. Sharpe), aproximadamente, a partir da geração número 50. Consequentemente, o Retorno Composto - o próximo na lista de prioridades - também adquire certa estabilidade a partir da referida geração e apresenta uma ligeira elevação nas últimas gerações antes de se estabilizar novamente. Apesar das oscilações nas primeiras gerações, a Volatilidade - o último objetivo na lista de prioridades - também consegue se estabilizar a partir da geração 74. Portanto, é possível concluir que o algoritmo lexicográfico apresenta o comportamento esperado, pois: otimiza os objetivos de acordo com as prioridades pré-estabelecidas; e apresenta convergência estável para a função de maior prioridade (Sharpe).

4.1.2 Sementes

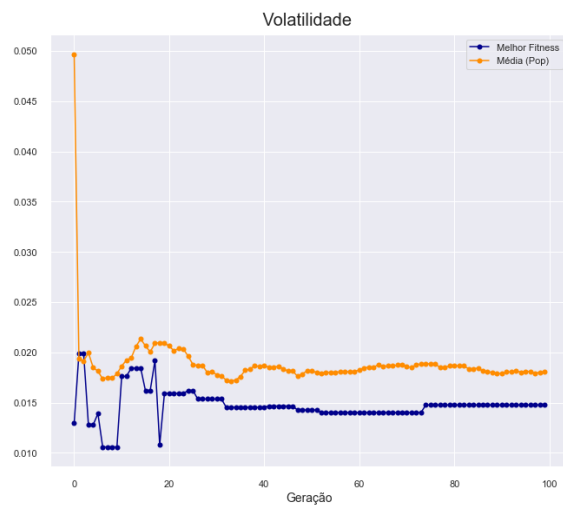
Com o intuito de verificar a consistência de resultados da otimização pelos algoritmos a partir de variações da semente do gerador de números aleatórios, foram realizados experimentos com 20 sementes de inicialização diferentes. Os demais parâmetros foram mantidos em um valor fixo: a tolerância para comparação dos valores-objetivo foi mantida em 5%, 100 indivíduos foram utilizados na população inicial, a taxa de recombinação foi de 50% e tanto o percentual de posições alteradas quanto o percentual de doação de contratos foram mantidos em 50%. A configuração para o tamanho das janelas *walk forward* foi de 3 meses para os períodos IS e OS. Das 18 janelas possíveis nesse cenário, apenas as três primeiras foram selecionadas para otimização *walk forward*, o que reduz as possibilidades de superadaptação do



(a) Sharpe - Janela 1



(b) Retorno Composto - Janela 1



(c) Volatilidade - Janela 1

Figura 4.1: Curvas de Aptidão para Sharpe, Retorno e Volatilidade (Lexicográfico)

algoritmo aos dados e, inclusive, o tempo computacional necessário para efetuar as otimizações.

Os valores médios das funções-objetivo com os respectivos intervalos de confiança podem ser vistos na Tabela 4.1. Nesta tabela, é possível observar que: a janela 0 apresentou as maiores médias para Sharpe e Retorno; a janela 1 produziu a menor média de Volatilidade. Apesar das variações observadas nos valores dos objetivos, o desvio percentual¹ em relação à média foi de apenas 1.81% (Tabela 4.2) para a função de maior prioridade - índice de Sharpe - na Janela 1.

Tabela 4.1: Valores Médios e Intervalos de Confiança das Funções-Objetivo (20 Sementes)

	Janela 0	Janela 1	Janela 2
Sharpe	1.442 [1.420, 1.465]	1.439 [1.413, 1.464]	1.429 [1.419, 1.440]
Retorno	0.911 [0.857, 0.965]	0.541 [0.508, 0.574]	0.647 [0.633, 0.660]
Volatilidade	0.016 [0.015, 0.017]	0.010 [0.009, 0.011]	0.011 [0.011, 0.012]

Na Tabela 4.2, pode-se observar que os desvios percentuais nas janelas aumentam de maneira inversamente proporcional à ordem de prioridade da função-objetivo. Uma explicação possível para esse fenômeno é o fato de que diferentes níveis de retorno ou volatilidade podem levar a um mesmo valor de Sharpe dentro da margem de tolerância.

Quanto à estabilidade do algoritmo, nota-se que os desvios percentuais são pequenos em relação aos objetivos, especialmente em relação às funções de maior prioridade: os desvios em Sharpe não excedem 2% nas janelas analisadas. Logo, é possível inferir que o algoritmo produz resultados relativamente consistentes em cada janela quando sujeito às variações de semente.

Tabela 4.2: Desvios Percentuais dos Valores Médios das Funções-Objetivo (20 Sementes)

	Janela 0	Janela 1	Janela 2
Desvio em Sharpe (%)	1.53	1.81	0.70
Desvio em Retorno (%)	5.92	6.01	2.16
Desvio em Volatilidade (%)	6.25	10.00	9.09

O próximo critério avaliado foi o Índice de Gini, cujas médias por janela IS são mostradas na Tabela 4.3 e apresentam intervalos de confiança razoavelmente pequenos. As médias das janelas avaliadas concentram-se, majoritariamente, no intervalo entre 0.7 e 0.8, sugerindo uma concentração razoavelmente elevada de contratos em

¹O desvio percentual é calculado pela diferença entre a média e o limite inferior dividida pela média

poucas estratégias quando o índice de Sharpe é escolhido como objetivo de maior prioridade.

Tabela 4.3: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini (20 Sementes)

	Gini (Sementes)
Janela 0	0.795 [0.778, 0.812]
Janela 1	0.717 [0.699, 0.735]
Janela 2	0.754 [0.742, 0.767]
Janelas (0 a 2)	0.755 [0.743, 0.767]

A partir dos dados da Tabela 4.4, pode-se observar, por janela, os desvios percentuais da média dos índices de Gini, além da média geral de todas as janelas. O desvio máximo atinge um limite máximo de aproximadamente 2.5%, sugerindo que as variações de semente não produzem impacto significativo nos valores de Gini.

Tabela 4.4: Desvios Percentuais dos Valores Médios para o Índice de Gini (20 Sementes)

	Desvio (%)
Janela 0	2.14
Janela 1	2.51
Janela 2	1.59
Janelas (0 a 2)	1.59

Uma vez que os resultados das otimizações realizadas com as 20 execuções do algoritmo demonstraram pouca sensibilidade (Tabelas 4.2 e 4.4) à variação das sementes aleatórias empregadas nas 20 execuções do algoritmo, pode-se concluir que o algoritmo apresenta resultados relativamente estáveis.

4.1.3 Tolerância

Neste experimento, foram avaliados os valores-objetivo das funções-objetivo quando o limiar de tolerância do algoritmo lexicográfico é modificado. Logo, foram considerados duas margens de tolerância com limiar reduzido: 5% e 10%. Para cada limiar, foram realizadas 10 execuções do algoritmo com sementes distintas. A partir dos dados obtidos com as otimizações, foi possível calcular os valores médios das funções-objetivo, dos índices de Gini e do total de capital acumulado do portfólio. Com base nessas informações, seleciona-se o limiar de tolerância que produz o melhor resultado para as funções-objetivo, observando a ordem de prioridade lexicográfica.

As médias do Índice de Sharpe para as otimizações *In-Sample* podem ser vistas na Tabela 4.5. Os limiares de tolerância utilizados nos experimentos são indicados nas

colunas; as três primeiras linhas mostram médias obtidas separadamente por janela de otimização e a última linha contém as médias obtidas com as janelas agrupadas. Pode-se observar que, individualmente, o limiar de 5% produz índices médios superiores, com intervalos de confiança menores. Na média geral, foi constatada uma superioridade significativa estatisticamente ($p < 0.001$) do índice de Sharpe para o limiar de 5%.

Tabela 4.5: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe (In-Sample) - Tolerância

	5%	10%
Janela 0	1.446 [1.424, 1.468]	1.300 [1.239, 1.361]
Janela 1	1.416 [1.381, 1.452]	1.269 [1.229, 1.310]
Janela 2	1.411 [1.385, 1.436]	1.317 [1.263, 1.372]
Janelas (0 a 2)	1.424 [1.409, 1.440]*	1.296 [1.268, 1.323]

*Maior Sharpe ($p < 0.001$)

Quanto às demais funções-objetivo, o limiar de 10% produziu maiores retornos compostos com nível de significância inferior a 0.001 (Tabela 4.6) acompanhados de volatilidades elevadas (Tabela 4.7), o que explica o desempenho inferior dessa margem de tolerância nos índices de Sharpe. Por outro lado, a tolerância de 5% apresentou níveis menores de volatilidade, o que certamente contribuiu para que índices de Sharpe mais elevados fossem atingidos.

Tabela 4.6: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto (In-Sample) - Tolerância

	5%	10%
Janela 0	0.897 [0.830, 0.965]	1.259 [1.076, 1.443]
Janela 1	0.567 [0.526, 0.609]	0.721 [0.669, 0.773]
Janela 2	0.678 [0.652, 0.704]	0.708 [0.664, 0.752]
Janelas (0 a 2)	0.714 [0.657, 0.772]	0.896 [0.783, 1.009]*

*Maior Retorno ($p < 0.001$)

O índice de Gini foi o próximo critério avaliado após as funções-objetivo. De acordo com a Tabela 4.8, foi possível verificar que o limiar de 5% produziu portfólios com índices de Gini menores, sugerindo uma menor concentração de contratos por parte das estratégias. Portanto, pode-se concluir que uma tolerância de 5% é mais benéfica à diversificação do portfólio e reduz os riscos, como é possível constatar na Tabela 4.7.

Para verificar o impacto dos limiares de tolerância nos dados *Out-of-Sample*, foi calculado o capital acumulado médio total para as duas configurações. Na Tabela

Tabela 4.7: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade (In-Sample) - Tolerância

	5%	10%
Janela 0	0.015 [0.014, 0.016]	0.022 [0.019, 0.025]
Janela 1	0.010 [0.010, 0.011]	0.014 [0.013, 0.015]
Janela 2	0.012 [0.012, 0.013]	0.013 [0.012, 0.015]
Janelas (0 a 2)	0.013 [0.012, 0.014]*	0.017 [0.015, 0.018]

*Menor Volatilidade ($p < 0.001$)

Tabela 4.8: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini - Tolerância

	5%	10%
Janela 0	0.833 [0.818, 0.848]	0.879 [0.862, 0.895]
Janela 1	0.777 [0.764, 0.790]	0.829 [0.815, 0.843]
Janela 2	0.788 [0.769, 0.807]	0.818 [0.790, 0.846]
Janelas (0 a 2)	0.799 [0.787, 0.812]*	0.842 [0.828, 0.856]

*Menor Gini ($p < 0.001$)

4.9, pode-se observar que a taxa de 10% obteve, com significância estatística ($p < 0.001$), valores superiores de capital. Esses resultados corroboram os valores observados na Tabela 4.6, uma vez que maiores níveis de retorno tem o potencial de produzir mais capital acumulado. Essa diferença fica ainda mais evidente na Figura 4.2, em que é possível acompanhar a evolução do capital acumulado (em dias) para os dois limiares de tolerância utilizados.

Tabela 4.9: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado (Out-of-Sample) - Tolerância

	5%	10%
Total	205.153,70 [198.134,60. 212.172,80]	237.377,90 [227.052,36. 247.703,44]*

*Maior Capital Acumulado Total ($p < 0.001$)

Embora a taxa de 10% tenha produzido maiores valores de retorno - e, consequentemente, maior capital acumulado - a tolerância de 5% conduziu o algoritmo a portfólios de menor risco e menor concentração de contratos, além de produzir o maior índice de Sharpe - função-objetivo de maior prioridade. Por essas razões, o percentual de tolerância de 5% foi selecionado para os experimentos realizados posteriormente com a série temporal completa.

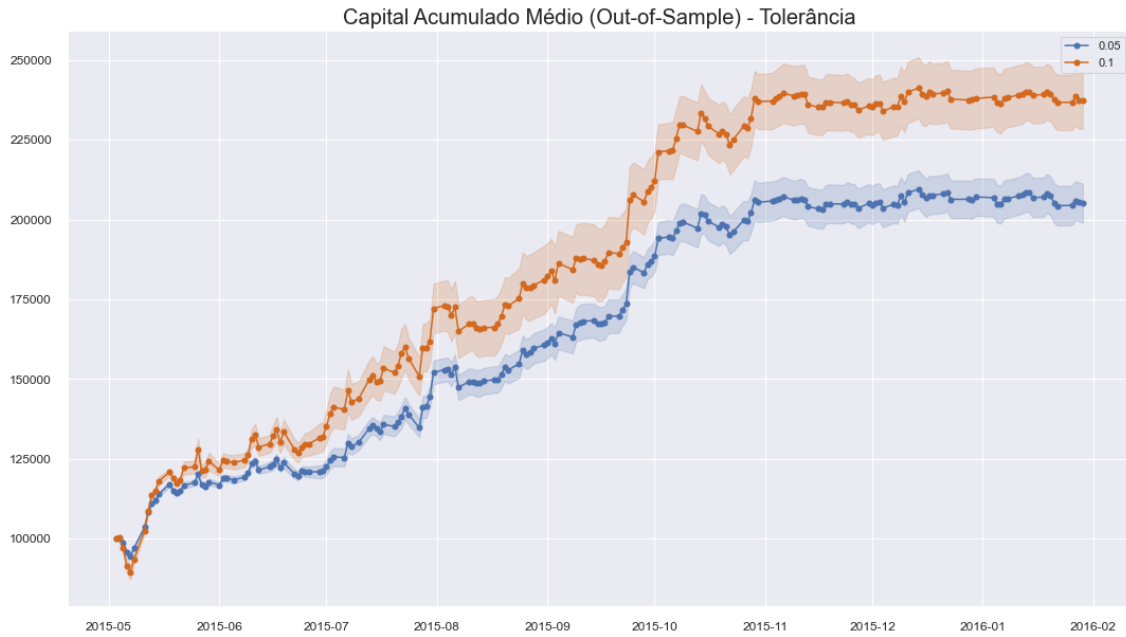


Figura 4.2: Capital Acumulado Médio do Portfólio (*Out-of-Sample*) - Tolerância (Lexicográfico)

4.1.4 População

A quantidade de indivíduos na população é um parâmetro que pode influenciar na diversidade das soluções. Uma população com poucos indivíduos, por exemplo, pode levar a uma convergência prematura do algoritmo. Caso existam muitos indivíduos, o custo computacional para realizar a avaliação e as operações em cada solução-candidata pode se tornar proibitivo. Portanto, testes com tamanhos populacionais diferentes são necessários para determinar qual o melhor parâmetro no contexto de otimização. Para este experimento, foram consideradas as quantidades 50, 100 e 200 para o número total de indivíduos.

Inicialmente, foram avaliados os valores médios obtidos para a função-objetivo de maior prioridade: índice de Sharpe (Tabela 4.10). As médias por janela e as médias das três primeiras janelas concatenadas são bastante próximas e não apresentam diferença significativa, de acordo os testes estatísticos realizados. A próxima função-objetivo na lista de prioridade - Retorno - também apresenta números muito semelhantes (Tabela 4.11). Nos valores da última função-objetivo, a volatilidade (Tabela 4.12), também não foram observadas diferenças significativas com os parâmetros de população utilizados.

Para observar os efeitos do tamanho populacional na concentração de contratos, foram calculados os índices de Gini em cada janela (Tabela 4.13). Após a análise dos resultados, constatou-se que essa concentração não foi afetada pela mudança na quantidade de indivíduos da população, o que está em conformidade com os dados observados na Tabela (4.12).

Tabela 4.10: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe (In-Sample) - Tamanho da População

	50	100	200
Janela 0	1.394 [1.359, 1.428]	1.358 [1.322, 1.393]	1.376 [1.328, 1.425]
Janela 1	1.343 [1.288, 1.399]	1.344 [1.301, 1.386]	1.337 [1.302, 1.372]
Janela 2	1.343 [1.297, 1.388]	1.365 [1.321, 1.409]	1.370 [1.345, 1.396]
Janelas (0 a 2)	1.360 [1.335, 1.385]*	1.355 [1.335, 1.376]*	1.361 [1.341, 1.381]*

*Sem diferença significativa ($p > 0.05$)

Tabela 4.11: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto (In-Sample) - Tamanho da População

	50	100	200
Janela 0	0.851 [0.720, 0.982]	0.891 [0.810, 0.972]	0.905 [0.823, 0.987]
Janela 1	0.546 [0.482, 0.610]	0.580 [0.544, 0.617]	0.554 [0.507, 0.600]
Janela 2	0.605 [0.572, 0.638]	0.611 [0.565, 0.657]	0.629 [0.607, 0.652]
Janelas (0 a 2)	0.667 [0.601, 0.734]*	0.694 [0.633, 0.754]*	0.696 [0.632, 0.760]*

*Sem diferença significativa ($p > 0.05$)

Tabela 4.12: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade (In-Sample) - Tamanho da População

	50	100	200
Janela 0	0.015 [0.013, 0.017]	0.016 [0.015, 0.018]	0.016 [0.015, 0.018]
Janela 1	0.011 [0.009, 0.012]	0.011 [0.010, 0.012]	0.011 [0.010, 0.012]
Janela 2	0.012 [0.011, 0.012]	0.012 [0.010, 0.013]	0.012 [0.011, 0.012]
Janelas (0 a 2)	0.013 [0.011, 0.014]*	0.013 [0.012, 0.014]*	0.013 [0.012, 0.014]*

*Sem diferença significativa ($p > 0.05$)

Com base nestes dados, observa-se que a concentração dos contratos em estratégias se mantém praticamente inalterada não somente após a variação dos parâmetros, mas também ao se alterar o tipo da janela avaliada. Portanto, pode-se afirmar que o tamanho de população não produz impacto significativo no índice de Gini.

Tabela 4.13: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini - Tamanho da População

	50	100	200
Janela 0	0.754 [0.719, 0.790]	0.759 [0.748, 0.771]	0.764 [0.733, 0.795]
Janela 1	0.716 [0.678, 0.754]	0.726 [0.703, 0.748]	0.725 [0.680, 0.771]
Janela 2	0.718 [0.682, 0.754]	0.739 [0.707, 0.770]	0.759 [0.719, 0.798]
Janelas (0 a 2)	0.730 [0.710, 0.749]*	0.741 [0.728, 0.754]*	0.749 [0.728, 0.770]*

*Sem diferença significativa ($p > 0.05$)

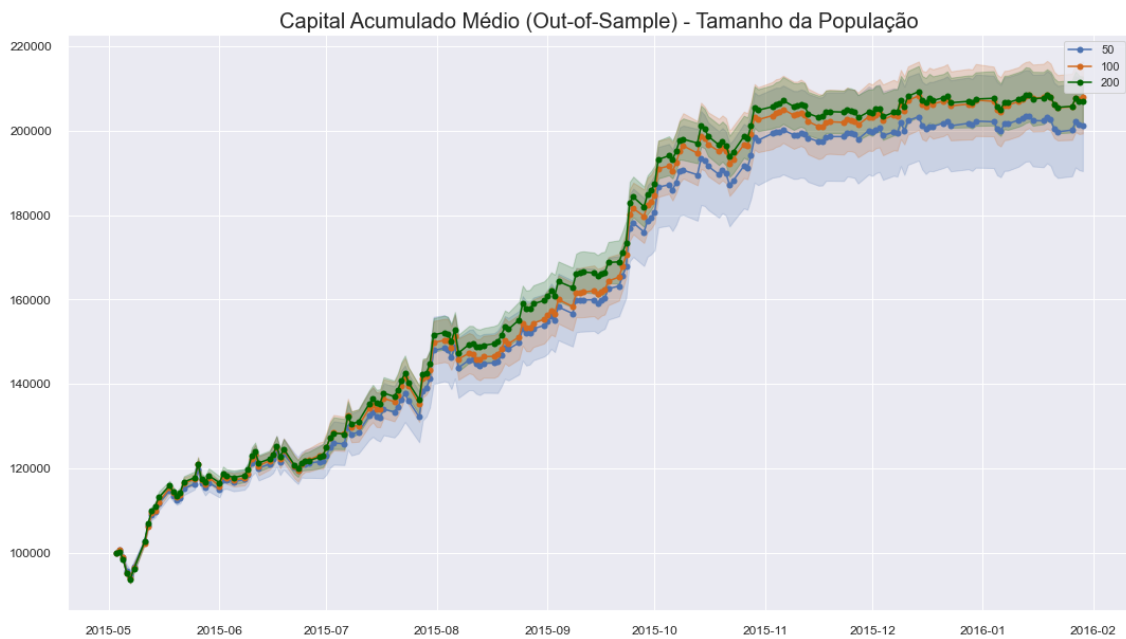


Figura 4.3: Capital Acumulado Médio do Portfólio (*Out-of-Sample*) - Tamanho da População (Lexicográfico)

Quanto ao capital acumulado *Out-of-Sample*, os valores totais (Tabela 4.14) não apresentaram qualquer diferença significativa com a variação do tamanho da população. Além disso, pode-se notar na Figura 4.3 que as curvas de evolução dos capitais acumulados ao longo dos dias apresentam diferenças dentro da margem de erro das médias.

Ao analisar os resultados obtidos, pode-se afirmar que a variação do tamanho da população não produziu alterações significativas nos critérios avaliados. Portanto,

Tabela 4.14: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado (Out-of-Sample) - Tamanho da População

	50	100	200
Total	201.314,70 [188.803,25. 213.826,15]*	207.914,90 [198.070,69. 217.759,11]*	207.011,00 [200.196,88. 213.825,12]*

*Sem diferença significativa ($p > 0.05$)

com o intuito de reduzir o custo computacional em outros experimentos, o tamanho da população foi fixado no menor dos três valores utilizados: 50 indivíduos.

4.1.5 Recombinação

Na etapa de recombinação, o percentual de *crossover* determina a porcentagem da população de soluções que será submetida ao processo reprodutivo. Com o intuito de calibrar o algoritmo para fins de recombinação, foram realizados testes com taxas de 20%, 50% e 100%. O percentual de contratos doados durante as recombinações foi fixado em 50% para todas as taxas testadas.

Aplicando a mesma sequência utilizada anteriormente para os hiperparâmetros já testados e seguindo a prioridade na lista de funções-objetivo, o índice de Sharpe em janelas *In-Sample* foi a primeira função avaliada. A Tabela 4.15 apresenta os valores médios e seus respectivos intervalos de confiança. Com base nos resultados e nos testes estatísticos, pode-se afirmar que alterações na taxa de recombinação não produziram diferenças significativas nos valores obtidos para Sharpe quando consideradas as três janelas em sua totalidade.

Tabela 4.15: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe (In-Sample) - Taxa de Recombinação

	20%	50%	100%
Janela 0	1.449 [1.420, 1.479]	1.446 [1.424, 1.468]	1.408 [1.384, 1.432]
Janela 1	1.450 [1.423, 1.477]	1.416 [1.381, 1.452]	1.434 [1.406, 1.462]
Janela 2	1.404 [1.378, 1.431]	1.411 [1.385, 1.436]	1.397 [1.378, 1.417]
Janelas (0 a 2)	1.435 [1.418, 1.451]*	1.424 [1.409, 1.440]*	1.413 [1.400, 1.426]*

*Sem diferença significativa ($p > 0.05$)

A próxima função-objetivo na lista de prioridades é o Retorno Composto. Os resultados médios por janela são mostrados na Tabela 4.16. Embora o retorno médio das janelas testadas tenha sido superior a 70%, a variação da taxa de recombinação também não produziu diferenças estatisticamente significativas. Não obstante, pode-se observar que a janela 0 produziu os maiores retornos com as três taxas, atingindo cerca de 100% de retorno de investimento com uma recombinação de 20%. A janela 2, por sua vez, apresentou o pior desempenho, sendo que todas as taxas de retorno ficaram praticamente abaixo dos 70%. Além disso, também foi possível observar um

Intervalos de Confiança razoavelmente extenso na média geral dos retornos, indicando uma dispersão acentuada entre os valores obtidos em diferentes execuções do algoritmo.

Tabela 4.16: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto (In-Sample) - Taxa de Recombinação

	20%	50%	100%
Janela 0	0.925 [0.846, 1.003]	0.897 [0.830, 0.965]	1.021 [0.951, 1.092]
Janela 1	0.528 [0.482, 0.574]	0.567 [0.526, 0.609]	0.546 [0.493, 0.600]
Janela 2	0.672 [0.649, 0.696]	0.678 [0.652, 0.704]	0.683 [0.677, 0.689]
Janelas (0 a 2)	0.708 [0.640, 0.776]*	0.714 [0.657, 0.772]*	0.750 [0.670, 0.831]*

*Sem diferença significativa ($p > 0.05$)

Os resultados para a última função-objetivo, volatilidade, são apresentados pela Tabela 4.17. De forma similar às funções-anteriores, não foi possível observar um impacto significativo causado pela variação das taxas de recombinação. A volatilidade média das janelas nos três casos apresentou um Intervalos de Confiança pequeno, o que sugere uma forte consistência nos resultados em diferentes execuções. A janela 0, vale destacar, foi a que apresentou os maiores níveis de volatilidade, algo compatível com os níveis de retorno composto obtidos com a mesma solução (Tabela 4.16).

Tabela 4.17: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade (In-Sample) - Taxa de Recombinação

	20%	50%	100%
Janela 0	0.016 [0.014, 0.017]	0.015 [0.014, 0.016]	0.017 [0.016, 0.019]
Janela 1	0.010 [0.009, 0.010]	0.010 [0.010, 0.011]	0.010 [0.009, 0.011]
Janela 2	0.012 [0.012, 0.013]	0.012 [0.012, 0.013]	0.012 [0.012, 0.013]
Janelas (0 a 2)	0.012 [0.011, 0.014]*	0.013 [0.012, 0.014]*	0.013 [0.012, 0.014]*

*Sem diferença significativa ($p > 0.05$)

Para avaliar o impacto da recombinação na concentração de contratos, foi avaliado o índice de Gini. Seguindo a tendência observada nos resultados obtidos com as funções-objetivo, os valores de Gini na Tabela 4.18 demonstraram que a concentração de contratos não sofreu impacto significativo com a variação das taxas de recombinação. As médias gerais (i.e. das três janelas avaliadas) oscilaram muito pouco, com um pequeno Intervalos de Confiança. Os maiores níveis de concentração foram produzidos pela janela 0 e os menores, pela janela 2, o que é coerente com os resultados apresentados pelas Tabelas 4.16 e 4.17.

Por fim, foi avaliado o impacto das taxas de recombinação no capital acumulado médio do portfólio em janelas *Out-of-Sample*. A Tabela 4.19 mostra os valores

Tabela 4.18: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini - Taxa de Recombinação

	20%	50%	100%
Janela 0	0.836 [0.810, 0.863]	0.833 [0.818, 0.848]	0.849 [0.835, 0.862]
Janela 1	0.757 [0.750, 0.765]	0.777 [0.764, 0.790]	0.758 [0.735, 0.781]
Janela 2	0.795 [0.780, 0.810]	0.788 [0.769, 0.807]	0.794 [0.771, 0.817]
Janelas (0 a 2)	0.796 [0.781, 0.812]*	0.799 [0.787, 0.812]*	0.800 [0.783, 0.818]*

*Sem diferença significativa ($p > 0.05$)

finais de capital acumulado para cada solução obtida a partir dos percentuais de recombinação testados. De acordo com os dados, as alterações na recombinação não produziram efeitos relevantes nos níveis de capital, cujos valores médios ficaram situados na ordem de 200.000, com desvio aproximado de 10.000. A evolução do capital pode ser observada na Figura 4.4, onde pode-se notar que os capitais médios estão próximos entre si e dentro da região delimitada pelos desvios das médias.

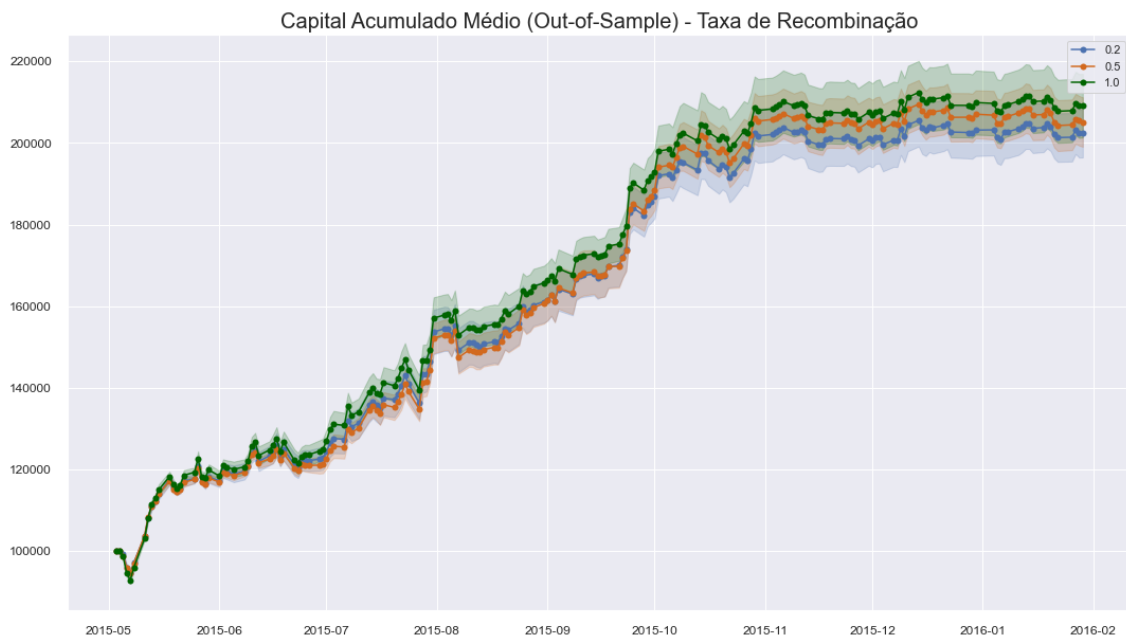


Figura 4.4: Capital Acumulado Médio do Portfólio (*Out-of-Sample*) - Taxa de Recombinação (Lexicográfico)

Os resultados sugerem que a taxa de recombinação não produz impacto nos critérios de desempenho avaliados. Não obstante, o processo de *crossover* permite que os portfólios sejam recombinados em pares, contribuindo com a diversidade das soluções sobreviventes na última geração. Logo, com o objetivo de assegurar que aproximadamente metade da população seja submetida a esse processo recombinatório, foi selecionada a taxa intermediária de 50%.

Tabela 4.19: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado (Out-of-Sample) - Taxa de Recombinação

	20%	50%	100%
Total	202.439,80 [195.545,68. 209.333,92]*	205.153,70 [198.134,60. 212.172,80]*	209.154,00 [200.141,42. 218.166,58]*

*Sem diferença significativa ($p > 0.05$)

4.1.6 Percentual de Posições Alteradas

Em um algoritmo evolutivo, o operador de mutação é responsável por realizar modificações de caráter aleatório em cada indivíduo da população. No problema tratado por este trabalho, o percentual de posições alteradas indica qual a proporção de posições (i.e. número de contratos de uma estratégia) em um mesmo portfólio que poderá ser modificada, sem violar as restrições definidas na Seção 3.1.3. Um percentual de posições alteradas mais elevado produz indivíduos muito diferentes de suas versões iniciais e dificultam a convergência, embora permitam uma exploração mais ampla do espaço de valores-objetivo. Percentuais menores, por outro lado, favorecem a convergência e reduzem o campo de exploração do espaço de valores-objetivo. Portanto, para verificar o impacto produzido pelas variações desse percentual, foram testados os valores 10%, 20%, e 50%. O percentual de contratos doados durante a alteração das posições foi fixado em 50% para todas as taxas testadas.

Inicialmente, as médias do índice de Sharpe (função de maior prioridade) nas janelas *In-Sample* foram avaliadas, como mostra a Tabela 4.20. De acordo com os dados do experimento, os percentuais de 10% e 20% produziram médias superiores ao percentual de 50%. No entanto, não foi possível constatar diferenças significativas entre os valores médios de Sharpe daqueles percentuais.

Tabela 4.20: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe (In-Sample)-Taxa de Alteração das Posições

	10%	20%	50%
Janela 0	1.437 [1.415, 1.459]	1.451 [1.424, 1.479]	1.397 [1.333, 1.461]
Janela 1	1.417 [1.366, 1.468]	1.367 [1.340, 1.394]	1.324 [1.271, 1.378]
Janela 2	1.405 [1.374, 1.436]	1.413 [1.369, 1.457]	1.309 [1.284, 1.333]
Janelas (0 a 2)	1.420 [1.400, 1.439]*	1.411 [1.389, 1.432]*	1.343 [1.314, 1.373]

*Maiores Sharpe ($p < 0.001$), não houve diferença entre ambos ($p > 0.05$)

Em seguida, foram obtidos os valores médios para o Retorno Composto, próxima função-objetivo na sequência de prioridades. Os resultados do experimento (Tabela 4.21) mostram que não foi possível detectar uma diferença significativa entre os retornos dos percentuais avaliados. Não obstante, vale ressaltar que o percentual de 10% apresentou uma média de retorno ligeiramente superior ao da taxa de 20%.

A última função-objetivo - Volatilidade - foi avaliada e as médias das janelas com os respectivos intervalos de confiança podem ser vistas na Tabela 4.22. Os resultados

Tabela 4.21: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto (In-Sample) - Taxa de Alteração das Posições

	10%	20%	50%
Janela 0	0.910 [0.806, 1.013]	0.798 [0.711, 0.885]	0.834 [0.684, 0.984]
Janela 1	0.557 [0.503, 0.610]	0.546 [0.473, 0.620]	0.593 [0.548, 0.638]
Janela 2	0.670 [0.648, 0.691]	0.627 [0.592, 0.663]	0.649 [0.627, 0.670]
Janelas (0 a 2)	0.712 [0.646, 0.778]* **	0.657 [0.604, 0.710]*	0.692 [0.632, 0.752]*

*Sem diferença significativa ($p > 0.05$), **Obteve Retorno maior que a taxa de 20% ($p < 0.05$)

produzidos pelas taxas de recombinação não apresentam diferenças significativas, embora o percentual de 20% tenha produzido uma volatilidade inferior àquela apresentada pela taxa de 50% ($p < 0.05$).

Tabela 4.22: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade (In-Sample) - Taxa de Alteração das Posições

	10%	20%	50%
Janela 0	0.016 [0.014, 0.017]	0.014 [0.013, 0.015]	0.015 [0.012, 0.018]
Janela 1	0.010 [0.009, 0.011]	0.010 [0.009, 0.012]	0.012 [0.010, 0.013]
Janela 2	0.012 [0.011, 0.013]	0.011 [0.011, 0.012]	0.013 [0.012, 0.013]
Janelas (0 a 2)	0.013 [0.012, 0.014]*	0.012 [0.011, 0.013]* **	0.013 [0.012, 0.014]*

*Sem diferença significativa ($p > 0.05$), **Obteve Volatilidade menor que a taxa de 50% ($p < 0.05$)

Os valores médios para o índice de Gini - indicadores da concentração de contratos - podem ser vistos na Tabela 4.23. Nessa avaliação, constatou-se que os percentuais de 20% e 50% apresentaram, com elevado grau de significância ($p < 0.001$), os menores índices. Entretanto, não foi possível observar diferença significativa entre essas taxas. Tais valores são coerentes com os da Tabela 4.21, pois o percentual de recombinação de 10%, que produziu um índice de Gini superior aos das demais taxas, também apresentou a maior média numérica de Retorno Composto.

Tabela 4.23: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini - Taxa de Alteração das Posições

	10%	20%	50%
Janela 0	0.798 [0.775, 0.822]	0.753 [0.722, 0.783]	0.722 [0.691, 0.753]
Janela 1	0.725 [0.698, 0.752]	0.702 [0.667, 0.738]	0.731 [0.713, 0.749]
Janela 2	0.759 [0.739, 0.780]	0.736 [0.713, 0.758]	0.759 [0.726, 0.793]
Janelas (0 a 2)	0.761 [0.744, 0.777]	0.730 [0.713, 0.747]*	0.737 [0.722, 0.753]*

*Menores Gini ($p < 0.001$), não houve diferença entre ambos ($p > 0.05$)

As médias de capital acumulado em janelas *Out-of-Sample* para cada percentual de posições alteradas e seus respectivos intervalos de confiança são mostrados na Tabela 4.24. Nesse critério de avaliação, os testes estatísticos demonstraram que não houve diferença significativa entre os capitais acumulados dos diferentes percentuais analisados. A Figura 4.5 permite acompanhar a evolução do capital acumulado médio para os três percentuais. Neste caso, a imagem corrobora os dados da Tabela 4.24, pois é possível notar que os capitais seguem uma tendência de crescimento muito similar, dentro das margens de erro, estas mostradas pelas cores sombreadas.

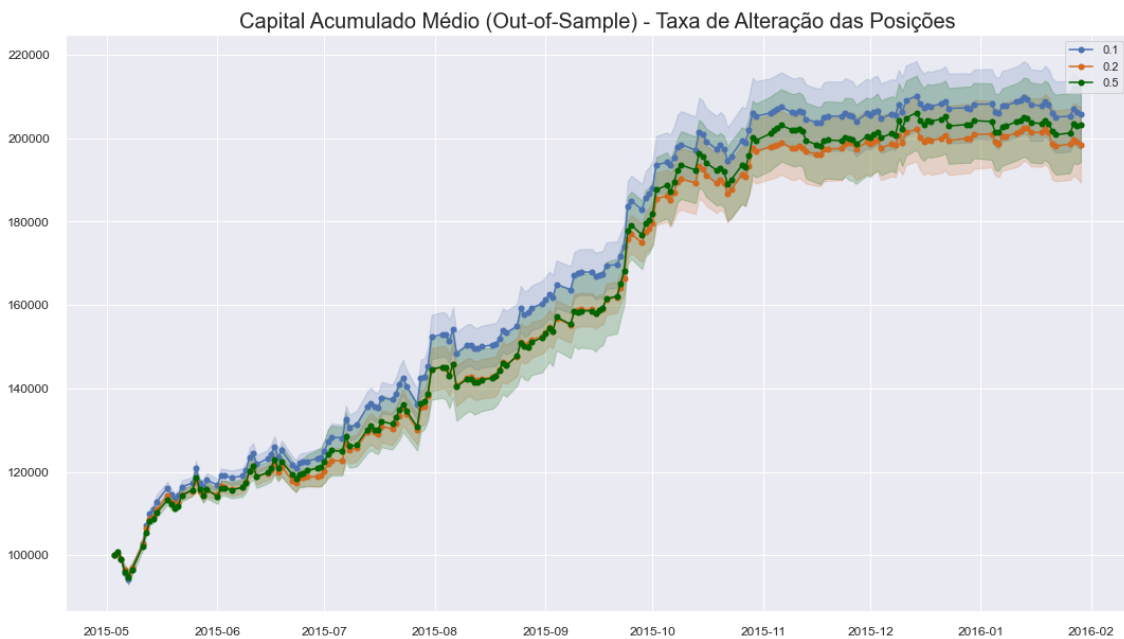


Figura 4.5: Capital Acumulado Médio do Portfólio (*Out-of-Sample*) - Taxa de Alteração das Posições (Lexicográfico)

Tabela 4.24: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado (*Out-of-Sample*) - Taxa de Alteração das Posições

	10%	20%	50%
Total	205.698,50 [196.087,23. 215.309,77]*	198.377,70 [187.903,93. 208.851,47]*	203.248,10 [192.907,13. 213.589,07]*

*Sem diferença significativa ($p > 0.05$)

Apesar de não ter sido possível determinar o melhor percentual para as funções-objetivo consideradas e para o capital acumulado médio, a taxa de 10% apresentou Retorno Composto significativamente superior ao percentual de 20%. Uma vez que o Retorno é a função com segunda maior prioridade e os demais critérios (exceto Gini) não puderam ser diferenciados em questão de desempenho, a taxa de 10% foi selecionada entre os percentuais de posições alteradas.

4.1.7 Percentual de Contratos Doados

Sendo um parâmetro comum ao operador de recombinação e ao operador que realiza alterações nas posições dos indivíduos, o percentual de contratos doados é responsável por determinar quantos contratos serão transferidos nas operações que envolvem transferências de contratos de uma estratégia para outra (e.g. recombinação e alteração de posições) dentro de um mesmo portfólio. Portanto, quanto maior o percentual de contratos transferidos, mais agressiva é a modificação na quantidade de contratos das posições envolvidas na transferência e, conseqüentemente, maiores serão as variações causadas pelos operadores de recombinação e de alteração de posições. Os valores testados para esse percentual foram 20%, 50% e 100%.

Assim como nos demais hiperparâmetros, a função-objetivo de maior prioridade - índice de Sharpe - foi avaliada primeiro. Os valores médios obtidos com os experimentos são mostrados na Tabela 4.25. Os dados mostram que a média geral para o percentual de 20% foi ligeiramente maior que os demais, apresentando valor “p” inferior a 0.04 nos testes estatísticos.

Tabela 4.25: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe (In-Sample) - Percentual de Doação de Contratos

	20%	50%	100%
Janela 0	1.443 [1.413, 1.472]	1.358 [1.322, 1.393]	1.414 [1.383, 1.444]
Janela 1	1.359 [1.324, 1.394]	1.344 [1.301, 1.386]	1.307 [1.278, 1.336]
Janela 2	1.349 [1.303, 1.394]	1.365 [1.321, 1.409]	1.286 [1.226, 1.346]
Janelas (0 a 2)	1.383 [1.363, 1.404]*	1.355 [1.329, 1.381]	1.336 [1.308, 1.363]

*Maior Sharpe ($p < 0.04$)

Os valores médios da próxima função na ordem de prioridade - Retorno Composto - podem ser vistos na Tabela 4.26. Nesse caso, não foi possível constatar uma diferença significativa entre as médias gerais, que ficaram situadas na faixa entre 66,8% e 69,4% com desvios entre 11,8% e 16,2%.

Tabela 4.26: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto (In-Sample) - Percentual de Doação de Contratos

	20%	50%	100%
Janela 0	0.805 [0.722, 0.888]	0.891 [0.810, 0.972]	0.797 [0.682, 0.912]
Janela 1	0.601 [0.566, 0.635]	0.580 [0.544, 0.617]	0.572 [0.537, 0.608]
Janela 2	0.630 [0.598, 0.663]	0.611 [0.565, 0.657]	0.633 [0.571, 0.696]
Janelas (0 a 2)	0.679 [0.652, 0.705]*	0.694 [0.652, 0.736]*	0.668 [0.621, 0.714]*

*Sem diferença significativa ($p > 0.05$)

Em seguida, foi avaliada a última função-objetivo: Volatilidade. As médias obtidas com as três janelas, além da média geral, podem ser observadas na Tabela 4.27. Aqui

também não foi possível notar uma diferença significativa entre as médias gerais, que foram numericamente idênticas.

Tabela 4.27: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade (In-Sample) - Percentual de Doação de Contratos

	20%	50%	100%
Janela 0	0.014 [0.013, 0.016]	0.016 [0.015, 0.018]	0.014 [0.013, 0.016]
Janela 1	0.011 [0.011, 0.012]	0.011 [0.010, 0.012]	0.011 [0.011, 0.012]
Janela 2	0.012 [0.011, 0.013]	0.012 [0.010, 0.013]	0.013 [0.011, 0.014]
Janelas (0 a 2)	0.013 [0.012, 0.013]*	0.013 [0.012, 0.014]*	0.013 [0.012, 0.014]*

*Sem diferença significativa ($p > 0.05$)

O índice de Gini foi avaliado em seguida e os valores médios por percentual de doação podem ser vistos na Tabela 4.28. As médias observadas foram muito próximas entre si - na ordem de 0.7 - o que é compatível com os resultados da Tabela 4.27, que apresenta níveis de volatilidade praticamente idênticos. Não obstante, os testes estatísticos demonstraram que as porcentagens de 20% e 50% obtiveram valores significativamente menores que os de 100%, sendo o valor p inferior a 0.007 em ambas as comparações. No entanto, não foi possível observar uma diferença significativa entre as médias produzidas por esses mesmos percentuais.

Tabela 4.28: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini - Percentual de Doação de Contratos

	20%	50%	100%
Janela 0	0.728 [0.686, 0.769]	0.759 [0.748, 0.771]	0.755 [0.720, 0.790]
Janela 1	0.730 [0.709, 0.752]	0.726 [0.703, 0.748]	0.749 [0.728, 0.769]
Janela 2	0.735 [0.701, 0.769]	0.739 [0.707, 0.770]	0.792 [0.768, 0.816]
Janelas (0 a 2)	0.731 [0.712, 0.750]*	0.741 [0.728, 0.754]*	0.765 [0.751, 0.780]

*Menores Gini ($p < 0.007$), não houve diferença entre ambos ($p > 0.05$)

Por fim, foi avaliado o impacto do capital acumulado médio nas janelas *Out-of-Sample*, cujos valores por parâmetro podem ser observados na Tabela 4.29. De acordo com os testes estatísticos, também não foi possível determinar qual dos parâmetros produziu a maior média de capital. O gráfico da Figura 4.6, que mostra a evolução do capital acumulado, é coerente com os resultados da Tabela 4.29, estes associados aos valores do último ponto da série temporal.

À exceção do Índice de Sharpe e das vantagens ligeiramente pequenas das médias dos parâmetros 20% e 50% em relação ao índice de Gini, pode-se concluir que a variação do percentual de doação de contratos não produziu impacto nas demais funções-objetivo e no capital acumulado. Tendo em vista esses resultados e uma

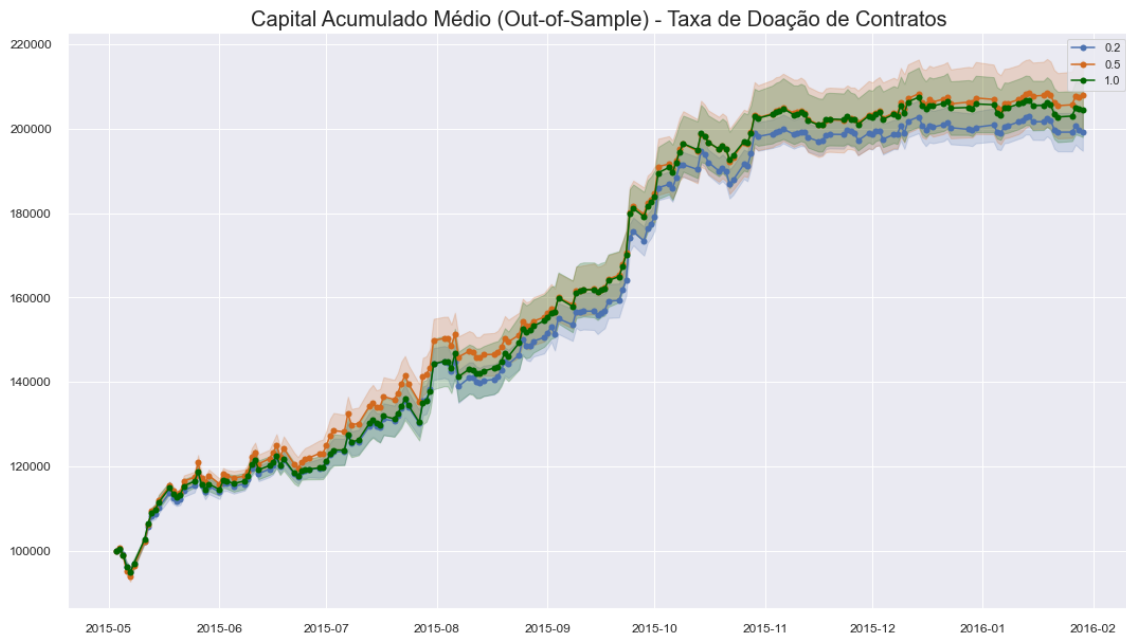


Figura 4.6: Capital Acumulado Médio do Portfólio (*Out-of-Sample*) - Percentual de Doação de Contratos (Lexicográfico)

Tabela 4.29: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado (*Out-of-Sample*) - Percentual de Doação de Contratos

	20%	50%	100%
Total	199.228,00 [194.133,25. 204.322,75]*	207.914,90 [198.070,69. 217.759,11]*	204.631,70 [197.055,63. 212.207,77]*

*Sem diferença significativa ($p > 0.05$)

vez que o Índice de Sharpe foi definida como a função de maior prioridade, a taxa de 20% foi selecionada como o melhor parâmetro para o percentual de doação de contratos.

4.1.8 *Backtest Walk Forward*

O método de *backtest* busca simular o desempenho de um portfólio proposto como solução como se o mesmo tivesse sido utilizado em um período no passado da série temporal. Com o intuito de avaliar esse desempenho das possíveis soluções de portfólio quanto às funções-objetivo, foi empregado o método *walk forward* (Pardo, 1992). Na modalidade deslizante, esse método faz uso de um bloco composto por janelas *In-Sample* - utilizadas na otimização - e *Out-of-Sample* - bloco em que ocorre a validação desta otimização. Nesse cenário, um portfólio produzido em uma janela *In-Sample* é empregado em um período *Out-of-Sample* imediatamente posterior com o objetivo de viabilizar a avaliação de desempenho.

As otimizações *In-Sample* buscam detectar e capturar eventuais padrões de mercado no período para que estes possam ser aplicados no período imediatamente posterior

- a janela *Out-of-Sample*. Portanto, a extensão das janelas pode interferir no desempenho da solução proposta pelo algoritmo. Padrões de curta duração podem ser capturados por janelas de otimização mais curtas e aqueles de duração mais longa podem ser capturados por janelas *In-Sample* mais extensas. Quanto às janelas de validação, tamanhos pequenos sugerem que os padrões capturados durante a otimização serão aplicados por um menor período de tempo, o que requer otimizações mais frequentes. Janelas *Out-of-Sample* maiores, por outro lado, assumem que um padrão da etapa de otimização será válido por um período de tempo mais longo.

Os experimentos dessa etapa do trabalho consistem em avaliar o desempenho do portfólio proposto de acordo com os seguintes critérios: grupos de funções-objetivo e variações de seus níveis de prioridade e variação dos tamanhos das janelas *walk forward*. Na configuração do algoritmo, foram utilizados os parâmetros selecionados nos experimentos anteriores: margem de tolerância de 5%, população de 50 indivíduos, taxa de recombinação de 50%, 10% para o percentual de quantidade de posições alteradas e 20% para o percentual de doação de contratos. Foram executadas, no total, 10 otimizações *In-Sample*, sendo estas inicializadas com sementes randômicas distintas. Uma vez que os parâmetros do algoritmo evolutivo lexicográfico foram devidamente ajustados, as otimizações e suas respectivas validações foram realizadas ao longo de toda a série temporal válida (i.e. pós-processada), tendo em vista a obtenção de resultados mais robustos.

Funções-Objetivo

Algoritmos lexicográficos realizam otimizações que consideram prioridades definidas *a priori* para as funções-objetivo selecionadas. Logo, as funções-objetivo escolhidas e a ordem de prioridade atribuída a estas podem alterar o tipo do padrão detectado nos dados. Para realizar os experimentos nesse cenário, foram utilizadas três combinações de funções-objetivo: A) Sharpe, Retorno e Volatilidade (SH, RE, VO); B) Sortino, Retorno e Semidesvio (SO, RE, SE); e C) Retorno, Volatilidade e Sharpe (RE, VO, SH). As duas primeiras combinações consideram como prioritárias a razão entre retorno e risco; na terceira combinação de funções, o retorno composto recebe a maior prioridade. Na avaliação de desempenho, os valores escolhidos na etapa de ajustes de hiperparâmetros foram previamente fixados: tolerância de 5%, população inicial de 50 indivíduos, taxa de recombinação de 50%, percentual (máximo) de alteração de posições de 10% e percentual de doação de contratos de 20%. Além disso, o número máximo de gerações do algoritmo foi fixado em 100 e os tamanhos das janelas IS e OS foram mantidos em 3 meses - o que leva à produção de 18 janelas IS ou OS em toda a série temporal - com um passo *walk forward* de 3 meses. Para valores de referência, foi incluída nas comparações a solução de *baseline*, em que cada estratégia no portfólio tem direito a apenas dois contratos.

As Tabelas 4.30 e 4.31 apresentam, respectivamente, os valores do índice de Sharpe IS e OS para o *baseline* e as soluções oriundas dos três grupos de função-objetivo. No experimento IS, o grupo A produziu o maior Sharpe, como esperado, uma vez

que esse índice é o de maior prioridade entre as funções-objetivo otimizadas. No entanto, na validação OS, o *baseline* apresentou o maior índice de Sharpe entre as soluções avaliadas.

Tabela 4.30: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe (In-Sample) - Funções-Objetivo

Baseline	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE	(C) RE, SH, VO
0.620 [0.589, 0.652]	1.289 [1.255, 1.323]*	1.017 [0.977, 1.056]	0.606 [0.577, 0.636]

*Maior Sharpe ($p < 0.001$)

Tabela 4.31: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe (Out-of-Sample) - Funções-Objetivo

Baseline	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE	(C) RE, SH, VO
0.596 [0.566, 0.627]*	0.493 [0.455, 0.531]	0.469 [0.434, 0.504]	0.180 [0.145, 0.216]

*Maior Sharpe ($p < 0.001$)

Em seguida, as soluções foram avaliados quanto ao índice de Sortino. As Tabelas 4.32 e 4.33 apresentam, respectivamente, as médias do índice de Sortino IS e OS do *baseline* e dos grupos de funções-objetivo. Conforme esperado, o grupo B - que tem o índice de Sortino como função objetivo de maior prioridade - obteve o melhor desempenho na otimização IS. Na avaliação OS, entretanto, o *baseline* apresentou a maior média.

Tabela 4.32: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sortino (In-Sample) - Funções-Objetivo

Baseline	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE	(C) RE, SH, VO
1.543 [1.439, 1.648]	4.576 [4.332, 4.821]	9.749 [8.678, 10.820]*	1.972 [1.722, 2.222]

*Maior Sortino ($p < 0.001$)

Tabela 4.33: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sortino (Out-of-Sample) - Funções-Objetivo

Baseline	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE	(C) RE, SH, VO
1.484 [1.382, 1.586]*	1.144 [1.023, 1.266]	1.260 [1.119, 1.401]	0.656 [0.443, 0.870]

*Maior Sortino ($p < 0.001$)

O próximo critério avaliado foi o Retorno Composto. Os resultados IS e OS podem ser vistos, respectivamente, nas Tabelas 4.34 e 4.35. A maior média de retorno na otimização IS (128%) foi obtida pelo grupo C, que tem o Retorno como função-objetivo de maior prioridade. Não obstante, não foi possível observar diferença

estatisticamente significativa entre as médias dos grupos e a do *baseline* na validação OS.

Tabela 4.34: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto (In-Sample) - Funções-Objetivo

Baseline	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE	(C) RE, SH, VO
0.291 [0.271, 0.311]	0.570 [0.542, 0.598]	0.551 [0.522, 0.580]	1.280 [1.217, 1.343]*

*Maior Retorno ($p < 0.001$)

Tabela 4.35: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto (Out-of-Sample) - Funções-Objetivo

Baseline	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE	(C) RE, SH, VO
0.108 [0.094, 0.123]*	0.112 [0.094, 0.131]*	0.119 [0.097, 0.142]**	0.134 [0.094, 0.175]*

*Não houve diferença ($p > 0.05$), **Retorno maior que (C) ($p < 0.003$)

A função-objetivo avaliada posteriormente foi a Volatilidade, cujas médias na otimização IS e na validação OS podem ser conferidas nas Tabelas 4.36 e 4.37. Na avaliação IS, o grupo B obteve o menor valor médio entre os demais. Embora o Grupo A tenha a Volatilidade como uma das suas funções-objetivo otimizadas, ela é a que possui menor prioridade de otimização. Isso pode explicar porque o grupo A não apresenta o melhor desempenho para este objetivo, alcançando apenas a segunda menor média de volatilidade entre as dos demais grupos. Na validação OS (Tabela 4.37), foi possível constatar que, embora todos os grupos tenham apresentado médias muito próximas numericamente, o *baseline* produziu a menor volatilidade média na comparação.

Tabela 4.36: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade (In-Sample) - Funções-Objetivo

Baseline	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE	(C) RE, SH, VO
0.014 [0.013, 0.014]	0.012 [0.011, 0.012]	0.005 [0.004, 0.006]*	0.056 [0.053, 0.060]

*Menor Volatilidade ($p < 0.001$)

Tabela 4.37: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade (Out-of-Sample) - Funções-Objetivo

Baseline	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE	(C) RE, SH, VO
0.005 [0.005, 0.006]*	0.006 [0.006, 0.007]	0.008 [0.007, 0.009]	0.022 [0.019, 0.025]

*Menor Volatilidade ($p < 0.001$)

O próximo indicador de risco avaliado foi o Semidesvio Inferior. As Tabelas 4.38 e 4.39 mostram as médias e os respectivos intervalos de confiança para cada grupo

após a otimização IS e a validação OS. Na análise IS, o Grupo A apresentou a menor média para o Semidesvio e o *baseline*, a maior. Já na análise OS, o *baseline* apresentou o menor Semidesvio médio.

Tabela 4.38: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Semidesvio Inferior (In-Sample) - Funções-Objetivo

Baseline	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE	(C) RE, SH, VO
0.006 [0.006, 0.006]	0.001 [0.001, 0.001]*	0.002 [0.002, 0.002]	0.004 [0.003, 0.005]

*Menor Semidesvio ($p < 0.001$)

Tabela 4.39: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Semidesvio Inferior (Out-of-Sample) - Funções-Objetivo

Baseline	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE	(C) RE, SH, VO
0.002 [0.002, 0.002]*	0.003 [0.003, 0.003]	0.003 [0.003, 0.004]	0.014 [0.012, 0.015]

*Menor Semidesvio ($p < 0.001$)

O último indicador de risco avaliado foi o Drawdown Máximo (Tabelas 4.40 e 4.41), uma das funções-objetivo que não foram otimizadas em nenhum dos grupos, mas é um importante indicador de mercado para aferir a maior perda financeira de um investimento em um dado período. O melhor resultado na otimização IS foi obtido pelo Grupo B, que produziu a menor média de *Drawdown* máximo. Esse desempenho, no entanto, que não se repetiu na validação OS, pois a solução *baseline* foi a que apresentou a menor média para o indicador de risco.

Tabela 4.40: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Drawdown Máx. (In-Sample) - Funções-Objetivo

Baseline	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE	(C) RE, SH, VO
0.018 [0.016, 0.020]	0.007 [0.006, 0.007]	0.004 [0.004, 0.005]*	0.027 [0.023, 0.031]

*Menor Drawdown Max. ($p < 0.001$)

Tabela 4.41: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Drawdown Máx. (Out-of-Sample) - Funções-Objetivo

Baseline	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE	(C) RE, SH, VO
0.019 [0.017, 0.021]*	0.024 [0.022, 0.026]	0.027 [0.024, 0.030]	0.119 [0.106, 0.133]

*Menor Drawdown ($p < 0.001$)

Por fim, foram avaliados os desempenhos das soluções na otimização IS e validação OS sob a perspectiva de outro indicador não otimizado: o índice de Calmar (Tabelas 4.42 e 4.43), que é a razão entre o retorno e o *Drawdown* Máximo em um

dados período. Na análise IS, pode-se observar que o Grupo B superou os demais grupos, produzindo o maior Calmar médio. Na avaliação OS, entretanto, o *baseline* apresentou a maior média entre as soluções avaliadas.

Tabela 4.42: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Calmar (In-Sample) - Funções-Objetivo

Baseline	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE	(C) RE, SH, VO
0.393 [0.363, 0.422]	1.534 [1.429, 1.640]	2.941 [2.600, 3.281]*	0.598 [0.518, 0.679]

*Maior Calmar ($p < 0.001$)

Tabela 4.43: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Calmar (Out-of-Sample) - Funções-Objetivo

Baseline	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE	(C) RE, SH, VO
0.379 [0.350, 0.408]*	0.326 [0.284, 0.367]	0.355 [0.310, 0.401]	0.175 [0.110, 0.239]

*Maior Calmar ($p < 0.001$)

Após as análises de desempenho dos grupos de funções-objetivo e do *baseline*, pode-se concluir que o algoritmo lexicográfico apresentou resultados coerentes na otimização IS, pois os grupos apresentaram o melhor desempenho quando as funções-objetivo otimizadas tinham, respectivamente, prioridade máxima: Sharpe, no Grupo A; Sortino, no Grupo B; e Retorno Composto, no Grupo C. Quanto às funções-objetivo otimizadas que receberam a menor prioridade na otimização (i.e. Volatilidade e Semidesvio), foi possível observar que, embora suas médias IS tenham sido numericamente inferiores às do *baseline*, elas não foram pequenas o suficiente para garantir o melhor desempenho.

Os melhores resultados IS para as funções-objetivo não otimizadas - i.e. *Drawdown* Máximo e Calmar - foram observados no Grupo B. Não obstante, o *baseline* voltou ter o melhor desempenho geral nos resultados OS para essas funções. Na validação OS, praticamente todos os grupos apresentaram pior desempenho nos resultados OS em comparação com os seus valores-objetivos médios IS. As únicas exceções, nessa avaliação, foram as médias de Volatilidade no Grupo A e, naturalmente, o *baseline*. A solução de referência obteve os melhores resultados OS em quase todas as funções analisadas, à exceção apenas do Retorno Composto médio na validação OS, em que não foi possível observar diferença significativa entre as médias analisadas.

Para avaliar a concentração média de contratos nas estratégias no portfólio proposto pelo Algoritmo Evolutivo Lexicográfico, foi utilizado o índice de Gini. Os resultados associados a este indicador podem ser vistos na Tabela 4.44. A média de Gini para o *baseline* não foi incluída na tabela porque neste caso, a distribuição dos contratos é equitativa, o que resulta em um índice de Gini nulo.

Entre os três grupos avaliados, o Grupo A apresentou a menor concentração média de contratos em seu portfólio, mesmo com a Volatilidade sendo a função-objetivo

de menor prioridade entre as demais. Já o Grupo C produziu a maior média para o índice de Gini, sugerindo que um portfólio otimizado para retornos tem uma correlação com uma distribuição em que há uma concentração elevada de contratos em poucas estratégias.

Tabela 4.44: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini - Funções-Objetivo

(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE	(C) RE, SH, VO
0.733 [0.727, 0.739]*	0.756 [0.745, 0.768]	0.933 [0.930, 0.937]

*Menor Gini ($p < 0.003$)

Neste estudo, a avaliação quanto às médias de capital acumulado considerou apenas os resultados da validação OS. Estes são obtidos a partir de um conjunto de dados que não foi utilizado na otimização do algoritmo. Portanto, o experimento OS é ideal para avaliar o desempenho da heurística quanto à produção de capital acumulado em períodos da série temporal que não fizeram parte do conjunto de treino (IS).

A Tabela 4.45 mostra a média de capital acumulado ao longo de toda a série temporal para cada grupo. De maneira geral, as médias de capital acumulado de todos os grupos superaram as do *baseline*. O Grupo C obteve a maior média, o que é compatível com o fato de o Retorno Composto ser a função-objetivo de maior prioridade. Além disso, com o intuito de observar a evolução da curva de acumulado médio ao longo do série temporal, foi produzido o gráfico mostrado pela Figura 4.7, em que as regiões sombreadas são delimitadas pelos valores mínimos e máximos de capital para um Intervalos de Confiança de 95% em relação ao valor médio obtido com as execuções do algoritmo. Neste gráfico, pode-se observar que, embora o Grupo C tenha obtido o melhor resultado final, sua curva de capital é bastante irregular quando comparada aos dos demais grupos. Essa instabilidade exagerada nos níveis de capital ao longo do tempo é uma característica indesejável para investidores moderados e conservadores que não toleram *drawdowns* muito acentuados e recorrentes.

Tabela 4.45: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado (Out-of-Sample) - Funções-Objetivo

Baseline	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE	(C) RE, SH, VO
614.378,00 [614.378,00, 614.378,00]	632.255,50 [626.742,54, 637.768,46]	677.099,20 [662.712,90, 691.485,50]	709.306,10 [674.942,17, 743.670,03]*

*Maior Capital Acumulado ($p < 0.04$)

Por fim, foram identificadas as estratégias com a menor e maior média de contratos acumulados por janela em cada grupo de funções-objetivo em todo o período da série temporal. Os resultados para o *baseline* foram suprimidos, pois neste caso todas as estratégias tem apenas dois contratos. A Tabela 4.46 apresenta as médias dos extremos de contratos acumulados por Grupo. É possível observar que, dependendo da ordem de prioridade e das funções-objetivo, diferentes estratégias são mais utilizadas ou descartadas. Nos grupos A, B e C, respectivamente, as estratégias 15, 25

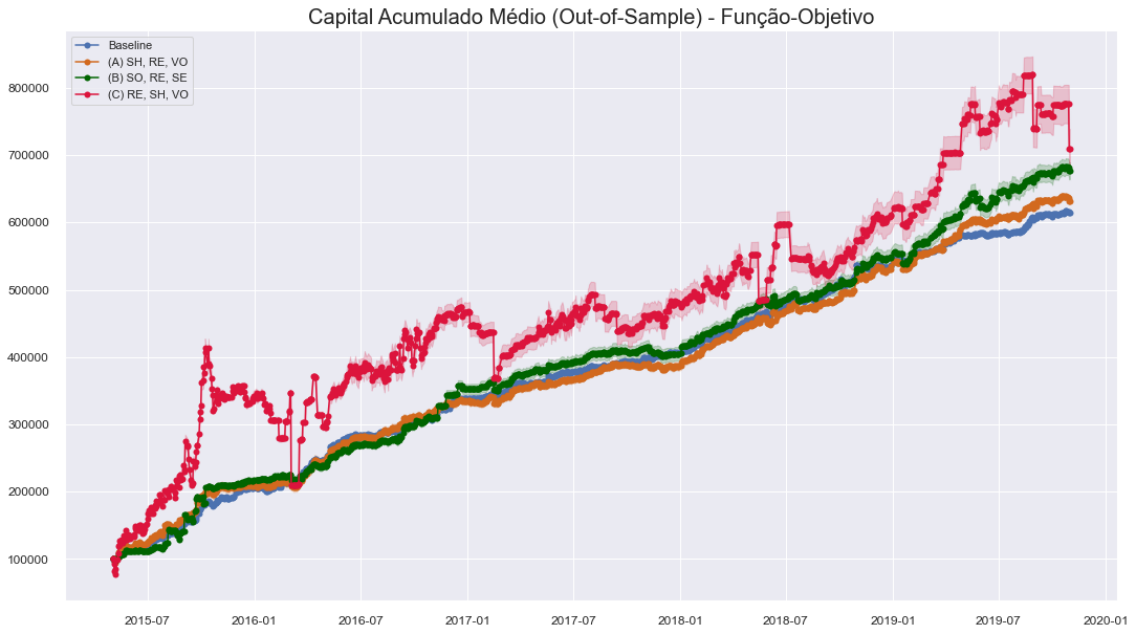


Figura 4.7: Capital Acumulado Médio do Portfólio (*Out-of-Sample*) - Funções-Objetivo (Lexicográfico)

e 5 receberam menos contratos, com médias inferiores a 1 contrato por estratégia. Por outro lado, as estratégias 9, 13 e 11 foram as que acumularam o maior número médio de contratos nos grupos A, B e C, respectivamente. Neste caso, vale ressaltar que a estratégia 11 no Grupo C foi a que apresentou a maior média de contratos acumulados, que foi superior a 15 ativos.

Tabela 4.46: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Contratos Acumulados por Estratégia - Funções-Objetivo

	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE	(C) RE, SH, VO
Min	0.889 [0.770, 1.007] (E15)	0.233 [0.208, 0.258] (E25)	0.056 [0.014, 0.097] (E5)
Max	4.378 [4.066, 4.689] (E9)	4.322 [3.771, 4.873] (E13)	15.611 [15.204, 16.019] (E11)

A Figura 4.8 oferece uma visão geral a respeito da distribuição média de contratos em cada grupo, corroborando os dados da Tabela 4.46. Nota-se que a distribuição dos contratos entre os grupos A e B aparenta ser menos heterogênea, com poucos picos de concentração de contratos. O mesmo não ocorre no grupo C, onde é possível notar picos bastante elevados nas estratégias 12 e 15.

Tamanho das Janelas

As soluções obtidas pelo Algoritmo Evolutivo Lexicográfico carregam os padrões temporais da janela IS, cujos dados foram fundamentais para realizar a otimização. Eventualmente, tais soluções podem ser aplicadas em uma janela OS para validação.

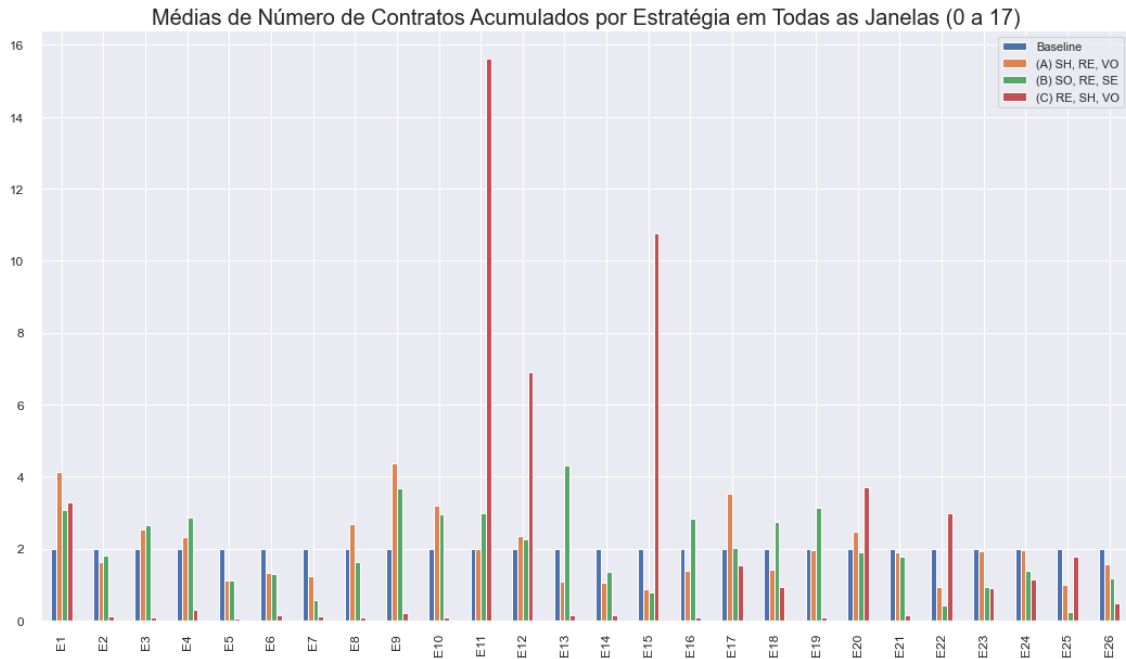


Figura 4.8: Média de Contratos Acumulados por Estratégia - Funções-Objetivo (Lexicográfico)

Portanto, o tamanho da janela IS produz um impacto no tipo de padrão que será capturado pelo algoritmo durante a otimização. As janelas IS de maior duração permitem identificar padrões mais consistentes ao longo do período delimitado; janelas menores podem levar a padrões bastante localizados na série temporal, portanto, inconsistentes. O tamanho da janela OS, por sua vez, indica por quanto tempo o investidor decide manter sua escolha de portfólio (i.e. a solução do algoritmo). Períodos muito curtos podem não ser suficientes para obter resultados satisfatórios e períodos muito longos podem não ser compatíveis com padrões obtidos no passado em janelas IS.

Portanto, com o intuito de avaliar o impacto da variação dos tamanhos das janelas e de detectar as melhores soluções em períodos OS, foram avaliadas quatro configurações de janelas IS/OS: 3 meses/3 meses, 3 meses/6 meses, 6 meses/3 meses e 6 meses/6 meses. De maneira similar ao experimento com as funções-objetivo, foram fixados os valores selecionados na etapa de ajustes de hiperparâmetros: limiar de tolerância de 5%, população inicial de 50 indivíduos, taxa de recombinação de 50%, percentual (máximo) de alteração de posições de 10% e percentual de doação de contratos de 20%. As funções-objetivo escolhidas para otimização neste experimento foram Sharpe, Retorno e Volatilidade (SH, RE, VO), dispostas em ordem decrescente de prioridade.

A princípio, foram analisados os resultados da avaliação dos indicadores de mercado (Tabela 4.47). De maneira geral, o *baseline* obteve melhor desempenho em quase todas as funções-objetivo avaliadas, além de obter o maior valor objetivo médio na

função-objetivo de maior prioridade (i.e. Sharpe). A única exceção foi o Retorno Composto, cujo maior valor médio foi obtido pela configuração 3/6.

Tabela 4.47: Valores Médios e Intervalos de Confiança das Funções-Objetivo com Baseline (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS

	Baseline	IS=3 / OS=3	IS=3 / OS=6	IS=6 / OS=3	IS=6 / OS=6
Sharpe	0.591 [0.557, 0.624]*	0.489 [0.449, 0.529]	0.386 [0.366, 0.406]	0.477 [0.445, 0.509]	0.352 [0.329, 0.376]
Retorno	0.115 [0.097, 0.132]	0.117 [0.097, 0.136]	0.266 [0.226, 0.307]*	0.115 [0.090, 0.139]	0.266 [0.200, 0.332]
Volatilidade	0.006 [0.005, 0.006]*	0.007 [0.006, 0.008]	0.007 [0.006, 0.008]	0.007 [0.006, 0.008]	0.007 [0.006, 0.008]
Sortino	1.493 [1.378, 1.607]*	1.151 [1.019, 1.283]	0.878 [0.812, 0.944]	1.067 [0.973, 1.162]	0.814 [0.743, 0.886]
Semidesvio Inf.	0.002 [0.002, 0.003]*	0.004 [0.003, 0.004]	0.003 [0.003, 0.004]	0.003 [0.003, 0.004]	0.003 [0.003, 0.004]
Calmar	0.377 [0.344, 0.409]*	0.325 [0.279, 0.371]	0.148 [0.132, 0.164]	0.287 [0.253, 0.320]	0.126 [0.109, 0.142]
Drawdown Máx.	0.021 [0.018, 0.023]*	0.028 [0.025, 0.031]	0.031 [0.026, 0.036]	0.027 [0.024, 0.029]	0.034 [0.027, 0.040]

*Melhor valor-objetivo ($p < 0.001$)

Ao analisar os valores-objetivo sem o *baseline* (Tabela 4.48), foi possível observar que configurações de janelas IS de tamanho 3 produziram as maiores médias para Sharpe obtidas em períodos OS. As configurações de janelas IS com tamanho 6, no entanto, produziram os maiores Retornos médios - próximos aos 27% - em janelas OS. Por sua vez, os indicadores de risco - Volatilidade, Semidesvio e Drawdown Máximo - praticamente não sofreram alterações com as variações dos tamanhos das janelas. As maiores médias de Sortino e Calmar, por sua vez, foram obtidos pelas configurações de janelas OS com tamanho 3.

Tabela 4.48: Valores Médios e Intervalos de Confiança das Funções-Objetivo (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS

	IS=3 / OS=3	IS=3 / OS=6	IS=6 / OS=3	IS=6 / OS=6
Sharpe	0.489 [0.449, 0.529]**	0.386 [0.366, 0.406]	0.477 [0.445, 0.509]**	0.352 [0.329, 0.376]
Retorno	0.117 [0.097, 0.136]	0.266 [0.226, 0.307]*	0.115 [0.090, 0.139]	0.266 [0.200, 0.332]
Volatilidade***	0.007 [0.006, 0.008]	0.007 [0.006, 0.008]	0.007 [0.006, 0.008]	0.007 [0.006, 0.008]
Sortino	1.151 [1.019, 1.283]	0.878 [0.812, 0.944]	1.067 [0.973, 1.162]****	0.814 [0.743, 0.886]
Semidesvio Inf.***	0.004 [0.003, 0.004]	0.003 [0.003, 0.004]	0.003 [0.003, 0.004]	0.003 [0.003, 0.004]
Calmar	0.325 [0.279, 0.371]**	0.148 [0.132, 0.164]	0.287 [0.253, 0.320]**	0.126 [0.109, 0.142]
Drawdown Máx.***	0.028 [0.025, 0.031]	0.031 [0.026, 0.036]	0.027 [0.024, 0.029]	0.034 [0.027, 0.040]

*Melhor valor-objetivo ($p < 0.001$), **Melhores que os demais ($p < 0.005$) e sem diferença entre si ($p > 0.05$),

Não houve diferença ($p > 0.05$), *Melhor que 3/6 e 6/6 ($p < 0.02$)

Considerando os resultados citados no parágrafo anterior, foi possível observar que os padrões variam de acordo com o tipo de indicador. De modo geral, indicadores de proporção entre retorno e risco apresentam valores-objetivo OS mais elevados em configurações OS de três meses. O retorno composto OS, em particular, obteve maior valor médio na configuração 3/6. Os indicadores de risco, no entanto, não apresentaram diferenças significativas com a variação das configurações de tamanhos de janelas.

Após o estudo do desempenho do algoritmo quanto aos indicadores de mercado, foi avaliado o impacto da variação de configurações na concentração de contratos através do índice de Gini. Os dados da Tabela 4.49 mostram que a variação do tamanho das janelas não produziu alterações significativas no índice de Gini. Não

obstante, os testes estatísticos também mostram que a configuração 6/6 produziu médias de Gini inferiores às configurações 3/3 e 3/6. De modo geral, os resultados sugerem que a concentração de contratos tem pouca sensibilidade a mudanças na configuração das janelas IS/OS. Ainda assim, há indícios de que tamanhos de janela *walk forward* longos (i.e. 6 meses) tendem a reduzir a concentração de contratos.

Tabela 4.49: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini - Tamanho das Janelas IS/OS

IS=3 OS=3	IS=3 OS=6	IS=6 OS=3	IS=6 OS=6
0.727 [0.720, 0.734]*	0.726 [0.716, 0.737]*	0.723 [0.715, 0.730]*	0.713 [0.700, 0.726]* **

*Sem diferença significativa ($p > 0.05$), **Obteve Gini inferior às configurações 3/3 e 3/6 ($p < 0.05$)

O próximo aspecto avaliado foi o capital acumulado médio. Na Tabela 4.50, pode-se observar que a configuração IS=3/OS=6 alcançou o maior capital médio com superioridade significativa em relação às demais configurações. A Figura 4.9 mostra a evolução das curvas de capital, das quais a configuração IS=6/OS=6 apresentou o melhor desempenho durante mais da metade de todo período, sendo superada posteriormente pela configuração 3/6. Vale destacar que os *drawdowns* observados também são modestos, o que pode ser explicado pela otimização do índice de Sharpe, indicador de maior prioridade.

Tabela 4.50: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS

	Capital Acumulado Médio
Baseline	549.680,00 [549.680,00, 549.680,00]
IS=3 OS=3	553.789,20 [544.218,19, 563.360,21]
IS=3 OS=6	622.860,10 [615.399,43, 630.320,77]*
IS=6 OS=3	515.417,40 [500.077,03, 530.757,77]
IS=6 OS=6	556.332,40 [544.101,23, 568.563,57]

*Maior Capital Acumulado ($p < 0.001$)

A última etapa da análise consistiu em identificar as estratégias com a menor e maior média de contratos acumulados por configuração de tamanho IS/OS. As médias dos valores extremos de contratos acumulados podem ser vistos na Tabela 4.46. Com base nos dados apresentados, pode-se observar que a estratégia 22 foi preterida em todas as configurações, com uma média de contratos acumulados inferior a 1. As estratégias 1 e 9, por sua vez, foram as mais utilizadas, mas não ultrapassaram o valor médio de 5 contratos por janela. Importante ressaltar que a estratégia 1 foi mais utilizada em configurações de janelas com tamanhos IS/OS iguais, ao passo que a estratégia 9 foi a mais utilizada em configurações de tamanhos IS/OS diferentes.

Um panorama da distribuição média de contratos por janela em cada configuração é mostrado pela Figura 4.10. De modo geral, poucas estratégias (e.g. 10 e 17)

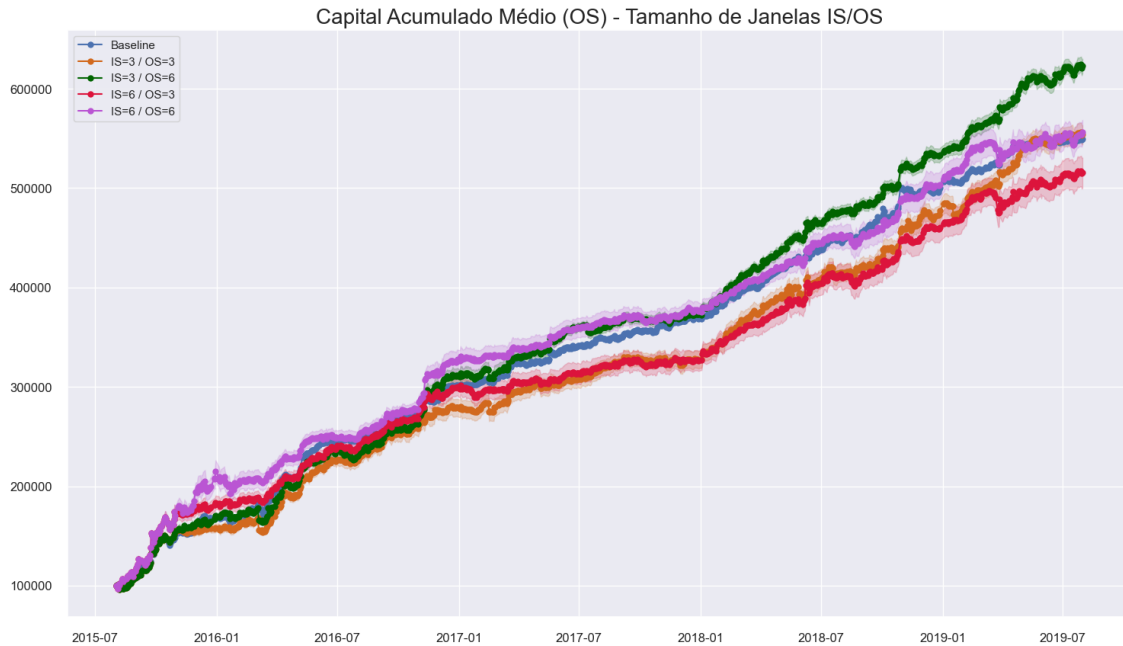


Figura 4.9: Capital Acumulado Médio do Portfólio (*Out-of-Sample*) - Tamanho das Janelas (Lexicográfico)

Tabela 4.51: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Contratos Acumulados por Estratégia - Tamanho das Janelas IS/OS

	IS=3 OS=3	IS=3 OS=6	IS=6 OS=3	IS=6 OS=6
Min	0.200 [0.143, 0.257] (E22)	0.025 [-0.032, 0.082] (E22)	0.694 [0.572, 0.816] (E22)	0.625 [0.414, 0.836] (E14)
Max	4.153 [3.800, 4.506] (E1)	4.675 [4.128, 5.222] (E9)	4.671 [4.384, 4.957] (E9)	4.600 [4.231, 4.969] (E1)

produziram picos de concentração além das que obtiveram a média máxima de contratos acumulados com a variação do tamanho das janelas. As médias das demais estratégias não superaram 2 contratos.

4.2 NSGA-II

Após a realização dos experimentos e posteriores validação e análise dos resultados obtidos com o algoritmo lexicográfico, foram iniciados os experimentos com a heurística NSGA-II. Inicialmente, este algoritmo foi avaliado quanto às curvas de aptidão das funções-objetivo e da variabilidade de sementes de inicialização. Para minimizar eventuais efeitos de superadaptação, apenas três janelas IS foram utilizadas na otimização. Os hiperparâmetros de tamanho de população, taxa de recombinação, percentual de posições alteradas e percentual de doação de contratos foram definidos de acordo com os valores selecionados nos experimentos com o Algoritmo Evolutivo Lexicográfico (Seção 4.1). Em seguida, foram realizados experimentos em toda a série temporal para avaliar os efeitos de grupos com diferentes funções-objetivo e

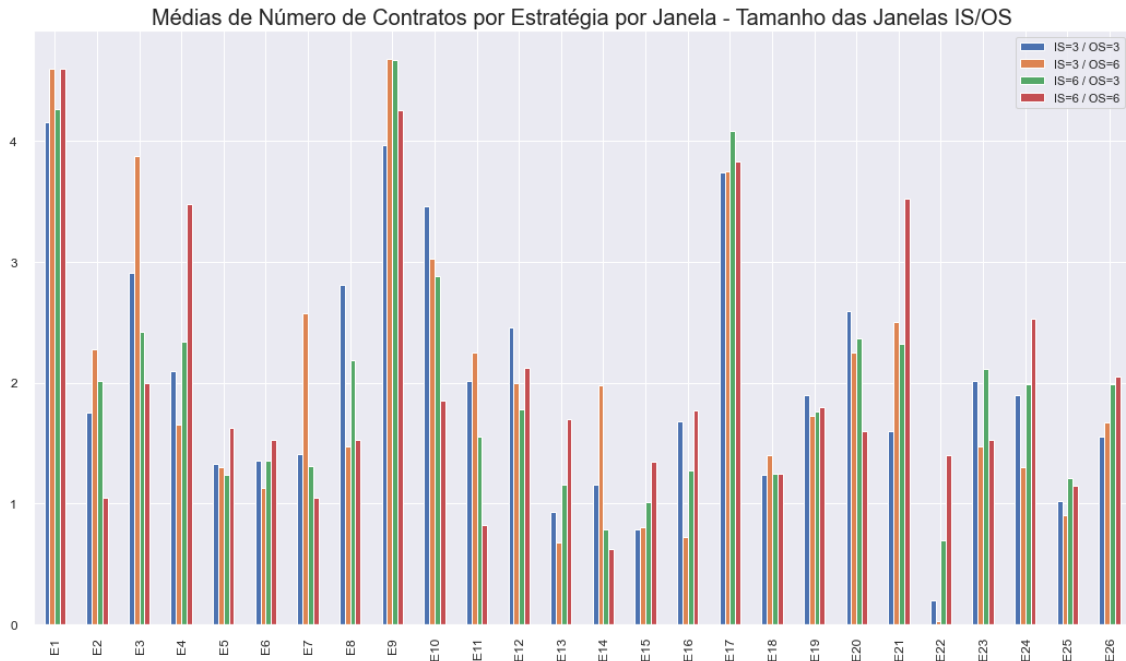


Figura 4.10: Média de Contratos Acumulados por Estratégia - Tamanho das Janelas (Lexicográfico)

da variação dos tamanhos de janelas *walk forward*. Os experimentos com grupos de função-objetivo foram realizados com um nível de confiança de 95%. Os tópicos a seguir detalham os resultados obtidos com cada classe de experimento realizado.

4.2.1 Curvas de Aptidão

De modo similar à análise feita para o Algoritmo Lexicográfico (Seção 4.1.1), foram avaliadas as curvas de aptidão para as funções-objetivo otimizadas com o NSGA. No entanto, diferentemente do que ocorre para o lexicográfico, não há uma prioridade de otimização para as funções-objetivo para o NSGA. A Figura 4.11(a) mostra as curvas de aptidão para a segunda janela de otimização IS com as funções-objetivo Sharpe, Retorno Composto e Volatilidade. As linhas azuis mostram a evolução dos valores-objetivos extremos (i.e., máximo ou mínimo, dependendo do tipo de otimização desejada para a função-objetivo) com o passar das gerações. As linhas laranjas, por sua vez, representam as médias dos valores-objetivo na população. O tamanho do período IS analisado foi fixado em três meses.

Com base no gráfico da Figura 4.11(a), pode-se inferir que o valor-objetivo máximo do índice de Sharpe adquire relativa estabilidade a partir da geração de número 38, tornando-se ainda mais estável a partir geração 61. O máximo Retorno Composto apresenta estabilidade um pouco mais rapidamente a partir da geração 32, adquirindo um patamar ainda mais estável depois da geração 64 com uma pequena elevação do valor-objetivo na última geração sem ultrapassar o limiar de 200%. A

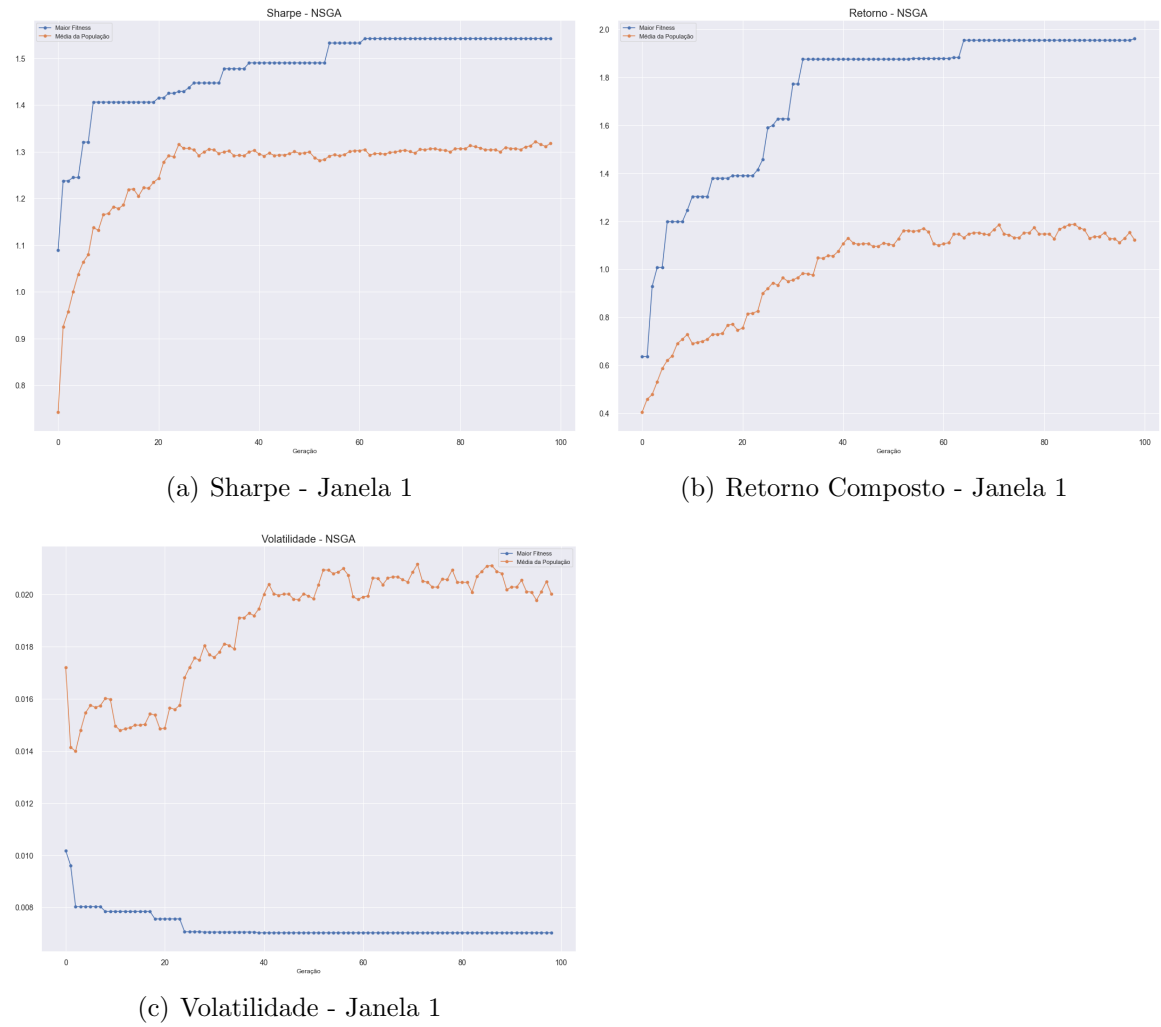


Figura 4.11: Curvas de Aptidão para Sharpe, Retorno e Volatilidade (NSGA)

Volatilidade mínima, por sua vez, converge ainda mais rapidamente, estabilizando seu valor mínimo a partir da geração 24 e apresentando uma ligeira queda na geração 39, cujo valor-objetivo se mantém estável até a última geração. Uma vez que todas as funções-objetivo apresentam valores estáveis durante - pelo menos - as últimas 35 gerações, pode-se afirmar que o NSGA apresenta o comportamento esperado, otimizando os objetivos e produzindo valores cada vez mais estáveis com o passar das gerações.

4.2.2 Fronteiras Aproximadas de Pareto

Após a análise sobre o acúmulo de contratos pelas estratégias, foi feita uma avaliação do panorama geral de otimização, através das Fronteiras Aproximadas de Pareto produzidas pelo NSGA. As fronteiras de todas as janelas foram produzidas e avaliadas de forma preliminar, sendo poucas as discrepâncias observadas entre as mesmas, estas potencialmente explicáveis por mudanças no mercado em momentos pontuais da série histórica. Uma avaliação de todas as janelas, no entanto, seria demasiadamente extensa e complexa, sem contribuição adicional para o estudo realizado neste trabalho. Portanto, a fronteira de apenas uma das diversas janelas de otimização foi selecionada, cujo critério de escolha foi a representatividade das médias apresentadas na Tabela 4.81. Além disso, seria necessário utilizar uma visualização tridimensional para as fronteiras, uma vez que são três as funções-objetivo otimizadas em cada grupo. Portanto, com o objetivo de tornar a visualização mais intuitiva e facilitar a análise dos resultados, foram produzidos três gráficos em duas dimensões, que correspondem às possíveis combinações únicas das funções-objetivo em pares.

Nas Figuras que representam as Fronteiras Aproximadas de Pareto, são posicionadas todas as soluções presentes na população final após o processo de evolução. Entre essas soluções, foram destacadas aquelas denominadas soluções relevantes. Portanto, foram selecionadas quatro - e somente quatro - soluções relevantes da fronteira que apresentam as seguintes características: máximo retorno composto, máxima razão entre retorno e risco, risco mínimo e portfólio mais próximo de uma solução ideal, esta formada pelos valores extremos das funções-objetivo.

O máximo retorno composto é útil para demonstrar - para investidores mais arrojados, que tem pouca ou nenhuma restrição ao risco das operações - quanto o algoritmo pode obter de retorno financeiro. A razão entre retorno e risco pode ser interessante para investidores moderados, que desejam obter uma elevada proporção de retornos em relação aos seus respectivos riscos. Soluções de risco mínimo são atraentes para os investidores conservadores, que tem baixa ou nenhuma tolerância a perdas financeiras. Por outro lado, soluções próximas à ideal (i.e., solução mais próxima à solução abstrata, não-factível, que produziria os valores-objetivo extremos) visam maximizar não só a taxa retorno/risco mas também os valores de retorno, além de buscar a minimização do risco.

Por fim, as ilustrações das fronteiras incluem, além das soluções do NSGA, as soluções *baseline* e do algoritmo lexicográfico para a janela escolhida.

As figuras 4.12, 4.13 e 4.14 mostram, portanto, um recorte em duas dimensões - cujos eixos correspondem a duas das três funções-objetivo do Grupo A - para a Janela 7. Nos três gráficos, a solução Lexicográfica e todas as soluções do NSGA dominam a solução *baseline*.

Na Figura 4.12, é possível perceber que a relação entre Retorno Composto e Volatilidade não é linear, além de ser diretamente proporcional. As soluções Maior Sharpe, Lexicográfica e Próximo ao Ideal tem volatilidades muito próximas, sendo esta última a solução que apresenta o maior retorno entre as três (74,8%). A solução de Maior Retorno (145,1% de retorno), entretanto, é a que apresenta a maior Volatilidade entre todas as soluções avaliadas.

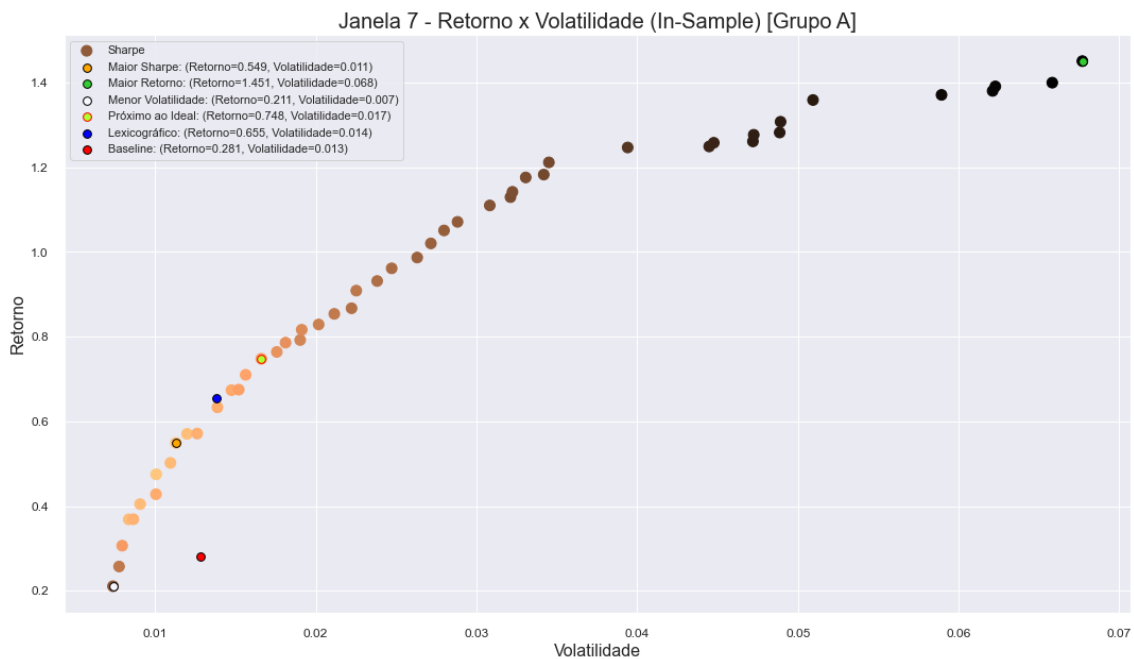


Figura 4.12: Fronteira de Pareto Aproximada (Retorno Composto x Volatilidade) - Grupo A (NSGA)

Nas Figuras 4.13 e 4.14, pode-se notar que, inicialmente, há uma relação de crescimento diretamente proporcional que evolui até um ponto de inflexão, a partir do qual a relação entre as funções-objetivo se torna inversamente proporcional. A solução de menor risco (i.e. Volatilidade) é aquela que produz o menor retorno (21,1%) entre todas as soluções comparadas (Figura 4.13). Além disso, pode-se observar na Figura 4.14 que a solução de Maior Retorno é praticamente a que produz a menor proporção entre retorno e risco (i.e. Sharpe) na janela avaliada.

Prosseguindo com a análise das fronteiras, as Figuras 4.15, 4.16 e 4.17 mostram os recortes em duas dimensões da Fronteira Aproximada de Pareto formada a partir

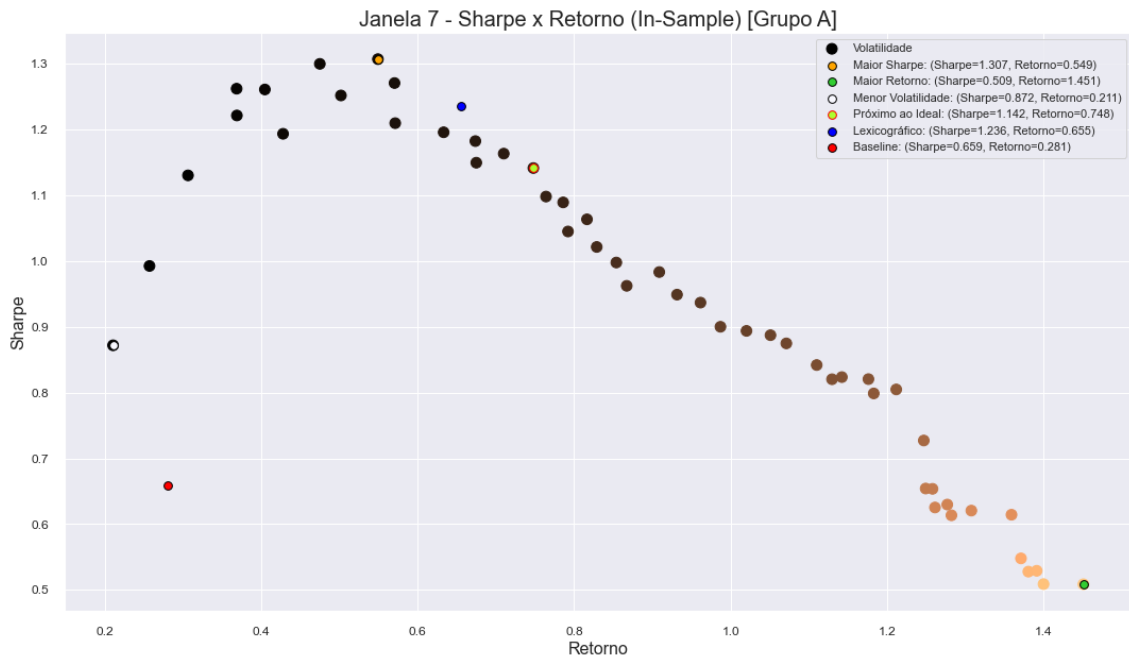


Figura 4.13: Fronteira de Pareto Aproximada (Sharpe x Retorno Composto) - Grupo A (NSGA)

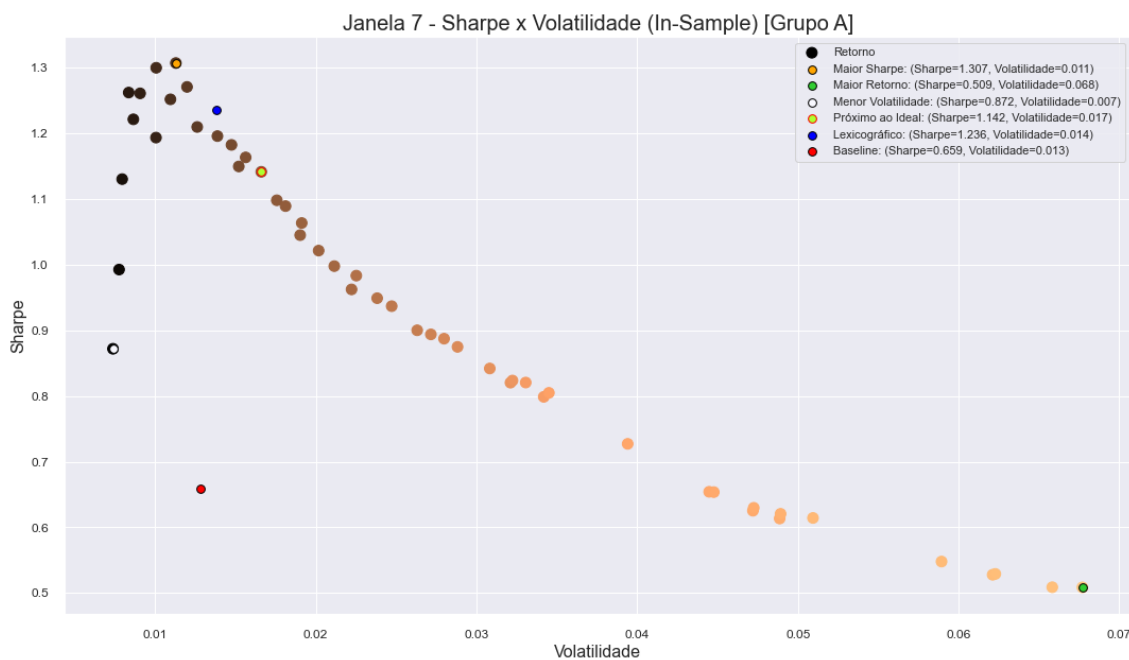


Figura 4.14: Fronteira de Pareto Aproximada (Sharpe x Volatilidade) - Grupo A (NSGA)

das três funções-objetivo do Grupo B na Janela 7. Assim como no Grupo A, a solução Lexicográfica e as soluções do NSGA dominam a solução *baseline* em todos

os gráficos. Nesses gráficos, a solução do Algoritmo Lexicográfico está bastante próxima do limiar das fronteiras, sugerindo que ela poderia ser uma das soluções geradas pelo NSGA. Além disso, a solução Lexicográfica não só aparece próxima da solução de Maior Sortino no plano cartesiano, mas também tem um índice de Sortino semelhante, o que é coerente com o fato de este índice ter sido a função-objetivo de maior prioridade durante a otimização IS.

Ao observar a relação entre Retorno Composto e Semidesvio (Figura 4.15), pode-se dizer que ela é diretamente proporcional. A fronteira se aproxima de uma curva logarítmica, com os níveis de retorno crescendo rapidamente em baixos níveis de Semidesvio e seguindo uma tendência de estabilidade assintótica em níveis mais elevados de Semidesvio. As soluções de Maior Sortino, Menor Semidesvio e Lexicográfica apresentaram semidesvios bastante próximos. Não obstante, o retorno produzido pela solução Lexicográfica (66,5%) é consideravelmente superior ao das outras duas soluções. Por fim, a solução de Maior Retorno - com um retorno de 143,2% - produziu o maior Semidesvio entre todas as soluções avaliadas.

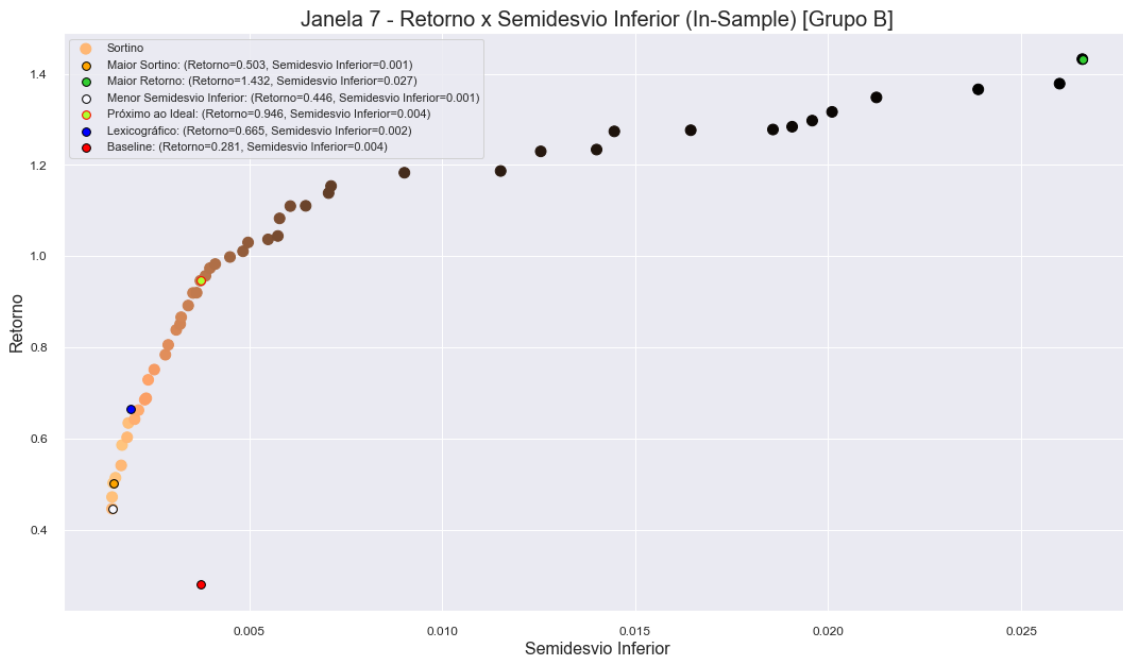


Figura 4.15: Fronteira de Pareto Aproximada (Retorno Composto x Volatilidade) - Grupo B (NSGA)

A exemplo do que ocorreu no Grupo A, pode-se notar nas Figuras 4.16 e 4.17 que, inicialmente, existe uma relação diretamente proporcional entre as funções-objetivo dos eixos do plano 2D, cujo crescimento dos valores-objetivo segue até um ponto de inflexão. A partir desse ponto, essa relação pode ser caracterizada como inversamente proporcional. Não obstante, esse efeito aparenta ser mais pronunciado no Grupo B, que mostra soluções menos esparsas em suas fronteiras quando comparado com o Grupo A.

Como mostra a Figura 4.16, a solução de Menor Semidesvio (i.e. menor risco) produziu o menor Retorno Composto (44,6%) entre todas as soluções. Além disso, vale destacar a expressiva lacuna de soluções na região à esquerda dominada pela solução de Menor Semidesvio, implicando que o algoritmo não conseguiu encontrar soluções ótimas na região próxima à do *baseline* para as funções-objetivo otimizadas. A Figura 4.17 mostra, por sua vez, que a solução de Maior Retorno produziu a menor proporção entre retorno e risco que, no Grupo B, é o índice de Sortino. Por fim, é possível notar que a relação predominante entre Sortino e Semidesvio é de proporcionalidade inversa, com um pequeno pico de crescimento direto entre as soluções Menor Semidesvio e Maior Sortino.

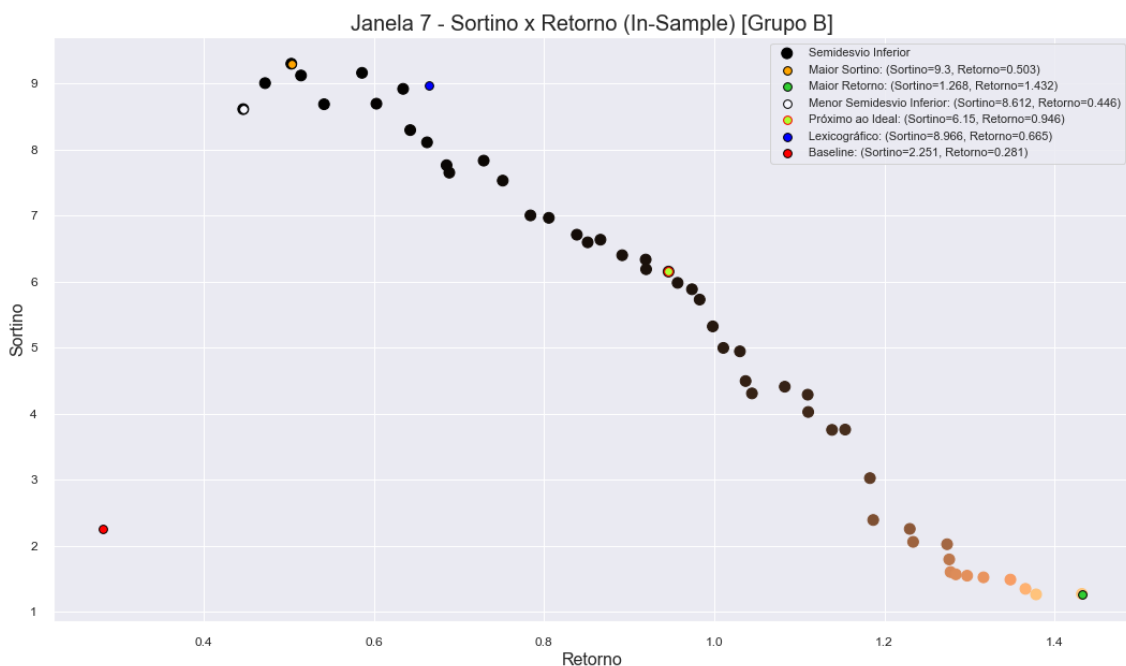


Figura 4.16: Fronteira de Pareto Aproximada (Sharpe x Retorno Composto) - Grupo B (NSGA)

4.2.3 Distribuição de Contratos por Solução

Depois da avaliação das Fronteiras Aproximadas de Pareto, foi analisada a distribuição dos contratos nas soluções geradas pelo NSGA. Para essa finalidade, foram coletados os dados da Janela 7, com o intuito de garantir a coerência com a avaliação dos dados referentes às fronteiras analisadas previamente. As soluções foram ordenadas de acordo com os valores da função-objetivo em cada grupo. As soluções foram posicionadas em ordem decrescente de valor-objetivo para as funções Sharpe, Sortino e Retorno. Para Volatilidade e Semidesvio, foi adotada a ordem crescente. Por fim, cores mais claras nas figuras representam um número mais elevado de contratos.

A princípio, foram avaliadas as distribuições do Grupo A. Após a ordenação por

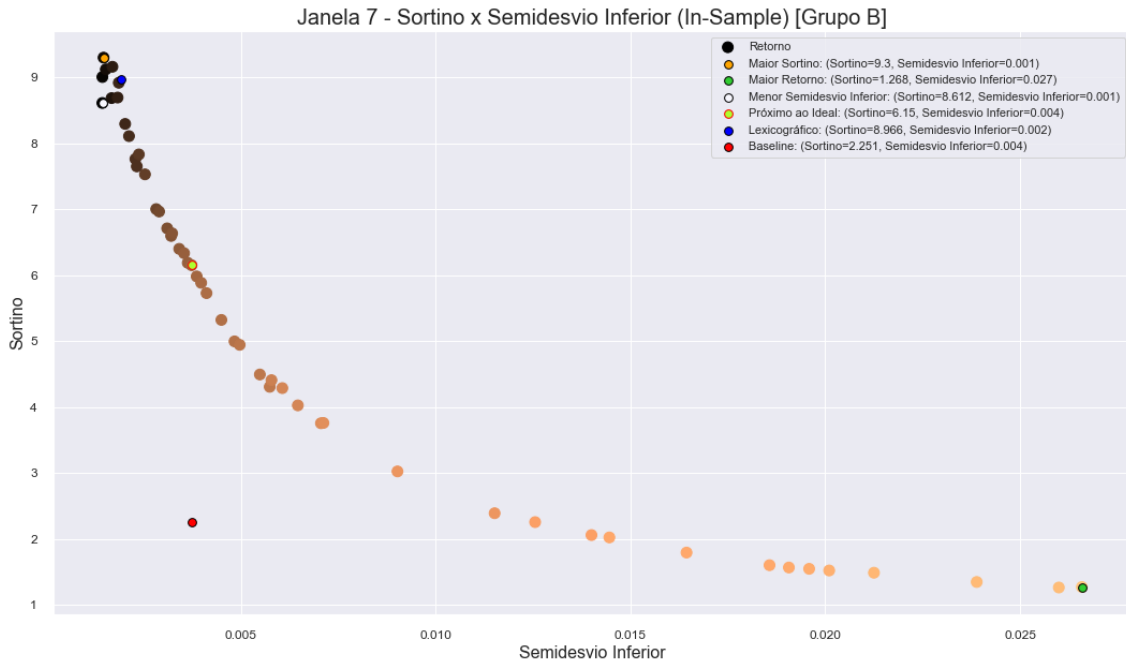


Figura 4.17: Fronteira de Pareto Aproximada (Sharpe x Volatilidade) - Grupo B (NSGA)

Sharpe (Figura 4.18), foi possível inferir que soluções com distribuição assimétrica ou uma elevada concentração de contratos em um pequeno grupo de estratégias produzem índices de Sharpe menores. Isso fica ainda mais evidenciado ao se observar as distribuições de contratos em relação à estratégia 11. Em contra-partida, soluções com uma distribuição pouco heterogênea produzem um Sharpe mais elevado. Além disso, é possível notar que as soluções que ocupam as primeiras posições na ordenação destinam parte significativa de seus contratos para as estratégias 1, 9, 10, 17, 19 e 24.

Ao ordenar as soluções por Retorno Composto (Figura 4.19), nota-se que as soluções com distribuições extremamente concentradas são responsáveis pela produção de retornos mais elevados. Nesse caso, em particular, as soluções cujas distribuições destinam quase a totalidade dos contratos para a estratégia 11 - ou ainda, que compartilham a maioria dos contratos com a estratégia 1 - produzem os maiores retornos.

Quando o critério de ordenação é a Volatilidade (Figura 4.20), a situação é invertida se comparada à ordenação por retorno: distribuições que apresentam maior concentração de contratos levam a volatilidades maiores e aparecem nas últimas posições, o que também ocorre na ordenação de Sharpe. As primeiras posições, com menor Volatilidade, são ocupadas por soluções que tem uma distribuição consideravelmente homogênea. Pode-se notar ainda que tais soluções destinaram mais contratos às estratégias 9, 10, 17 e 19.

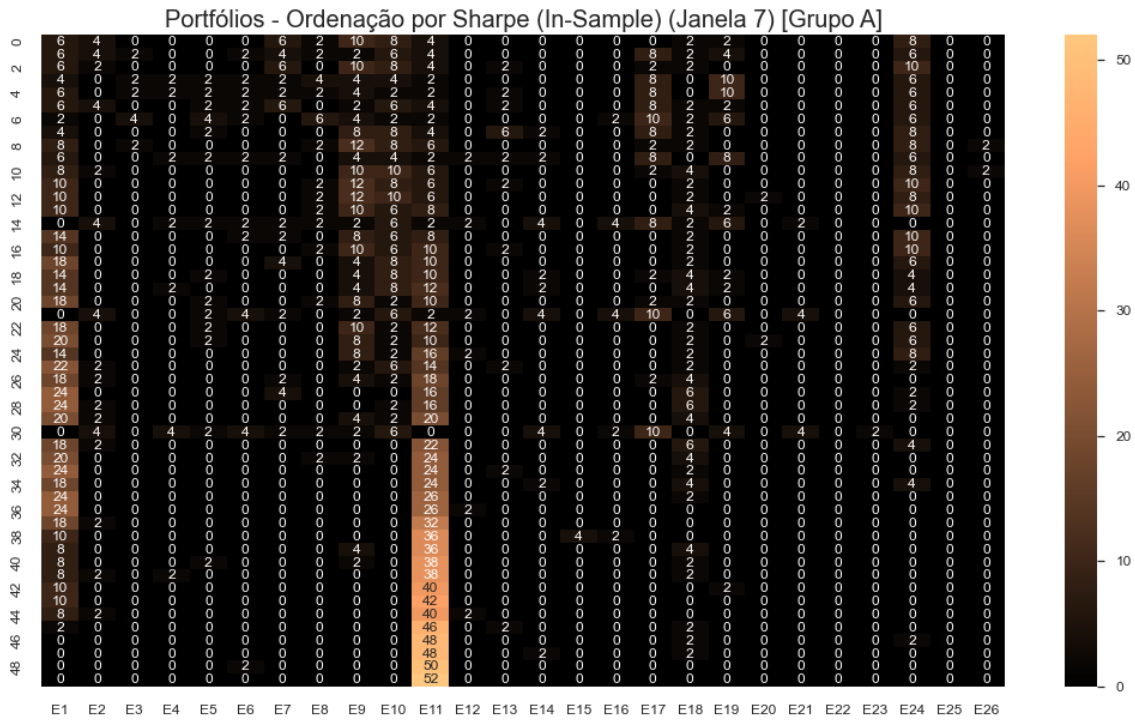


Figura 4.18: Portfólios Ordenados por Sharpe - Grupo A (NSGA)

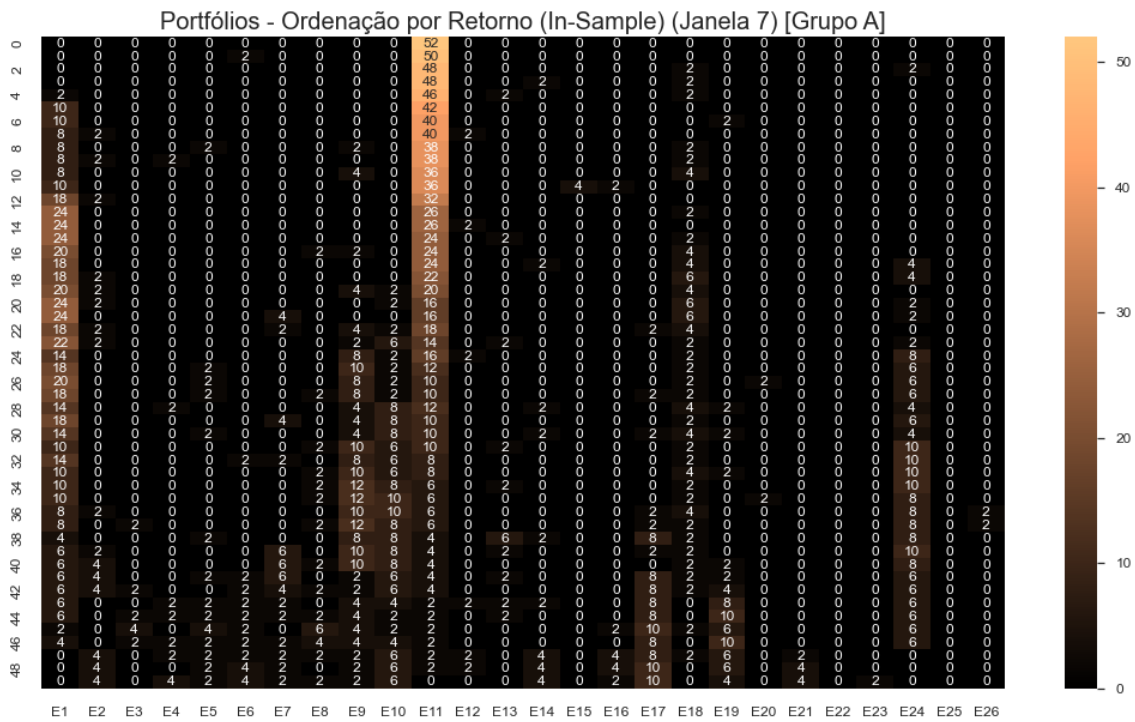


Figura 4.19: Portfólios Ordenados por Retorno Composto - Grupo A (NSGA)

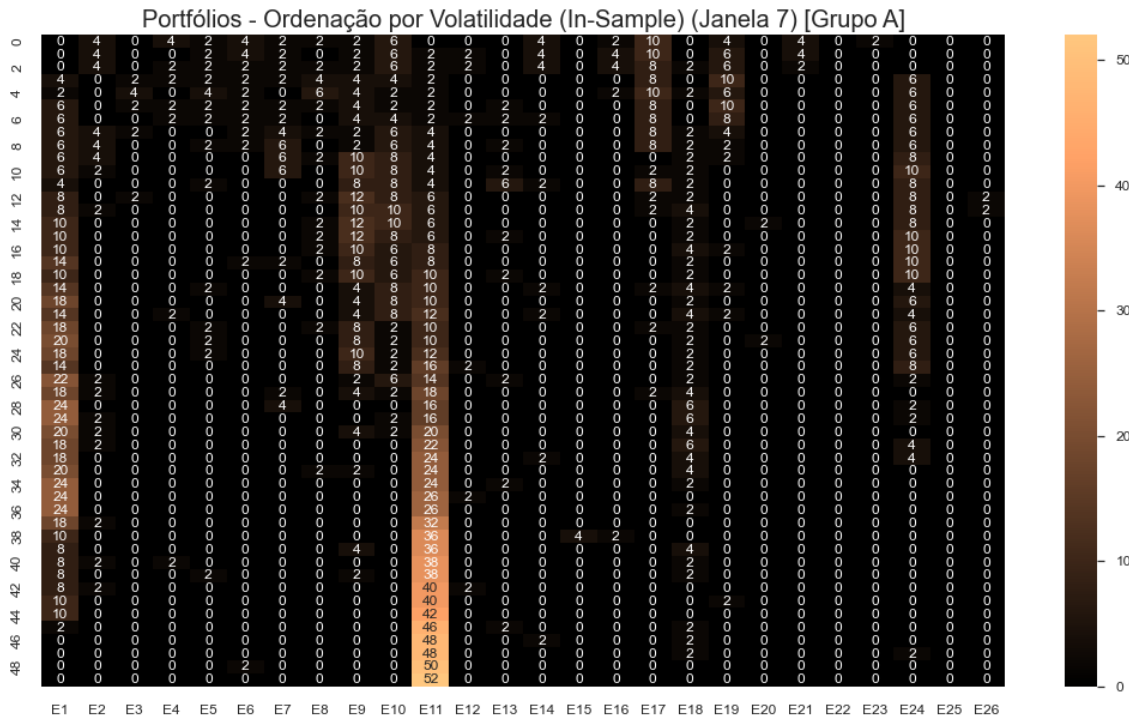


Figura 4.20: Portfólios Ordenados por Volatilidade - Grupo A (NSGA)

Depois do Grupo A, as distribuições no Grupo B também foram analisadas. O panorama geral de distribuição deste grupo é similar ao primeiro, pois há uma concentração significativa de contratos na estratégia de número 11, um acúmulo que também ocorre nas estratégias 1 e 24. Quando as soluções são ordenadas pelo índice de Sortino (Figura 4.21), a distribuição dos contratos segue uma tendência semelhante à ordenação das soluções otimizadas para Sharpe (Figura 4.18): soluções que depositam uma grande quantidade de contratos em poucas estratégias produzem índices de Sortino mais baixos e aquelas que distribuem contratos de modo mais igualitário geram valores-objetivo mais elevados. Na ordenação feita com essa função-objetivo, as estratégias que receberam mais contratos de forma geral foram as de número 1, 9, 10, 11, 16 e 24.

A ordenação por Retorno Composto (Figura 4.22) segue um padrão similar ao encontrado na análise feita para a mesma função-objetivo no Grupo A. Soluções nas primeiras posições destinam muitos contratos para poucas estratégias, sendo que quase a totalidade deles foi alocada para a estratégia 11 na solução que ocupa a primeira posição na ordenação. Também é possível observar que, depois da estratégia 11, a estratégia de número 1 foi a que recebeu contratos com mais frequência em soluções que produziram o maior retorno.

Por fim, ao ordenar as soluções por Semidesvio (Figura 4.23), o resultado é semelhante ao da ordenação por Volatilidade (Figura 4.20). Distribuições alocadas nas primeiras posições são mais homogêneas e produzem semidesvios menores. Soluções

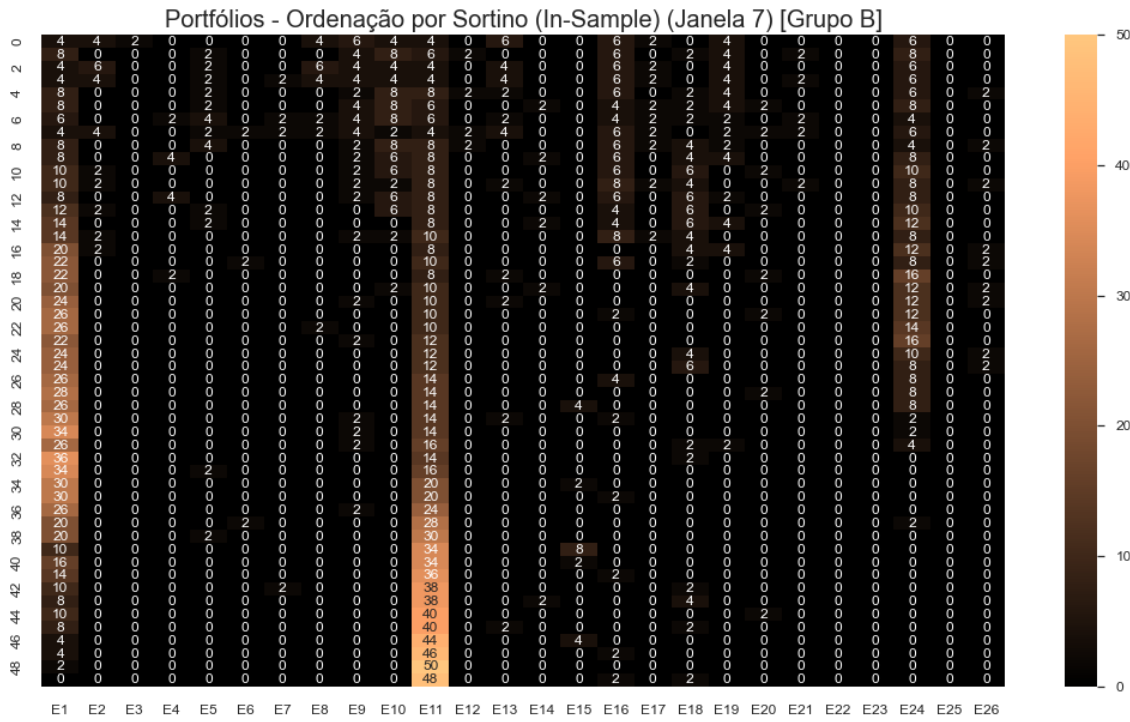


Figura 4.21: Portfólios Ordenados por Sortino - Grupo B (NSGA)

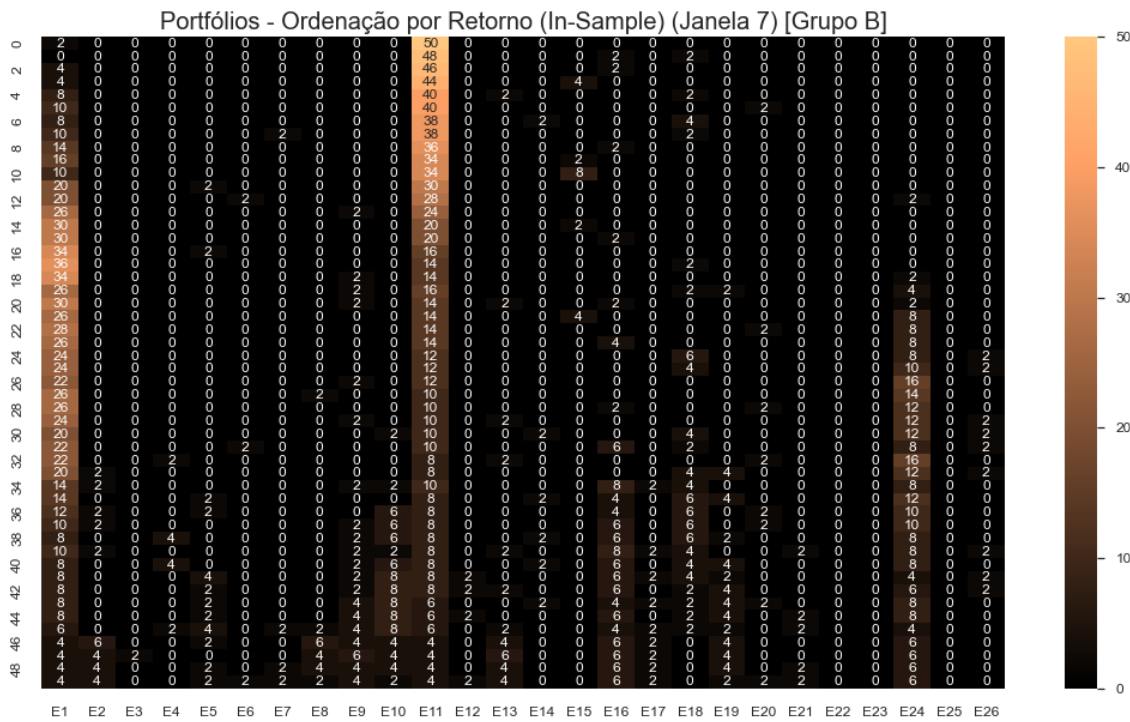


Figura 4.22: Portfólios Ordenados por Retorno Composto - Grupo B (NSGA)

com distribuições muito desiguais produzem valores-objetivo elevados, sugerindo que tais soluções apresentam um risco mais elevado para o investidor. A solução com menor semidesvio destinou mais contratos para as estratégias 16 e 24 (6 para ambas), seguidas de perto pelas estratégias de número 1, 2, 9 e 11 (4 contratos cada uma).

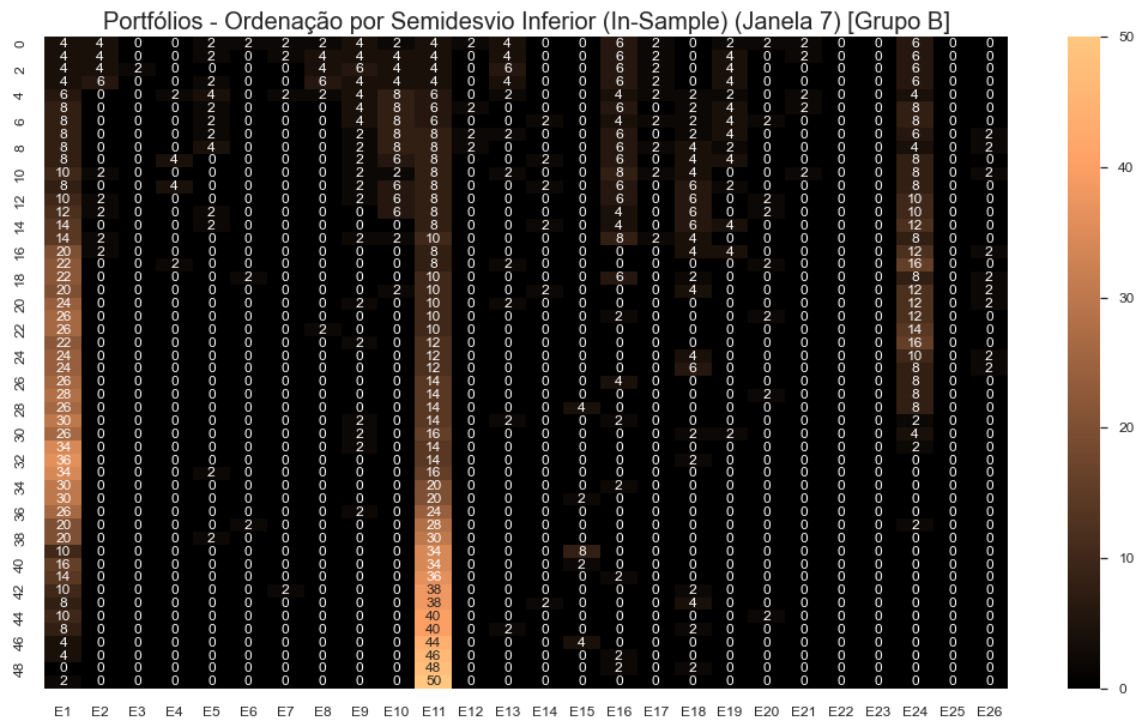


Figura 4.23: Portfólios Ordenados por Semidesvio Inferior - Grupo B (NSGA)

4.2.4 Sementes

Após a análise das suas curvas de aptidão, o NSGA foi avaliado quanto à oscilação de seus resultados em relação às sementes de inicialização aleatória de sua população. Os testes foram realizados com 20 sementes diferentes em duas janelas *walk forward*. Os parâmetros do algoritmo foram fixados nos seguintes valores: 100 gerações, 50 indivíduos na população inicial, taxa de recombinação de 50%, percentual de posições alteradas em 10%, percentual de doação de contratos de 20% e janelas IS e OS com 3 meses de duração cada.

Tendo em vista que avaliar os resultados de toda a população do NSGA seria uma tarefa demasiadamente complexa, foram analisadas apenas as soluções mais relevantes quanto aos seus valores-objetivo, a saber: maior Sharpe, maior Retorno Composto, menor Volatilidade e solução com valores-objetivo mais próximos ao ideal. Esta última solução, também denominada “Solução Próxima ao Ideal”, apresenta valores-objetivos em um hiperplano onde o ponto formado pelo conjunto dos seus

valores-objetivo é o mais próximo do ponto ideal formado - neste mesmo hiperplano - pelos valores-objetivo extremos das funções-objetivo avaliadas.

Os valores médios do índice de Sharpe e os respectivos intervalos de confiança obtidos para as quatro soluções relevantes podem ser vistos na Tabela 4.52. Os desvios percentuais das médias são mostrados pela Tabela 4.53. A partir dos dados apresentados pelas tabelas, pode-se verificar que a solução de maior Sharpe apresenta, por definição, as maiores médias para o índice de Sharpe. Além disso, essa solução apresentou a menor instabilidade entre as demais, com um desvio percentual máximo de 0.81% na Janela 1. A solução de menor Volatilidade, por outro lado, apresentou as maiores oscilações no período considerado, com 7% de variação na primeira Janela e atingindo 9.5% de variação em Sharpe na Janela 1. Depois da solução de maior Sharpe, a solução próxima ao ideal foi aquela que obteve as maiores médias, apresentando variações muito pequenas em seus valores-objetivo. De maneira geral, foi possível constatar que nenhuma das soluções relevantes ultrapassou 10% de variação nas janelas consideradas, o que sugere certa estabilidade frente à variação das sementes de inicialização.

Tabela 4.52: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe - Soluções Relevantes (20 Sementes)

	Janela 0	Janela 1
Maior Sharpe	1.538 [1.531, 1.544]	1.484 [1.472, 1.496]
Maior Retorno	1.084 [1.076, 1.092]	0.671 [0.613, 0.729]
Menor Volatilidade	0.999 [0.929, 1.068]	0.922 [0.834, 1.010]
Próximo ao Ideal	1.437 [1.427, 1.448]	1.253 [1.216, 1.291]

Tabela 4.53: Desvios Percentuais dos Valores Médios para Sharpe - Soluções Relevantes (20 Sementes)

	Janela 0	Janela 1
Maior Sharpe (%)	0.46	0.81
Maior Retorno (%)	0.70	8.60
Menor Volatilidade (%)	7.00	9.50
Próx. ao Ideal (%)	0.70	3.00

As médias do Retorno Composto e os seus respectivos intervalos de confiança para as quatro soluções relevantes são mostrados na Tabela 4.52. A Tabela 4.53, por sua vez, apresenta os desvios percentuais dessas médias. Naturalmente, a solução de maior Retorno apresentou as maiores médias, atingindo quase 200% na Janela 0 com variação de apenas 0.8% e somente 2.6% na Janela 1, em que produziu média de quase 147% de lucro. Por outro lado, a solução de menor risco (i.e. menor volatilidade) foi a que produziu menor média de retorno (20%), além de apresentar a maior instabilidade entre as quatro soluções com um desvio percentual ultrapassando

o limiar dos 10% na Janela 1. A solução próxima ao ideal produziu médias de até 95.8% de retorno, sendo 6.1% o maior desvio percentual entre as duas janelas. Os resultados sugerem, portanto, relativa estabilidade dos valores de retorno - exceção feita à solução de menor volatilidade - para as soluções relevantes.

Tabela 4.54: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto - Soluções Relevantes (20 Sementes)

	Janela 0	Janela 1
Maior Sharpe	0.631 [0.604, 0.658]	0.443 [0.421, 0.465]
Maior Retorno	1.999 [1.983, 2.015]	1.469 [1.431, 1.506]
Menor Volatilidade	0.220 [0.202, 0.238]	0.155 [0.138, 0.172]
Próximo ao Ideal	0.958 [0.930, 0.986]	0.767 [0.720, 0.814]

Tabela 4.55: Desvios Percentuais dos Valores Médios para Retorno Composto - Soluções Relevantes (20 Sementes)

	Janela 0	Janela 1
Maior Sharpe (%)	4.30	5.00
Maior Retorno (%)	0.80	2.60
Menor Volatilidade (%)	8.20	11.00
Próx. ao Ideal (%)	2.90	6.10

Os valores médios de Volatilidade - a última função-objetivo otimizada - e os respectivos intervalos de confiança podem ser vistos na Tabela 4.56. Os desvios percentuais correspondentes são mostrados pela Tabela 4.57. Singularmente, na primeira janela, nenhuma das soluções relevantes apresentou oscilações nos valores objetivos dentro da precisão considerada. A solução de maior Retorno apresentou, entretanto, o maior desvio da média na Janela 1, oscilando 15.7%. A oscilação da solução mais próxima ao ideal, por sua vez, apresentou uma variação significativamente menor, variando 6.7% em relação a sua média. Já as soluções de maior Sharpe e menor Volatilidade mantiveram a estabilidade na Janela 1, sem apresentar qualquer variação em seus valores-objetivos.

Tabela 4.56: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade - Soluções Relevantes (20 Sementes)

	Janela 0	Janela 1
Maior Sharpe	0.011 [0.011, 0.011]	0.008 [0.008, 0.008]
Maior Retorno	0.036 [0.036, 0.036]	0.051 [0.043, 0.059]
Menor Volatilidade	0.007 [0.007, 0.007]	0.005 [0.005, 0.005]
Próximo ao Ideal	0.016 [0.016, 0.017]	0.015 [0.014, 0.016]

Tabela 4.57: Desvios Percentuais dos Valores Médios para Volatilidade - Soluções Relevantes (20 Sementes)

	Janela 0	Janela 1
Maior Sharpe (%)	0.00	0.00
Maior Retorno (%)	0.00	15.7
Menor Volatilidade (%)	0.00	0.00
Próx. ao Ideal (%)	0.00	6.70

Após a avaliação da estabilidade quanto aos valores-objetivos, foram avaliadas as variações dos índices de Gini calculados para as soluções mais relevantes. As Tabelas 4.58 e 4.59 mostram, respectivamente, as médias do índice de Gini com os intervalos de confiança e os desvios percentuais em relação a essas médias. Conforme esperado, a solução de maior retorno produziu a maior média para Gini com variação máxima de 3.2% nas duas janelas consideradas, indicando concentração elevada de muitos contratos em poucas estratégias no portfólio. A solução de menor volatilidade também apresentou comportamento relativamente previsível, com médias de Gini pequenas e razoavelmente estáveis (e.g. 3.6% de variação na Janela 1), indicando menor heterogeneidade na distribuição de contratos entre as estratégias. A solução próxima ao ideal produziu índices relativamente elevados (e.g. 0.8% na janela 0) com pequenos desvios, mas ainda inferiores aos valores produzidos pela solução de maior retorno. De modo geral, a variação das médias para os índices de Gini nas soluções consideradas não ultrapassou os 4%, sugerindo estabilidade nos valores produzidos pelo algoritmo.

Tabela 4.58: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini - Soluções Relevantes (20 Sementes)

	Janela 0	Janela 1
Maior Sharpe	0.698 [0.681, 0.715]	0.695 [0.673, 0.716]
Maior Retorno	0.955 [0.952, 0.957]	0.916 [0.906, 0.925]
Menor Volatilidade	0.640 [0.617, 0.663]	0.702 [0.682, 0.722]
Próximo ao Ideal	0.808 [0.798, 0.819]	0.787 [0.770, 0.804]

Após a avaliação dos resultados obtidos para as funções-objetivo otimizadas e para o índice de Gini, pode-se observar que o NSGA demonstra - nos valores produzidos por suas soluções relevantes - pouca sensibilidade em relação à variação de sementes de inicialização em sua população, o que sugere estabilidade suficiente (i.e. valores com variação em relação à média abaixo de 10%) para realizar experimentos com *backtest walk forward*, cujos resultados são avaliados na Seção 4.2.5.

Tabela 4.59: Desvios Percentuais dos Valores Médios para o Índice de Gini - Soluções Relevantes (20 Sementes)

	Janela 0	Janela 1
Maior Sharpe (%)	2.40	3.20
Maior Retorno (%)	0.30	1.10
Menor Volatilidade (%)	3.60	2.80
Próx. ao Ideal (%)	1.20	2.20

4.2.5 *Backtest Walk Forward*

Após assegurar a estabilidade dos resultados com a variação de sementes de inicialização aleatória, foi empregado o método *walk forward* (Pardo, 1992) na modalidade deslizante de maneira similar a dos experimentos realizados com o algoritmo lexicográfico (Seção 4.1.8). Esse método viabiliza a avaliação de desempenho das eventuais soluções de portfólio quanto às funções-objetivo e variações de tamanho de janela. A variação de grupos de funções-objetivo permite comparar e avaliar como o desempenho dos valores-objetivo e demais indicadores. Quanto à variação de tamanho das janelas, a extensão das janelas pode interferir no desempenho dos portfólios propostos pela heurística, conforme descrito na Seção 4.1.8. Padrões de mercado emergentes no período *In-Sample* podem ser capturados para aplicação no período imediatamente posterior, pertencente à janela *Out-of-Sample*, simulando a aplicação das soluções propostas em períodos fora do contexto de otimização.

Na configuração da heurística dos experimentos a seguir, foram os parâmetros receberam os mesmos valores aplicados nos experimentos correspondentes do algoritmo lexicográfico: população inicial de 50 indivíduos, 100 gerações, taxa de recombinação de 50% e percentuais de quantidade de posições alteradas de 10% e doação de contratos, de 20%. A otimização *In-Sample* foi repetida 10 vezes, utilizando sementes randômicas de inicialização distintas em cada execução. As otimizações e suas respectivas validações foram realizadas ao longo de toda a série temporal, visando a obtenção de resultados mais robustos comparados por meio de testes estatísticos.

Funções-Objetivo

A primeira parte dos experimentos com *walk forward* teve como foco as funções-objetivo selecionadas para otimização. Dependendo do conjunto das funções escolhidas, o tipo do padrão detectado nos dados pode variar e, conseqüentemente, os resultados dos indicadores relevantes para o investidor. Nesses experimentos, foram utilizadas duas combinações de funções-objetivo: A) Sharpe, Retorno e Volatilidade (SH, RE, VO); B) Sortino, Retorno e Semidesvio (SO, RE, SE). Além disso, as janelas IS e OS foram fixadas com um tamanho de 3 meses cada, com um passo *walk forward* de 3 meses.

Inicialmente, foi avaliado o desempenho dos portfólios quanto aos valores-objetivos

para o Grupo A. A primeira função-objetivo avaliada nesse grupo foi o índice de Sharpe. Os resultados da Tabela 4.60 mostram que o algoritmo apresenta o comportamento esperado, sendo a solução de Maior Sharpe a superar as demais soluções relevantes e o *baseline*. A segunda maior média para Sharpe foi alcançada pela solução Próximo ao Ideal. A solução de Maior Retorno, por sua vez, obteve o menor valor médio entre as soluções avaliadas.

Tabela 4.60: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe das Soluções Relevantes (In-Sample) - Grupo A

	Média
Baseline	0.620 [0.589, 0.652]
Maior Sharpe	1.325 [1.290, 1.360]
Maior Retorno	0.599 [0.572, 0.627]
Menor Volatilidade	0.951 [0.910, 0.992]
Próximo ao Ideal	1.131 [1.096, 1.167]

A próxima função-objetivo avaliada foi o Retorno Composto, cujos resultados para as soluções avaliadas podem ser vistos na Tabela 4.61. A solução de Maior Retorno foi a que produziu a maior média para a função-objetivo. A exemplo do ocorrido com o índice de Sharpe, o segundo maior retorno também foi alcançado pela solução Próximo ao Ideal. Já a solução Menor Volatilidade produziu a menor média de retorno entre as soluções comparadas, reforçando a ideia de que portfólios com baixo risco produzem retornos menores.

Tabela 4.61: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto das Soluções Relevantes (In-Sample) - Grupo A

	Média
Baseline	0.291 [0.271, 0.311]
Maior Sharpe	0.464 [0.441, 0.486]
Maior Retorno	1.293 [1.229, 1.357]
Menor Volatilidade	0.232 [0.216, 0.249]
Próximo ao Ideal	0.701 [0.675, 0.728]

Em seguida, foi avaliada a última função-objetivo do Grupo A: volatilidade (Tabela 4.62). Naturalmente, a solução de Menor Volatilidade obteve a menor média entre as demais soluções, seguida pela solução Maior Sharpe. A volatilidade mais alta foi produzida pela solução Maior Retorno, o que também reforça a ideia de que portfólios com retornos elevados geralmente são mais voláteis ou arriscados.

Após a avaliação das funções-objetivo do grupo A, foram analisados os valores-objetivos produzidos pelo grupo B. A primeira função a ser avaliada nesse grupo foi o índice de Sortino, cujos valores podem ser vistos na Tabela 4.63. Os maiores

Tabela 4.62: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade das Soluções Relevantes (In-Sample) - Grupo A

	Média
Baseline	0.014 [0.013, 0.014]
Maior Sharpe	0.010 [0.009, 0.010]
Maior Retorno	0.056 [0.053, 0.060]
Menor Volatilidade	0.007 [0.007, 0.007]
Próximo ao Ideal	0.016 [0.016, 0.017]

valores médios para Sortino foram alcançados pelas soluções Maior Sortino e Menor Semidesvio. Por outro lado, o *baseline* obteve a menor média, sendo a solução de Maior Retorno a que apresentou a segunda menor média para Sortino.

Tabela 4.63: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sortino das Soluções Relevantes (In-Sample) - Grupo B

	Média
Baseline	1.543 [1.439, 1.648]
Maior Sortino	7.775 [7.253, 8.298]*
Maior Retorno	2.065 [1.857, 2.273]
Menor Semidesvio Inferior	7.350 [6.819, 7.882]*
Próximo ao Ideal	5.846 [5.466, 6.226]

*Maiores médias

A próxima função-objetivo avaliada no Grupo B foi o Retorno Composto, cujos valores-objetivos são mostrados na Tabela 4.64. Conforme esperado, a solução Maior Retorno obteve a maior média de Retorno (130,3%), resultado seguido pela solução Próximo ao Ideal (74,2%). Por outro lado, o *baseline* produziu o menor retorno entre as soluções avaliadas, alcançando uma média de apenas 29,1%.

Tabela 4.64: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto das Soluções Relevantes (In-Sample) - Grupo B

	Média
Baseline	0.291 [0.271, 0.311]
Maior Sortino	0.514 [0.486, 0.541]
Maior Retorno	1.303 [1.240, 1.365]
Menor Semidesvio Inferior	0.437 [0.410, 0.463]
Próximo ao Ideal	0.742 [0.705, 0.778]

Em seguida, foi avaliado o Semidesvio Inferior. Os valores-objetivo produzidos pelas soluções relevantes podem ser vistos na Tabela 4.65. As menores médias foram

produzidas pelas soluções Menor Semidesvio e Maior Sortino, que obtiveram os mesmos valores. A solução de Maior Retorno produziu o maior semidesvio, superando em mais de três vezes o valor produzido pelo *baseline*. Isso sugere que soluções que produzem um retorno composto muito elevado no portfólio também podem produzir desvios negativos elevados nos retornos percentuais.

Tabela 4.65: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Semidesvio Inferior das Soluções Relevantes (In-Sample) - Grupo B

	Média
Baseline	0.006 [0.006, 0.006]
Maior Sortino	0.002 [0.002, 0.002]*
Maior Retorno	0.021 [0.019, 0.022]
Menor Semidesvio Inferior	0.002 [0.002, 0.002]*
Próximo ao Ideal	0.004 [0.003, 0.004]

*Menores médias

Em uma avaliação de desempenho de grupos compostos por funções-objetivo majoritariamente diferentes, a única comparação possível é aquela feita com funções-objetivos comuns aos grupos comparados. O Retorno Composto é a única função comum aos grupos A e B, o que permite, portanto, a comparação direta entre os valores-objetivo das soluções relevantes desses grupos para essa função-objetivo. Além disso, as soluções relevantes de Maior Retorno e Próximo ao Ideal são as únicas comuns aos dois grupos. Logo, essas soluções são as únicas que podem ter seus valores-objetivo médios comparados e os resultados dessa comparação são mostrados na Tabela 4.66. Como é possível notar, as médias dos dois grupos são bastante próximas, mas o Grupo B apresenta médias numericamente superiores nas soluções Maior Retorno e Próximo ao Ideal.

Tabela 4.66: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto das Soluções Relevantes em Comum (In-Sample) - Grupos A e B

	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE
Maior Retorno	1.293 [1.229, 1.357]	1.303 [1.240, 1.365]
Próximo ao Ideal	0.701 [0.675, 0.728]	0.742 [0.705, 0.778]

De modo geral, a análise com os resultados obtidos em janelas IS demonstrou que, de fato, as funções-objetivo foram otimizadas da maneira esperada em seus respectivos grupos.

A próxima etapa do experimento consistiu em produzir e avaliar os resultados obtidos com a validação das soluções obtidas IS em janelas OS. Inicialmente, foram avaliadas as funções-objetivo do Grupo A. Os resultados para o Índice de Sharpe são mostrados na Tabela 4.67. As soluções de *baseline* e Menor Volatilidade produziram

as maiores médias para Sharpe, sendo a primeira solução aquela que produziu a maior média numérica entre as demais. A solução Maior Retorno, por sua vez, foi a que apresentou a menor média para o indicador avaliado.

Tabela 4.67: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Grupo A

	Média
Baseline	0.596 [0.566, 0.627]*
Maior Sharpe	0.544 [0.509, 0.578]
Maior Retorno	0.184 [0.150, 0.217]
Menor Volatilidade	0.589 [0.558, 0.620]*
Próximo ao Ideal	0.409 [0.368, 0.450]

*Maiores médias

Seguindo a mesma sequência utilizada na avaliação dos valores-objetivo IS, a próxima função avaliada foi o Retorno Composto do Grupo A, cujos resultados podem ser vistos na Tabela 4.68. As soluções Maior Retorno e Próximo ao Ideal produziram as maiores médias de retorno - 13,8% e 11,8%, respectivamente. Não obstante, a solução Próximo ao Ideal apresentou maior consistência em sua média, pois a amplitude de variação em seu Intervalos de Confiança foi menor. A solução de *baseline* ficou em terceiro lugar, com uma média de 10,8% de retorno. Apenas a solução Menor Volatilidade não superou numericamente o *baseline*, produzindo a menor média de retorno (9,4%) entre as soluções relevantes.

Tabela 4.68: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Grupo A

	Média
Baseline	0.108 [0.094, 0.123]
Maior Sharpe	0.105 [0.093, 0.118]
Maior Retorno	0.138 [0.098, 0.178]*
Menor Volatilidade	0.094 [0.086, 0.102]
Próximo ao Ideal	0.118 [0.097, 0.140]*

*Maiores médias

Em seguida, foi avaliada a volatilidade das soluções relevantes, última função-objetivo analisada no Grupo A. As médias de volatilidade para as soluções podem ser vistas na Tabela 4.69. As menores médias foram obtidas pelas soluções Menor Volatilidade e *baseline* (0.005), seguidas de perto pela de Maior Sharpe (0.006). A solução Maior Retorno produziu o maior valor médio, atingindo 0.021 de volatilidade média.

Após a avaliação das funções-objetivo otimizadas no Grupo A, foram avaliadas as funções otimizadas no Grupo B. Os resultados obtidos com a primeira função - Sor-

Tabela 4.69: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Grupo A

	Média
Baseline	0.005 [0.005, 0.006]*
Maior Sharpe	0.006 [0.005, 0.006]*
Maior Retorno	0.021 [0.018, 0.023]
Menor Volatilidade	0.005 [0.005, 0.005]*
Próximo ao Ideal	0.008 [0.007, 0.009]

*Menores médias

tino - podem ser vistos na Tabela 4.70. Numericamente, a solução de *baseline* obteve a maior média (1.484), seguida pelas soluções Maior Sortino e Menor Semidesvio. Por outro lado, a menor média entre as soluções foi produzida pela solução Maior Retorno (0.664).

Tabela 4.70: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sortino das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Grupo B

	Média
Baseline	1.484 [1.382, 1.586]*
Maior Sortino	1.304 [1.157, 1.450]*
Maior Retorno	0.664 [0.451, 0.877]
Menor Semidesvio Inferior	1.356 [1.224, 1.488]*
Próximo ao Ideal	1.003 [0.858, 1.149]

*Maiores médias

A próxima função avaliada no Grupo B foi o Retorno Composto (Tabela 4.71). A solução Maior Retorno apresentou a maior média (13,8%), seguida pela solução Próximo ao Ideal (13,1%), embora esta tenha apresentado menor amplitude de variação no seu Intervalos de Confiança. Os menores resultados foram obtidos pelas soluções Menor Semidesvio e *baseline*, com médias - 10,7% e 10,8%, respectivamente, e intervalos de confiança muito próximos entre si.

A função-objetivo avaliada a seguir foi o Semidesvio Inferior, cujos valores objetivos podem ser vistos na Tabela 4.72. A menor média foi produzida pela solução *baseline* (0.002), seguida pelas soluções Menor Semidesvio e Maior Sortino (ambas com média 0.003). O maior semidesvio médio, por sua vez, foi obtido pela solução Maior Retorno com uma média de 0.014, sete vezes maior que a da solução *baseline*.

Assim como na análise IS, foi feita uma comparação entre os valores-objetivo da única função comum aos dois grupos (i.e. Retorno Composto) e das soluções relevantes em comum (Maior Retorno e Próximo ao Ideal). Os resultados da comparação em questão foram agrupados na Tabela 4.73. Os dados mostram que a

Tabela 4.71: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Grupo B

	Média
Baseline	0.108 [0.094, 0.123]
Maior Sortino	0.114 [0.095, 0.134]
Maior Retorno	0.138 [0.098, 0.177]*
Menor Semidesvio Inferior	0.107 [0.092, 0.123]
Próximo ao Ideal	0.131 [0.104, 0.158]*

*Maiores médias

Tabela 4.72: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Semidesvio Inferior das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Grupo B

	Média
Baseline	0.002 [0.002, 0.002]*
Maior Sortino	0.003 [0.003, 0.003]*
Maior Retorno	0.014 [0.012, 0.015]
Menor Semidesvio Inferior	0.003 [0.003, 0.003]*
Próximo ao Ideal	0.005 [0.004, 0.005]

*Menores médias

solução de Maior Retorno é praticamente insensível à variação das funções-objetivo, preservando sua média em 13,8% sem alteração significativa do seu Intervalos de Confiança. O mesmo não pode ser dito sobre a solução Próximo ao Ideal, cuja média de retorno foi numericamente superior no Grupo B, alcançando a taxa média de 13,1%.

Tabela 4.73: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto das Soluções Relevantes em Comum (Out-of-Sample) - Grupos A e B

	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE
Maior Retorno	0.138 [0.098, 0.178]	0.138 [0.098, 0.177]
Próximo ao Ideal	0.118 [0.097, 0.140]	0.131 [0.104, 0.158]

Uma vez que há apenas uma função-objetivo otimizada comum aos dois grupos, houve a necessidade de realizar a avaliação de mais funções-objetivos, ainda que estas não tenham sido otimizadas. Para esta finalidade, foram escolhidos o Índice de Calmar e o Drawdown Máximo.

Os valores-objetivo para o Índice de Calmar são mostrados na Tabela 4.74. A solução de Maior Retorno produziu valores praticamente idênticos para os dois grupos, registrando uma média de 0,183. A solução Próximo ao Ideal, por sua vez, apresentou

um Calmar médio ligeiramente superior no Grupo B.

Tabela 4.74: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Calmar das Soluções Relevantes em Comum (Out-of-Sample) - Grupos A e B

	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE
Maior Retorno	0.183 [0.117, 0.250]	0.183 [0.115, 0.251]
Próximo ao Ideal	0.276 [0.228, 0.324]	0.293 [0.243, 0.344]

Os resultados para a próxima função-objetivo não otimizada, o Drawdown Máximo, podem ser vistos na Tabela 4.75. Novamente, a solução Maior Retorno apresenta pouca sensibilidade à mudança de grupo de funções-objetivo, produzindo médias muito próximas (0.111 e 0.118) com a mesma amplitude no Intervalos de Confiança (0.012). A solução Próximo ao Ideal também apresenta médias muito próximas nos dois grupos, com médias de 0.036 e 0.041 para os grupos A e B - respectivamente.

Tabela 4.75: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Drawdown Máx. das Soluções Relevantes em Comum (Out-of-Sample) - Grupos A e B

	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE
Maior Retorno	0.111 [0.099, 0.123]	0.118 [0.106, 0.130]
Próximo ao Ideal	0.036 [0.031, 0.041]	0.041 [0.036, 0.046]

De maneira geral, foi possível constatar que as médias dos valores-objetivo produzidos pelas soluções relevantes sofreram uma redução quando estas foram aplicadas em janelas OS. Particularmente, ao se comparar os valores-objetivo médios das funções comuns aos dois grupos, não foi possível detectar uma diferença significativa entre eles.

O próximo critério avaliado cada grupo de funções-objetivo foi o índice de Gini. O primeiro conjunto de funções avaliado foi o do grupo A, cujos valores-objetivo médios são mostrados na Tabela 4.76. A partir dos dados da tabela, é possível notar que a solução Menor Volatilidade apresentou a menor concentração de contratos por estratégia, pois obteve o menor Gini médio (0.644) entre as soluções avaliadas, resultado compatível com a ideia de que portfólios menos arriscados são aqueles que tem maior diversidade ou uma distribuição mais homogênea de seus ativos. A exemplo do que ocorreu em avaliações anteriores, a solução de Maior Retorno apresentou a maior média para Gini, implicando uma maior concentração de contratos em poucas estratégias nesta solução.

As médias de Gini para o Grupo B podem ser vistas na Tabela 4.77. Com base nos dados da tabela, pode-se notar que a solução de Menor Semidesvio é a que produz os menores índices, com média de 0,686. Esse resultado também é esperado, uma vez que o semidesvio é o indicador de risco equivalente ao da volatilidade no Grupo

Tabela 4.76: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini (Soluções Relevantes) - Grupo A

	Média
Maior Sharpe	0.684 [0.677, 0.691]
Maior Retorno	0.935 [0.932, 0.939]
Menor Volatilidade	0.644 [0.634, 0.653]
Próximo ao Ideal	0.788 [0.782, 0.795]

B. A solução de Maior Retorno, assim como no Grupo A, apresenta um Gini médio bastante elevado (0,94), sendo esta a maior média entre as soluções relevantes.

Tabela 4.77: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini (Soluções Relevantes) - Grupo B

	Média
Maior Sortino	0.720 [0.709, 0.731]
Maior Retorno	0.940 [0.936, 0.943]
Menor Semidesvio Inferior	0.686 [0.674, 0.697]
Próximo ao Ideal	0.821 [0.812, 0.830]

As mesmas justificativas utilizadas para a comparação de valores-objetivos médios envolvendo funções-objetivo e soluções relevantes comuns aos dois grupos podem ser aplicadas às comparações realizadas com os valores médios de Gini. A Tabela 4.78, portanto, agrupa as médias do índice de Gini geradas pelas soluções relevantes comuns aos dois grupos. Ao comparar as soluções de Maior Retorno, pode-se notar que a variação das funções-objetivo não levou a alterações significativas nos índices de Gini médios. A comparação das soluções Próximo ao Ideal, no entanto, mostra que o Grupo A obteve melhor desempenho, produzindo um Gini médio de 0.788, inferior à média do Grupo B (0.821).

Tabela 4.78: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini (Soluções Relevantes em Comum) - Grupos A e B

	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE
Maior Retorno	0.935 [0.932, 0.939]	0.940 [0.936, 0.943]
Próximo ao Ideal	0.788 [0.782, 0.795]	0.821 [0.812, 0.830]

Após a análise dos índices de Gini, foram avaliados os níveis de capital acumulado, totalizados ao longo de toda a série temporal. A Tabela 4.79 mostra os valores gerados a partir das funções-objetivo do Grupo A em cada uma das soluções relevantes, incluindo o *baseline*. Entre essas soluções, a de Maior Retorno foi a que obteve a

maior média de capital acumulado, atingindo a cifra de R\$ 756.715,10. Em segundo lugar, está a solução Próximo ao Ideal, com média de R\$ 670.350,40. O menor valor de capital foi gerado pela solução de Menor Volatilidade, atingindo pouco mais de R\$ 500.000. Vale ressaltar que as soluções Menor Volatilidade e Maior Sharpe foram as únicas que produziram menos capital que o *baseline*.

Tabela 4.79: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Grupo A

	(A) SH, RE, VO
Baseline	614.378,00 [614.378,00, 614.378,00]
Maior Sharpe	590.747,40 [578.407,58, 603.087,22]
Maior Retorno	756.715,10 [712.606,63, 800.823,57]
Menor Volatilidade	501.113,10 [489.412,32, 512.813,88]
Próximo ao Ideal	670.350,40 [655.830,52, 684.870,28]

A evolução das curvas de capital acumulado médio pode ser vista na Figura 4.24. O último ponto em cada curva representa os valores médios de capital mostrados pela Tabela 4.79. A curva de capital da solução Maior Retorno, apesar de crescer rapidamente e obter a maior média entre as demais soluções, é bastante volátil e muito suscetível a *drawdowns*. A evolução da solução Menor Volatilidade, no entanto, se aproxima bastante de um comportamento linear, praticamente imune aos *drawdowns* que surgem na curva de capital da solução Maior Retorno. As demais soluções apresentam uma evolução crescente ao longo do tempo, sofrendo pequenas perdas consideravelmente menos agressivas nos períodos de *drawdown* que afetaram a solução de Maior Retorno.

As médias de capital acumulado para o Grupo B podem ser vistas na Tabela 4.80. As soluções Próximo ao Ideal e Maior Retorno produziram os maiores montantes médios, sendo a média da solução Próximo ao Ideal numericamente superior (R\$ 778.666,70). Entre as soluções relevantes avaliadas nesse grupo, apenas a solução Menor Semidesvio produziu capital acumulado inferior ao *baseline*, alcançando uma média de R\$ 596.357,00.

A evolução dos níveis médios de capital acumulado pelas soluções relevantes do Grupo B ao longo da série histórica podem ser vistos na Figura 4.25. Assim como no Grupo A, é possível notar que a evolução da solução Maior Retorno, apesar da crescente ascensão e sua conseqüente média final elevada, é repleta de *drawdowns*. As demais soluções, por sua vez, demonstram uma sensibilidade consideravelmente menor nos períodos correspondentes aos *drawdowns* ocorridos na curva de capital da solução Maior Retorno. Diferentemente da solução Menor Volatilidade, no entanto, a evolução do capital acumulado da solução Menor Semidesvio Inferior se distancia um pouco do comportamento linear. De modo geral, a maioria das soluções relevantes apresenta desempenho próximo ou superior ao *baseline*, à exceção da solução Menor Semidesvio.

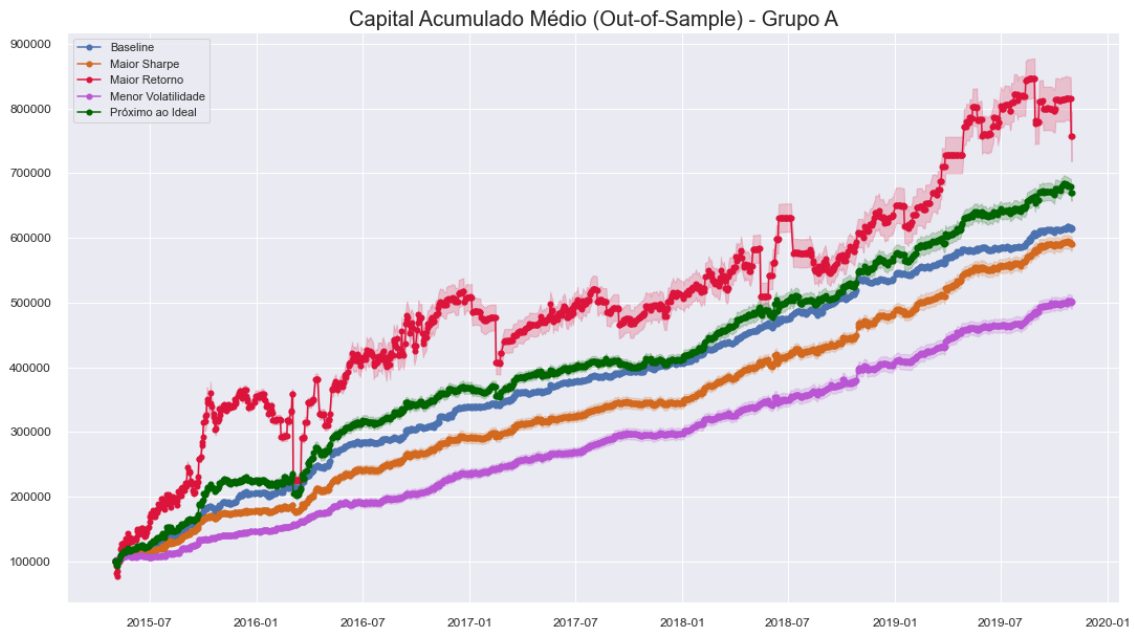


Figura 4.24: Capital Acumulado Médio das Soluções Relevantes (*Out-of-Sample*) - Grupo A (NSGA)

Tabela 4.80: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado das Soluções Relevantes (*Out-of-Sample*) - Grupo B

	(B) SO, RE, SE
Baseline	614.378,00 [614.378,00, 614.378,00]
Maior Sortino	645.963,90 [629.005,81, 662.921,99]
Maior Retorno	768.421,90 [742.484,67, 794.359,13]*
Menor Semidesvio Inferior	596.357,00 [578.192,02, 614.521,98]
Próximo ao Ideal	778.666,70 [752.284,97, 805.048,43]*

*Maiores médias

Com o intuito de determinar quais estratégias foram menos e mais utilizadas por todas as soluções em cada grupo de funções-objetivo, as médias mínima e máxima das quantidades de contrato por estratégia por janela de otimização foram coletadas e organizadas na Tabela 4.81. Ao avaliar aos resultados, foi possível constatar que diferentes estratégias foram subutilizadas com a variação dos grupos de função-objetivo: o Grupo A raramente distribuiu contratos para a estratégia 14; o Grupo B, por outro lado, praticamente não entregou contratos para a estratégia 5. Não obstante, ambos os grupos fizeram com que o NSGA dedicasse a maioria dos contratos para a mesma estratégia, de número 11. O Grupo A foi menos generoso, no entanto, concedendo uma média de 6.293 contratos em comparação aos 8.118 alocados em média pelo Grupo B.

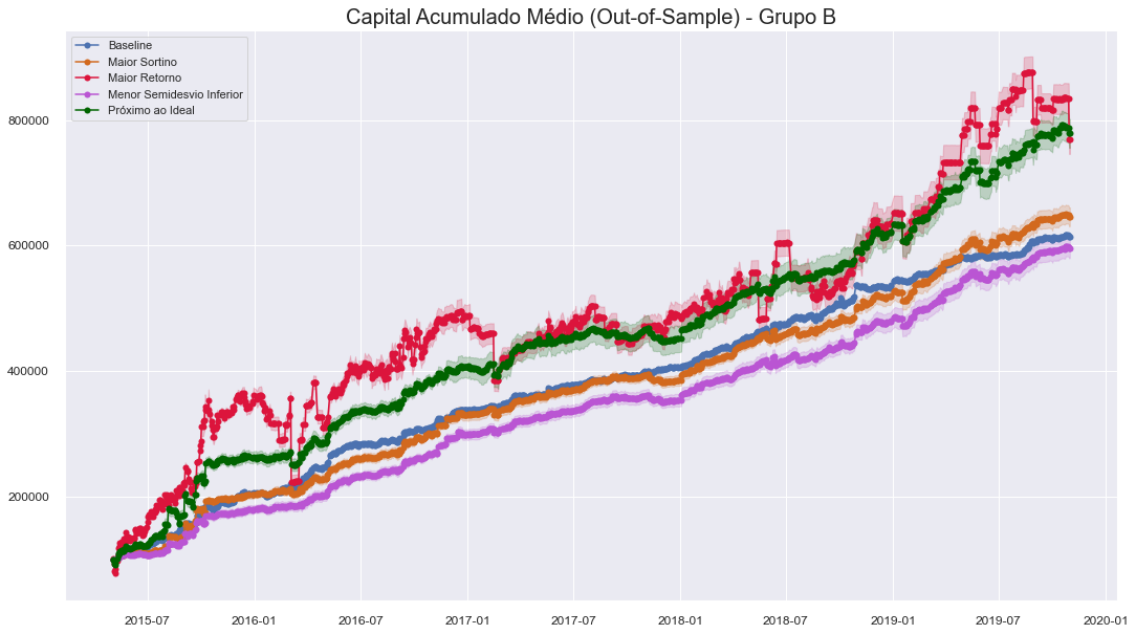


Figura 4.25: Capital Acumulado Médio das Soluções Relevantes (*Out-of-Sample*) - Grupo B (NSGA)

Tabela 4.81: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Contratos Acumulados por Estratégia - Função-Objetivo

	(A) SH, RE, VO	(B) SO, RE, SE
Min	0.51 [0.49, 0.54] (E14)	0.39 [0.36, 0.41] (E5)
Max	6.29 [6.06, 6.53] (E11)	8.12 [7.85, 8.39] (E11)

A disposição média da distribuição de contratos por janela pode ser vista na Figura 4.26, que também incorpora os dados da Tabela 4.81. A tendência geral apresentada pelos grupos A e B é semelhante em boa parte das estratégias. No entanto, ocorrem alguns picos que oscilam entre 3 e 4 contratos (na média). Além da estratégia 11 - responsável por acumular a maior quantidade média de contratos em ambos os grupos - pode-se notar que as estratégias 12, 15 e 20 foram as mais utilizadas.

Tamanho das Janelas

De maneira similar ao experimento correspondente realizado com o algoritmo lexicográfico, este experimento teve como objetivo a análise do impacto causado pela variação do tamanho das janelas IS/OS. Quatro configurações de janelas IS/OS foram avaliadas: 3 meses/3 meses, 3 meses/6 meses, 6 meses/3 meses e 6 meses/6 meses. Quanto aos parâmetros do algoritmo, foram fixados os seguintes valores: população inicial de 50 indivíduos, taxa de recombinação de 50%, percentual (máximo) de alteração de posições de 10% e percentual de doação de contratos de 20%.

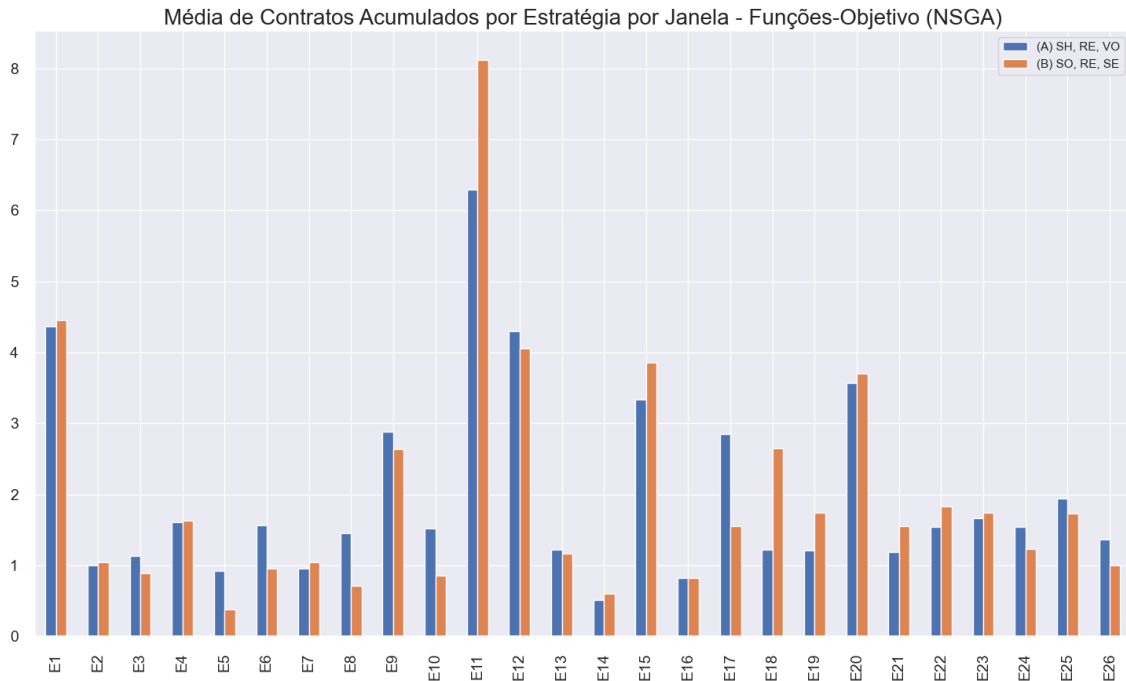


Figura 4.26: Média de Contratos Acumulados por Estratégia - Funções-Objetivo (NSGA)

As funções-objeto selecionadas foram o índice de Sharpe, Retorno Composto e Volatilidade (SH, RE, VO).

Assim como na otimização do algoritmo lexicográfico, otimizações com variações de tamanho de janelas produzem diferentes quantidades de janelas *walk forward*. Uma vez que experimentos com janelas OS são os mais relevantes para verificar o desempenho do algoritmo em um período para o qual não foi otimizado, os dados foram selecionados em um intervalo comum a todas as configurações com o intuito de viabilizar as comparações. As séries temporais em cada variação foram alinhadas de acordo com os períodos OS - o que evita sobreposições entre as janelas de validação - e foram, ainda, limitadas em número de dias para garantir que o período fosse o mesmo para todas as configurações. Nessas condições, no entanto, a comparação dos resultados IS se torna impraticável devido às sobreposições de das janelas de otimização. Portanto, apenas os resultados OS foram avaliados neste experimento.

Inicialmente, foram avaliados os valores-objeto médios para o índice de Sharpe, cujos resultados para as variações de janelas podem ser vistos na Tabela 4.82. Os dados mostram que todas as soluções relevantes obtiveram índices de Sharpe inferiores ao do *baseline*, à exceção da solução de Menor Volatilidade, que produziu Sharpe superior ao *baseline* nas configurações 3/3 e 3/6. A solução de Maior Sharpe também produziu médias elevadas, com valor inferior apenas ao *baseline* na configuração 6/6.

De modo geral, os resultados mostram que o *baseline* produz uma média de Sharpe

mais elevada em períodos OS mais curtos (3 meses). A solução de Maior Retorno, por sua vez, apresenta médias mais elevadas quando o período IS tem uma duração maior (6 meses). Para as demais soluções relevantes, as médias do índice de Sharpe são maiores quando o período OS é mais curto (3 meses).

Tabela 4.82: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS

	IS=3 / OS=3	IS=3 / OS=6	IS=6 / OS=3	IS=6 / OS=6
Baseline	0.591 [0.591, 0.591]	0.416 [0.416, 0.416]	0.591 [0.591, 0.591]	0.416 [0.416, 0.416]
Maior Sharpe	0.543 [0.504, 0.581]	0.415 [0.397, 0.432]	0.533 [0.504, 0.561]	0.390 [0.368, 0.411]*
Maior Retorno	0.189 [0.156, 0.222]	0.153 [0.136, 0.170]	0.192 [0.146, 0.238]	0.218 [0.205, 0.231]
Menor Volatilidade	0.600 [0.567, 0.633]*	0.419 [0.404, 0.435]*	0.553 [0.526, 0.581]*	0.384 [0.358, 0.410]
Próximo ao Ideal	0.403 [0.358, 0.447]	0.315 [0.292, 0.337]	0.406 [0.370, 0.443]	0.325 [0.307, 0.343]

*Maior média na configuração de tamanhos de janelas *walk forward*

A próxima função-objetivo avaliada foi o Retorno Composto (Tabela 4.83). De acordo com os dados, pode-se observar que apenas as soluções Maior Retorno e Próximo ao Ideal obtiveram médias superiores à do *baseline*. A solução Maior Retorno produziu os maiores valores-objetivo, chegando a alcançar 44.2% de retorno médio na configuração 6/6. Em segundo lugar, a solução Próximo ao Ideal também conseguiu produzir valores elevados, atingindo um retorno médio de 31.1% na configuração 6/6. Analisando os dados de modo mais abrangente, é possível inferir que o *baseline* e as soluções relevantes produzem médias de retorno mais elevadas quando o período OS é mais extenso (6 meses).

Tabela 4.83: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS

	IS=3 / OS=3	IS=3 / OS=6	IS=6 / OS=3	IS=6 / OS=6
Baseline	0.115 [0.115, 0.115]	0.252 [0.252, 0.252]	0.115 [0.115, 0.115]	0.252 [0.252, 0.252]
Maior Sharpe	0.112 [0.096, 0.128]	0.250 [0.217, 0.284]	0.109 [0.089, 0.128]	0.244 [0.194, 0.294]
Maior Retorno	0.153 [0.104, 0.203]*	0.391 [0.289, 0.492]*	0.162 [0.114, 0.211]*	0.442 [0.327, 0.557]*
Menor Volatilidade	0.100 [0.090, 0.110]	0.212 [0.195, 0.230]	0.096 [0.086, 0.106]	0.204 [0.180, 0.229]
Próximo ao Ideal	0.126 [0.100, 0.152]	0.295 [0.240, 0.349]	0.128 [0.102, 0.155]	0.311 [0.246, 0.377]

*Maior média na configuração de tamanhos de janelas *walk forward*

A última das função-objetivos otimizadas a ser analisada foi a Volatilidade, cujos valores médios produzidos pelas soluções relevantes podem ser vistos na Tabela 4.84. Pode-se facilmente observar que a solução Menor Volatilidade produziu as menores médias em todas as configurações, com valores marginalmente abaixo das médias obtidas produzidas solução de *baseline*. Por outro lado, a solução de Maior Retorno foi a mais volátil, gerando as médias mais elevadas entre todas as soluções relevantes.

A análise também mostra que a variação do tamanho das janelas praticamente não tem efeito sobre a volatilidade das soluções relevantes, incluindo o *baseline*. A única exceção é a solução de Maior Retorno, que apresenta volatilidades médias ligeiramente menores quando o período IS é mais extenso (6 meses).

Tabela 4.84: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS

	IS=3 / OS=3	IS=3 / OS=6	IS=6 / OS=3	IS=6 / OS=6
Baseline	0.006 [0.006, 0.006]	0.006 [0.006, 0.006]	0.006 [0.006, 0.006]	0.006 [0.006, 0.006]
Maior Sharpe	0.006 [0.006, 0.007]	0.006 [0.006, 0.007]	0.006 [0.005, 0.006]	0.006 [0.005, 0.007]
Maior Retorno	0.027 [0.023, 0.031]	0.027 [0.022, 0.032]	0.022 [0.019, 0.025]	0.020 [0.015, 0.024]
Menor Volatilidade	0.005 [0.005, 0.006]*	0.005 [0.005, 0.006]*	0.005 [0.005, 0.006]*	0.006 [0.005, 0.006]*
Próximo ao Ideal	0.009 [0.008, 0.011]	0.010 [0.008, 0.012]	0.009 [0.008, 0.010]	0.009 [0.008, 0.010]

*Menor média na configuração de tamanhos de janelas *walk forward*

Após à avaliação das funções-objetivo otimizadas pelo NSGA, foi realizada a análise dos indicadores não-otimizados. Entre estes, o primeiro a ser avaliado foi o índice de Sortino (Tabela 4.85). As maiores médias para o índice de Sortino foram obtidas pela solução de Menor Volatilidade nas configurações 3/3 e 3/6. Nas duas variações restantes, o *baseline* produziu as maiores médias. Ao observar os efeitos gerais provocados pela variação das janelas, foi possível verificar que as soluções relevantes do NSGA produziram maiores médias quando o tamanho da janela OS foi reduzido (i.e. 3 meses).

Tabela 4.85: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sortino das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS

	IS=3 / OS=3	IS=3 / OS=6	IS=6 / OS=3	IS=6 / OS=6
Baseline	1.493 [1.493, 1.493]	0.974 [0.974, 0.974]	1.493 [1.493, 1.493]*	0.974 [0.974, 0.974]*
Maior Sharpe	1.271 [1.143, 1.400]	0.937 [0.883, 0.991]	1.226 [1.138, 1.314]	0.943 [0.866, 1.020]
Maior Retorno	0.704 [0.474, 0.934]	0.287 [0.246, 0.328]	0.708 [0.468, 0.948]	0.413 [0.383, 0.444]
Menor Volatilidade	1.495 [1.375, 1.614]*	0.987 [0.939, 1.035]*	1.279 [1.194, 1.364]	0.933 [0.852, 1.014]
Próximo ao Ideal	0.926 [0.790, 1.063]	0.684 [0.616, 0.752]	0.994 [0.865, 1.123]	0.722 [0.669, 0.775]

*Menor média na configuração de tamanhos de janelas *walk forward*

A função-objeivo avaliada a seguir foi o Semidesvio Inferior, cujos valores-objetivo estão presentes na Tabela 4.86. Em todas as configurações, o *baseline* e a solução Menor Volatilidade apresentaram as menores médias entre todas as soluções avaliadas. As médias das soluções de Menor Volatilidade e Maior Sharpe, por sua vez, ficaram bem próximas dos valores mínimos. Pode-se afirmar que a duração dos períodos IS e OS pouco interferiram no desempenho das soluções quanto ao Semidesvio. A exceção foi a solução de Maior Retorno, que apresentou médias mais baixas no período IS mais prolongado (i.e. 6 meses). Esses resultados, portanto, são bastante similares àqueles apresentados pelas soluções quando avaliadas sob a ótica da Volatilidade (Tabela 4.84). Essa semelhança pode ser explicada, provavelmente, pelo fato de ambos os indicadores serem utilizados como métrica de risco dos portfólios.

O próximo indicador avaliado foi o índice de Calmar (Tabela 4.87). A solução de Menor Volatilidade obteve as maiores médias em configurações com tamanhos de janelas iguais. A solução de Maior Sharpe obteve maior média na configuração 3/6 e o *baseline*, na variação 6/3. Além disso, os dados permitem afirmar que períodos OS de curta duração contribuem com o aumento do índice de Calmar.

Tabela 4.86: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Semidesvio das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS

	IS=3 / OS=3	IS=3 / OS=6	IS=6 / OS=3	IS=6 / OS=6
Baseline	0.002 [0.002, 0.002]*	0.002 [0.002, 0.002]*	0.002 [0.002, 0.002]*	0.002 [0.002, 0.002]*
Maior Sharpe	0.003 [0.003, 0.003]	0.003 [0.003, 0.003]	0.003 [0.002, 0.003]	0.002 [0.002, 0.003]
Maior Retorno	0.016 [0.014, 0.019]	0.016 [0.013, 0.019]	0.012 [0.011, 0.013]	0.010 [0.008, 0.012]
Menor Volatilidade	0.002 [0.002, 0.002]*	0.002 [0.002, 0.003]*	0.002 [0.002, 0.003]*	0.002 [0.002, 0.003]*
Próximo ao Ideal	0.005 [0.004, 0.006]	0.005 [0.004, 0.006]	0.004 [0.004, 0.005]	0.004 [0.004, 0.005]

*Menor média na configuração de tamanhos de janelas *walk forward*

Tabela 4.87: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Calmar das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS

	IS=3 / OS=3	IS=3 / OS=6	IS=6 / OS=3	IS=6 / OS=6
Baseline	0.377 [0.377, 0.377]	0.146 [0.146, 0.146]	0.377 [0.377, 0.377]*	0.146 [0.146, 0.146]
Maior Sharpe	0.346 [0.303, 0.389]	0.156 [0.142, 0.170]*	0.321 [0.292, 0.350]	0.143 [0.123, 0.163]
Maior Retorno	0.202 [0.128, 0.276]	0.039 [0.032, 0.045]	0.204 [0.133, 0.275]	0.062 [0.056, 0.069]
Menor Volatilidade	0.427 [0.378, 0.476]*	0.148 [0.134, 0.162]	0.349 [0.313, 0.385]	0.148 [0.124, 0.173]*
Próximo ao Ideal	0.279 [0.226, 0.333]	0.115 [0.100, 0.130]	0.279 [0.235, 0.322]	0.104 [0.091, 0.118]

*Maior média na configuração de tamanhos de janelas *walk forward*

Por fim, a última função-objetivo não-otimizada analisada foi o Drawdown Máximo (Tabela 4.88). Para este indicador, a solução Menor Volatilidade obteve as menores médias entre praticamente todas as variações de tamanho de janelas. A única exceção ocorreu na variação 6/6, em que a menor média de *drawdown* foi produzida pelo *baseline*. Ao observar os dados, pode-se inferir que a variação das janelas não produziu impacto significativo nas médias de *Drawdown* Máximo das soluções avaliadas. Novamente, o efeito da variação - ou a ausência dele - é similar ao observado para a Volatilidade (Tabela 4.84) e o Semidesvio Inferior (Tabela 4.86). Vale ressaltar que o *Drawdown* também é um indicador de risco, o que confirma a tendência sugerida pelos outros indicadores em questão.

Tabela 4.88: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Drawdown Máx. das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS

	IS=3 / OS=3	IS=3 / OS=6	IS=6 / OS=3	IS=6 / OS=6
Baseline	0.021 [0.021, 0.021]*	0.026 [0.026, 0.026]*	0.021 [0.021, 0.021]*	0.026 [0.026, 0.026]*
Maior Sharpe	0.024 [0.022, 0.027]	0.027 [0.023, 0.031]	0.021 [0.020, 0.023]	0.027 [0.024, 0.030]
Maior Retorno	0.135 [0.117, 0.154]	0.163 [0.135, 0.191]	0.116 [0.103, 0.129]	0.089 [0.377, 0.101]
Menor Volatilidade	0.018 [0.017, 0.020]	0.025 [0.023, 0.028]	0.020 [0.019, 0.021]	0.027 [0.024, 0.029]
Próximo ao Ideal	0.043 [0.036, 0.049]	0.050 [0.039, 0.061]	0.038 [0.034, 0.041]	0.047 [0.040, 0.054]

*Menor média na configuração de tamanhos de janelas *walk forward*

Após a avaliação das funções-objetivo, foi analisado o grau de concentração de contratos através do índice de Gini, cujos valores médios para as soluções relevantes nas configurações de tamanho de janelas podem ser vistos na Tabela 4.89. A solução de Menor Volatilidade apresentou, entre todas as soluções avaliadas, as menores médias em todos os cenários. Com médias bem próximas à de Menor Volatilidade

em todas as configurações - ainda que um pouco mais elevadas - está a solução de Maior Sharpe. Os maiores valores de Gini, por outro lado, foram produzidos pela solução de Maior Retorno.

Os dados mostram que, em todas as soluções relevantes, o índice de Gini sofreu alterações muito pequenas com a variação do tamanho das janelas. Ainda assim, foi possível notar que as soluções Maior Sharpe e Menor Volatilidade apresentaram médias mais baixas em períodos OS mais longos (i.e. 6 meses). Em contrapartida, as soluções Maior Retorno e Próximo ao Ideal apresentaram médias menores em períodos IS mais curtos, de 3 meses. A solução Próximo ao Ideal, no entanto, produziu médias iguais nas configurações 3/6 e 6/6.

Tabela 4.89: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Índice de Gini das Soluções Relevantes - Tamanho das Janelas IS/OS

	IS=3 / OS=3	IS=3 / OS=6	IS=6 / OS=3	IS=6 / OS=6
Maior Sharpe	0.682 [0.675, 0.690]	0.667 [0.657, 0.678]	0.664 [0.657, 0.672]	0.660 [0.649, 0.671]
Maior Retorno	0.934 [0.930, 0.938]	0.943 [0.939, 0.948]	0.937 [0.933, 0.941]	0.928 [0.921, 0.935]
Menor Volatilidade	0.641 [0.631, 0.651]*	0.627 [0.613, 0.642]*	0.613 [0.603, 0.623]*	0.614 [0.600, 0.629]*
Próximo ao Ideal	0.785 [0.778, 0.792]	0.788 [0.777, 0.799]	0.792 [0.782, 0.802]	0.788 [0.771, 0.806]

*Menor média na configuração de tamanhos de janelas *walk forward*

Após a avaliação de desempenho no índice de Gini, foram analisados os resultados referentes ao capital acumulado pelas soluções relevantes nas diferentes configurações de tamanho de janelas *walk forward* (Tabelas 4.90 e 4.91). Os maiores montantes médios em todas as configurações foram alcançados pela solução de Maior Retorno, que chegou a atingir uma média superior a um milhão e duzentos mil reais na configuração 6/6. A solução de Menor Volatilidade foi a que obteve as menores médias em todos os cenários, produzindo capitais acumulados inferiores a meio milhão de reais. A solução de Maior Sharpe, por sua vez, só conseguiu ultrapassar o *baseline* na configuração 3/6, produzindo mais de 570 mil reais.

A variação do tamanho das janelas causou impactos diversos sobre o capital acumulado, dependendo da solução avaliada. O capital médio do *baseline*, por exemplo, manteve-se constante, característica que pode ser explicada pelos seguintes fatos: quando suas janelas OS são concatenadas, as diferentes configurações formam a mesma sequência de eventos e estão perfeitamente alinhadas, sem sobreposição; no caso do *baseline*, as janelas *walk forward* estão sujeitas à aplicação da mesma solução em todas as configurações de tamanho, uma vez que a distribuição de contratos é rigorosamente a mesma em todas essas janelas. Quanto às soluções de Maior Retorno e Próxima ao Ideal, no entanto, elas apresentam as maiores médias de capital quando o período OS é maior (i.e. 6 meses). Por outro lado, as soluções de Menor Volatilidade e Maior Sharpe produziram médias mais elevadas para o capital acumulado quando o período IS foi menor (i.e. 3 meses). Não obstante, a solução de Maior Sharpe obteve médias razoavelmente similares para configurações em que a janela IS tem o mesmo tamanho que a janela OS.

Tabela 4.90: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS (Parte 1)

	IS=3 / OS=3	IS=3 / OS=6
Baseline	549.680,00 [549.680,00, 549.680,00]	549.680,00 [549.680,00, 549.680,00]
Maior Sharpe	529.193,70 [517.021,38, 541.366,02]	571.973,10 [559.102,20, 584.844,00]
Maior Retorno	715.159,10 [679.824,94, 750.493,26]*	1.006.739,20 [983.060,27, 1.030.418,13]*
Menor Volatilidade	456.392,80 [445.572,06, 467.213,53]	458.141,60 [447.514,19, 468.769,01]
Próximo ao Ideal	590.065,70 [574.237,48, 605.893,92]	695.627,10 [678.722,20, 712.532,00]

Tabela 4.91: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado das Soluções Relevantes (Out-of-Sample) - Tamanho das Janelas IS/OS (Parte 2)

	IS=6 / OS=3	IS=6 / OS=6
Baseline	549.680,00 [549.680,00, 549.680,00]	549.680,00 [549.680,00, 549.680,00]
Maior Sharpe	491.464,80 [483.866,14, 499.063,45]	515.554,00 [506.328,76, 524.779,24]
Maior Retorno	731.030,20 [692.078,95, 769.981,45]*	1.217.261,60 [1.195.228,17, 1.239.295,03]*
Menor Volatilidade	431.481,60 [421.850,24, 441.112,96]	427.788,40 [415.808,61, 439.768,19]
Próximo ao Ideal	610.898,80 [601.924,14, 619.873,46]	742.453,00 [729.884,50, 755.021,50]

Depois da avaliação dos valores médios de capital acumulados ao final do período, foi necessário avaliar a evolução da curva de capital de cada configuração de tamanho de janelas ao longo de toda a série temporal. A Figura 4.27 mostra as curvas de capital para as soluções relevantes do NSGA e para o *baseline* na configuração de tamanho de janelas 3/3. A princípio, fica evidente o desenvolvimento irregular do capital gerado pela solução de Maior Retorno. Apesar de produzir as maiores médias ao final de todo o período, Maior Retorno apresentou *drawdowns* em diversas ocasiões - levando a prejuízos logo no início da série temporal, inclusive. Esta solução foi responsável ainda por gerar o maior *drawdown* máximo médio entre todas as soluções avaliadas (Tabela 4.88) no período entre os meses de janeiro e julho de 2016. Vale ressaltar que a perda de capital no período superou os 100 mil reais, quantia equivalente ao capital inicial utilizado nos experimentos. Não obstante, as outras soluções também foram afetadas por este *drawdown* neste mesmo intervalo de tempo, embora com menor intensidade. Apesar desse evento, o capital das demais soluções evoluiu de modo muito mais estável. A solução de Menor Volatilidade, apesar de praticamente indiferente ao *drawdown* mais incisivo de toda a série, apresentou o menor crescimento entre todas as soluções, este seguido pela solução de Maior Sharpe. Além disso, ambas produziram valores médios de capital abaixo do *baseline* na maior parte do tempo. Por sua vez, o desempenho da solução Próximo ao Ideal foi bastante similar ao do *baseline*, embora esta solução praticamente não tenha sido afetada pelo notável *drawdown* ocorrido entre janeiro e julho de 2016. De qualquer modo, a média de capital da solução Próximo ao Ideal conseguiu superar significativamente o *baseline* a partir do primeiro trimestre de 2019, preservando essa vantagem até o fim da série histórica.

As curvas de capital acumulado produzidas pelas soluções relevantes na configura-

ção 3/6 podem ser vistas na Figura 4.28. Novamente, a solução de Maior Retorno se destaca pela irregularidade de seus níveis médios de capital ao longo do tempo, apresentando perdas no início da série temporal e alguns *drawdowns* ao longo do tempo. O enorme *drawdown* que afetou esta solução na configuração 3/3 também está presente neste cenário, embora com menor intensidade. Apesar disso, a curva de Maior Retorno demonstrou maior distanciamento positivo em relação às demais soluções relevantes a partir do fim de 2016. A solução de Menor Volatilidade, por sua vez, é praticamente imune aos períodos de queda de capital que afetaram Maior Retorno, mas produz os menores níveis de capital entre todas as soluções na maior parte do tempo, inclusive apresentando desempenho inferior ao do *baseline*. Neste cenário, as médias da solução de Maior Sharpe estão bastante próximas às do *baseline*, superando-as a partir do fim do primeiro trimestre de 2019. Quanto à solução Próximo ao Ideal, sua curva de capital começa a se distanciar positivamente em relação às demais após ser levemente afetada pelo *drawdown* no primeiro trimestre de 2016. Tal vantagem é ampliada significativamente até o fim do período, com médias inferiores apenas às da solução de Maior Retorno.

A evolução das curvas de capital acumulado médio das soluções relevantes na variação de tamanhos 6/3 é mostrado no gráfico da Figura 4.29. A solução de Maior Retorno apresenta perdas recorrentes logo no início da série, que superam o valor do capital inicial (i.e. 100 mil). O *drawdown* do início de 2016, apesar de menos intenso, também afeta o capital médio de Maior Retorno neste cenário. No entanto, esse prejuízo é superado por outro *drawdown* ainda maior no último trimestre de 2018, que levou a uma perda média de capital da ordem de 200 mil reais. Por outro lado, a solução de Volatilidade manteve um crescimento linearmente estável na maior parte do tempo, apesar de produzir o menor crescimento de capital entre as soluções analisadas. O capital médio da solução de Maior Sharpe também evoluiu de forma relativamente estável, mas apresentou um crescimento inferior ao do *baseline* na maior parte do tempo. Por fim, a curva pertencente à solução Próximo ao Ideal demonstrou uma certa instabilidade ao longo de sua evolução: inicialmente, seu crescimento acompanhou a curva de *baseline*, mas seu desempenho decaiu a partir do início de 2017. O capital de Próximo ao Ideal superou a curva do *baseline* apenas no fim do primeiro trimestre de 2019, sustentando essa vantagem até o restante da série temporal, o que lhe assegurou, portanto, o segundo maior montante de capital acumulado médio entre as soluções avaliadas.

A última configuração a ser analisada quanto à evolução dos capitais acumulados médios foi a variação de tamanho de janelas 6/6, cujas curvas podem ser vistas na Figura 4.30. Apesar de apresentar perdas no início da série temporal e diversas irregularidades ao longo de sua evolução, a curva de capital da solução de Maior Retorno produziu *drawdowns* razoavelmente menores quando comparados aos observados nas configurações anteriores. Também é notável o crescente distanciamento entre a curva de capital de Maior Retorno e as curvas das demais soluções, chegando a ultrapassar a cifra média de um milhão de reais no início de 2019. Por outro lado, a solução de Menor Volatilidade manteve o padrão observado em configurações an-

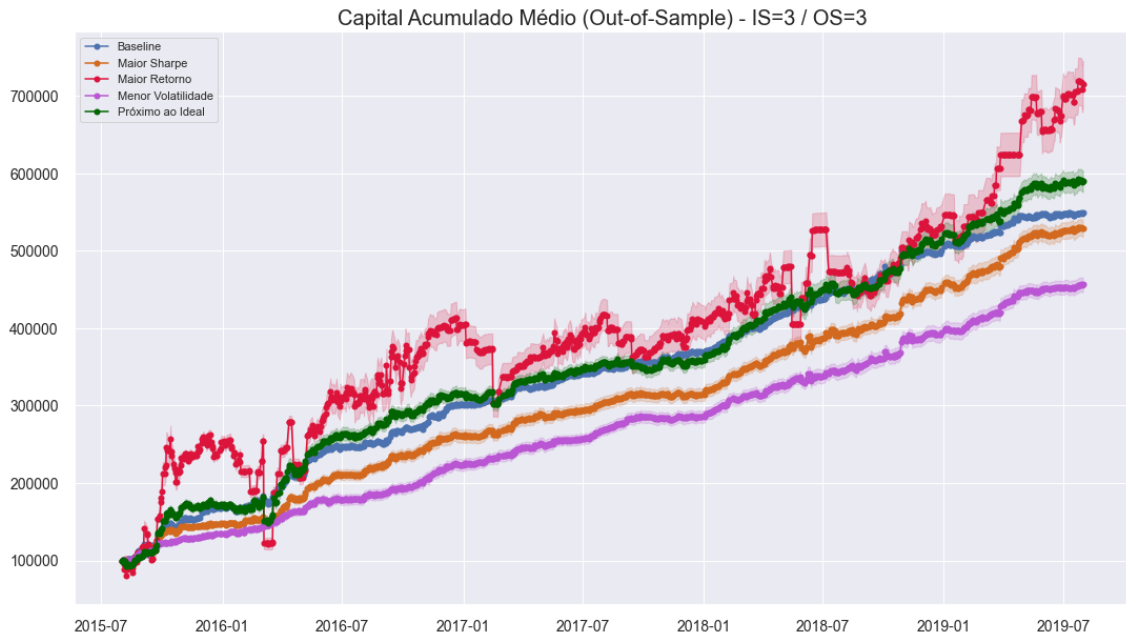


Figura 4.27: Capital Acumulado Médio das Soluções Relevantes (*Out-of-Sample*) - IS=3/OS=3 (NSGA)

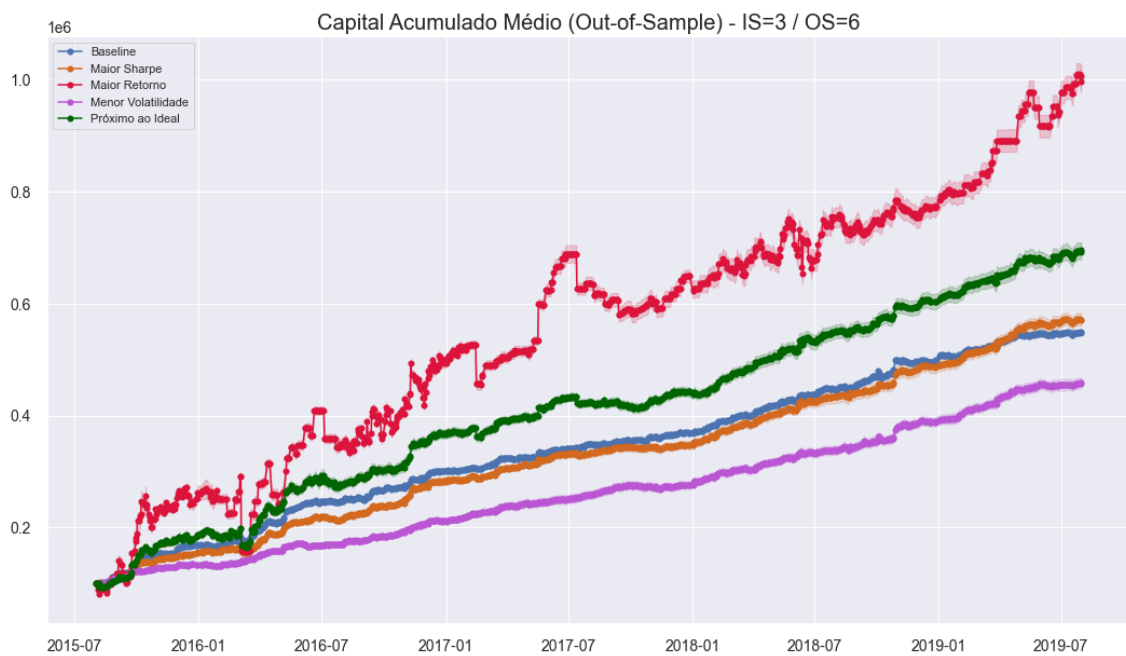


Figura 4.28: Capital Acumulado Médio das Soluções Relevantes (*Out-of-Sample*) - IS=3/OS=6 (NSGA)

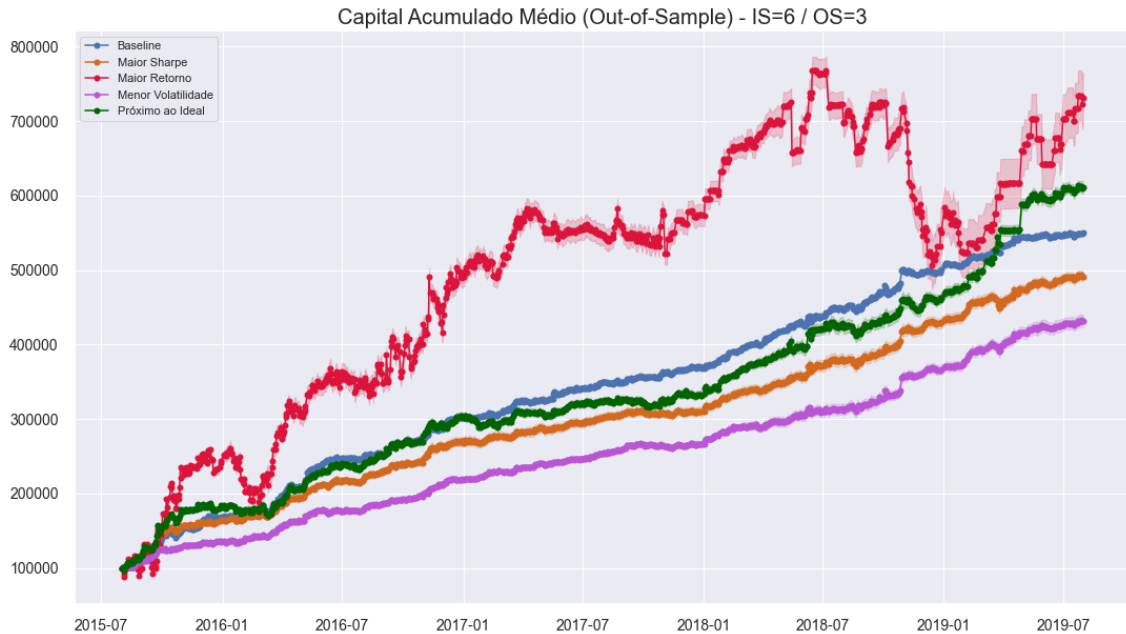


Figura 4.29: Capital Acumulado Médio das Soluções Relevantes (*Out-of-Sample*) - IS=6/OS=3 (NSGA)

teriores, produzindo as menores médias de capital acumulado apesar da evidente estabilidade de seus ganhos ao longo do tempo. A curva de capital da solução de Maior Sharpe também apresentou um crescimento estável, com uma evolução semelhante à do *baseline*, com aquela solução produzindo médias ligeiramente maiores que esta no início de 2016. No entanto, Maior Sharpe foi incapaz de produzir médias superiores ao *baseline* após esse período, apresentando valores médios de capitais superiores somente aos da solução de Volatilidade. Por último, a solução Próximo ao Ideal apresentou um crescimento de capital razoavelmente estável, superando as médias da maioria das soluções durante quase toda a série temporal, permanecendo abaixo apenas da solução de Maior Retorno.

Após a análise individual dos resultados produzidos em cada configuração de tamanhos de janelas, foi possível tecer algumas considerações e inferências sobre o impacto dessas variações sobre a evolução do capital acumulado produzido pelas soluções em cada cenário. De modo geral, os valores de capital foram menos esparsos (i.e. médias com intervalos de confiança menores) em configurações de períodos OS mais longos e mais dispersos (i.e. médias com intervalos de confiança maiores) nos períodos OS curtos. Esse efeito é mais pronunciado - e, portanto, visível mais facilmente - nas curvas de capital produzidas pela solução de Maior Retorno. Com exceção desta solução, todas as demais soluções não produziram acúmulo de capital superior ao *baseline* na configuração 6/3. A exceção foi a solução Próximo ao Ideal, sendo a única entre as soluções relevantes capaz de superar a média da linha de base ao fim da série temporal. Vale ressaltar que a variação 6/3 requer sobreposição de janelas IS sobre outras janelas IS e, inclusive, sobreposição de janelas IS sobre jane-

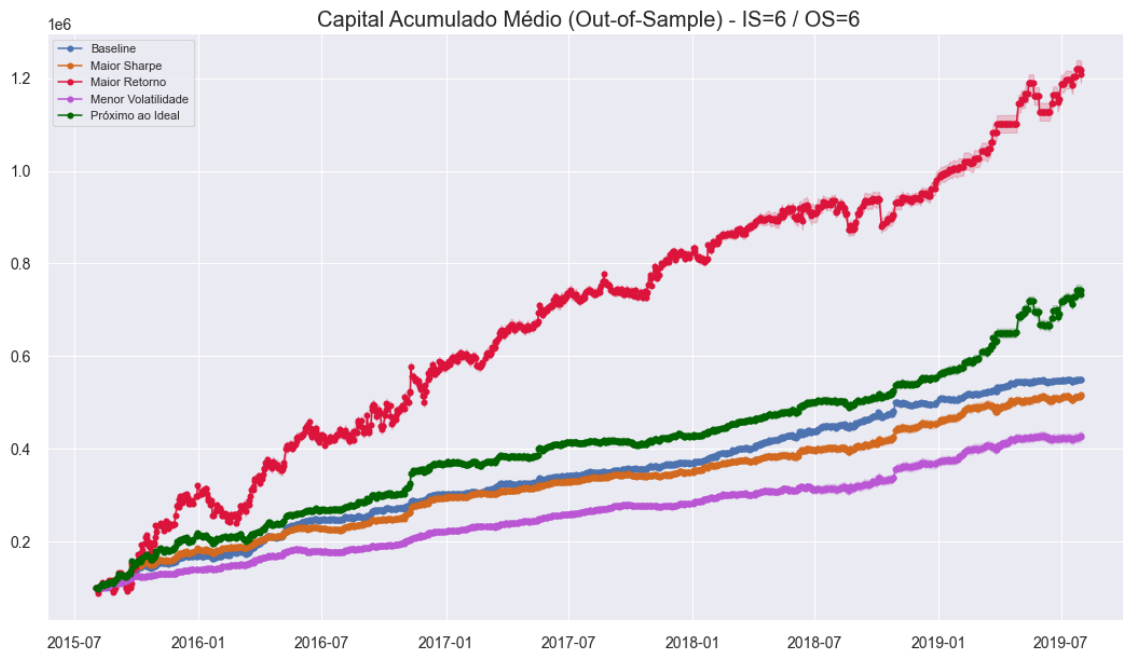


Figura 4.30: Capital Acumulado Médio das Soluções Relevantes (*Out-of-Sample*) - IS=6/OS=6 (NSGA)

las OS, o que pode ter contribuído para o mau desempenho da maioria das soluções relevantes.

A curva de capital médio da solução de Maior Retorno, por sua vez, apresentou maior estabilidade em seu desenvolvimento na configuração 6/6, variação esta em que os períodos IS são adjacentes e não apresentam sobreposição. O pior desempenho para essa solução foi observado na variação 3/3, quando ambos os períodos IS e OS são, portanto, curtos e - apesar de não sobrepor períodos IS - apresenta sobreposição de períodos IS sobre períodos OS.

Apesar da evidente estabilidade de suas curvas de capital, a solução de Menor Volatilidade produziu o menor crescimento entre as soluções avaliadas em todas as variações de tamanho de janelas. Os níveis de capital médio da solução de Maior Sharpe demonstraram estabilidade similar aos da solução de Menor Volatilidade, mas os primeiros foram numericamente mais elevados. Não obstante, Maior Sharpe produziu médias de capital inferiores às do *baseline* durante a maior parte do tempo, em todas as configurações de tamanho de janela.

A solução Próximo ao Ideal, enfim, apresentou a evolução mais equilibrada entre as soluções relevantes, em todas as variações de tamanho de janela empregadas nos experimentos. À exceção da configuração 6/3, suas médias de capital superaram as do *baseline* de forma consistente em todo o período da série temporal, em todas as variações de tamanho. Apesar de não produzir os maiores ganhos de capital, seus níveis de *drawdown* - cujos valores máximos podem ser conferidos na Tabela 4.88 -

foram consideravelmente menores se comparados aos da solução Maior Retorno.

A próxima etapa do experimento teve como objetivo avaliar a utilização das estratégias pelas soluções propostas pelo NSGA, permitindo a identificação daquelas que acumularam - em média - menos e mais contratos por janela em cada variação de tamanho IS/OS. As quantidades médias extremas de contratos acumulados são mostradas pela Tabela 4.92. A estratégia 22 foi praticamente descartada nas configurações com períodos IS de três meses, com uma média inferior a meio contrato por janela. Nas configurações de períodos IS com seis meses, a estratégia preterida foi a de número 14, cujos limiares superiores das médias atingiram pouco mais de meio contrato acumulado por janela. Por outro lado, a estratégia de número 11 foi a mais utilizada em quase todos os cenários de variação de tamanho de janela, com piso de aproximadamente 6 contratos e uma média máxima de, aproximadamente, 8 contratos acumulados por janela. A exceção foi a variação 6/6, que favoreceu a estratégia de número 15, cuja média de contratos por janela foi de aproximadamente sete ativos.

Tabela 4.92: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Contratos Acumulados por Estratégia - Tamanho das Janelas IS/OS

	IS=3 / OS=3	IS=3 / OS=6	IS=6 / OS=3	IS=6 / OS=6
Min	0.423 [0.388, 0.458] (E22)	0.095 [0.081, 0.108] (E22)	0.481 [0.455, 0.506] (E14)	0.472 [0.438, 0.507] (E14)
Max	6.190 [5.942, 6.437] (E11)	8.101 [7.719, 8.483] (E11)	6.721 [6.461, 6.982] (E11)	6.959 [6.588, 7.331] (E15)

Uma visão um pouco mais abrangente sobre o acúmulo médio de contratos por estratégia em cada janela pode ser obtida através da Figura 4.31. Além de corroborar as informações da Tabela 4.92 ao evidenciar os picos extremos de máxima utilização de estratégias (11 e 15), o gráfico também permite identificar picos secundários de utilização como os observados para as estratégias 1, 17 e 20. As demais estratégias, no entanto, não conseguiram acumular muito mais que três contratos - em média - na maioria das configurações de tamanho de janela.

4.3 Discussão

Essa seção tem como objetivo sintetizar os resultados mais relevantes, além de possibilitar conclusões mais gerais a respeito dos experimentos realizados nas seções 4.1 e 4.2. Primeiramente, portanto, são mostradas as principais conclusões obtidas a partir dos resultados obtidos com o Algoritmo Evolutivo Lexicográfico. Em seguida, são sintetizadas as inferências mais importantes obtidas com os resultados do NSGA-II. Por último, são comparados os desempenhos do Algoritmo Evolutivo Lexicográfico e do NSGA-II.

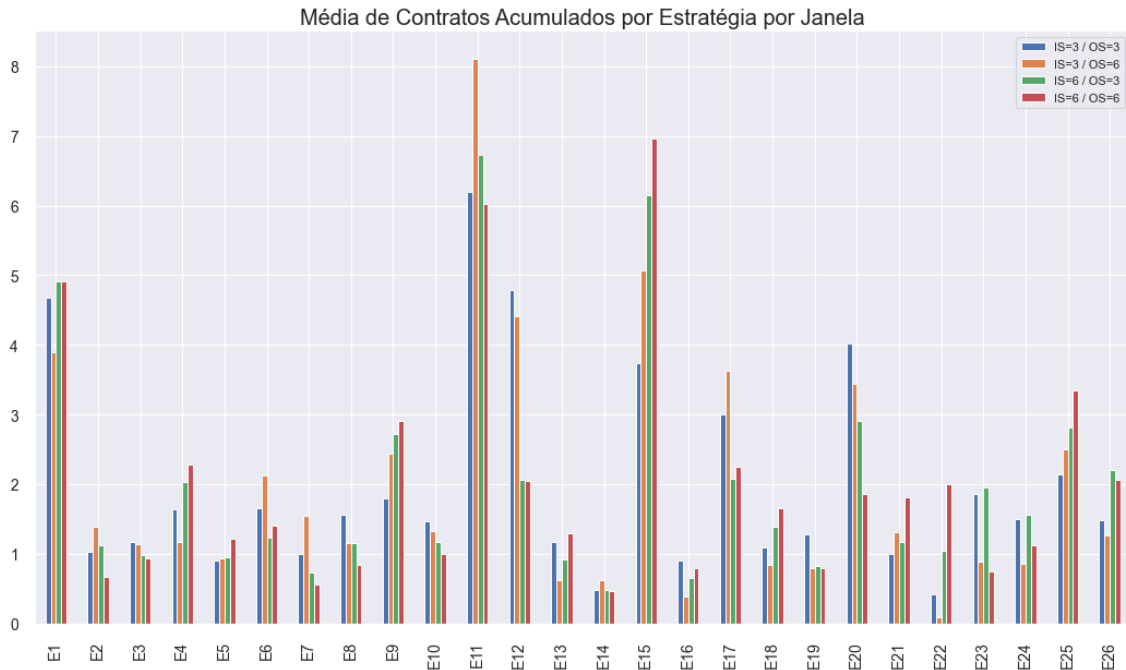


Figura 4.31: Média de Contratos Acumulados por Estratégia - Tamanho das Janelas (NSGA)

4.3.1 Algoritmo Evolutivo Lexicográfico

O algoritmo evolutivo lexicográfico, utilizado como heurística *a priori* foi avaliada segundo diversos critérios: comportamento, estabilidade dos valores-objetivo e do índice de Gini, hiperparâmetros e validação *walk forward* a partir da variação de grupos de funções-objetivo otimizadas e dos tamanhos de janelas. Os resultados mais relevantes da análise e suas respectivas conclusões são abordadas a seguir.

Comportamento e Estabilidade

Inicialmente, o algoritmo lexicográfico foi testado quanto ao seu comportamento e sensibilidade de seus resultados quanto às sementes de inicialização aleatória. Quanto ao comportamento, avaliado com as curvas de aptidão, os valores-ótimos das funções-objetivo convergiram e se mantiveram estáveis nas últimas gerações. Na avaliação da estabilidade, a variação das 20 sementes de inicialização aleatória em otimizações IS mostrou que o desvio percentual dos valores-objetivo ficou mais acentuado à medida que a função-objetivo recebia menor prioridade na otimização. Ainda assim, os desvios não ultrapassaram muito mais que o limiar de 10%. Com base nessas informações, foi possível concluir que o algoritmo lexicográfico apresenta estabilidade em seus resultados e realiza otimizações da maneira esperada.

Hiperparâmetros

Quanto ao impacto dos hiperparâmetros, foram avaliados os resultados de 10 execuções para cada critério analisado: funções-objetivo, índice de Gini e capital acumulado. O primeiro parâmetro testado foi a margem de tolerância e os resultados indicaram que uma tolerância mais baixa eleva o índice de Sharpe, reduz a volatilidade. Por outro lado, uma margem maior contribuiu com o aumento das taxas de retorno composto e, conseqüentemente, do capital acumulado. Em contraste, o tamanho da população e a taxa de recombinação não produziram impactos significativos nos critérios avaliados. O percentual de posições alteradas, por sua vez, produziu resultados marginalmente diferentes entre os parâmetros testados, sem impacto relevante nos critérios avaliados. Por fim, o percentual de contratos doados contribuiu apenas com o aumento da média da função-objetivo com a maior prioridade (i.e. Sharpe). Portanto, a margem de tolerância e o percentual de contratos doados podem ser considerados os parâmetros mais relevantes para o algoritmo lexicográfico.

Funções-Objetivo

Nos experimentos com as combinações de funções-objetivo, todos os grupos avaliados apresentaram - na otimização IS - melhor desempenho que o *baseline* quanto aos valores-objetivo. Não obstante, esse desempenho das combinações de função-objetivo não se manteve após a validação OS. O *baseline*, por exemplo, produziu resultados superiores em quase todos os indicadores na validação OS, sendo as únicas exceções o retorno composto e o capital acumulado: no primeiro caso, não houve diferença significativa entre as soluções avaliadas; o maior capital acumulado, por sua vez, foi obtido pelo Grupo C - o único que dedicava maior prioridade ao Retorno Composto. Não obstante, a curva de capital do Grupo C foi consideravelmente mais volátil que a dos demais grupos, incluindo o *baseline*. Os resultados indicam, portanto, que a variação das funções-objetivo e suas otimizações IS não foram capazes de capturar padrões de distribuição de pesos do portfólio consistentes o suficiente para aplicação OS.

Quanto ao índice de Gini, a combinação formada pelo Grupo A produziu as menores médias, indicando que a distribuição de contratos nas soluções deste grupo é mais homogênea se comparada ao Grupo B.

Apesar da superioridade da solução *baseline* demonstrada pelos resultados, o Grupo C - que prioriza o retorno composto - obteve a maior média para o capital médio acumulado na validação OS. Essa vantagem, no entanto, é superficial, tendo em vista os níveis elevados de seus índices de risco e os inúmeros *drawdowns* apresentados pela sua curva de capital. Com base nessa análise, pode-se dizer que a solução *baseline* foi a que conseguiu capturar padrões mais consistentes para aplicação em janelas OS.

Outro aspecto observado com a variação das funções-objetivo refere-se à utilização das estratégias: os resultados indicaram que diferentes combinações de funções-

objetivo e suas prioridades no grupo selecionam estratégias distintas para alocar, em média, mais contratos. Os grupos A, B e C priorizaram as estratégias 9, 13 e E11, respectivamente.

A partir dos resultados obtidos, pode-se afirmar - de modo geral - que a combinação representada pelo Grupo C produziu o maior capital acumulado com risco bastante elevado. No entanto, a diferença para os montantes dos outros grupos não é suficiente para compensar os frequentes *drawdowns*. Por outro lado, o grupo A tem menor concentração de contratos, mas níveis de capital muito próximos ao *baseline*. O grupo B propôs a solução mais equilibrada entre as combinações de função-objetivo avaliadas: os *drawdowns* em sua curva de capital são pequenos, pouco frequentes; e embora o capital acumulado total esteja abaixo da média do Grupo C, ainda é superior às médias do *baseline* e do Grupo A.

Tamanho de Janelas

Nos experimentos com tamanhos de janelas, o *baseline* produziu a maior média na função-objetivo de maior prioridade (i.e. Sharpe) e em praticamente todas as funções-objetivo avaliadas. Na comparação entre as configurações de tamanho de janela sem o *baseline*, o índice de Sharpe - função-objetivo de maior prioridade - e os demais indicadores que avaliam a proporção entre retorno e risco (i.e. Sortino e Calmar) apresentaram valores-objetivo OS superiores em variações cujos tamanhos OS foram de três meses. Por sua vez, a função com a segunda maior prioridade - Retorno Composto - produziu o valor médio mais elevado com a configuração 3/6. De modo geral, também foi possível constatar que configurações com tamanho OS de seis meses produziram uma média de retorno mais elevada para a solução lexicográfica. Por fim, as médias da solução em relação à Volatilidade - função-objetivo com menor prioridade - e demais indicadores de risco (i.e. Semidesvio e *Drawdown* Máximo) praticamente não sofreram impacto significativo com a variação dos tamanhos de janela.

Portanto, pode-se inferir que períodos de otimização IS e de validação OS mais curtos apresentam padrões de mercado que contribuem com a elevação da razão entre retorno e risco. O baixo desempenho neste índice após a aplicação da solução proposta em períodos OS prolongados sugere que houve uma mudança no padrão de mercado, desfavorável a indicadores como o índice de Sharpe. Vale destacar, no entanto, que a função objetivo com a segunda maior prioridade - Retorno Composto - obteve a média máxima de valor OS com a configuração 3/6 e a segunda maior média dessa função foi produzida pela configuração 6/6. Logo, pode-se afirmar que configurações com períodos OS longos elevam os níveis OS de Retorno Composto.

Quanto ao índice de Gini, a variação dos tamanhos das janelas *walk forward* teve pouco impacto nas médias do índice de concentração de contratos. Isso pode estar correlacionado com o fato de o indicador de risco empregado na otimização (i.e. Volatilidade) apresentar pouca sensibilidade às mudanças nos tamanhos das janelas.

Vale ressaltar, no entanto, que as menores médias de Gini foram produzidas com variações em que o período IS foi maior (i.e. 6 meses).

Na configuração 3/6, a solução lexicográfica produziu o maior capital acumulado médio. Isso é coerente com o desempenho da solução quanto ao Retorno Composto, cujas médias foram maiores quando o período da janela OS era mais extenso. Com base nos resultados, é possível inferir que padrões IS de curta duração aplicados a períodos OS longos contribuem com o aumento dos níveis de capital acumulado.

Quanto à alocação média de contratos no portfólio, foi possível concluir que otimizações com tamanhos de janelas iguais destinam, em média, a maioria dos contratos a uma mesma estratégia.

Com base em todos os resultados obtidos com as variações de tamanhos de janela, o *baseline* é a solução mais indicada para o investidor que tem como prioridade maximizar a proporção entre retorno e risco. No entanto, se a redução dessa proporção com o objetivo de elevar o capital acumulado for algo aceitável, a configuração 3/6 poderia ser utilizada.

4.3.2 NSGA-II

A heurística multiobjetivo de abordagem *a posteriori* foi avaliada segundo diversos critérios: comportamento, características das fronteiras de Pareto, estabilidade dos valores-objetivo e do índice de Gini, além da validação *walk forward* realizada com os grupos de funções-objetivo otimizadas e a variação dos tamanhos de janelas. Os principais resultados da análise e respectivas conclusões serão abordadas a seguir.

Comportamento, Fronteiras de Pareto e Estabilidade

A princípio, o comportamento do NSGA-II foi avaliado com o auxílio das curvas de aptidão. Os valores-ótimos das funções-objetivo convergiram e se mantiveram acima das médias correspondentes na população, adquirindo estabilidade nas últimas gerações.

Quanto à avaliação das fronteiras aproximadas de Pareto, estas foram formadas pelas soluções propostas pela heurística multiobjetivo e apenas uma das janelas *walk forward* foi selecionada para análise, tendo em vista a complexidade envolvida no estudo de todas as janelas otimizadas pelo algoritmo. Entre as soluções do NSGA, apenas quatro soluções foram destacadas e consideradas relevantes, pois estas ilustram os interesses de investidores com diferentes perfis de investimento. As soluções *baseline* e lexicográfica - produzidas com as mesmas configurações em comum com o NSGA-II - também foram adicionadas aos gráficos de fronteira na Seção 4.2.2. Em geral, foi possível observar que - considerando a distância euclidiana no plano de valores-objetivo - as soluções lexicográficas situam-se bastante próximas da fronteira. Além disso, todas as soluções do NSGA dominam a solução *baseline*. Esses resultados, portanto, demonstram que a heurística multiobjetivo otimizou as

funções-objetivo de maneira esperada, explorando diversas regiões potencialmente ótimas no espaço de busca.

Na avaliação de estabilidade dos resultados do algoritmo, a variação das 20 sementes de inicialização aleatória produziu desvios percentuais diversos, que variaram de acordo com a função-objetivo e da janela analisada. Os maiores desvios, em geral, foram observados nos valores-objetivos da solução Menor Volatilidade e em todas as soluções, de modo geral, na janela 1. Ao se analisar o objetivo de Volatilidade para as soluções relevantes, foi possível notar dois extremos: desvios nulos foram produzidos na primeira janela e um desvio percentual de 15% foi atingido pela solução de menor volatilidade na segunda janela. Nas demais funções-objetivo otimizadas, os desvios dos valores produzidos pelas soluções não ultrapassaram o limiar de 11%. Portanto, os dados indicaram que os resultados do algoritmo são - de modo geral - estáveis. A única exceção, no entanto, seriam os valores-objetivo da solução Menor Volatilidade.

Funções-Objetivo

Os experimentos com as funções-objetivo mostraram que as médias dos valores-objetivo das soluções relevantes, em geral, sofreram uma redução após a aplicação destas em janelas OS. No Grupo A, as soluções *baseline* e Menor Volatilidade apresentaram as menores diferenças entre seus respectivos valores-objetivo IS e OS. No Grupo B, o *baseline* obteve as maiores médias para Sortino e Retorno Composto e a menor média para Semidesvio. Isso indica que, quanto aos valores-objetivo, o *baseline* foi a solução que melhor conseguiu detectar padrões IS aplicáveis às janelas OS.

Quanto aos valores do índice de Gini para as soluções relevantes, foi possível notar que o Grupo B produziu soluções com médias de concentração de contratos maiores que as correspondentes no Grupo A, embora as médias de retorno composto em ambos os grupos sejam bastante próximas. Conforme esperado, soluções com os menores índices de risco (e.g. volatilidade e semidesvio) produziram as menores médias para Gini. Na comparação direta, através das soluções otimizadas comuns a ambos os grupos, a solução Próxima ao Ideal no Grupo A foi a que mostrou a menor concentração média de contratos.

Na análise do capital acumulado médio, as soluções relevantes de ambos os grupos de função-objetivo produziram um montante superior ao do *baseline*. No Grupo A, a solução de Maior Retorno foi a que acumulou - em média - mais capital, seguida pela solução Próxima ao Ideal. Na combinação representada pelo Grupo B, as soluções de Maior Retorno e Próxima ao Ideal produziram médias bastante próximas. Apesar de produzir as maiores médias nos dois grupos, a curva de capital da solução de Maior Retorno apresentou muita instabilidade, com diversos *drawdowns* ao longo do tempo. Por outro lado, a evolução do capital médio da solução Próxima ao Ideal foi muito mais estável e suas perdas foram muito menores e de curta duração, se comparadas às da solução de Maior Retorno.

Com base nos resultados, pode-se afirmar que apesar de a solução *baseline* ter sido capaz de detectar padrões IS mais recorrentes em janelas OS, a solução Próxima ao Ideal foi a que obteve um desempenho geral mais equilibrado entre as soluções relevantes avaliadas. Essa solução apresentou uma distribuição de contratos razoavelmente concentrada, uma curva de capital com poucos *drawdowns* e um dos montantes acumulados finais mais elevados entre as soluções relevantes. Para um investidor com perfil moderado, portanto, a solução Próxima ao Ideal seria uma interessante proposta de portfólio.

Quanto à utilização de estratégias pelas soluções do NSGA, os dois grupos destinaram - em média - a maioria dos seus contratos para a mesma estratégia, de número 11. No entanto, os grupos divergiram sobre qual estratégia deveria receber menos contratos: o Grupo A preteriu a estratégia 14, enquanto o Grupo B evitou alocar contratos para a estratégia 5.

Após a análise dos resultados foi possível concluir, enfim, que o grupo B obteve o melhor desempenho nos critérios avaliados. Na otimização IS, foi possível constatar que os valores-objetivo da única função comum aos grupos - Retorno Composto - foram maiores no grupo B. Na validação OS, entretanto, não foi possível observar diferenças entre as combinações de funções-objetivo. Apesar de o grupo A produzir distribuições de contratos mais homogêneas, o grupo B foi capaz de produzir médias de capital acumulado mais elevadas a partir de suas soluções.

Tamanho das Janelas

Posteriormente, foram analisados os efeitos da variação do tamanho das janelas *walk forward*. O primeiro critério de avaliação foram as funções-objetivo: Sharpe, Retorno Composto e Volatilidade. Devido ao alinhamento das janelas, necessário para criar períodos de validação OS contíguos, os períodos IS ficaram sobrepostos. Portanto, apenas os resultados OS foram analisados.

Nos resultados para Sharpe, o *baseline* produziu os maiores índices, seguido de perto pela solução Maior Sharpe. Isso sugere que o *baseline* detectou padrões mais consistentes para aplicações em janelas OS. Uma vez que as médias do *baseline* foram mais elevadas nas variações em que o período OS foi de 3 meses, infere-se que os padrões IS devem ser aplicados em períodos OS de curto prazo, caso o objetivo seja maximizar a razão retorno/risco.

A próxima função-objetivo avaliada foi o Retorno Composto. Entre as soluções relevantes, Maior Retorno e Próximo ao Ideal foram as únicas obtiveram valores superiores aos do *baseline*. Com base no desempenho destas soluções, pode-se inferir que a aplicação de padrões IS em janelas OS por períodos mais longos (6 meses) favorecem o aumento dos níveis de retorno composto do portfólio.

Quanto à volatilidade, os menores valores-objetivo foram produzidos pela solução Menor Volatilidade, seguido pela solução *baseline*. Não obstante, as diversas confi-

gurações de tamanho IS/OS não tiveram impacto significativo na volatilidade das soluções avaliadas.

Em seguida, foi mensurada a concentração de contratos por meio do índice de Gini. De acordo com os resultados, foi possível inferir que a aplicação de padrões IS por períodos mais longos favoreceram soluções com uma distribuição mais homogênea de seus contratos. Em contra-partida, a aplicação de períodos IS mais curtos em janelas OS faz com que a concentração de contratos seja reduzida em soluções que produzem retornos elevados.

Na análise do capital acumulado, a solução de Maior Retorno foi a que produziu as maiores médias em todas as variações de tamanhos de janela. Não obstante, as suas curvas de capital apresentaram diversos e profundos *drawdowns* em todas as configurações à exceção da variação 6/6, em que foi possível notar *drawdowns* de menor amplitude. Esta configuração de janelas também favoreceu a solução Próximo ao Ideal que, embora tenha produzido menos capital acumulado que Maior Retorno, demonstrou muito mais estabilidade durante o seu crescimento ao produzir poucos *drawdowns* em todas as variações de tamanhos de janela. A curva de capital da solução Menor Volatilidade foi a mais estável, mas também produziu o menor montante entre todas as soluções avaliadas, sendo que os maiores valores médios foram obtidos nas configurações de tamanho IS de 3 meses. O *baseline*, por sua vez, obteve o melhor desempenho relativo às demais soluções na configuração 3/3.

No que se refere à alocação média de contratos, as soluções do NSGA priorizaram a estratégia 11 em três das quatro variações de tamanhos de janela. Apenas a configuração 6/6 alocou mais contratos para estratégia de número 15.

Quanto às soluções relevantes propostas pelo NSGA, pode-se inferir - com base nos critérios avaliados nos experimentos - que um investidor moderado poderia utilizar a solução Próximo ao Ideal para evitar maiores riscos e obter retornos razoavelmente elevados. Por outro lado, investidores mais conservadores poderiam adotar a solução de *baseline* para evitar os riscos - representados pelas oscilações negativas - e ainda assim, alcançar maiores níveis de capital acumulado mais modestos. De qualquer modo, o capital acumulado médio produzido por essa solução ainda seria mais rentável que uma solução extremamente conservadora como a Menor Volatilidade.

Além disso, com base nos resultados obtidos após a variação de tamanhos de janelas, é possível concluir que períodos OS de longa duração favorecem soluções de alto risco ou retorno elevado, pois estes minimizam o surgimento de *drawdowns*. Soluções com maior proporção entre retorno e risco ou soluções que possuem um baixo risco foram as mais favorecidas por períodos OS menores. Isso sugere que a aplicação de padrões de mercado em períodos mais curtos ajuda a minimizar o risco do investimento.

4.3.3 Comparação de Desempenho dos Algoritmos

Essa seção visa comparar o desempenho dos algoritmos quanto às funções objetivo otimizadas, ao capital acumulado e aos retornos compostos totais, produzidos pelas

soluções dos algoritmos em toda a série temporal no experimento com variação do tamanho das janelas *walk forward*. Adicionalmente, as rentabilidades obtidas com as soluções também foram comparadas às taxas acumuladas do IPCA e da taxa básica de juros Selic no período em que os dados da série histórica foram coletados (i.e. de 2015 a 2019). O objetivo dessas análises consiste em verificar qual algoritmo - dadas as condições estabelecidas nos experimentos - obteve o melhor desempenho em janelas OS e, além disso, se os algoritmos conseguiram produzir resultados OS superiores aos *benchmarks* (e.g. *baseline*, IPCA e Selic) adotados nesse estudo.

Funções-Objetivo

Nas comparações realizadas com os valores-objetivo obtidos a partir das soluções dos algoritmos, a primeira função analisada nas quatro configurações de tamanho de janelas foi o índice de Sharpe (Tabela 4.93). As maiores médias foram observadas em três soluções: Menor Volatilidade, Maior Sharpe e *baseline*. A solução Menor Volatilidade obteve a maior média nas configurações 3/3 e 3/6, seguida com proximidade pelo *baseline*. Nas configurações 6/3 e 6/6, esta solução supera a solução de Menor Volatilidade, que obtém o segundo melhor desempenho na configuração 6/3. Já no arranjo 6/6, a segunda maior média foi obtida pela solução Maior Sharpe, resultado não muito distante do terceiro melhor desempenho médio nesta configuração, obtido pela solução Menor Volatilidade. A solução lexicográfica, por sua vez, produziu médias inferiores às do *baseline* em todas as configurações. A solução Maior Retorno, entretanto, foi a que obteve as menores médias entre todas as soluções analisadas.

Tabela 4.93: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Sharpe (Out-of-Sample) - Lexicográfico vs. Soluções Relevantes do NSGA

	IS=3 / OS=3	IS=3 / OS=6	IS=6 / OS=3	IS=6 / OS=6
Baseline	0.591 [0.591, 0.591]	0.416 [0.416, 0.416]	0.591 [0.591, 0.591]*	0.416 [0.416, 0.416]*
Lexicográfico	0.489 [0.449, 0.529]	0.386 [0.366, 0.406]	0.477 [0.445, 0.509]	0.352 [0.329, 0.376]
Maior Sharpe	0.543 [0.504, 0.581]	0.415 [0.397, 0.432]	0.533 [0.504, 0.561]	0.390 [0.368, 0.411]
Maior Retorno	0.189 [0.156, 0.222]	0.153 [0.136, 0.170]	0.192 [0.146, 0.238]	0.218 [0.205, 0.231]
Menor Volatilidade	0.600 [0.567, 0.633]*	0.419 [0.404, 0.435]*	0.553 [0.526, 0.581]	0.384 [0.358, 0.410]
Próximo ao Ideal	0.403 [0.358, 0.447]	0.315 [0.292, 0.337]	0.406 [0.370, 0.443]	0.325 [0.307, 0.343]

*Maior média na configuração de tamanhos de janelas *walk forward*

Quanto ao Retorno Composto (Tabela 4.94), a solução Maior Retorno foi a que obteve as maiores médias em todas as configurações. O segundo melhor desempenho geral foi obtido pela solução Próximo ao Ideal, cujas médias superaram a da solução Lexicográfica em todas as configurações. Esta, por sua vez, produziu médias muito próximas às do *baseline*. As demais soluções - Maior Sharpe e Menor Volatilidade - obtiveram o pior desempenho, uma vez que produziram as menores médias de Retorno.

As médias de todas as soluções avaliadas para a última função-objetivo, Volatilidade, são mostradas na Tabela 4.95. As menores médias foram obtidas pela solução Menor Volatilidade, em todas as configurações. Não obstante, tais médias foram

Tabela 4.94: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Retorno Composto (Out-of-Sample) - Lexicográfico vs. Soluções Relevantes do NSGA

	IS=3 / OS=3	IS=3 / OS=6	IS=6 / OS=3	IS=6 / OS=6
Baseline	0.115 [0.115, 0.115]	0.252 [0.252, 0.252]	0.115 [0.115, 0.115]	0.252 [0.252, 0.252]
Lexicográfico	0.117 [0.097, 0.136]	0.266 [0.226, 0.307]	0.115 [0.090, 0.139]	0.266 [0.200, 0.332]
Maior Sharpe	0.112 [0.096, 0.128]	0.250 [0.217, 0.284]	0.109 [0.089, 0.128]	0.244 [0.194, 0.294]
Maior Retorno	0.153 [0.104, 0.203]*	0.391 [0.289, 0.492]*	0.162 [0.114, 0.211]*	0.442 [0.327, 0.557]*
Menor Volatilidade	0.100 [0.090, 0.110]	0.212 [0.195, 0.230]	0.096 [0.086, 0.106]	0.204 [0.180, 0.229]
Próximo ao Ideal	0.126 [0.100, 0.152]	0.295 [0.240, 0.349]	0.128 [0.102, 0.155]	0.311 [0.246, 0.377]

*Maior média na configuração de tamanhos de janelas *walk forward*

marginalmente inferiores às das soluções Maior Sharpe e *baseline*. Estas produziram volatilidades médias próximas, mas inferiores, à da solução lexicográfica. Esta solução, por sua vez, obteve médias de volatilidade levemente inferiores às da solução Próximo ao Ideal. A solução Maior Retorno, entretanto, foi a que obteve o pior desempenho entre todas as soluções, produzindo as maiores médias em todas as configurações de tamanho de janela.

Tabela 4.95: Valores Médios e Intervalos de Confiança para Volatilidade (Out-of-Sample) - Lexicográfico vs. Soluções Relevantes do NSGA

	IS=3 / OS=3	IS=3 / OS=6	IS=6 / OS=3	IS=6 / OS=6
Baseline	0.006 [0.006, 0.006]	0.006 [0.006, 0.006]	0.006 [0.006, 0.006]	0.006 [0.006, 0.006]*
Lexicográfico	0.007 [0.006, 0.008]	0.007 [0.006, 0.008]	0.007 [0.006, 0.008]	0.007 [0.006, 0.008]
Maior Sharpe	0.006 [0.006, 0.007]	0.006 [0.006, 0.007]	0.006 [0.005, 0.006]	0.006 [0.005, 0.007]*
Maior Retorno	0.027 [0.023, 0.031]	0.027 [0.022, 0.032]	0.022 [0.019, 0.025]	0.020 [0.015, 0.024]
Menor Volatilidade	0.005 [0.005, 0.006]*	0.005 [0.005, 0.006]*	0.005 [0.005, 0.006]*	0.006 [0.005, 0.006]*
Próximo ao Ideal	0.009 [0.008, 0.011]	0.010 [0.008, 0.012]	0.009 [0.008, 0.010]	0.009 [0.008, 0.010]

*Menor média na configuração de tamanhos de janelas *walk forward*

Capital Acumulado e Rentabilidade Geral

Após a análise dos valores-objetivo das funções otimizadas, foram comparados os valores médios para o capital acumulado, como mostram as Tabelas 4.96 e 4.97. Os dados mostram que a solução Maior Retorno obteve os maiores montantes médios em todas as configurações de tamanho de janelas. O segundo melhor desempenho geral foi obtido pela solução Próximo ao Ideal, que conseguiu produzir um capital acumulado médio superior às demais soluções (i.e. exceto Maior Retorno) em todos os cenários do experimento. A solução Menor Volatilidade, apesar de produzir as maiores médias para o índice de Sharpe, acumulou o menor montante médio entre as soluções avaliadas. A solução Lexicográfica, por sua vez, apresentou desempenho próximo ao do *baseline*, superando-o totalmente apenas na configuração 3/6 e ficando abaixo deste solução na configuração 6/3. Ambas as soluções produziram um valor médio superior aos das soluções Maior Sharpe e Menor Volatilidade. Não obstante, os capitais produzidos pelo algoritmo lexicográfico e pelo *baseline* foram inferiores aos das soluções Próximo ao Ideal e Maior Retorno.

Tabela 4.96: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado (Out-of-Sample) - Lexicográfico vs. Soluções Relevantes do NSGA (Parte 1)

	IS=3 / OS=3	IS=3 / OS=6
Baseline	549.680,00 [549.680,00, 549.680,00]	549.680,00 [549.680,00, 549.680,00]
Lexicográfico	553.789,20 [544.218,19, 563.360,21]	622.860,10 [615.399,43, 630.320,77]
Maior Sharpe	529.193,70 [517.021,38, 541.366,02]	571.973,10 [559.102,197, 584.844,00]
Maior Retorno	715.159,10 [679.824,94, 750.493,26]*	1.006.739,20 [983.060,27, 1.030.418,13]*
Menor Volatilidade	456.392,80 [445.572,06, 467.213,53]	458.141,60 [447.514,19, 468.769,01]
Próximo ao Ideal	590.065,70 [574.237,48, 605.893,92]	695.627,10 [678.722,20, 712.532,00]

*Maior média na configuração de tamanhos de janelas *walk forward*

Tabela 4.97: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Capital Acumulado (Out-of-Sample) - Lexicográfico vs. Soluções Relevantes do NSGA (Parte 2)

	IS=6 / OS=3	IS=6 / OS=6
Baseline	549.680,00 [549.680,00, 549.680,00]	549.680,00 [549.680,00, 549.680,00]
Lexicográfico	515.417,40 [500.077,03, 530.757,77]	556.332,40 [544.101,23, 568.563,57]
Maior Sharpe	491.464,80 [483.866,14, 499.063,45]	515.554,00 [506.328,76, 524.779,24]
Maior Retorno	731.030,20 [692.078,95, 769.981,45]*	1.217.261,60 [1.195.228,17, 1.239.295,03]*
Menor Volatilidade	431.481,60 [421.850,24, 441.112,96]	427.788,40 [415.808,61, 439.768,19]
Próximo ao Ideal	610.898,80 [601.924,14, 619.873,46]	742.453,00 [729.884,50, 755.021,50]

*Maior média na configuração de tamanhos de janelas *walk forward*

Após a análise dos capitais acumulados, foram comparados os retornos produzidos pelas soluções dos algoritmos lexicográfico e pelas soluções relevantes do NSGA ao longo de toda a série histórica. Nesta análise, em particular, dois importantes indicadores foram incluídos como *benchmarks*: o IPCA² e a taxa básica de juros nacional, a Selic Meta³. A Tabela 4.98 exhibe os valores anuais para esses indicadores entre os anos de 2015 e 2019, mesmo período em que os dados da série temporal foram utilizados após o pré-processamento (Seção 3.4.1). O maior valor acumulado anual do IPCA nesse período foi de 10,67% e o da Taxa Selic foi de 14,25%, ambos de 2015.

Tabela 4.98: IPCA e Selic - Taxas Anuais

	2015	2016	2017	2018	2019
IPCA	0.1067	0.0629	0.0295	0.0375	0.0431
Selic (Meta)	0.1425	0.1375	0.0700	0.0650	0.0450

Para obter o retorno composto total desses indicadores entre 2015 e 2019, foi utilizada a Equação 4.1, em que R_T equivale ao retorno composto ao longo de T anos e r_t é o retorno composto em apenas um ano t .

²<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/precos-e-custos/9256-indice-nacional-de-precos-ao-consumidor-amplio.html?=&t=series-historicas>

³<https://www.bcb.gov.br/controlinflacao/historicotaxasjuros>

$$R_T = \prod_{t=1}^T (1 + r_t) - 1 \quad (4.1)$$

Aplicando, portanto, a Equação 4.1 às taxas acumuladas presentes na Tabela 4.98, são obtidos os retornos presentes na Tabela 4.99.

Tabela 4.99: IPCA e Selic - Taxas Acumuladas

	IPCA	Selic
2015 a 2019	0.311	0.548

Uma vez determinados os valores das taxas de referência, foram calculados os retornos compostos médios totais do *baseline*, da solução lexicográfica e das soluções relevantes do NSGA ao longo de toda a série histórica, como mostra a Tabela 4.100:

Tabela 4.100: Valores Médios e Intervalos de Confiança para o Retorno Composto Total (Out-of-Sample) - Tamanho de Janelas IS/OS

	IS=3 / OS=3	IS=3 / OS=6	IS=6 / OS=3	IS=6 / OS=6
Baseline	4.497 [4.497, 4.497]	4.497 [4.497, 4.497]	4.497 [4.497, 4.497]	4.497 [4.497, 4.497]
Lexicográfico	4.538 [4.442, 4.634]	5.229 [5.154, 5.303]	4.154 [4.001, 4.308]	4.563 [4.441, 4.686]
Maior Sharpe	4.292 [4.170, 4.414]	4.720 [4.591, 4.848]	3.915 [3.839, 3.991]	4.156 [4.063, 4.248]
Maior Retorno	6.152 [5.798, 6.505]*	9.067 [8.831, 9.304]*	6.310 [5.921, 6.700]*	11.173 [10.952, 11.393]*
Menor Volatilidade	3.564 [3.456, 3.672]	3.581 [3.475, 3.688]	3.315 [3.219, 3.411]	3.278 [3.158, 3.398]
Próximo ao Ideal	4.901 [4.742, 5.059]	5.956 [5.787, 6.125]	5.109 [5.019, 5.199]	6.425 [6.299, 6.550]

*Maior média na configuração de tamanhos de janelas *walk forward*

Em todas as configurações, a solução Maior Retorno produziu as maiores médias, alcançando 1117,3% de rentabilidade na configuração 6/6. Após a solução Maior Retorno, a Próximo ao Ideal produziu médias de retorno superiores aos das demais soluções em todas as configurações de tamanho de janelas, atingindo 642,5% de rentabilidade para janelas IS e OS de seis meses, cada. As soluções *baseline* e lexicográfica obtiveram médias de retorno similares - situadas na faixa dos 450% - nas configurações 3/3 e 6/6. No entanto, a média lexicográfica foi superior à do *baseline* na configuração 3/6 e esta solução, por sua vez, obteve a maior média das duas soluções em 6/3. As últimas colocadas foram as soluções Maior Sharpe e Menor Volatilidade, nessa ordem, produzindo suas maiores rentabilidades - 472% e 358,1%, respectivamente - na configuração 3/6. Não obstante, é importante ressaltar que até mesmo a solução com o pior desempenho em termos de retorno (i.e. Menor Volatilidade) obteve uma rentabilidade três vezes superior ao valor do capital inicial de R\$ 100.000,00. Além disso, a mesma solução produziu não somente rendimentos superiores ao IPCA em aproximadamente 10 vezes, como também um retorno médio total superior à taxa Selic em mais de 5 vezes, como é possível constatar ao comparar os dados da Tabela 4.100 com os da Tabela 4.99.

Os rendimentos totais obtidos ao longo da série histórica são compatíveis com os valores observados nas Tabelas 4.96 e 4.97. Adicionalmente, as médias OS de retorno composto para a solução lexicográfica validam as conclusões apresentadas na Seção 4.3.1: em configurações de tamanhos IS/OS iguais (i.e. 3/3 e 6/6), o desempenho OS do algoritmo lexicográfico foi superior - mas ainda próximo - ao do *baseline*; esta solução, no entanto, obteve média OS superior à lexicográfica na configuração 6/3; entre todas as variações de tamanho testadas, a solução lexicográfica apresenta desempenho OS substancialmente superior ao *baseline* apenas na configuração 3/6.

Os rendimentos totais das soluções do NSGA em janelas OS, por sua vez, confirmam as conclusões obtidas na Seção 4.3.2: períodos OS longos contribuem com o desempenho das soluções Maior Retorno e Próximo ao Ideal; períodos OS de curta duração, por sua vez, favorecem o desempenho das soluções Maior Sharpe e Menor Volatilidade.

Por fim, os resultados mostram que o melhor desempenho geral - segundo os critérios capital acumulado e rentabilidade no período - foi obtido pelo algoritmo NSGA-II ou, mais especificamente, pelas soluções Maior Retorno e Próximo ao Ideal.

Capítulo 5

Conclusões

Este estudo teve como objetivo propor e avaliar métodos de Computação Evolutiva, aplicados ao problema de otimização de portfólios compostos por estratégias automatizadas que atuaram no mercado financeiro brasileiro de minicontratos. Os dados utilizados no trabalho foram fornecidos pela empresa MetaRobos, agregando principalmente, informações sobre o lucro de cada uma das 26 estratégias no período entre 2015 e 2019. Os algoritmos de otimização propuseram um conjunto de pesos para cada estratégia, com o intuito de encontrar a combinação ótima para um grupo de três indicadores de mercado, aplicados como funções-objetivo. De modo geral, os indicadores maximizados foram o retorno composto e algum tipo de razão entre retorno e risco (e.g. Sharpe, Sortino). Indicadores de risco (e.g. Volatilidade, Semidesvio), por sua vez, foram os objetivos minimizados pelos algoritmos.

As heurísticas foram escolhidas com o objetivo de abordar o problema sob dois pontos de vista: *a priori* e *a posteriori*. No primeiro caso, os objetivos foram definidos antes da otimização e otimizados pelo algoritmo genético mono-objetivo com abordagem lexicográfica, aplicado neste trabalho. No segundo cenário, foram aplicados diversos índices de mercado, sem indicação prioridade. Essa tarefa, portanto, foi realizada pelo algoritmo multiobjetivo implementado, o NSGA-II. Na etapa de validação, foi utilizado o método *Walk-Forward*, adequado para avaliar resultados de otimizações em séries temporais. Nessa avaliação, uma parte dos dados foi destinado à otimização (i.e. janelas *In-Sample*) e outra parte - imediatamente posterior à janela IS - para dados de validação (i.e. janelas *Out-of-Sample*). Os resultados de ambos os algoritmos foram comparados ao *baseline*, que consistiu em um portfólio em que uma quantidade idêntica de contratos é atribuída a cada uma das estratégias. De modo geral, os valores-objetivo obtidos com as soluções propostas pelos algoritmos em períodos OS foram majoritariamente inferiores aos obtidos em períodos IS.

O ajuste de hiperparâmetros do Algoritmo Evolutivo Lexicográfico revelou quais são os parâmetros que mais influenciam os resultados da heurística: a margem de tolerância e o percentual de contratos doados. Quanto aos experimentos com grupos de funções-objetivo, foi possível constatar que o grupo B - combinação que prio-

riza o índice de Sortino - produziu capital acumulado médio elevado, com poucos *drawdowns* e valores-objetivos intermediários, apesar da elevada concentração de contratos em poucas estratégias. Ainda assim, o *baseline* também pode ser considerado uma boa opção, pois foi a solução que produziu os valores-objetivo OS mais elevados. Nos experimentos com variação de tamanho de janelas, as configurações 3/3 e 3/6 produziram os melhores resultados para a função-objetivo de maior prioridade (i.e. Sharpe) e o capital acumulado, respectivamente. Quanto à alocação média de contratos em estratégias automatizadas no portfólio, as soluções propostas a partir dos grupos de funções-objetivo priorizaram estratégias distintas: E9, E13 e E11. No experimento com variação de tamanho de janelas IS/OS, soluções obtidas com tamanhos iguais (e.g 3/3) priorizaram a mesma estratégia, de número 1. As soluções obtidas com tamanhos diferentes, por sua vez, distribuíram mais contratos para a estratégia 9.

Os resultados obtidos com o NSGA-II mostraram que, nas fronteiras de Pareto formadas pelos valores das funções-objetivo, as soluções da heurística multiobjetivo dominaram o *baseline* e as soluções lexicográficas permaneceram - de modo geral - próximas às fronteiras nos cenários avaliados (i.e. variação de grupos de funções-objetivo). Nos testes com os grupos de funções-objetivo, os dados mostraram que o grupo B - que tem como maior prioridade o índice de Sortino - produziu as maiores médias IS de Retorno Composto a partir de suas soluções relevantes. Além disso, o grupo B foi a combinação de funções-objetivo que obteve a maior média de capital acumulado OS. Quanto aos experimentos com variação de tamanhos de janela, constatou-se que janelas OS extensas (i.e. 6 meses) ajudaram a elevar as médias de retorno composto e os períodos OS mais curtos, de 3 meses, favoreceram o desempenho de soluções com maior proporção entre retorno e risco e as soluções de baixo risco. Por fim, as soluções do NSGA alocaram, em média, mais contratos para a estratégia de número 11 nos experimentos com variações de funções-objetivo e de tamanhos de janelas *walk forward*. Neste último experimento, a única exceção ocorreu na configuração 6/6, em que as soluções destinaram mais contratos para a estratégia 15.

Em seguida, foram comparados os desempenhos da solução lexicográfica e das soluções relevantes do NSGA-II no experimento com variação do tamanho de janelas *walkforward* quanto às funções-objetivo, capital acumulado e rentabilidade produzidos ao longo de toda a série histórica. Em relação às funções-objetivo, a solução lexicográfica obteve desempenho geral bastante similar ao *baseline*, produzindo médias inferiores a este apenas na avaliação do índice de Sharpe. Quanto ao NSGA, os resultados variaram: a solução Menor Volatilidade obteve as maiores médias em janelas IS de 3 meses para o índice de Sharpe; as soluções Maior Retorno e Próximo ao Ideal obtiveram as maiores médias para o Retorno Composto; quanto à Volatilidade, as soluções Menor Volatilidade e Maior Sharpe obtiveram o melhor desempenho ao produzir os menores valores-objetivos médios. Na análise de capital acumulado, a solução lexicográfica produziu resultados próximos aos do *baseline*, superando totalmente a média da solução de pesos iguais apenas na configuração

3/6. Quanto ao NSGA, as soluções Maior Retorno e Próximo ao Ideal produziram as maiores médias de capital acumulado em todas as configurações de tamanhos de janelas. Além disso, foram calculadas as rentabilidades produzidas pelas soluções dos dois algoritmos ao longo de toda a série temporal (i.e. 2015 a 2019). Corroborando a análise de capital acumulado, os retornos compostos totais da solução lexicográfica foram semelhantes aos do *baseline*, superando a média deste último apenas na configuração 3/6. No entanto, as soluções Maior Retorno e Próximo ao Ideal - ambas do NSGA - produziram os maiores retornos em todas as configurações de tamanhos de janelas. Particularmente, as rentabilidades destas soluções foram bastante expressivas: 1117,3% e 642,5%, respectivamente, na configuração 6/6. Adicionalmente, os retornos das soluções ao longo da série histórica foram comparados às taxas acumuladas do IPCA e da taxa Selic entre 2015 e 2019. Em todas as configurações de tamanho de janela, as soluções avaliadas - incluindo o *baseline* de pesos iguais - obtiveram desempenho superior ao IPCA e à taxa Selic acumulada anual no período. Portanto, é possível concluir que as soluções do NSGA - em conjunto - obtiveram desempenho geral superior ao da solução lexicográfica. Em particular, as soluções Maior Retorno e Próximo ao Ideal podem ser consideradas as mais relevantes, por seus desempenhos em relação ao capital acumulado e rentabilidade no período analisado.

Além disso, foi possível observar - de forma geral - alguns impactos causados pela variação do tamanho das janelas nas funções-objetivo. As soluções que priorizaram a proporção entre retorno e risco (e.g. Maior Sharpe, Lexicográfica com prioridade máxima para Sharpe) ou que buscaram minimizar a volatilidade (e.g. Menor Volatilidade, *baseline*) obtiveram melhor desempenho nas respectivas funções-objetivo em janelas OS a partir de configurações de janelas IS com 3 meses. Por outro lado, as soluções Maior Retorno e Próximo ao Ideal apresentaram as maiores médias para Retorno Composto OS em configurações originais com janelas OS de longa duração.

Quanto ao capital acumulado e o rendimento (i.e. retorno composto) ao longo de toda a série histórica, ambos em janelas OS, foi possível notar efeitos distintos com a variação de tamanho de janelas para as soluções propostas pelos algoritmos. Na avaliação da solução lexicográfica, foram observados: desempenho OS substancialmente superior ao *baseline* apenas com a configuração 3/6; médias bastante próximas - ainda que superiores - ao *baseline* nas configurações com tamanhos de janelas IS/OS iguais (e.g. 3/3); desempenho da solução *baseline* superior à lexicográfica na configuração 6/3. Quanto ao desempenho OS das soluções relevantes do NSGA, foi possível concluir que: períodos OS de longa duração (i.e. 6 meses) elevaram as médias das soluções Maior Retorno e Próximo ao Ideal; períodos OS curtos (i.e. 3 meses) contribuíram para que as soluções Maior Sharpe e Menor Volatilidade obtivessem médias superiores às das demais configurações.

Tendo em vista a complexidade do problema, não foi possível avaliar todo o espaço de possibilidades nos experimentos. No ajuste de hiperparâmetros, por exemplo, só foram avaliados três valores diferentes, no máximo. Nos testes com funções-objetivos, apenas cinco indicadores de mercado - no total - foram utilizados como

funções-objetivo durante a otimização. Por fim, na etapa de validação *walk forward*, somente quatro configurações de janelas foram comparadas.

Limitações de hardware dificultaram a realização de mais execuções com sementes de inicialização randômica diferentes (e.g. 30), fato que exigiu a aplicação de testes estatísticos do tipo “t” na comparação dos resultados. Apesar de esforços realizados nesse sentido, constatou-se que o tempo de execução seria impraticável para a obtenção e consequente análise dos resultados oriundos da otimização.

Apesar dos problemas encontrados, este trabalho possibilitou a comparação entre heurísticas que tratam o problema da distribuição de minicontratos no mercado brasileiro, região cujos estudos sobre a otimização de portfólios compostos por estratégias automatizadas ainda é incipiente. O estudo realizado também trouxe outras contribuições, como a aplicação de indicadores de mercado além do índice de Sharpe - utilizado com bastante frequência em trabalhos relacionados - como o índice de Sortino e o Semidesvio negativo, permitindo ainda a comparação de desempenho entre grupos formados por arranjos desses índices. Além disso, indicadores de mercado não-otimizados como o índice de Calmar e o *Drawdown* Máximo auxiliaram na avaliação dos resultados, o que permitiu corroborar tendências e padrões sugeridos pelos resultados com as funções-objetivo otimizadas. Por sua vez, a aplicação das configurações de tamanhos de janelas *walk forward*, além de tratar uma eventual superadaptação, permitiu avaliar como os padrões de mercado interferiram nos indicadores utilizados e qual foi o impacto deles na concentração de contratos e na evolução da curva de capital acumulado. Por fim, este estudo ainda mostrou quais estratégias foram mais e menos utilizadas, em média, pelas soluções propostas pelos algoritmos implementados.

5.1 Trabalhos Futuros

Em trabalhos posteriores, pode-se tentar sanar alguns dos problemas encontrados neste estudo e avaliar novas possibilidades de otimização. Neste trabalho, por exemplo, foi utilizado um portfólio heterogêneo, composto por estratégias que tinham como ativo o índice BOVESPA (WIN) ou - exclusivamente - o Dólar americano (WDO). Nesse caso, seria possível realizar experimentos comparando o desempenho de portfólios com composições diferentes, separando os registros de negociação de minicontratos em seus tipos específicos: WIN e WDO. Dessa maneira, seria possível avaliar se o tipo de ativo produz algum impacto nos resultados dos experimentos.

Outra possibilidade seria a aplicação de mais indicadores de mercado como os índices Beta, Treynor, Ômega, *K-Ratio*, entre outros. Quanto às heurísticas, algoritmos de “muitos objetivos” - como o NSGA-III - poderiam ser utilizados para a otimização simultânea de mais de três objetivos. Por fim, mais técnicas de Computação Evolutiva poderiam ser aplicadas ao problema de otimização e submetidas ao mesmo processo de validação para comparação com as heurísticas clássicas adotadas neste estudo.

Referências

- Aguilar-Rivera, R., Valenzuela-Rendón, M., and Rodríguez-Ortiz, J. (2015). Genetic algorithms and darwinian approaches in financial applications: A survey. *Expert Systems with Applications*, 42(21):7684 – 7697.
- B3 (2020). Bolsa brasil balcão - mercado futuro. http://www.b3.com.br/pt_br/produtos-e-servicos/negociacao/renda-variavel/mercado-de-acoes/mercado-futuro.htm. Acessado: 01-12-2020.
- B3 (2021). Bm&fbovespa - valor dos pontos de contratos. <https://www.b3.com.br/data/files/D1/84/FB/98/B7A7061099BE5706790D8AA8/Valor-dos-Pontos-de-Contratos.pdf>. Acessado: 26-11-2021.
- Back, T., Fogel, D. B., and Michalewicz, Z. (1997). *Handbook of Evolutionary Computation*. IOP Publishing Ltd., GBR, 1st edition.
- Back, T., Fogel, D. B., and Michalewicz, Z., editors (1999). *Basic Algorithms and Operators*. IOP Publishing Ltd., Bristol, UK, UK, 1st edition.
- Bailey, D. H., Borwein, J., Lopez de Prado, M., Salehipour, A., and Zhu, Q. J. (2016). Backtest overfitting in financial markets. *Automated Trader*, 39.
- Bailey, D. H., Borwein, J., Lopez de Prado, M., and Zhu, Q. J. (2014). Pseudomathematics and financial charlatanism: The effects of backtest overfitting on out-of-sample performance. *Notices of the American Mathematical Society*, 61(5):458–471.
- Bailey, D. H., Ger, S., de Prado, M. L., and Sim, A. (2015). Statistical overfitting and backtest performance. In *Risk-Based and Factor Investing*, pages 449–461. Elsevier.
- Berutich, J. M., López, F., Luna, F., and Quintana, D. (2016). Robust technical trading strategies using gp for algorithmic portfolio selection. *Expert Systems with Applications*, 46:307–315.
- Bianchi, L., Dorigo, M., Gambardella, L. M., and Gutjahr, W. J. (2009). A survey on metaheuristics for stochastic combinatorial optimization. *Natural Computing*, 8(2):239–287.

- Blank, J. (2021). Nsga-ii: Non-dominated sorting genetic algorithm. https://pymoo.org/_images/nsga2_survival.png. Acessado: 26-11-2021.
- BRASIL (2014). Mercado de valores mobiliários brasileiro. <https://www.investidor.gov.br/portaldoinvestidor/export/sites/portaldoinvestidor/publicacao/Livro/LivroTOP-CVM.pdf>. Acessado: 30-11-2020.
- BRASIL (2020). Caderno 9 - mercado de derivativos. <https://www.investidor.gov.br/portaldoinvestidor/export/sites/portaldoinvestidor/publicacao/Cadernos/CVM-Caderno-9.pdf>. Acessado: 01-12-2020.
- Breedon, F., Chen, L., Ranaldo, A., and Vause, N. (2018). Judgement day: Algorithmic trading around the swiss franc cap removal. *SSRN Electronic Journal*.
- Bui, L. T., Alam, S., Bui, L. T., and Alam, S. (2008). *Multi-Objective Optimization in Computational Intelligence: Theory and Practice (Premier Reference Source)*. IGI Global, USA, 1 edition.
- Cacique, F. V. and Pereira, A. C. M. (2020). Pattern searcher for decision making of trading agents using genetic algorithm. In *2020 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, pages 1–8.
- Castro, L. N. d. (2006). *Fundamentals of Natural Computing (Chapman & Hall/Crc Computer and Information Sciences)*. Chapman & Hall/CRC.
- Castro-Gutiérrez, J., Landa-Silva, D., and Moreno-Pérez, J. (2009). Dynamic lexicographic approach for heuristic multi-objective optimization. In *Proceedings of the Workshop on Intelligent Metaheuristics for Logistic Planning (CAEPIA-TTIA 2009)(Seville (Spain))*, pages 153–163.
- Cavalcante, R. C., Brasileiro, R. C., Souza, V. L., Nobrega, J. P., and Oliveira, A. L. (2016). Computational intelligence and financial markets: A survey and future directions. *Expert Systems with Applications*, 55:194 – 211.
- Chen, C., Shen, W., Wu, M., and Hong, T. (2019). A divide-and-conquer-based approach for diverse group stock portfolio optimization using island-based genetic algorithms. In *2019 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, pages 1473–1471.
- Chen, J. (2019). Algorithmic trading. <https://www.investopedia.com/terms/a/algorithmictrading.asp>. Acessado: 01-12-2020.
- Chen, J. M. (2016). *The Full Financial Toolkit of Partial Second Moments*, pages 59–78. Palgrave Macmillan US, New York.
- Chen, Y. and Zhou, A. (2022). Multiobjective portfolio optimization via pareto front evolution. *Complex & Intelligent Systems*, pages 1–17.

- Choey, M. and Weigend, A. S. (1997). Nonlinear trading models through sharpe ratio maximization. *International Journal of Neural Systems*, 8(04):417–431.
- Chou, Y., Kuo, S., and Lo, Y. (2017). Portfolio optimization based on funds standardization and genetic algorithm. *IEEE Access*, 5:21885–21900.
- Chou, Y.-H., Kuo, S.-Y., and Lo, Y.-T. (2017). Portfolio optimization based on funds standardization and genetic algorithm. *IEEE Access*, 5:21885–21900.
- Collette, Y. and Siarry, P. (2004). *Multiobjective optimization: principles and case studies*. Springer Science & Business Media.
- Dastidar, S. (2017). *Capital Markets and Investments: Essential Insights and Concepts for Professionals*. Reading Light Publication.
- Deb, K. (2001). *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, USA.
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., and Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 6(2):182–197.
- Domowitz, I. and Yegerman, H. (2006). The cost of algorithmic trading: A first look at comparative performance. *The Journal of Trading*, 1:33–42.
- Eiben, A. E. and Smith, J. E. (2015). *Introduction to Evolutionary Computing*. Springer Publishing Company, Incorporated, 2nd edition.
- Ertenlice, O. and Kalayci, C. B. (2018). A survey of swarm intelligence for portfolio optimization: Algorithms and applications. *Swarm and Evolutionary Computation*, 39:36 – 52.
- Fabozzi, F. and Drake, P. (2009). *Finance: Capital Markets, Financial Management, and Investment Management*. Frank J. Fabozzi Series. Wiley.
- Fama, E. F. (1991). Efficient capital markets: Ii. *The Journal of Finance*, 46(5):1575–1617.
- Fogel, D. B. (1998). *Artificial intelligence through simulated evolution*. Wiley-IEEE Press.
- Fonseca, C. M. and Fleming, P. J. (1998). Multiobjective optimization and multiple constraint handling with evolutionary algorithms. i. a unified formulation. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 28(1):26–37.
- Gorgulho, A., Neves, R. F. M. F., and Horta, N. C. G. (2012). *Intelligent Financial Portfolio Composition Based on Evolutionary Computation Strategies*. Springer Publishing Company, Incorporated.

- Grootveld, H. and Hallerbach, W. (1999). Variance vs downside risk: Is there really that much difference? *European Journal of operational research*, 114(2):304–319.
- Hansen, L. P. (2012). Proofs for large sample properties of generalized method of moments estimators. *Journal of Econometrics*, 170(2):325–330.
- Hayes, A. (2019). Robo-advisor vs. financial advisor. <https://www.investopedia.com/robo-advisor-vs-financial-advisor-4775377>. Acessado: 13-11-2019.
- Holland, J. H. (1992). *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. MIT press.
- Huang, C.-F. (2012). A hybrid stock selection model using genetic algorithms and support vector regression. *Applied Soft Computing*, 12(2):807 – 818.
- Huning, A. (1976). Evolutionsstrategie. optimierung technischer systeme nach prinzipien der biologischen evolution.
- Johnston, M. (2019). Coding your own algo-trading robot. <https://www.investopedia.com/articles/active-trading/081315/how-code-your-own-algo-trading-robot.asp>. Acessado: 12-02-2020.
- Kalayci, C. B., Ertenlice, O., and Akbay, M. A. (2019). A comprehensive review of deterministic models and applications for mean-variance portfolio optimization. *Expert Systems with Applications*, 125:345–368.
- Kaucic, M., Moradi, M., and Mirzazadeh, M. (2019). Portfolio optimization by improved nsga-ii and spea 2 based on different risk measures. *Financial Innovation*, 5(1):26.
- Liao, B.-Y., Chen, H.-W., Kuo, S.-Y., and Chou, Y.-H. (2015). Portfolio optimization based on novel risk assessment strategy with genetic algorithm. In *2015 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, pages 2861–2866.
- Lo, A. W. (2002). The statistics of sharpe ratios. *Financial analysts journal*, 58(4):36–52.
- Lo, A. W., Mamaysky, H., and Wang, J. (2000). Foundations of technical analysis: Computational algorithms, statistical inference, and empirical implementation. Working Paper 7613, National Bureau of Economic Research.
- Lwin, K. T., Qu, R., and MacCarthy, B. L. (2017). Mean-var portfolio optimization: A nonparametric approach. *European Journal of Operational Research*, 260(2):751 – 766.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection*. *The Journal of Finance*, 7(1):77–91.
- Merton, R. (1973). An intertemporal capital asset pricing model. *Econometrica*, 41(5):867–87.

- MetaRobôs (2019). Metarobôs - robô trader para o brasil. <https://metarobos.com/>. Acessado: 01-12-2019.
- Mirjalili, S. and Dong, J.-S. (2020). *Multi-Objective Optimization using Artificial Intelligence Techniques*. Springer International.
- Pal, R., Chaudhuri, T. D., and Mukhopadhyay, S. (2021). Portfolio formation and optimization with continuous realignment: A suggested method for choosing the best portfolio of stocks using variable length nsga-ii. *Expert Systems with Applications*, 186:115732.
- Pan, H. (2003). A joint review of technical and quantitative analysis of the financial markets towards a unified science of intelligent finance. In *Proc. 2003 Hawaii International Conference on Statistics and Related Fields, June*, pages 5–9. Cite-seer.
- Paraná, E. (2017). A digitalização do mercado de capitais no brasil: tendências recentes. *Boletim de Economia e Política Internacional*, BEPI(25):43–71.
- Pardo, R. (1992). *Design, testing, and optimization of trading systems*, volume 2. John Wiley & Sons.
- Pardo, R. (2008). *The Evaluation and Optimization of Trading Strategies*. Wiley trading. John Wiley.
- Pimenta, A., Nametala, C. A. L., Guimarães, F. G., and Carrano, E. G. (2018). An automated investing method for stock market based on multiobjective genetic programming. *Computational Economics*, 52(1):125–144.
- Ponsich, A., Jaimes, A. L., and Coello, C. A. C. (2013). A survey on multiobjective evolutionary algorithms for the solution of the portfolio optimization problem and other finance and economics applications. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 17(3):321–344.
- Raudys, S. (2013). Portfolio of automated trading systems: Complexity and learning set size issues. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 24(3):448–459.
- Schröder, B. S. (2003). Ordered sets. *Springer*, 29:30.
- Sharpe, W. F. (1966). Mutual fund performance. *The Journal of Business*, 39(1):119–138.
- Shiller, R. (2015). *Irrational Exuberance*. Princeton University Press, 3 edition.
- Silva, A. S., Neves, R., and Horta, N. (2016). *Portfolio Optimization Using Fundamental Indicators Based on Multi-Objective EA*. Springer.

- Sortino, F., van der Meer, R., Plantinga, A., and Kuan, B. (2010). Chapter 3 - beyond the sortino ratio. In Sortino, F., editor, *The Sortino Framework for Constructing Portfolios*, pages 23–52. Elsevier, Boston.
- Zhang, H., Zhao, Y., Wang, F., Zhang, A., Yang, P., and Shen, X. (2018). A new evolutionary algorithm based on moea/d for portfolio optimization. In *2018 Tenth International Conference on Advanced Computational Intelligence (ICACI)*, pages 831–836. IEEE.
- Zhang, Q. and Li, H. (2007). Moea/d: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 11(6):712–731.
- Zhang, Z., Zohren, S., and Roberts, S. (2020). Deep learning for portfolio optimization. *The Journal of Financial Data Science*, 2(4):8–20.